

채터진동에서의 동적 절삭력의 모델링과 안정성 해석

김 정 석*, 감 명 창**

A Modeling of Dynamic Cutting Force and Analysis of stability in Chatter Vibration

Jeong-Suk Kim*, Myeong-Chang Kang**

ABSTRACT

The elimination of chatter vibration is necessary to improve the precision and the productivity of the cutting operation. A new mathematical model of chatter vibration is presented in order to predict the dynamic cutting force from the static cutting data. The dynamic cutting force is analytically expressed by the static cutting coefficient and the dynamic cutting coefficient which can be determined from the cutting mechanics. The stability analysis is carried out by a two degree of freedom system. The chatter experiments are conducted by exciting the cutting tool with an impact hammer during an orthogonal cutting. A good agreement is shown between the stability limits predicted by theory and the critical width of cut determined by experiments.

Key Words : Chatter Vibration(채터진동), Dynamic Resultant Cutting Force(동적 절삭력 합력), Stability Limit(안정성 한계), Static Cutting Coefficient(정적 절삭계수), Dynamic Cutting Coefficient(동적 절삭계수), Critical Width of Cut(한계 절삭폭)

1. 서 론

절삭가공에서 발생하는 공구와 공작물과의 상대진동 즉 채터진동(Chatter Vibration)은 절삭가공면의 정밀도, 공작기계 및 공구의 수명, 가공공정의 생산성에 영향을 미치며, 공작기계부품의 설계 및 구성, 가공공정의 자동화(Process Automation)에 중요한 변수로 작용하게 된다(1, 2).

채터진동에 관한 연구는 오래전부터 꾸준히 이루어져 왔는데, 일반적인 채터진동에 관한 해석은 동적 절삭시에 나타나는 변동 절삭력의 해석, 전단각(Shear Angle)의 변화에 대한 고찰 그리고 한계절삭폭(Critical

width of cut)의 예측 등에 의하여 이루어지고 있으며 연구의 방향은 채터진동이 발생하지 않는 한계절삭폭을 예측하는 것이다(3). 동적 절삭력에 대한 최초의 해석적 모델은 Tobias와 Fishwick에 의해 제안되어 동적 절삭력을 해석적으로 구하였는데 이 모델에 포함된 절삭변수(절삭두께, 페니트레이션률(The Rate of Penetration), 절삭속도)를 결정하기 위해서는 동적 절삭(Dynamic Cutting)이 이루어져야 하는데 실험적으로 많은 어려움이 있다(4). Das와 Tobias는 정적 절삭(Static Cutting)을 통해 절삭변수를 결정할 수 있는 절삭력 모델을 제안하였다. 그러나 이 모델에 의해 예측된 한계절삭폭은 실험적으로 결정된 값과는 잘 일치하

* 부산대학교 정밀기계과(정회원), 부산대 기계기술연구소

** 부산대학교 대학원

지 않는다(5, 7). V. Grasso 등은 공구 경사면에 작용하는 마찰력의 특성으로부터 3차원 절삭과정을 2차원 절삭과정으로 단순화시켜서 실험적인 모델을 제시하였으나 구성인선(Built Up Edge)의 발생빈도가 높은 저속 절삭조건에서 얻어진 것으로서 고속에서의 신뢰성에 문제가 있다(6).

또, 앞의 문제점을 해결하기 위해 제안된 해석적 모델(7, 8, 9) 등은 동적 절삭에서 전단각의 변화를 고려하였다. 그러나 동적 전단각의 측정은 특별한 동적 절삭실험장치가 요구되고, 실험적으로 결정하는데 많은 오차를 수반하게 된다. 또한 이 모델링은 3차원 절삭이 이루어지는 절삭형태에는 이용될 수 없는 단점이 있다. 본 연구에서는 공구와 공작물 사이에 발생하는 진동변위와 절삭과정의 기하학적 특성으로부터 앞에서 제시한 여러 가지 문제점이 발생하지 아니하는 새로운 수학적 모델링을 하여 이의 타당성을 보인다. 그래서 정적 절삭실험으로 결정될 수 있는 절삭변수로 표현되는 동적 절삭력을 해석적으로 구한다. 새로이 제안된 절삭과정의 모델은 동적 절삭상태에서 절삭력 합력의 변화를 고려한 절삭기구를 통해 이루어지며, 해석적으로 한계절삭폭을 구한다. 실험적 규명은 채터진동이 발생하지 않는 한계절삭폭의 측정을 통해 이루어진다. 모델은 3차원 절삭형태에도 적용될 수 있는 특성을 갖는다. 채터진동의 형태는 공작물에 비해 공구의 강성이 상대적으로 적은 선삭작업에서 발생하는 것을 대상으로 하였다.

2. 동적 절삭력의 수학적 모델

Das와 Tobias가 제안한 절삭과정의 모델(5)은 다음과 같은 기본가정을 통해서 이루어졌다. 즉, 절삭력 합력(Resultant Cutting Force)은 채터진동 중에도 변화하지 않으며, 전단력(Shear Force)과 접선분력(Tangential Cutting Force)의 비는 절삭조건에 무관하게 일정한 값을 갖게 된다는 것이다. 이는 절삭기구의 특성상 현실과 어긋난 가정이므로 본 연구에서는 이러한 모순을 해석적으로 결정한다. Fig. 1에서 보는 바와 같이 절삭과정의 기하학적 특성으로부터 순간 절삭깊이(Instantaneous Undeformed Chip Thickness) $u(t)$ 는 다음과 같다.

$$u(t) = u_0 + x - x_t + u_0 \delta_c \cot \varphi \quad (1)$$

여기서, u_0 는 설정 절삭깊이(이송량), x 는 현재 절삭시

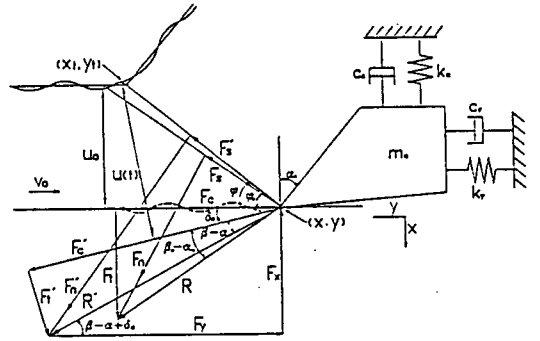


Fig. 1 Forces acting on the cutting tool during vibration

의 진동(Inner Modulation), x_t 는 전회 절삭시의 진동(Outer Modulation), φ 는 동적 전단각(Dynamic Shear Angle), δ_c 는 순간 절삭방향(Instantaneous Cutting Direction)과 정적 절삭상태일 때 가공되는 공작물 표면과 이루는 사이각으로 다음과 같다.

$$\delta_c = \tan^{-1} \frac{\dot{x}}{V_0 + \dot{y}} \approx \frac{\dot{x}}{V_0} \quad (2)$$

여기서, V_0 는 절삭속도이고, \dot{x} , \dot{y} 는 각각 x , y 방향의 진동속도를 나타낸다. Merchant가 제시한 얇은 전단면(Thin Shear Plane) 모델(10)을 이용하면, 순간 전단면 길이(Instantaneous Shear Length) l_s 는 다음과 같이 주어진다.

$$l_s = \frac{u(t)}{\sin(\varphi + \delta_c)} \quad (3)$$

또한, Fig. 1에서 정적 절삭력 합력 R 은 전단력 F_s 과 수직력 F_n 의 합력이고 동적 절삭력 합력 R' 은 동적 전단력 F'_s 과 동적 수직력 F'_n 의 합력이다. 그런데 동적 절삭시에는 마찰각과 공구 경사각이 변하기 때문에 절삭력 합력과 순간 절삭방향과의 사이각이 정적 절삭시에는 $\beta_0 - \alpha_0$ 이던 것이 동적 절삭에서는 $\beta - \alpha$ 로 변화하게 된다.

따라서 동적 절삭력 합력 R' 은 다음과 같다.

$$R' = \frac{F'_s}{\cos(\varphi + \beta - \alpha + \delta_c)} = \frac{\tau_s b l_s}{\cos(\varphi + \beta - \alpha + \delta_c)} \quad (4)$$

여기서 τ_s 는 전단면 상에 작용하는 전단응력, b 는 절삭 폭, β 는 동적 절삭시의 공구와 칩 사이의 동적 마찰 각, α 는 동적 절삭시의 공구경사각을 나타낸다.

식 (1)과 (2)를 식 (4)에 대입하면 다음과 같다.

$$R' = \frac{\tau_s b (u_0 + x - x_t + u_0 \delta_c \cot \varphi)}{\sin(\varphi + \delta_c) \cos(\varphi + \beta - \alpha + \delta_c)} \quad (5)$$

윗 식으로 표현된 R' 을 구하기 위해서는 종속변수 τ_s , φ , β 를 절삭조건(절삭속도, 이송량, 공구 경사각)의 함수로 나타내어야 한다. 전단응력 τ_s 은 정적 절삭 실험을 통해서 얻어진 절삭력의 접선분력 F_c 과 추력분력 F_t 과의 측정값을 이용해서 Fig. 1에 보이는 힘의 평형조건으로부터 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\tau_s = \frac{(F_c \cos \varphi_0 - F_t \sin \varphi_0) \sin \varphi_0}{b u_0} \quad (6)$$

전단각과 마찰각의 특성은 피삭재가 중탄소강일 때는 다음과 같은 절삭 방정식이 일반적으로 이용되고 있다.

$$2\varphi_0 + \beta_0 - \alpha_0 = C \quad (7)$$

여기서 C 는 절삭조건에 따라서 변하지 않는 재료상수(Material Constant)이다⁽¹⁰⁾. 전단각 φ_0 와 마찰각 β_0 사이의 이러한 관계가 동적 절삭조건에서도 변화가 없다고 가정하면,

$$2\varphi + \beta - \alpha = C \quad (8)$$

가 된다. 절삭조건에 따른 전단각의 변화특성은 Das & Tobias의 실험에 의해서 다음과 같은 선형적인 상관관계를 갖는 식으로 나타낼 수 있다⁽⁵⁾.

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi(V) \\ &= \varphi_t + C_v \cdot V \\ &= \varphi_0 + C_v \cdot \dot{y} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, $\varphi_0 = \varphi_t + C_v \cdot V_0$ 인데 φ_t 와 C_v 는 주어진 공구 경사각과 이송량(절삭두께)에 대한 상수이며, $V = V_0 + \dot{y}$ 이며 동적 절삭상태에서의 절삭속도이다. 따라서 Fig. 1에 보이는 힘의 평형상태에 의해, x 와 y 방향의 동적 절삭분력 F_x 와 F_y 는

$$\begin{aligned} F_x &= R' \sin(\beta - \alpha + \delta_c) \\ F_y &= R' \cos(\beta - \alpha + \delta_c) \end{aligned} \quad (10)$$

식 (8)과 (9)를 식 (10)에 대입하고 삼각함수 정리를 도입하여 δ_c 와 $C_v \cdot \dot{y}$ 의 고차항을 무시하고 정리하면 다음 관계식이 얻어진다.

$$F_x = \tau_s b \lambda_s (u_0 + x - x_t + \lambda_{d1} \cdot \dot{x} - \lambda_{d2} \cdot \dot{y}) \quad (11)$$

$$F_y = \tau_s b \epsilon_s (u_0 + x - x_t + \epsilon_{d1} \cdot \dot{x} - \epsilon_{d2} \cdot \dot{y}) \quad (12)$$

여기서

$$\lambda_s = \frac{\sin(C-2\varphi_0)}{\sin \varphi_0 \cos(C-\varphi_0)}$$

$$\lambda_{d1} = \frac{u_0}{V_0} \frac{\cos \varphi_0}{\sin(C-2\varphi_0) \cos(C-\varphi_0)}$$

$$\lambda_{d2} = u_0 C_v \left[\frac{\cos \varphi_0}{\sin(C-2\varphi_0) \cos(C-\varphi_0)} + \frac{\sin(C-\varphi_0)}{\sin \varphi_0 \sin(C-2\varphi_0)} \right]$$

$$\epsilon_s = \frac{\cos(C-2\varphi_0)}{\sin \varphi_0 \cos(C-\varphi_0)}$$

$$\epsilon_{d1} = \frac{u_0}{V_0} \frac{\sin \varphi_0}{\cos(C-2\varphi_0) \cos(C-\varphi_0)}$$

$$\epsilon_{d2} = u_0 C_v \left[\frac{\sin \varphi_0}{\cos(C-2\varphi_0) \cos(C-\varphi_0)} + \frac{\cos(C-\varphi_0)}{\sin \varphi_0 \cos(C-2\varphi_0)} \right]$$

따라서, 정적 절삭실험에 의해 얻어진 전단응력 τ_s , 재료상수 C , 동적 전단각 φ 등을 통해 결정될 수 있는 정적 절삭계수(Static Cutting Coefficient) λ_s , ϵ_s 와 동적 절삭계수(Dynamic Cutting Coefficient) λ_{d1} , ϵ_{d1} , λ_{d2} , ϵ_{d2} 에 의해서 동적 절삭력을 해석적으로 결정할 수 있다.

3. 채터 안정성 해석

동적 절삭시스템은 Fig. 1에 보이는 바와 같은 2자유도의 집중 변량계(Lumped Parameter System)로 고려한다.

주어진 좌표계에 따라서 진동계의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$m_0 \ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x = -F_x \quad (13)$$

$$m_0 \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = -F_y \quad (14)$$

여기서 m_0 는 진동계의 등가질량(Equivalent Mass), c_x 와 c_y 는 x , y 방향의 감쇠계수(Damping

Coefficient), k_x 와 k_y 는 스프링상수(Stiffness Constant)이다. 식 (11)과 (12)를 식 (13)과 (14)에 대입하면 다음과 같다.

$$m_0\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x = -\tau_s b \lambda_s (u_0 + x - x_t + \lambda_{d1} \cdot \dot{x} - \lambda_{d2} \cdot \dot{y}) \quad (15)$$

$$m_0\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y y = -\tau_s b \varepsilon_s (u_0 + x - x_t + \varepsilon_{d1} \cdot \dot{x} - \varepsilon_{d2} \cdot \dot{y}) \quad (16)$$

채터진동에서 전회 절삭시의 파형과 현재 절삭시의 파형의 크기가 설정 절삭깊이에 비해 적은 값을 갖고, 단순조화진동(Single Harmonic Oscillation)이라 가정하면, 채터진동의 안정성이 깨어지는 경계에서는 다음과 같은 관계가 성립하게 된다.

$$|x| = |x_t| \quad , \quad |y| = |y_t| \quad (17)$$

그리고

$$x = x_0 \sin \omega t \quad (18)$$

$$x_t = x_0 \sin(\omega t - \theta) \quad (19)$$

$$y = y_0 \sin(\omega t + \xi) \quad (20)$$

$$y_t = y_0 \sin(\omega t + \xi - \theta) \quad (21)$$

여기서 x_0 와 y_0 는 x 와 y 방향의 진동 진폭이고 θ 는 진동면위 x 와 x_t 사이의 위상각 차이이고 ξ 는 x 방향의 변위와 y 방향의 변위와의 위상각 차 그리고 ω 는 채터주파수이다. 식 (17), (18)과 (19)를 통해 전회 절삭시의 진동(Outer Modulation) x_t 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_t = x \cos \theta - \frac{\dot{x}}{\omega} \sin \theta \quad (22)$$

식 (22)를 식(15)와 (16)에 대입하면 다음과 같다.

$$m_0\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x = -\tau_s b \lambda_s (u_0 + (1 - \cos \theta)x + (\frac{\sin \theta}{\omega} + \lambda_{d1})\dot{x} - \lambda_{d2}\dot{y}) \quad (23)$$

$$m_0\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y y = -\tau_s b \varepsilon_s (u_0 + (1 - \cos \theta)x + (\frac{\sin \theta}{\omega} + \varepsilon_{d1})\dot{x} - \varepsilon_{d2}\dot{y}) \quad (24)$$

식 (23)과 (24)의 두 운동방정식을 정리해 보면 다음과 같다.

$$m_0\ddot{x} + c_{e q 1}\dot{x} + k_{e q 1}x - c_{e q 2}\dot{y} = -\tau_s b u_0 \lambda_s \quad (25)$$

$$m_0\ddot{y} + c_{e q 3}\dot{y} + k_y y + c_{e q 4}\dot{x} + k_{e q 2}x = -\tau_s b u_0 \lambda_s \quad (26)$$

여기서

$$c_{e q 1} = c_x + \tau_s b \lambda_s (\frac{\sin \theta}{\omega} + \lambda_{d1})$$

$$k_{e q 1} = k_x + \tau_s b \lambda_s (1 - \cos \theta)$$

$$c_{e q 2} = \tau_s b \lambda_s \lambda_{d2}$$

$$c_{e q 3} = c_y - \tau_s b \varepsilon_s \varepsilon_{d2}$$

$$k_{e q 2} = \tau_s b \varepsilon_s (1 - \cos \theta)$$

$$c_{e q 4} = \tau_s b \varepsilon_s (\frac{\sin \theta}{\omega} + \varepsilon_{d1})$$

운동방정식 (25)와 (26)의 정상상태 해(Steady state Solution)는 다음과 같다.

$$x = x_0 e^{st} - \tau_s b u_0 \lambda_s / k_{e q 1} \quad (27)$$

$$y = y_0 e^{st} - \tau_s b u_0 \varepsilon_s / k_y \quad (28)$$

식 (27)과 (28)을 식 (25)와 (26)에 대입하면 특성방정식(Characteristic Equation)은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{vmatrix} m_0 s^2 + c_{e q 1} s + k_{e q 1} & -c_{e q 2} s \\ c_{e q 4} s + k_{e q 2} & m_0 s^2 + c_{e q 3} s + k_y \end{vmatrix} = 0$$

위의 특성방정식을 정리해 보면 다음과 같다.

$$m_0 s^4 + m_0 (c_{e q 1} + c_{e q 3}) s^3 + (c_{e q 1} c_{e q 3} + c_{e q 2} c_{e q 4} + m_0 k_y + m_0 k_{e q 1}) s^2 + (c_{e q 1} k_y + c_{e q 3} k_{e q 1} + c_{e q 2} k_{e q 2}) s + k_{e q 1} k_y = 0 \quad (29)$$

정상상태의 채터진동은 σ (Real Part)가 0인 경우에서 발생한다.

즉

$$s = j\omega \quad (30)$$

식 (30)을 식 (29)에 대입하면 실수부와 허수부로 구분되는데 그 결과는 다음과 같이 요약된다.

즉

$$A_1 b^2 + A_2 b + A_3 = 0 \quad (31)$$

$$B_1 b^2 + B_2 b + B_3 = 0 \quad (32)$$

여기서,

$$A_1 = \omega^2 \tau_s^2 \lambda_s \varepsilon_s (\lambda_{d2} (\frac{\sin \theta}{\omega} + \varepsilon_{d1})$$

$$\begin{aligned}
 & + \epsilon_{d2} \left(\frac{\sin \theta}{\omega} + \lambda_{d1} \right) \\
 A_2 = & -\omega^2 (-c_x \tau_s \epsilon_s \epsilon_{d2} + c_y \tau_s \lambda_s \left(\frac{\sin \theta}{\omega} \right. \\
 & \left. + \lambda_{d1} \right) + m_0 \tau_s \lambda_s (1 - \cos \theta)) \\
 & + k_y \tau_s \lambda_s (1 - \cos \theta)) \\
 A_3 = & m_0^2 \omega^4 - \omega^2 (c_x c_y + m_0 (k_x + k_y) + k_x k_y) \\
 B_1 = & \tau_s^2 \lambda_s \epsilon_s (1 - \cos \theta) (\lambda_{d2} - \epsilon_{d2}) \\
 B_2 = & -\omega^2 m_0 \tau_s \left(\lambda_s \left(\frac{\sin \theta}{\omega} + \lambda_{d1} \right) \right. \\
 & \left. - \epsilon_s \epsilon_{d2} \right) + k_y \tau_s \lambda_s \left(\frac{\sin \theta}{\omega} \right. \\
 & \left. + \lambda_{d1} + c_y \tau_s \lambda_s (1 - \cos \theta) \right) \\
 & - k_x \tau_s \epsilon_s \epsilon_{d2} \\
 B_3 = & -\omega^2 m_0 (c_x + c_y) + k_y c_x + k_x c_y
 \end{aligned}$$

식 (31) 과 (32) 는 미지수 b 와 ω 에 대하여 동시에 만족하는 방정식이고 이 두 식으로부터 미지수 b 를 소거시키면 다음 관계식이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 & A_1^2 B_3^2 + A_1 (A_3 B_2^2 - 2A_3 B_1 B_3 - A_2 B_2 B_3) \\
 & + (A_3^2 B_1^2 - A_2 A_3 B_1 B_2 + A_2^2 B_1 B_3) = 0 \quad (33)
 \end{aligned}$$

미지수 b 는 다음과 같이 얻어진다.

$$b = - \frac{A_3 B_1 - A_1 B_3}{A_2 B_1 - A_1 B_2} \quad (34)$$

시스템 파라미터가 방정식 (33) 과 (34) 로써 표현된 관계식들을 만족할 때 정상상태 채터진동이 발생되어진다. 여기서, 식 (34) 는 미지수인 채터주파수 ω 를 포함하고 있으므로 절삭폭 b 는 계산할 수 없다. 따라서 식 (33) 으로부터 채터주파수 ω 를 결정 한 뒤에 식 (34) 에 대입해서 만족하고자 하는 한계절삭폭 b_{cr} 을 결정한다. 식 (33) 과 (34) 의 관계를 이용해서 채터주파수 ω 와 절삭폭 b 를 구한다. 앞에서 구한 한계절삭폭의 타당성 여부는 다음과 같은 고찰을 통해서 확인할 수 있다. 정상상태 채터진동 즉, $s = j\omega$ 에 대하여 임계값 b_{cr} 로부터 Δb 의 미소값 만큼 변한다고 생각하면 다음과 같다.

$$b = b_{cr} + \Delta b \quad (35)$$

$b_{cr} + \Delta b$ 에 대하여 특성근 s 에 대응하는 값은 다음과 같이 표현될 것이다.

즉,

$$\begin{aligned}
 s & = j\omega + \Delta s \quad (\Delta s = \Delta \sigma + j\Delta \omega) \\
 & = \Delta \sigma + j(\omega + \Delta \omega) \quad (36)
 \end{aligned}$$

여기서

$$\frac{\Delta \sigma}{\omega}, \frac{\Delta \omega}{\omega} \leq 1$$

식 (35) 와 (36) 을 식 (29) 에 대입할 때,

$$\frac{\Delta \sigma}{\Delta b} \quad (37)$$

의 값이 항상 양(Positive)이라고 하면 $\Delta b < 0$ 에 대하여 $\Delta \sigma < 0$ 가 되고 $\Delta b > 0$ 에 대해서는 $\Delta \sigma > 0$ 이 된다. 만약 $\Delta b < 0 (b > b_{cr})$ 이라면 진동의 진폭은 시간의 변화에 따라서 점점 증가할 것이고, $\Delta b < 0 (b < b_{cr})$ 이라면 진동은 감쇠될 것이다. 그리고 $\Delta b = 0 (b = b_{cr})$ 에 대하여 정상상태 채터진동이 존재하는데 이를 만족하는 절삭폭 b 를 한계절삭폭 b_{cr} 로 정의한다.

4. 절삭력계수의 결정

정적 절삭실험은 무단변속이 가능한 범용선반(TSL-550)에서 건식절삭으로 이루어졌으며 절삭방법은 Fig. 2 와 같이 2차원 절삭형태를 취하기 위하여 파이프를 절삭하는 단면가공(Face Cutting)의 상황으로 하였다.

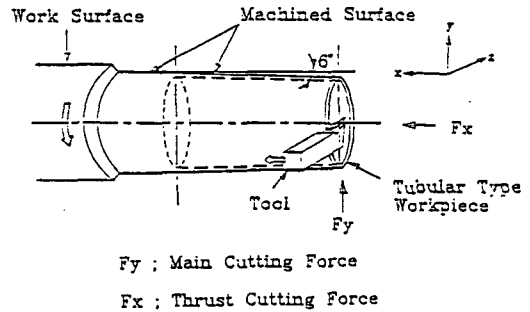


Fig.2 Workpiece form for orthogonal cutting

Table. 1 Cutting Conditions

Chip Type	Continuous Type
Cutting Speed (m/min)	50, 100, 150, 200, 250, 300
Feed Rate (mm/rev)	0.102, 0.127, 0.157
Width of Cut (mm)	1.8

공작물은 중탄소강(SM45C)으로 하였고 외경은 75mm, 두께는 1.8mm로 가공하여 사용하였다. 사용되어진 공구는 경납땜한 P20계열의 소결공구이다. 공구의 기하학적 형상은 ISO 규정에 의한 표시로(0, 6, 6, 6, 15, 0, 1)이다. 절삭조건은 Table.1과 같다.

정적, 동적 절삭상태에서 절삭력계수를 결정하기 위해서는 절삭력, 전단각, 마찰각, 전단응력에 관한 물리적인 값들을 도출해 내야 한다. 절삭력은 공구 동력계(TD-500KA)를 통해 절삭력의 접선분력(수평분력) F_c 과 추력분력(수직분력) F_t 을 측정하여 결정하였다. 이 절삭분력들은 마찰각과 전단응력을 구하는데 사용하게 된다. 전단각의 결정은 Fig.1의 기하학적 관계와 절삭비(Cutting Ratio) r_c 로부터 구할 수 있다.

$$\tan \varphi_0 = \frac{r_c \cos \alpha_0}{1 - r_c \sin \alpha_0} \quad (38)$$

절삭비 r_c 를 구하는 방법은 두께측정에 의한 방법, 중량계산에 의한 방법, 절삭속도와 칩 속도에 의한 방법 등이 있는데 여기서는 Point Micrometer에 의하여 칩의 두께를 여러번 측정하여 평균값으로 절삭비를 결정하였다. 그리고 마찰각 β_0 는 공구의 경사면 상에 작용하는 힘의 평형관계 즉, 공구면에 작용하는 마찰력과 공구면에 작용하는 수직력의 비로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$\tan \beta_0 = \frac{F_t + F_c \tan \alpha_0}{F_c - F_t \tan \alpha_0} \quad (39)$$

결정된 전단각과 마찰각의 상관관계는 Fig.3에 보이는 바와 같이 선형적인 관계를 보이고 있으며, 식 (7)과 (8)에 나타나 있는 재료상수 C는 76° 이다.

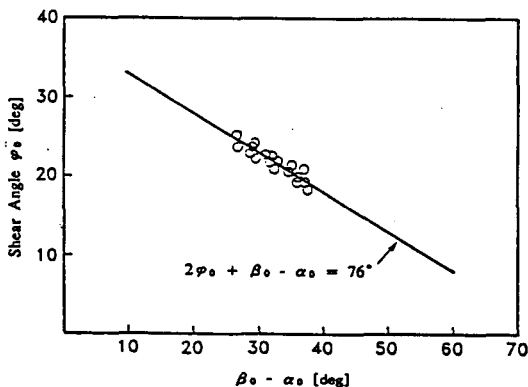


Fig.3 Shear angle relationship for orthogonal cutting

각 이송량에 따른 절삭상수들은 Table.2에 나타나 있다.

Table.2 Cutting Constants

Feed Rates (mm/rev)	ϕ_0 (deg)	C_v (min/m)
0.102	17.1	0.023
0.127	18.4	0.020
0.157	18.8	0.021

절삭속도(Cutting Speed)와 이송량(Feed Rate)의 변화에 따른 전단각(Shear Angle)의 특성을 살펴보면, Fig.4에서 보이는 바와 같이 절삭속도의 증가에 따라서 전단각이 선형적으로 증가하고 있음을 알 수 있다. 또한, 이송량이 증가할 때도 전단각은 증가하는 경향을 나타내고 있다. 전단응력(Shear Stress)은 식 (6)으로부터 구해지는데 그 결과가 Fig.5에 나타나 있다.

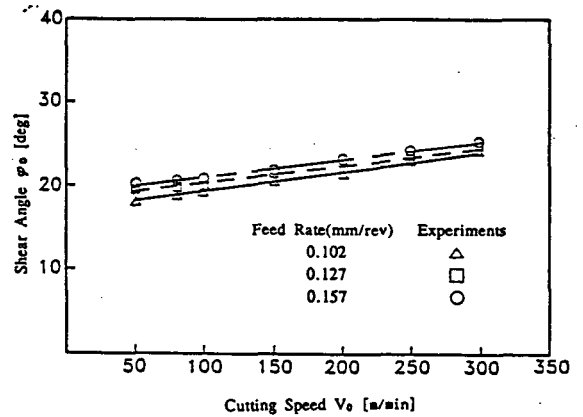


Fig.4 Variation of shear angle as a function of cutting speed

절삭조건(절삭속도와 이송량)의 변화에 대해서도 거의 일정한 값을 갖는 특성을 가지고 있다.

식 (11)과 (12)에 표현된 정적 절삭력 계수 λ_s , ϵ_s 와 동적 절삭력계수 λ_{d1} , ϵ_{d1} , λ_{d2} , ϵ_{d2} 는 Fig.6 (a) - Fig.6 (f)에 나타나 있다. 이는 정적 절삭실험을 통해 쉽게 결정될 수 있는 절삭변수로 표현되어 있으며, 정적 절삭력계수들은 절삭속도의 증가에 따라서 감소하고 있는데 이것은 절삭속도의 증가에 대하여 절삭력이 감소해 가는 특성으로부터 알 수 있다. 또한 동적 절삭

력계수들은 식 (11)과 (12)에 나타난 바와 같이 이송량, 절삭속도 및 전단각의 변화에 따라 변하게 되는데 절삭속도의 변화에 민감하게 변하는 특성을 가지고 있다.

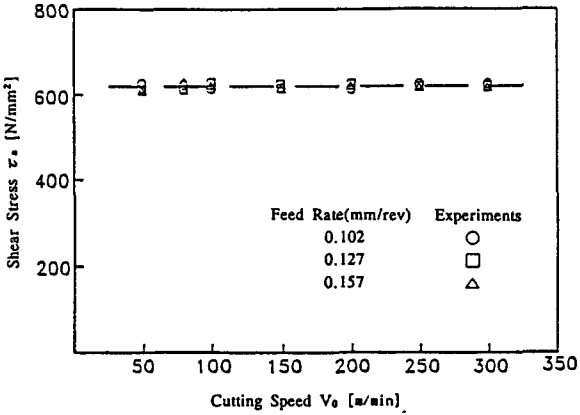


Fig. 5 Influence of shear stress in cutting speed

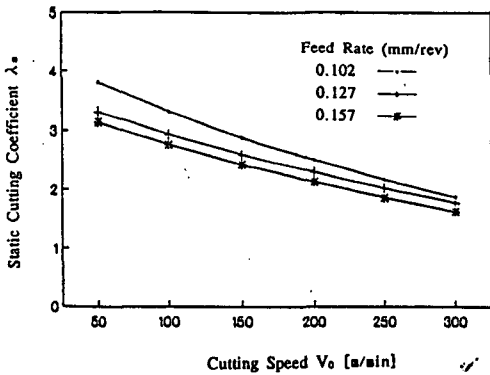


Fig. 6 (a) Variation of static cutting coefficients with cutting speed

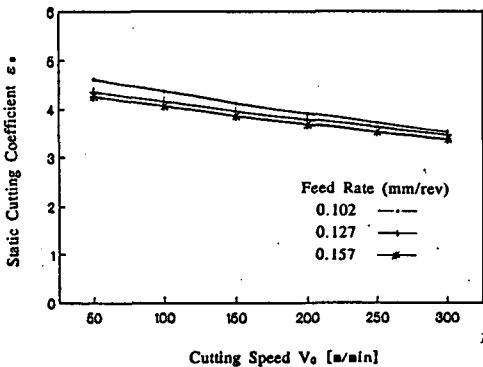


Fig. 6 (b) Variation of static cutting coefficients with cutting speed

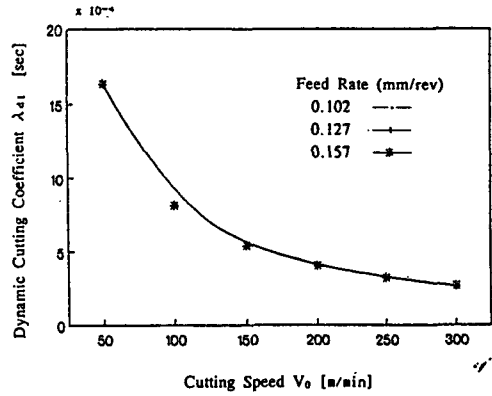


Fig. 6 (c) Variation of dynamic cutting coefficients with cutting speed

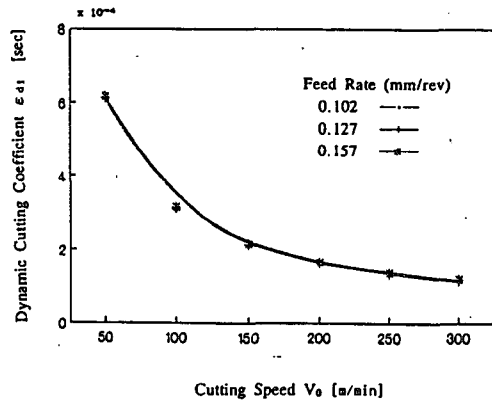


Fig. 6 (d) Variation of dynamic cutting coefficients with cutting speed

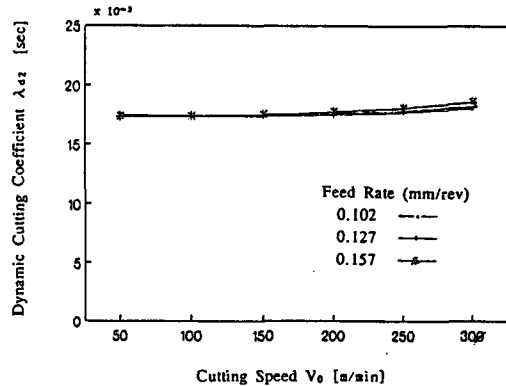


Fig. 6 (e) Variation of dynamic cutting coefficients with cutting speed

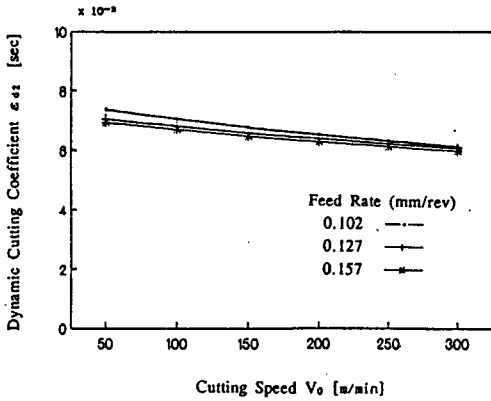


Fig. 6 (f) Variation of dynamic cutting coefficients with cutting speed

5. 채터 안정성의 평가

채터 안정성 실험은 범용선반을 개조하여 주축과 이송을 DC모터를 사용하여 독립적으로 구동하는 선반에서 Fig. 7에 나타나 있는 실험장치를 구성하여 행해졌다.

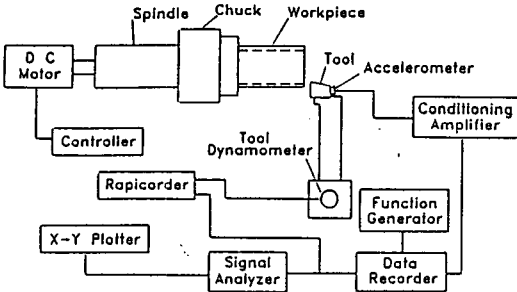


Fig. 7 Schematic diagram of experimental set up

본 연구에서 실험으로 결정하여야 하는 변수들은 절삭공구 시스템으로부터 감쇠비, 고유진동수, 정강성 등이다. 이들 값들은 충격해머(Type 8200)로 공구에 충격을 가하고 공구에 부착된 가속도계(Type 4369)를 통해 증폭기(Type 2626)를 거쳐 FFT 분석기와 오실로스코프에서 분석하여 각각의 값을 구하였다. 절삭공구 시스템의 동적인 특성은 Table. 3에 수록되어 있다.

Table. 3 Dynamic Characteristics of Tool Structure

τ_s (N/mm ²)	m_0 (kg)	k_x (MN/m)	k_y (MN/m)	C_x (Ns/m)	C_y (Ns/m)
620	8	27	42	1900	2200

공작물은 가변 절삭폭의 형태를 이루기 위해서 테이퍼를 갖는 파이프 형태로 제작하여 사용하였다. 공작물의 외경은 75mm, 칩으로부터 돌출된 길이(Overhang)은 70mm이고 테이퍼 각은 6°이다. 채터의 발생지점(Chatter Threshold)은 절삭조건(절삭속도, 이송량, 절삭폭)에 대하여 진동의 진폭이 급격히 증가하는 지점으로서, 일반적으로 한계절삭폭으로 나타낸다. 채터 발생지점을 측정하기 위한 방법에는 여러가지가 있는데, 본 연구에서는 진동의 진폭변화를 고찰하여 측정해 보았다. 여기서 채터 발생지점은 가속도의 진폭이 급격히 증가하는 시점으로 선택하였는데 이것을 안정성 평가 기준인 한계절삭폭을 구하는데 이용하였다. 이송량(Feed Rate)이 일정할 때, 절삭속도의 변화에 따른 한계절삭폭의 변화는 Fig. 8 (a)-Fig. 8 (c)에 나타나 있다.

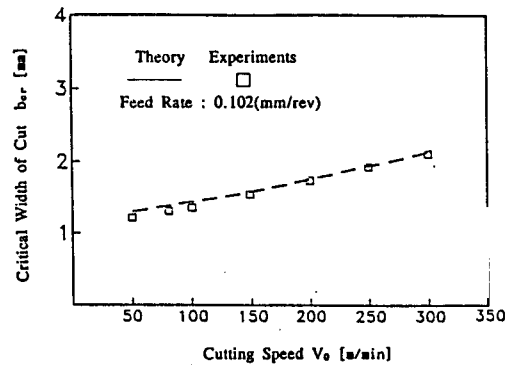


Fig. 8 (a) Critical width of cut versus cutting speed for a feed rate

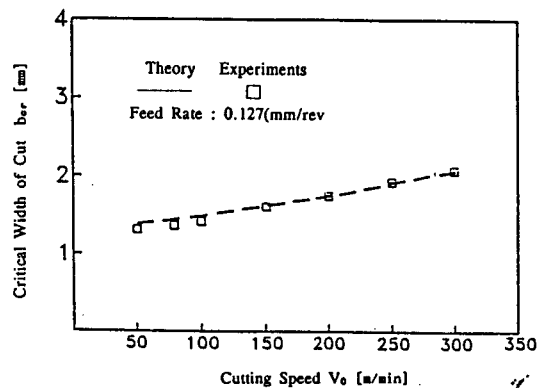
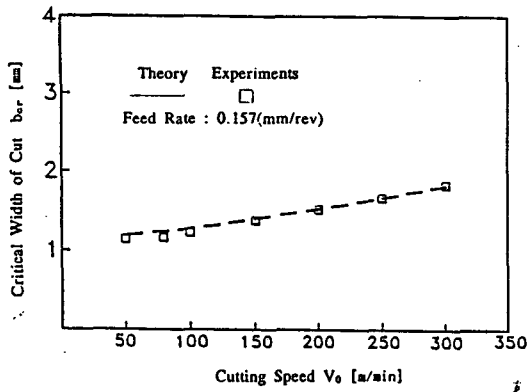


Fig. 8 (b) Critical width of cut versus cutting speed for a feed rate



참고문헌

Fig. 8 (c) Critical width of cut versus cutting speed for a feed rate

여기서, 절삭속도의 증가에 따라 한계절삭폭 b_{cr} 은 증가하고 있고 또한 이송량의 증가에 대해서도 한계절삭폭 b_{cr} 은 점차로 증가하고 있음을 알 수 있다. 절삭이 고속영역에서 이루어질 때는 이론과 실험에 의해서 구해진 한계절삭폭의 값은 편차가 작게 나타나고, 저속에서는 이론치와 실험치의 편차가 보이는데 이러한 현상은 저속에서 구성인선(Built Up Edge)의 발생으로 인한 가공작업의 안정성이 나빠짐으로 인해서 얻어진 결과로 사료된다.

6. 결 론

새로이 제안된 2자유도계 절삭과정의 동적 모델에 의한 chatter진동의 해석을 통해 다음과 같은 결과를 얻었다.

- (1) 기존에 개발된 1자유도 모델을 진동모우드에 합당한 2자유도 모델로 확장해서 해석하였다.
- (2) 제안된 모델은 정적 절삭실험으로부터 얻어진 변수들에 의해서 해석적으로 동적 절삭력을 쉽게 결정할 수 있다.
- (3) 정적 절삭력계수와 동적 절삭력계수는 chatter진동을 해석하는데 이용되고 chatter 안정성을 보장하는 한계 절삭폭을 구체화했다.
- (4) 한계절삭폭 b_{cr} 은 절삭속도와 이송량이 증가함에 따라서 점점 증가하는 경향을 보인다.

1. S. A. Tobias, "Machine Tool Vibration Blackie & son, London, 1965.
2. F. Koengsberger and J. Tlustý., "Machine Tool Structure", Vol. 1, Pergamon Press, Oxford, 1970.
3. J. Tlustý., "Analysis of the State of Research in Cutting Dynamics", Annals of CIRP, 27, pp.583~589, 1978.
4. S. A. Tobias & W. Fishwick, "The Chatter of the Lathe Tools under Orthogonal Cutting Conditions", Trans. ASME Vol. 75, pp.1075~1080, 1953.
5. M. K. Das and S. A. Tobias, "The Relation between the Static and the Dynamic Cutting of Metals", Int. J. MTDR, Vol. 7, pp.63~89, 1967.
6. V. Grasso, S. Noto La Diega and A. Passannant, "Dynamic Cutting Coefficients in Three-Dimensional Cutting", Int. J. MTDR., Vol. 20, pp.235~249, 1980.
7. M. M. Nigm, M. M. Sadek and S. A. Tobias, "Determination of Dynamic Cutting Coefficients from Steady State Cutting Data", Int. J. MTDR, Vol. 17, pp.19~37, 1977.
8. G. S. Kainth, "Investigation into the Dynamics of Metal Cutting Process", Ph D. Thesis, Univ. of Birmingham, 1969.
9. D. W. Wu and C. R. Liu, "An Analytical Model of Cutting Dynamics Part I, 2", Trans. ASME, J. Eng. Ind., Vol. 107, pp.107~118, 1985.
10. G. Boothroyd., "Fundamentals of Metal Machining and Machine Tools", McGraw-Hill, Washington, D. C, 1975.