

SEM에 의한 전자파 펄스 반응의 해석

李 澤 璟

韓國航空大學校 航空電子工學科 助教授

I. 서 론

전자파에 의한 산란현상의 해석은 지금까지 주로 시간조화함수의 형태를 지닌 전원에 의한 정상상태의 산란에 관하여 이루어졌다. 그러나 레이더나 비파괴 검사, 전송선로 점검 등의 응용에서는 주로 펄스 형태의 전자파를 사용하며, 따라서 시간에 따라 변화하는 함수형태의 전원에 의한 전자파의 산란해석이 중요한 문제로 등장하였다. 또한 통신선로에서 외부의 잡음에 대한 혼신 등을 해석하거나, 낙뢰가 송전선로에 미치는 영향을 해석하는 데에도 펄스신호의 산란해석이 필수적이다.

일반적인 함수의 형태를 지닌 전원에 의한 산란현상을 해석하기 위해서는 전원함수를 Fourier 변환하여 주파수 영역의 스펙트럼을 구하고, 주파수영역에서의 산란해를 이용하여 Fourier 역변환을 하여 시간영역의 해를 구할 수 있다[1]. 주파수 영역에서의 산란판의 해를 Fourier 역변환 하기 위해서는 적분을 행하여야 하며, 일반적으로 적분과정에서 매우 복잡한 계산이 필요하고, 산란체의 구조가 복잡하여 해석적인 해를 구할수 없는 경우에는 해석적으로 시간영역의 해를 구하는 것이 불가능하다. 시변 함수에 의한 산란파를 구하기 위한 수치해석적 방법으로는 모멘트방법[2]이나 유한요소법(Finite Element Method), 경계요소법(Boundary Element Method), 유한차분법(Finite Difference Method) 등이 있으며, 해석적 해를 구할 수 없는 경우에 적용할 수 있는 반면에 많은 계산량이 요구된다.

SEM(Singularity Expansion Method)[3-10]은 Laplace 혹은 Fourier 변환된 복소주파수 영역에서 해의 특이점(singularity)을 이용하여 시간영역이나 주파수 영역의 해를 구하는 방법으로서, 펄스 형태의 전원에 의한 산란현상을 해석할 수 있다. 이 방법은 전자파의 산란해가 복소주파수 영역에서 특이점을 제외한 지점에서 해석적이라는 성질을 이용하여 pole, branch point 등의 특이점에 의해 산란해를 전개하게 되며, 안테나나 산란체의 펄스반응 해석이나 광대역 특성을 구하는 데 유리하다. 전자파에 의한 산란해를 복소주파수 평면상의 특이점의 형태로 전개하는 방법은 산란체에 펄스 신호가 입사될 때 나타나는 파형이 몇개의 감쇄하는 정현파의 형태로 이루어져 있다는 실험적인 관측으로부터 고안되었다. 감쇄되는 정현파는 복소주파수 평면에서 pole 등의 특이

점으로부터 나타나게 되며, 산란체가 가지고 있는 고유한 특이점 근방의 주파수에서 강한 산란현상을 일으키게 된다[11, 12].

SEM에 의해 전자파의 산란해석을 하기 위해서는 산란체에 대한 pole이나 branch point 등의 특이점을 구해야 한다. 산란체의 형태에 따라서 특이점의 위치는 고유한 값을 가지게 되며 입사파의 파형과는 무관하다. 특이점을 구하기 위한 해석적인 방법으로는 주파수 영역에서 변수분리에 의한 고유치 전개에 의한 해[13-15]나 적분식의 근사적 해를 구하여 이들이 포함하고 있는 특이점을 찾아내거나, GTD(Geometric Theory of Diffraction)에 의한 해석으로부터 특이점을 구하는 방법 등이 있다. 또한 수치해석적인 방법으로는 산란체에 관한 적분방정식의 해를 기저함수로 전개하여 얻은 행렬방정식으로부터 복소주파수 평면상에서 특이점을 구할 수 있다[16-20].

산란체상에서의 전자파는 각각의 특이점에 해당하는 mode 함수들의 중첩으로 표현되며, 주파수 영역과 시간영역에서의 해를 모두 구할 수 있다. 이들 mode 함수의 진폭은 가해지는 입사파의 파형에 의해 결정되며, 결합계수로 나타내 진다. 산란체 바깥의 전자파는 각 mode에 대해 산란관계적분식으로부터 구할 수 있으며, 모든 특이점들에 의한 해를 중첩하여 구한다. SEM에 의한 해석 방법은 펄스 신호에 대한 반응의 해석뿐만 아니라 레이다의 수신신호로부터 표적을 식별하는 데도 이용될 수 있다[21-24]. 레이다 펄스에 의한 수신신호는 표적의 종류에 따라 서로 다른 특이점을 지니고 있으며, 수신신호의 특이점을 구함으로써 표적의 식별이 가능하다.

II. 산란적분방정식

2.1 Laplace 변환관계식

전자파 산란문제의 해를 복소주파수 s 의 함수로 표현하기 위한 Laplace 변환관계식을

$$\tilde{f}(s) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (1)$$

로 정의하자. 여기서 $f(t)$ 는 시간영역에서 임의의 함수를 나타내며, $s = -j\omega$ 로 치환하면 위의 식은 Fourier 관계식이 된다. Laplace 변환된 함수 $\tilde{f}(s)$ 는 복소 s 평면상에서 그림 1에서 보는 바와 같이 pole이나 branch point 및 branch cut 등의 특이점들을 가지고

있으며, 이들 특이점 이외의 지점에서는 해석적이다. SEM에서는 이러한 특이점들을 이용하여 모든 점에서의 함수의 값을 표현하게 된다. 산란체가 수동물질로 이루어져 있다면 모든 특이점은 $\text{Re}(s) < 0$ 인 왼쪽 반평면에서만 나타나게 된다.

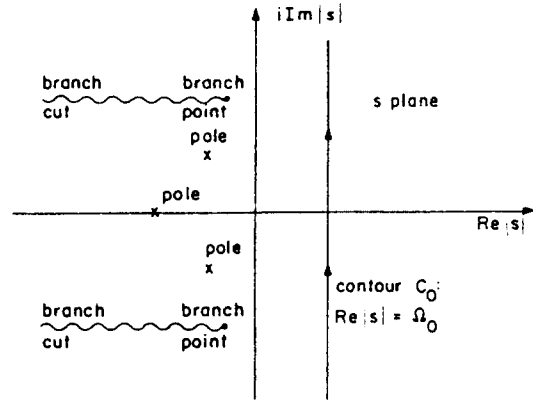


그림 1. s 평면상의 특이점과 역변환 적분경로

시간영역에서의 함수 $f(t)$ 가 실함수이면 복소주파수 영역에서의 해는

$$\tilde{f}(s^*) = [\tilde{f}(s)]^* \quad (2)$$

를 만족하며, 특이점이 $\text{Re}\{s\}$ 축에 대해 대칭인 위치에서 나타나게 된다. 주파수 영역의 해로부터 시간영역의 해를 구하기 위해서는 Laplace 역변환 관계식

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{C_0} \tilde{f}(s)e^{st} ds = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Omega_0 - i\infty}^{\Omega_0 + i\infty} \tilde{f}(s)e^{st} ds \quad (3)$$

로부터 구할 수 있으며, C_0 는 Bromwich 적분경로이다. 여기서 적분경로의 변형을 통하여 각각의 특이점 주변을 둘러싸는 적분으로 바꾸면 각 특이점에 해당하는 항들을 분리해 낼 수 있다. 시간영역에서의 산란해는 이러한 특이점에 의한 항들로 분리하여 표현할 수 있으며, SEM은 이러한 특이점의 성질을 이용한 해석방법이다.

2.2 적분방정식

그림 2와 같이 자유공간에 유한한 크기의 산란체가 놓여 있을 때, 산란체의 표면을 S 라 하고, 체적을 V

라 하자. 입사파가 산란체에 가해질 때 산란체에 유
기되는 전류밀도는 주파수 영역의 Maxwell 방정식
으로부터

$$\int_V \tilde{\Gamma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; s) \cdot \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}', s) dV' = \tilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, s) \quad \mathbf{r}, \mathbf{r}' \in V \quad (4)$$

의 적분방정식으로 표현된다. 여기서 $\tilde{\mathbf{I}}$ 은 입사파의
전계나 자계에 의한 전원에 해당하는 함수이고, $\tilde{\Gamma}$ 는
적분방정식의 dyadic kernel로서, 자유공간의 dy-
adic Green 함수로 나타내 진다. 자유공간의 scalar
및 dyadic Green 함수는 각각

$$\begin{aligned} (\nabla^2 - \gamma^2) \tilde{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; s) &= -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \\ (\nabla \times \nabla \times + \gamma^2) \tilde{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; s) &= \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{1} \end{aligned} \quad (5)$$

를 만족하며, 3차원 자유공간의 복사조건을 만족하는
Green 함수는

$$\tilde{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; s) = \gamma \frac{e^{-\zeta}}{4\pi\zeta} \quad (6)$$

$$\nabla \tilde{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; s) = \mathbf{R}_0 \frac{\gamma^2}{4\pi} (-\zeta^{-2} - \zeta^{-1}) e^{-\zeta}$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; s) = \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \nabla \nabla \times\right) [\tilde{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; s) \mathbf{1}]$$

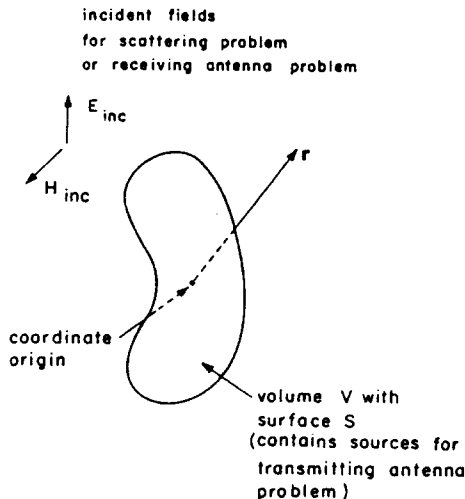


그림 2. 유한크기의 산란체에 의한 전자파 산란

$$\begin{aligned} &= \left(\mathbf{1} - \frac{1}{\gamma^2} \nabla \nabla\right) \tilde{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; s) \\ &= \frac{\gamma}{4\pi} [(-2\zeta^{-3} - 2\zeta^{-2}) e^{-\zeta} \mathbf{R}_0 \mathbf{R}_0 \\ &\quad + (-\zeta^{-3} + \zeta^{-2} + \zeta^{-1}) e^{-\zeta} (\mathbf{1} - \mathbf{R}_0 \mathbf{R}_0)] \end{aligned}$$

이다. 여기서

$$\mathbf{R} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}', \quad \mathbf{R}_0 \equiv \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad \gamma \equiv \frac{s}{c}, \quad \zeta \equiv \gamma |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \quad (7)$$

이다.

식 (4)를 간단하게 표현하기 위하여

$$\langle \tilde{\Gamma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; s) ; \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}', s) \rangle = \tilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, s) \quad (8)$$

로 쓰자. 만약 입사파가 δ 함수의 형태로 가해질 때의
전원함수를 $\tilde{\mathbf{I}}$ 라 하면 식 (8)은

$$\langle \tilde{\Gamma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; s) ; \tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{r}', s) \rangle = \tilde{\mathbf{I}}(\mathbf{r}, s) \quad (9)$$

로 쓸 수 있다. 여기서 $\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{r}', s)$ 는 정규화된 δ 함수에
의해 산란체에 나타나는 전류밀도이다. 산란체의 구
조가 복잡하면 산란적분방정식은 수치해석적으로 풀
어야 하며, 식 (9)에 모멘트 방법을 적용하면

$$(\tilde{\Gamma}_{n,m}(s)) \cdot (\tilde{\mathbf{U}}_n(s)) = \tilde{\mathbf{I}}_n(s) \quad n, m=1, 2, 3, \dots, N \quad (10)$$

의 행렬방정식으로 바뀌게 된다. 여기서 식 (9)의 적
분 Operator는 전원벡터와 전류해의 벡터를 관련시
키는 $N \times N$ 행렬식으로 변환되었다.

식 (10)으로부터 산란체의 전류밀도는

$$(\tilde{\mathbf{U}}_n(s)) = (\tilde{\Gamma}_{n,m}(s))^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{I}}_n(s) \quad (11)$$

로부터 구할 수 있다. 여기서

$$(\tilde{\Gamma}_{n,m}(s))^{-1} = \frac{(-1)^{n+m} \det((\tilde{\Gamma}_{n,m}(s))')}{\det(\tilde{\Gamma}_{n,m}(s))} \quad (12)$$

이며, $(\tilde{\Gamma}_{n,m}(s))'$ 은 $(\tilde{\Gamma}_{n,m}(s))$ 에서 n 번째 행과 m 번째
열을 뺀 나머지 행렬이다. 위의 식에서 산란체의 전
류밀도에 관한 특이점은

$$\det(\tilde{\Gamma}_{n,m}(s)) = 0 \quad (13)$$

을 만족하는 복소주파수에서 나타나게 된다. 유한한 크기의 도체로 된 산란체에 대한 특이점은 pole의 형태로만 나타나며, branch point 특이점은 나타나지 않는다[25, 26].

식 (13)을 만족하는 특이점 s_α 를 구하기 위해서는 Newton과 Muller의 반복법을 사용하거나, parameter variation 방법을 이용한다[3]. 특이점 s_α 에 해당하는 natural mode 함수 v_α 에 대해 식 (10)으로부터

$$(\tilde{\Gamma}_{n,m}(s_\alpha)) \cdot (v_n)_\alpha = (0_n) \quad n, m=1, 2, 3, \dots, N \quad (14)$$

가 된다. natural mode 함수 $(v_n)_\alpha$ 를 구하기 위해서는 $(v_n)_\alpha$ 의 한 element를 임의의 숫자로 가정한다. 따라서 식 (14)는 $(N-1) \times (N-1)$ 행렬식으로 바꿀 수 있고, 오른쪽 항은 0이 아닌 벡터로 바뀌므로 natural mode 함수를 구할 수 있다.

III. SEM에 의한 펄스 반응 해석³⁾

3.1 복소 주파수 영역의 전류밀도

유한한 크기의 도체로 된 산란체가 자유공간에 놓여 있을 때, delta 함수 형태의 입사파가 가해지면 Laplace 변환된 영역의 표면전류밀도는 특이점과 그에 해당하는 natural mode 함수로 전개하여

$$\tilde{U}_p^{(J)}(\mathbf{r}, s) = \sum_\alpha \tilde{\eta}_\alpha(\mathbf{1}_0, s) v_\alpha^{(J)}(\mathbf{r}) (s - s_\alpha)^{-m_\alpha} + \tilde{W}_p^{(J)}(\mathbf{1}_0, \mathbf{r}, s) \quad (15)$$

로 쓸 수 있다. 여기서 m_α 는 양의 정수이고, \tilde{W}_p 는 유한한 값의 s 에 대해서는 해석적인 entire 함수이다. $v_\alpha^{(J)}$ 는 특이점 s_α 에 대한 도체표면 전류밀도의 natural mode를 나타내고, $\tilde{\eta}_\alpha$ 는 결합계수로서 natural mode의 진폭을 나타낸다.

만약 입사파가 delta 함수가 아닌 일반적인 형태의 함수라면 표면전류밀도는 Laplace 변환된 영역에서

$$\tilde{V}_p^{(J)}(\mathbf{r}, s) = \tilde{f}_p(s) \tilde{U}_p^{(J)}(\mathbf{r}, s) = \tilde{V}_{po}^{(J)}(\mathbf{r}, s) + \tilde{V}_{pw}^{(J)}(\mathbf{r}, s) \quad (16)$$

로 쓸 수 있다. 여기서

$$\tilde{V}_{po}^{(J)}(\mathbf{r}, s) = \sum_\alpha \tilde{f}_p(s_\alpha) \tilde{\eta}_\alpha(\mathbf{1}_0, s) v_\alpha^{(J)}(\mathbf{r}) (s - s_\alpha)^{-1}$$

$$\tilde{V}_{pw}^{(J)}(\mathbf{r}, s) = \sum_\alpha \tilde{\eta}_\alpha(\mathbf{1}_0, s) v_\alpha^{(J)}(\mathbf{r}) \frac{\tilde{f}_p(s) - \tilde{f}_p(s_\alpha)}{s - s_\alpha} \\ \sum [\text{singularities of } \tilde{f}_p(s)] \tilde{U}_p^{(J)}(\mathbf{r}, s) \Big|_{\text{singularities}} \\ + \text{possible entire function}, \quad (17)$$

이며, 첫번째 식은 산란체의 특이점만을 포함하고 있고, 두번째 식은 전원함수 $\tilde{f}_p(s)$ 의 특이점에 의한 것으로서 파형에 의한 특이점을 나타낸다. 이는 산란체와 전원파형의 특이점에 의한 현상을 서로 분리할 수 있다는 것을 의미한다.

식 (15)의 특이점에 의한 전개식에서 simple pole 형태의 특이점만이 존재한다고 가정하면, 특이점 s_α 근방에서

$$\tilde{U}(\mathbf{r}, s) = \tilde{\eta}_\alpha(\mathbf{1}_0, s_\alpha) v_\alpha(\mathbf{r}) (s - s_\alpha)^{-1} + \tilde{U}'(\mathbf{r}, s) \quad (18)$$

이 된다. 여기서 각 특이점들은 서로 떨어져 있으므로 $\tilde{U}'(\mathbf{r}, s)$ 는 s_α 근방에서 해석적인 함수이다. 식 (9)의 적분방정식에서 kernel을 $s = s_\alpha$ 근방에서 급수전개하면

$$\tilde{\Gamma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; s) = \sum_{l=0}^{\infty} (s - s_\alpha)^l \tilde{\Gamma}_{l\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ \tilde{\Gamma}_{l\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{l!} \frac{\partial^l}{\partial s^l} \tilde{\Gamma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; s) \Big|_{s=s_\alpha} \quad (19)$$

이 된다. 또한 전원함수에 대해서도

$$\tilde{I}(\mathbf{r}, s) = \sum_{l=0}^{\infty} (s - s_\alpha)^l I_{l\alpha} \\ I_{l\alpha} = \frac{1}{l!} \frac{\partial^l}{\partial s^l} I(\mathbf{r}, s) \Big|_{s=s_\alpha} \quad (20)$$

으로 $s = s_\alpha$ 근방에서 급수전개할 수 있다. 식 (18)과 (19), (20)을 식 (9)의 적분방정식에 대입하고, $(s - s_\alpha)$ 항의 차수에 따라 분리하면 $(s - s_\alpha)^{-1}$ 항은

$$\langle \tilde{\Gamma}_{0\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') : \tilde{\eta}_\alpha(\mathbf{1}_0, s_\alpha) v_\alpha(\mathbf{r}) \rangle = 0 \quad (21)$$

이 되어 식 (14)와 같은 결과를 주게 된다. $(s-s_\alpha)^0$ 항에 대해서는

$$\langle \underline{I}_{0\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') : \tilde{U}'(\mathbf{r}', s_\alpha) \rangle + \underline{I}_{1\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') : \tilde{\eta}_\alpha(\mathbf{1}_0, s_\alpha) v_\alpha(\mathbf{r}') \rangle = I_{0\alpha}(\mathbf{r}) \quad (22)$$

이 된다.

결합계수를 구하기 위한 방편으로서 결합벡터 μ_α 를 정의하여

$$\langle \mu_\alpha(\mathbf{r}) : \tilde{\underline{I}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' : s_\alpha) \rangle = 0 \quad (23)$$

을 만족한다고 하자. 이 적분방정식을 수치해석적인 방법을 통하여 행렬방정식으로 바꾸면

$$(\mu_\alpha)_\alpha \cdot (\tilde{\Gamma}_{n,m}(s_\alpha)) = (0_n) \quad (24)$$

이 되며, 식 (14)에서 mode 함수를 구할 때와 같은 방법으로 결합벡터를 구할 수 있다.

식 (22)에서 양변의 왼쪽에 μ_α 를 곱하면 첫번째 항은 영이되고

$$\langle \mu_\alpha(\mathbf{r}) : \underline{I}_{1\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') : \tilde{\eta}_\alpha(\mathbf{1}_0, s_\alpha) v_\alpha(\mathbf{r}') \rangle = \langle \mu_\alpha(\mathbf{r}) : I_{0\alpha}(\mathbf{r}) \rangle \quad (25)$$

이 된다. 따라서 $s=s_\alpha$ 에서의 결합계수에 관하여

$$\tilde{\eta}_\alpha(s_\alpha) = \frac{\langle \mu_\alpha(\mathbf{r}) : I_{0\alpha}(\mathbf{r}) \rangle}{\langle \mu_\alpha(\mathbf{r}) : \underline{I}_{1\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') : v_\alpha(\mathbf{r}') \rangle} = \text{coupling coefficient at } s_\alpha \quad (26)$$

을 얻을 수 있다.

특이점으로 전개한 산란체 상의 전류밀도 pole에 의한 항과 함께 entire 함수를 포함하고 있으므로, 결합계수에서 entire 함수를 고려하여

$$\tilde{\eta}_\alpha(s) = e^{(s_\alpha-s)t'} \frac{\langle \mu_\alpha(\mathbf{r}) : I_{0\alpha}(\mathbf{r}) \rangle}{\langle \mu_\alpha(\mathbf{r}) : \underline{I}_{1\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') : v_\alpha(\mathbf{r}') \rangle} \quad (27)$$

의 형태로 쓰면, 식 (15)에서 entire 함수를 사용하지 않아도 된다. 여기서 t' 은 입사파가 산란체에 처음으로 도달하는 시간을 나타낸다. 식 (27)은 펄스신호에

대한 반응이 감쇄하는 정현파의 형태로 나타난다는 관측으로부터 나온것으로 late-time에서는 잘 맞으나 초기의 반응에서는 잘 맞지 않는다.

펄스신호에 대한 초기반응을 보다 잘 묘사하기 위해서는 결합계수를 convolution 형태인

$$\tilde{\eta}_\alpha(s) = \frac{\langle \mu_\alpha(\mathbf{r}) : \tilde{\underline{I}}(\mathbf{r}, s) \rangle}{\langle \mu_\alpha(\mathbf{r}) : \underline{I}_{1\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') : v_\alpha(\mathbf{r}') \rangle} \quad (28)$$

을 이용하면, 보다 정확한 초기의 반응을 구할 수 있다.

3.2 시간영역에서의 전류반응

복소주파수 영역에서 특이점에 의해 전개된 전류 밀도는 시간영역에서의 표현식으로 바꿀 수 있다. 식 (15)와 (16)의 entire 함수는 결합계수에 포함되었으므로 식 (27)의 결합계수에 대해 시간 영역의 해는

$$U_p^{(J)}(\mathbf{r}, t) = u(t-t') \sum_\alpha \tilde{\eta}_\alpha(\mathbf{1}_0, s_\alpha) v_\alpha^{(J)}(\mathbf{r}) e^{s_\alpha t} \\ V_{p0}^{(J)}(\mathbf{r}, t) = u(t-t') \sum_\alpha \tilde{f}_p(s_\alpha) \tilde{\eta}_\alpha(\mathbf{1}_0, s_\alpha) v_\alpha^{(J)}(\mathbf{r}) e^{s_\alpha t} \quad (29)$$

가 된다. 여기서 특이점은 1차의 pole만 있다고 가정하였고, $u(t-t')$ 은 Heaviside 단위계단함수이다. 식 (28)의 결합계수를 사용하면 시간영역에서의 반응은

$$U_p^{(J)}(\mathbf{r}, t) = \sum_\alpha [\langle \mu_\alpha(\mathbf{r}) : \underline{I}_{1\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') : v_\alpha(\mathbf{r}') \rangle]^{-1} \\ [\langle \mu_\alpha(\mathbf{r}) : I(\mathbf{r}, t) \rangle] * [u(t)e^{s_\alpha t}] v_\alpha^{(J)}(\mathbf{r}) \\ V_{p0}^{(J)}(\mathbf{r}, t) = \sum_\alpha \tilde{f}_p(s_\alpha) [\langle \mu_\alpha(\mathbf{r}) : \underline{I}_{1\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') : v_\alpha(\mathbf{r}') \rangle]^{-1} \\ [\langle \mu_\alpha(\mathbf{r}) : I(\mathbf{r}, t) \rangle] * [u(t)e^{s_\alpha t}] v_\alpha^{(J)}(\mathbf{r}) \quad (30)$$

이 된다. 여기서 $*$ 는 convolution을 의미한다. 식 (30)은 (29)에 비하여 복잡하지만 초기의 반응을 잘 나타내 준다.

지금까지 SEM에 의하여 펄스신호에 의한 도체표면의 전류밀도를 구하는 방법을 알아보았다. 도체바깥의 전계와 자계는 도체표면의 유기전류로부터 dyadic Green 함수를 이용하여 구할 수 있으며, 공간을 전파하는 데 따른 시간지연을 고려하여 구한다[3].

IV. SEM을 이용한 계산에

지금까지 제시한 방법을 이용한 예로서 그림 3과 같은 유한 길이의 가는 도체에 관한 해석이 발표되어 있다[16]. 모멘트 방법을 통하여 행렬식을 만들고, 식 (13)으로부터 계산한 pole의 위치는 그림 4와 같

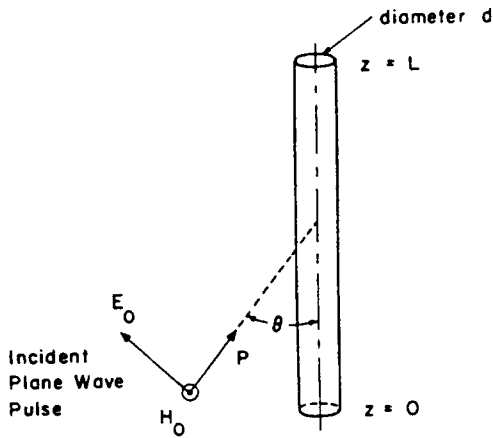


그림 3. 유한 길이의 가는 도체에 의한 전자파 산란

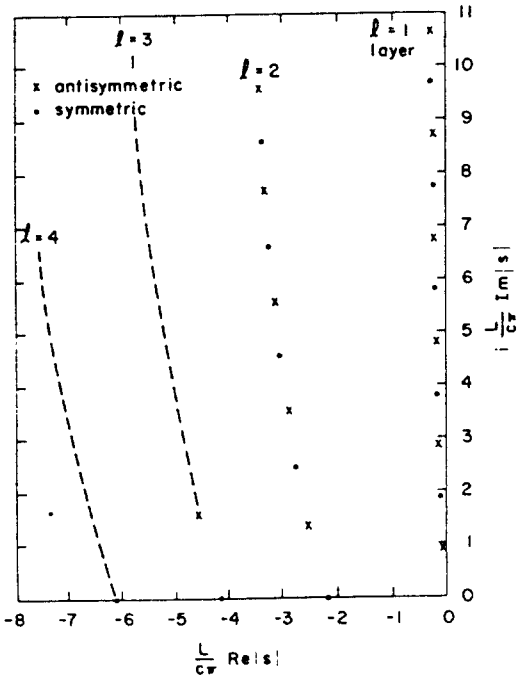


그림 4. 가는 도체에 대한 pole의 위치 ($d/L=0.01$)

다. 도체가 굵을수록 pole의 위치는 $\text{Im}\{s\}$ 축으로 부터 멀어지게 된다. 그림 5는 몇개의 pole에 대한 mode 함수를 보여주고 있으며, 그림 6은 입사각에 따른 결합계수의 변화를 보여주고 있다. 그림 7은 식 (30)에 의해 계산한 시간영역의 전류밀도를 나타내고 있으며, pole의 숫자에 따라 수렴성을 보여주고 있다. 이 그림으로부터 초기의 반응에서 pole의 숫자에 따른 변동이 크다는 것을 알 수 있다.

만약 산란체의 길이가 무한하다면 복소평면상의 특이점은 pole 뿐만이 아니라 branch point도 나타나게 되므로 Laplace 역변환시 이에 대한 고려를 해야 한다. 그림 8과 같이 무한한 길이의 원통도체에 대해서는 변수분리에 의한 해석적인 해로부터 특이점을 구할 수가 있다[13]. 그림 9는 pole의 위치를 나타내고 있으며, 해석적인 해로부터 그림 10과 같은 branch point가 나타난다는 것을 알 수 있다. 그림 11은 이러한 특이점들에 의한 시간영역의 펄스 반응을 보여주고 있다.

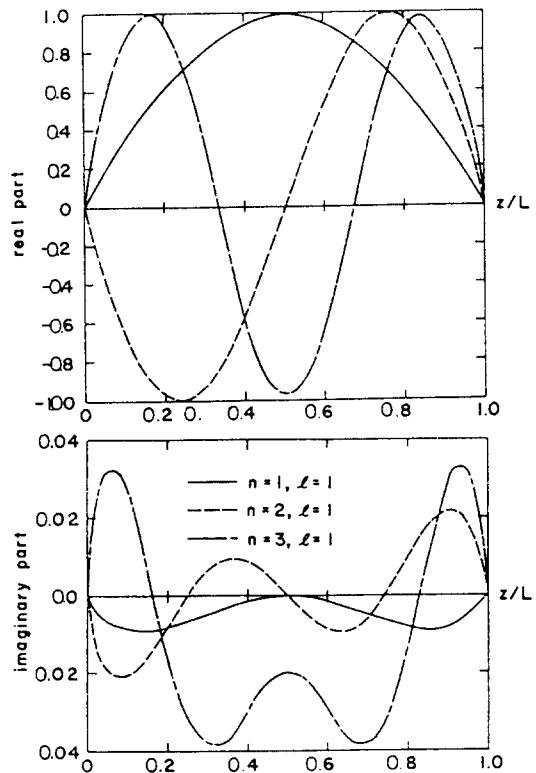


그림 5. 정규화된 natural mode ($d/L=0.01, l=1$)

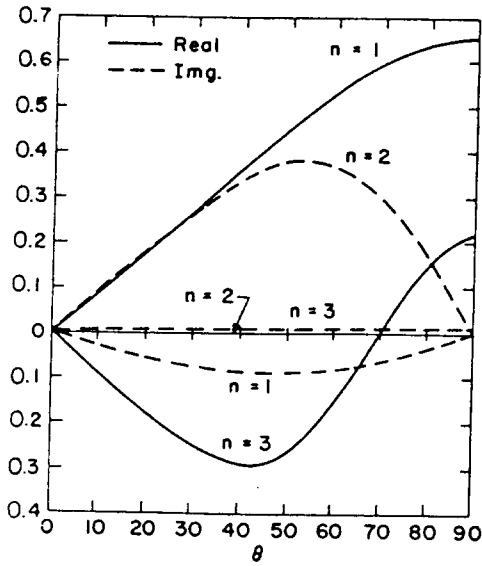


그림 6. 입사각에 따른 결합계수의 변화

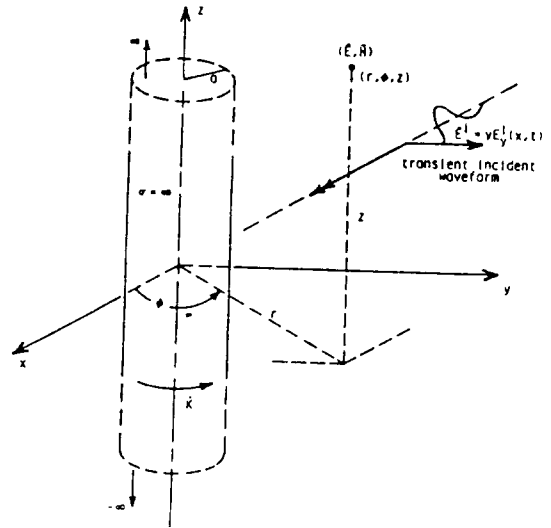


그림 8. 무한길이의 도체 원기둥에 의한 전자파의 산란

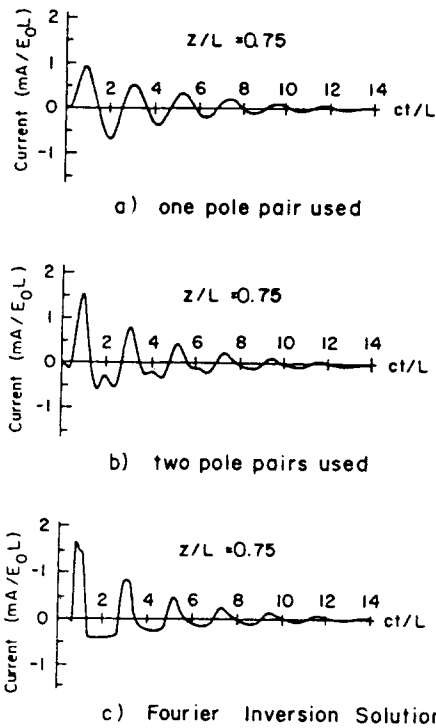


그림 7. 단위계단함수에 대한 도체상의 전류
($z=0.75L$, $d/L=0.01$, $\theta=90^\circ$)

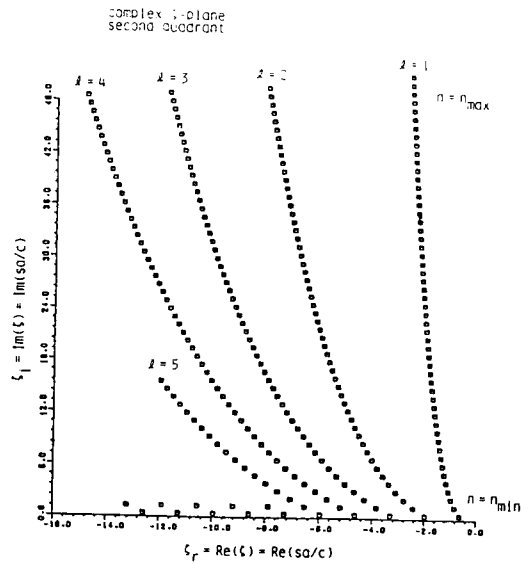


그림 9. pole의 위치

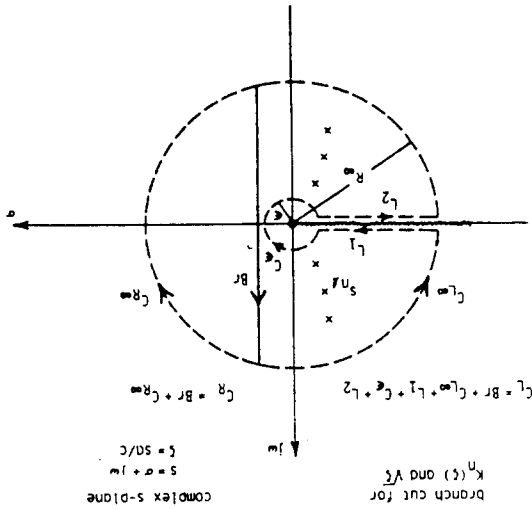


그림 10. 복소주파수 평면상의 특이점과 적분경로

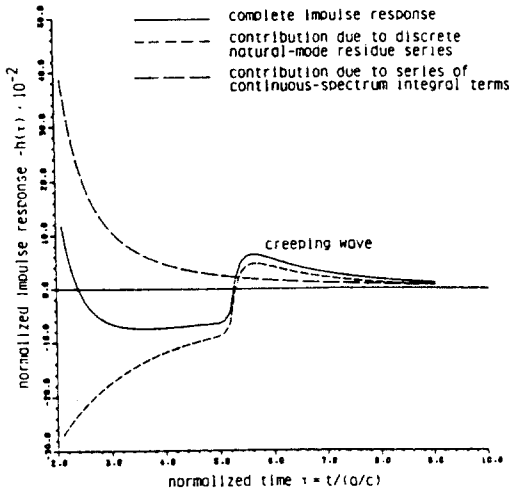


그림 11. 정규화된 펄스반응

V. 결 론

SEM은 복소 주파수 영역에서 산란체의 고유한 특이점들에 의한 현상을 이용한 방법으로서, 펄스형태의 신호에 대한 반응을 구하는 데 매우 유용한 수단이다. 유한크기의 산란체에 대해서는 pole 형태의 특이점만이 나타나지만 무한길이의 산란체에 대한 특이점은 pole과 함께 branch point도 포함하고 있다. 복잡한 형태의 산란체에 대하여 모멘트 방법을 통하

여 특이점을 구할 수 있으며, 변수분리가 가능한 구조의 산란체는 해석적인 해로부터 특이점을 구할 수 있다. 펄스신호에 대한 초기의 반응을 구하기 위해서는 entire 함수를 잘 고려하여야 한다. 여기서 보여준 SEM에 의한 펄스반응의 해석방법은 전자장치의 차폐나 선로의 혼신 등을 해석하는 데 응용할 수 있다. 또한 레이더에서 표적 식별을 하는데 매우 중요하게 이용되고 있다.

참 고 문 헌

1. L.B. Felsen and N. Marcuvitz, *Radiation and Scattering of Waves*. Engle wood-Cliffs, N.J. : Prentice Hall, 1961.
2. R.F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*. New York : Macmillan, 1968.
3. C.E. Baum, "The singularity expansion method," in *Transient Electromagnetic Fields*, L.B. Felsen, Ed. New York : Springer-Verlag, 1976.
4. C.E. Baum, "Emerging technology for transient and broad-band analysis and synthesis of antennas and scatterers," *Proc. of IEEE*, vol.64, pp. 1598-1617, 1976.
5. L.W. Pearson and D.R. Roberson, "The extraction of the singularity expansion description of a scatterer from sampled transient surface current response," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-28, pp.182-190, 1980.
6. C.L. Dolph and S.K. Cho, "On the relationship between the singularity expansion method and the mathematical theory of scattering," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-28, pp.888-897, 1980.
7. A.G. Ramm, "Theoretical and practical aspects of singularity and eigenmode expansion methods," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-28, pp.897-901, 1980.
8. M.A. Morgan, "Singularity expansion representation of fields and currents in transient scattering," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-32, pp.466-473, 1984.
9. L.W. Pearson, "A note on the representation of scattered fields as a singularity expansion,"

- IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-32, pp.520-524, 1984.
10. R.B. Marks, "The singular function expansion in time-dependent scattering," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-37, pp.1559-1565, 1989.
 11. P.W. Barber, J.F. Owen, and R.K. Chang, "Resonant scattering for characterization of axisymmetric dielectric objects," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-30, pp.168-172, 1982.
 12. N. Wang, "Regge poles, natural frequencies, and surface wave resonance of a circular with a constant surface impedance," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-30, pp.1244-1247, 1982.
 13. C.I. Chuang, D.P. Nyquist, K.M. Chen, and B. C. Drachman, "Singularity expansion method formulation for impulse response of a perfectly conducting thick cylinder," Radio Science, vol.20, pp.1025-1030, 1985.
 14. D.J. Riley, "A simple and accurate resonance expansion for the electromagnetic field scattered by a lossy dielectric sphere," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-34, pp.737-741, 1986.
 15. A.G. Tijhuis, "Angularly propagating waves in inhomogeneous, lossy dielectric cylinder and their connection with the natural modes," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-34, pp.813-824, 1986.
 16. F.M. Tesche, "On the analysis of scattering and antenna problems using the singularity expansion technique," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-21, pp.52-63, 1973.
 17. L. Marin, "Natural-mode representation of transient scattering from rotationally symmetric bodies," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-22, pp.266-274, 1974.
 18. F.M. Tesche, "The far-field response of a step-excited linear antenna using SEM," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-23, pp.834-838, 1975.
 19. K. Umashanker and D. Wilton, "Transient scattering of an L-shaped wire using the singularity expansion method," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-23, pp.838-841, 1975.
 20. E.J. Rothwell, J. Baker, D.P. Nyquist, and K. M. Chen, "Approximate natural response of an arbitrarily shaped thin wire scatterer," IEEE Antennas Propagat. Symp. Digest, Dallas, May 1990, pp.1338-1341.
 21. M.L. Van Blaricum and R. Mittra, "A technique for extracting the poles and residues of a system directly from its transient response," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-23, pp.777-781, 1975.
 22. K.M. Chen, "Radar waveform synthesis method-A new radar detection scheme," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-29, pp.553-566, 1981.
 23. E.J. Rothwell and K.M. Chen, "A hybrid E-pulse/least squares technique for natural resonance extraction," Proc. IEEE, vol. 76, pp.296-298, 1988.
 24. J.E. Ross, E.J. Rothwell, D.P. Nyquist, K.M. Chen, "Multiple target discrimination using E-pulse techniques," IEEE Antennas Propagat. Symp. Digest, Dallas, May 1990, pp.1342-1345.
 25. L. Marine and R.W. Latham, "Representation of transient scattered fields in terms of free oscillations of bodies," Proc. IEEE, vol. 60, pp.640-641, 1972.
 26. L. Marine, "Natural-mode representation of transient fields," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-21, pp.809-818, 1973.