

두께가 변화하는 부재 내의 혼합모드 I/III 균열의 응력확대
 계수해석 - 3차원 유한요소해석 중심으로 -
 Combined Mode I/III Stress Intensity Factor Analysis of a Crack
 in a Variable Thickness Plate
 -Analysed by 3-D FEM-

양 원 호*, 최 용 식**, 조 명 래***
 W. H. Yang, Y. S. Choy, M. R. Cho

ABSTRACT

Variable thickness plates are commonly encountered in the majority of mechanical/structural components of industrial applications. And, as a result of the unsymmetry of the structure or the load and the anisotropy of the materials, the cracks in engineering structures are generally subjected to combined stresses. In spite of considerable practical interest, however, a few fracture mechanics study on combined mode crack in a variable thickness plate have carried out. In this respect, combined mode I/III stress intensity factors K_I and K_{III} at the crack tip for a variable thickness plate were obtained by 3-dimensional finite element analysis. Variable thickness plates containing a central slant crack were chosen. the parameters used in this study were dimensionless crack length λ , crack slant angle α , thickness ratio β and width ratio ω . Stress intensity factors were calculated by crack opening displacement(COD) and crack tearing displacement(CTD) method proposed by Ingraffea and Manu. The effect of thickness ratio β on K_I is relatively great in comparison to K_{III} .

주요기술용어 : Variable Thickness Plate(두께가 변화하는 부재), Combined Mode(혼합모드), Crack Slant Angle(균열경사각), Thickness Ratio(두께비), Width Ratio(판폭비)

기 호 설 명	L_1	: 균열선단 요소(element)의 균열면 상의 길이	
a	: 균열길이(mm)	t, t_1, t_2	: 모델 두께(mm)
E	: 재료의 종탄성계수(Kgf/mm ²)	W, W_1, W_2	: 모델 폭(mm)
F_I, F_{III}	: 응력확대계수의 수정계수	α	: 균열경사각(deg.)
K_I, K_{III}	: 응력확대계수(stress intensity factor)	β	: 두께비(t_2/t)
		λ	: 무차원 균열길이(a/W_1)

* 정회원, 성균관대학교 기계설계학과
 ** 정회원, 성균관대학교 기계공학과
 *** 인덕전문대학 기계설계과

- ω : 판폭비(W_2/W_1)
- ν : 재료의 포와송비(Poisson's ratio)
- η : 균열선단 상에서 응력확대계수값을 얻고 싶은 위치의 국소좌표

1. 서 론

균열선단의 소규모 항복조건에 대한 피로균열성장거동을 기술하는 파괴역학적 인자로는 응력확대계수가 가장 널리 사용되고 있어, 파괴역학적 설계기준을 세우기 위해서 무엇보다도 선행되어 해결되어야 할 과제로 떠오르는 문제 중의 하나가 부재 내에 존재하는 균열에 대한 응력확대계수의 정확한 해석이라 할 수 있다. 즉, 응력확대계수의 정확한 해석이 이루어진다면 이를 바탕으로 균열성장거동의 예상이 가능하고, 이 예상으로부터 피로수명예측, 파괴방지를 위한 대책수립 등이 가능하다고 하겠다.

이러한 맥락에서, 지금까지 많은 연구자들이 응력확대계수 문제에 대하여 상당한 연구결과를 축적시켜 왔으며, 여러 산업분야에서 파괴역학적인 해석을 하는데 실용화 되고 있다. 그러나, 실제문제에서의 균열은 그 존재형태와 부하된 하중상태가 무척 다양하고 복잡한 관계로 아직까지 미해결 분야로 남아 있는 문제들이 상당히 있는 것도 사실이다.

그 중에서도 특히, 균열이 진전하는 방향으로 판의 두께가 일정하지 않고 변화하는 부재는 여러 기계부품 또는 산업구조물에 폭넓게 사용되고 있기때문에 이러한 부재에 대하여 더 많은 파괴역학적 연구가 요구되고 있다. 그러나 지금까지의 파괴역학적 해석의 대부분은 균열이 존재하는 부재의 주모델을 해석의 편의상 두께가 균일한 부재라 보고 주로 이차원적으로 해석을 해왔기 때문에 두께가 변화하는 부재와 관련된 연구는 아직 초보적인 단계라 할 수 있다.

두께가 변화하는 부재와 관련한 파괴역학적 연구 중 응력확대계수 해석에 관한 연구로는 Isida¹⁾가 두께와 탄성계수가 서로 다른 동일폭이재결합판재가 연속적으로 무한히 결합되고, 그 한쪽 판재에 규칙적인 판통균열이 존재하는 모

델 및 두께와 탄성계수가 다른 반무한 판재가 결합되고 그 한쪽판재에 균열이 존재하는 경우에 대하여 Laurent 급수형의 응력함수를 써서 2차원 이론해석을 수행한 것, Ratwani²⁾ 등이 land부를 갖는 skin에 균열이 존재하는 경우에 대하여 직분방정식을 써서 응력확대계수를 해석한 것, Tokuda³⁾ 등이 edge crack을 갖는 두께가 변화하는 부재에 대하여 2차원 유한요소법으로 응력확대계수를 해석한 것 등이 있다. 그리고 설정된 모델에 대하여 응력확대계수의 수정계수(S.I.F. correction factor)를 해석하고 이를 이용하여 실제 시험편에 적용한 연구보고로는, Yang⁴⁾이 유한폭이면서 두께가 변화하는 판재 내에 존재하는 모드 I 균열을 갖는 CCT형 모델에 대하여 2차원 이론해석 및 유한요소법으로 응력확대계수를 구하고 이 해석 결과를 실제의 두께가 변화하는 시험편에 대한 피로시험결과에 적용하여 피로균열 성장거동을 해석한 것, 저자⁶⁾가 필렛을 갖는 두께가 변화하는 부재 내에 존재하는 모드 I 균열에 대하여 3차원 유한요소법으로 응력확대계수를 수치해석하고 그 결과를 필렛을 갖는 두께가 변화하는 시험편에 대한 피로시험결과에 적용하여 피로균열 성장거동을 해석한 것 등이 있다.

한편, 실제 기계·구조물에 존재하는 균열은 존재형태의 다양함, 작용하중의 비대칭 등으로 인해 엄밀한 의미에서 순수한 모드 I 균열의 상태로 존재하는 경우는 극히 드물고, 오히려 어느정도라는 하중방향과 균열면이 경사되게 위치한 혼합모드 균열의 상태로 존재하는 것이 보다 일반적일 뿐 아니라, 단일 모드 성분으로 시작된 균열이 진행과정에서 혼합모드 균열로 변화하는 사례로 흔히 발견된다.⁷⁾ 특히, Al합금, Ti합금, Cu합금 및 연강과 같은 F.C.C. 또는 B.C.C. 구조를 갖는 얇은 금속판재에서는 모드 I 형태로 진행되던 균열이 종종 shear lip을 발생시켜 모드 I/III의 혼합모드 균열의 형태로 발전된다(두께가 얇을수록 전체 균열면에서 shear lip이 차지하는 비중이 증대된다.)는 점 등에서 혼합 모드 I/III균열에 대한 관심도 높아지고 있다. 더구나 지금까지의 많은 파괴역학적 연구

가 혼합모드 I/III 균열을 모드 I 균열로 취급하여, 주로 2차원적인 해석을 해은 탓으로 면외 전단 성분인 모드 III 성분이 소홀히 취급된 경우가 많았으나, 실제로는 이에 대한 체계적인 연구가 현실적인 공학문제로서 지나는 의미도 간과할 수 없다 하겠다.

그러나, 지금까지 보고된 연구 결과들은 정작 좀 더 실제문제에 근접한 모델인 두께가 변화하는 부재 내에 존재하는 혼합모드 균열에 대한 고찰이 없어 앞서의 연구결과들을 현실적인 문제로 일반화시키기에는 적지 않은 문제점이 남아 있다.

따라서 본 연구에서는 혼합모드 I/III의 중앙 판통균열(CCT)을 갖는 두께가 변화하는 모델을 해석대상으로 선정하고, 3차원 유한요소법으로 무차원 균열길이 $\lambda(a \cdot \cos \alpha / W_1)$, 균열경사각 α , 두께비 β , 판폭비 $\omega(W_2/W_1)$ 를 변화시켜가면서 이에 따른 기하학적 형상변화에 의한 응력확대계수의 거동을 해석하였다.

2. 유한요소해석

2.1 해석 모델

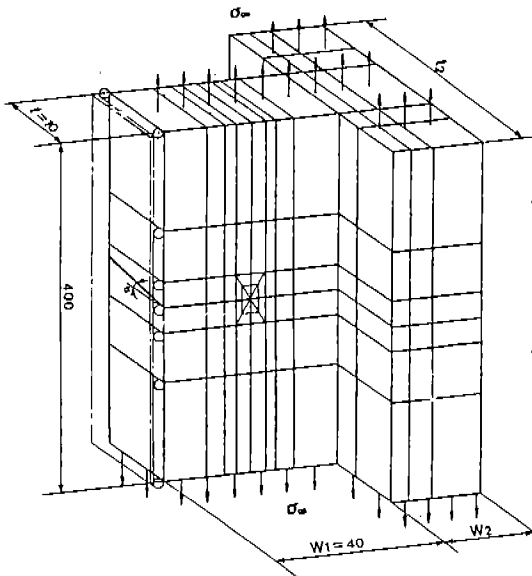


Fig.1 Three dimensional mesh design for FEM(CCT model)

유한요소해석모델로는 Fig.1과 같이 중앙에 경사진 균열(slant crack)을 갖는 CCT형의 두께가 변화하는 판재(thin-to-thick형)에 무한원방 균일인장응력 $\sigma_\infty = 100\text{MPa}$ 이 작용하는 것으로 선정하였으며, 계(系)가 좌우대칭이므로 해석모델의 오른쪽 1/2부분만으로 요소망(mesh)을 구성하였다. 요소망 구성시에 균열선단 부근에서는 균열선단의 특이성을 만족시킬 수 있도록 15-node quarter point singular element⁹⁾를 배치하고 나머지 부분은 20-node quadratic isoparametric element를 사용하였으며, 이때 사용된 요소수는 150개, 절점수는 1043개이다. 이 모델에 대하여 먼저 균열경사각 α 를 $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 로 설정하고, 두께비 $\beta(t_2/t)$ 는 1.0, 2.0, 3.0, 5.0으로, 판폭비 $\omega(W_2/W_1)$ 는 0.5, 1.0, 2.0으로 변화시켜가면서 응력확대계수를 해석하였다.

2.2 응력확대계수계산

유한요소해석 프로그램은 본 연구자들이 퍼스널컴퓨터와 엔지니어링 워크스테이션 등에서 수행이 가능하도록 개발한 3차원 유한요소해석 프로그램을 사용하였다. 응력확대계수 K_I 과 K_{III} 는 Ingraffea와 Manu에 의해 제안된 균열개구변위(crack opening displacement : COD) 및 균

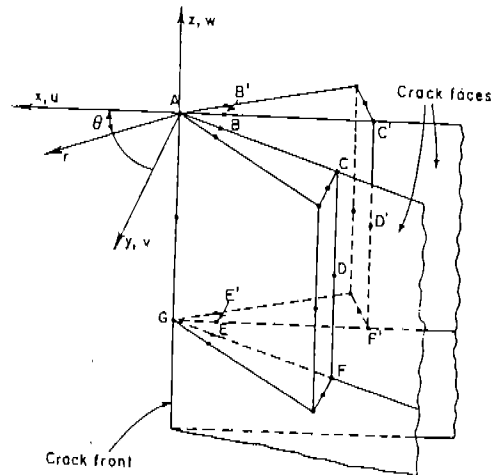


Fig.2 Arrangement of quarter-point wedge elements along segment of crack front

열쫓김변위(crack tearing displacement : CTD) 방법¹⁰⁾을 이용하여 계산하였다. 여타의 응력확대계수 계산방법들은 혼합모드 균열의 응력확대계수를 각 모드별로 분리시켜 계산하기가 어려운 문제점을 지니고 있는 반면, 이 방법은 비교적 간편하고도 정확하게 응력확대계수들을 분리 계산할 수 있는 장점을 지니고 있다.

Fig.2는 균열면을 이루는 15-node quarter point singular element를 나타낸 것으로, 균열면 상에 있는 각 절점(A~F, A'~F')의 x방향 변위(CSD)와 z방향 변위(CTD)를 각각 $u_A \sim u_F, u_{A'} \sim u_{F'}$, 및 $w_A \sim w_F, w_{A'} \sim w_{F'}$ 로 표시할 때 응력확대계수 K_I 및 K_{III} 는 다음식으로 표시된다.

$$K_I = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \sqrt{\left(\frac{\pi}{2L_1}\right)} \cdot [2v_B - v_C + 2v_E - v_F + v_D - 2v_B' + v_C' - 2v_E' + v_F' - v_D' + \frac{1}{2}\eta(-4v_B + v_C + 4v_E - v_F + 4v_B' - v_C' + 4v_E' + v_F')] \quad (1)$$

$$K_{III} = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \sqrt{\left(\frac{\pi}{2L_1}\right)} \cdot [2w_B - w_C + 2w_E - w_F + w_D - 2w_B' + w_C' - 2w_E' + w_F' - w_D' + \frac{1}{2}\eta(-4w_B + w_C + 4w_E - w_F + 4w_B' - w_C' + 4w_E' + w_F')] \quad (1)$$

여기서, E 는 재료의 종탄성계수, ν 는 재료의 포와송 비(Poisson's ratio), L_1 은 균열선단 요소(element)의 균열면 상의 길이, η 는 균열선단 상에서 응력확대계수값을 얻고 싶은 위치의 국소좌표이다.

응력확대계수 K_I, K_{III} 의 수정계수 F_I, F_{III} 는 두

차원균열길이 λ , 균열경사각 α , 두께비 β 및 판폭비 ω 의 함수로서 다음식과 같이 표현하였다.

$$K_I = \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \cdot F_I(\lambda, \alpha, \beta, \omega)$$

$$K_{III} = \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \cdot F_{III}(\lambda, \alpha, \beta, \omega) \quad (2)$$

3. 해석결과 및 고찰

지금까지의 두께가 변화하는 부재와 관련된 연구(주로 모드 I 균열)결과¹⁻⁶⁾들에 의하면, 균열선단이 두께가 변화하는 경계(이하 두께가 변화하는 경계라 한다)에서 비교적 먼 위치에 존재할 때의 응력확대계수거동을 두께변화가 없는 부재에서의 거동과 거의 유사하며, $\beta > 1$ 인 thin-to-thick형에서는 균열선단이 두께가 변화하는 경계에 접근함에 따라 응력확대계수의 수정계수는 감소하는 것으로 알려져 있다.

마찬가지로, 본 연구(Figs.3-11)에서도 혼합모드 균열을 갖는 두께가 변화하는 부재에서의 F_I 및 F_{III} 는 균열선단이 두께가 변화하는 경계에서 상당히 멀리 떨어져 있는 경우에는 두께 변화부분의 영향을 거의 받지 않아 두께가 균일한 부재에서의 경우와 별다른 차이를 나타내지 않고 있다. 그러나, 균열선단이 두께가 변화하는 경계에 접근해 감에 따라 균열선단의 응력장은 두께가 두꺼운 부분의 영향으로 인해 변화하게 되며, 이에 따라 응력확대계수의 수정계수도 전반적으로 감소하는 것으로 나타났다. 또한 이러한 감소경향은 두께비 β 가 클수록 현저하다.

Fig.3은 균열경사각 $\alpha = 15^\circ$ 로 균열면과 하중방향이 이루는 각도가 비교적 작아 균열형상은 모드 I 균열에 가깝고, 판폭비는 $\omega = 0.5$ 로 두꺼운 부분의 폭이 비교적 좁은 경우의 F 값의 변화를 표시한 것이다. 이 경우 모드 I 응력확대계수값이 모드 III 응력확대계수값 보다 상대적으로 크게 나타나며 F_I 과 F_{III} 모두 균열선단이 두께가 변화하는 경계에서 멀리 떨어진 곳에 위치한 경우(λ 값이 작은 범위)에는 두께비 β 의 영향을 별로 받지 않는 것으로 나타난다. 그러나

균열선단이 두께가 변화하는 경계에 가까워짐에 따라 응력확대계수값은 두께가 균일한 부재($\beta=1$)의 경우보다 작아지며 두께비 β 가 클수록 그 감소도가 크게 나타난다. 또한 이때는 모드 I의 영향이 지배적이어서 앞선 연구자들의 모드 I 균열을 가지는 두께가 변화하는 부재에서의 해석결과와 거의 유사한 결과를 보이고 있다. 즉, F_I 은 두께가 변화하는 경계로 접근함에 따라 감소하며, 두께비 β 가 클수록, 또한 판폭비 ω 가 클수록 그 감소경향이 훨씬 뚜렷하다. 그러나 F_{III} 은 모드 I에 비하여 차지하는 비중이 경미할 뿐 아니라 두께비 β 의 변화에 따른 그 특성의 변화도 그리 크지 않다. 즉, 두께가 변화하는 부분이 응력확대계수에 미치는 영향은 모드 III에서 보다 모드 I에서 더 크게 나타난다. 이러한 현상은 혼합 모드 I/III 균열이 존재하는 판재에 균열 진전방향으로 두께가 변화하는 판재가 연결되어 있다면, 두께가 변화하는 부분이 응력확대계수에 대한 영향은 모드 III에서 보다 모드

I에서 상대적으로 더 크게 나타남을 의미하는 것으로, 앞서의 연구에서 밝혀진 연구결과(즉, 모드 I과 모드 II의 혼합 모드 균열을 갖는 두께가 변화하는 부재에서 두께가 변화하는 부분이 응력확대계수에 미치는 영향은 모드 I에서 보다 모드 II에서 더 크게 나타난다.)와 비교하면 흥미롭다.

Fig.4 및 Fig.5는 균열경사각 $\alpha=15^\circ$ 로 Fig.2와 동일하나 판폭비는 $\omega=1.0$ 및 2.0 으로 두꺼운 부분의 폭이 비교적 높은 경우로서, 대체적인 경향은 Fig.3과 유사하나 이 경우들은 두꺼운 부분의 영향이 증대되어, 전반적으로 응력확대계수가 작게 나타나며 두께비의 영향은 줄어들어 두께변화에 의한 F 값의 변화폭은 감소하고 있다.

Figs.6-8은 균열경사각 $\alpha=30^\circ$ 로 Figs.3-5에 비해 균열면과 하중작용방향이 이루는 각도가 더 커져 전체적으로 F_I 값은 작게 나타나고, F_{III} 값은 크게 나타나서 균열성장시 모드 III의 영향이

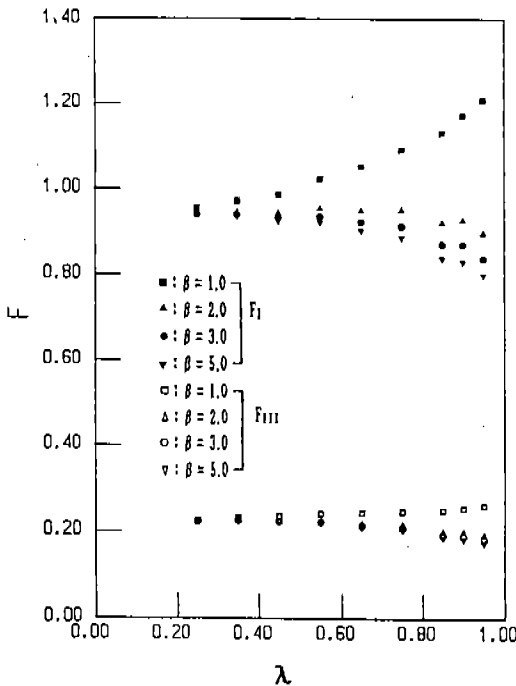


Fig.3 F values analyzed by 3-D FEM ($\alpha=15^\circ, \omega=0.5$)

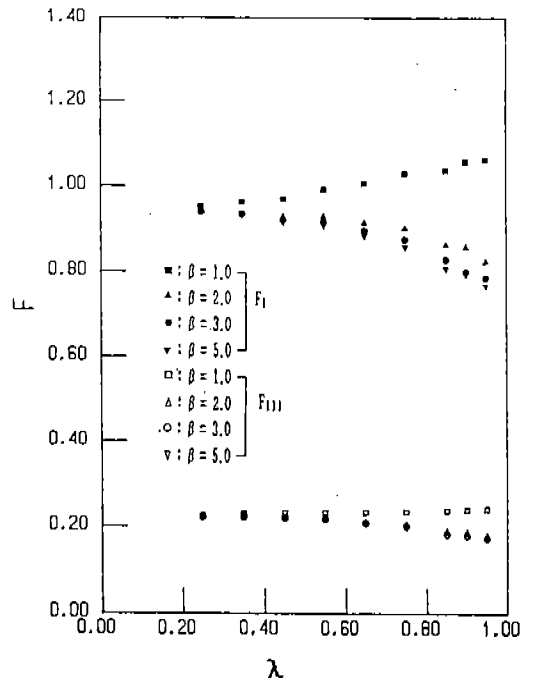


Fig.4 F values analyzed by 3-D FEM ($\alpha=15^\circ, \omega=1.0$)

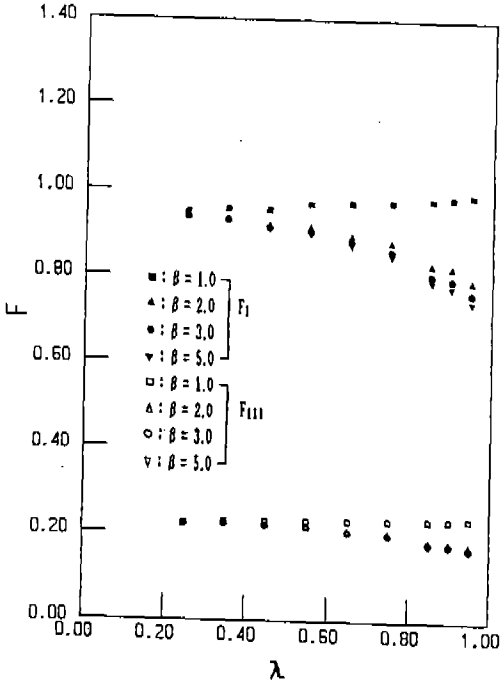


Fig.5 F values analyzed by 3-D FEM ($\alpha=15^\circ, \omega=2.0$)

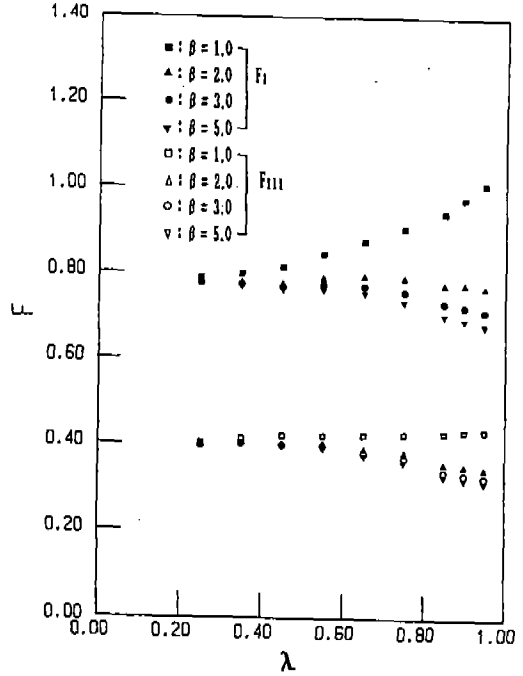


Fig.6 F values analyzed by 3-D FEM ($\alpha=30^\circ, \omega=0.5$)

증대됨을 예상할 수 있다. 이러한 경우들에서도 균열선단이 두께가 변화하는 경계와 많이 떨어진 부분에 위치할 때에는 두께가 균일한 부재와 두께가 변화하는 부재의 응력확대계수의 차이는 거의 없는 것으로 나타난다.

그런데, Figs.3-5(균열경사각 $\alpha=15^\circ$ 인 경우)와 비교해 보면 두께비 β 가 변화함에 따라서 F_I 값은 그 변화폭이 상대적으로 미미한 반면, F_{III} 값은 그 변화폭이 상대적으로 크게 나타나, 혼합모드 I/III 균열을 갖는 두께가 변화하는 부재에서 균열경사각 α 가 응력확대계수에 미치는 영향은 모드 I에서 보다 모드 III에서 상대적으로 더 크게 나타나는 것으로 생각된다.

Fig.7과 Fig.8은 Fig.6에 비해 두꺼운 부분의 폭이 더 넓은 경우인데, 앞선 연구 결과들과 마찬가지로 두꺼운 부분의 두께가 두꺼울수록, 그리고 두꺼운 부분의 폭이 넓을수록 응력확대계수는 작은 값으로 나타난다.

Figs.9-11은 균열경사각 $\alpha=45^\circ$ 로 균열경사각과 하중작용방향이 이루는 각도를 더 크게한

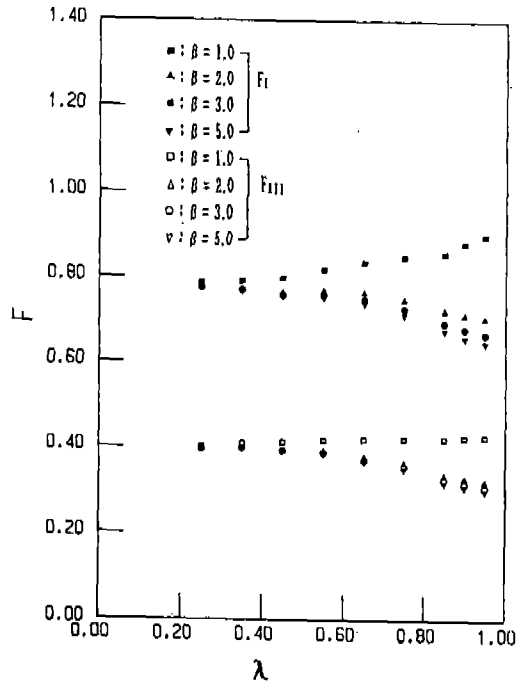


Fig.7 F values analyzed by 3-D FEM ($\alpha=30^\circ, \omega=1.0$)

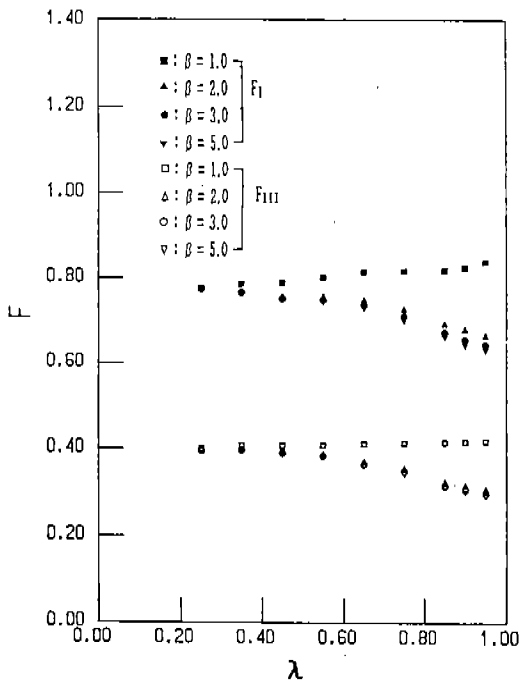


Fig.8 F values analyzed by 3-D FEM ($\alpha = 30^\circ$, $\omega = 2.0$)

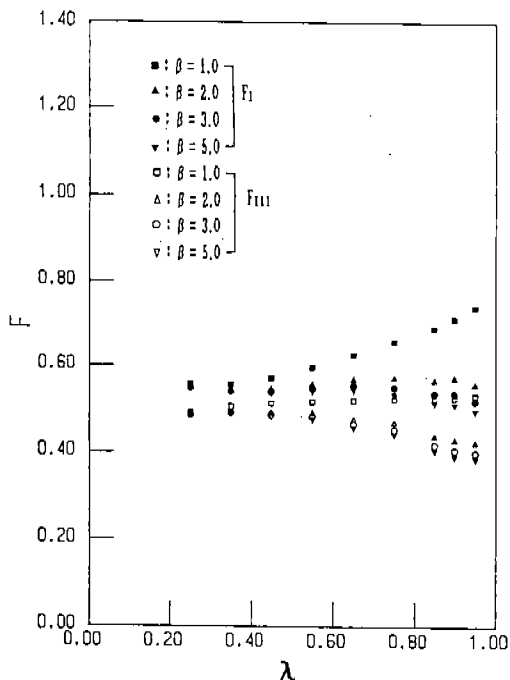


Fig.9 F values analyzed by 3-D FEM ($\alpha = 45^\circ$, $\omega = 0.5$)

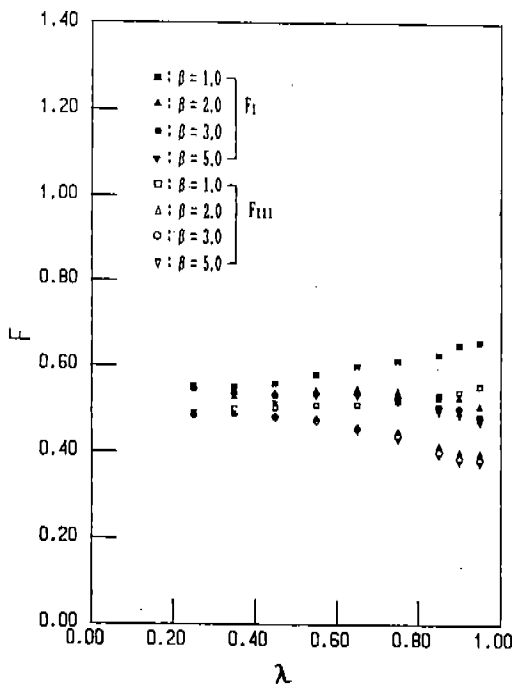


Fig.10 F values analyzed by 3-D FEM ($\alpha = 45^\circ$, $\omega = 1.0$)

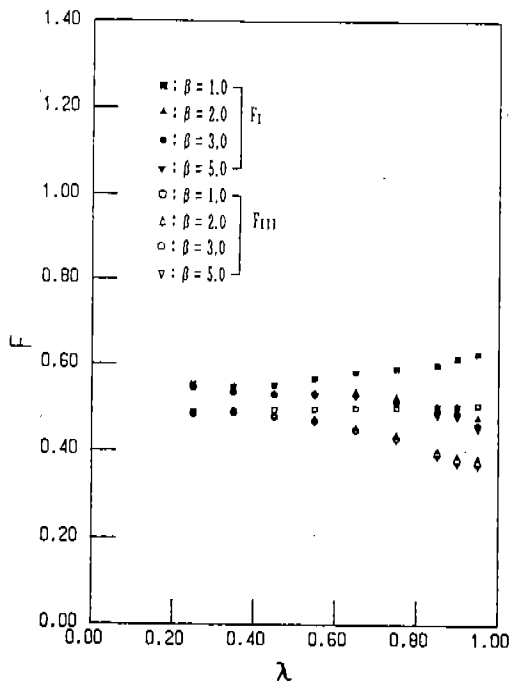


Fig.11 F values analyzed by 3-D FEM ($\alpha = 45^\circ$, $\omega = 2.0$)

참 고 문 헌

경우의 해석 결과들이다. 그 외 모든 조건은 동일하고 다만 균열경사각이 다른 경우(Figs.3-8, $\alpha=15^\circ$ 및 $\alpha=30^\circ$)와 비교해 볼 때, 전체적으로 F_I 값은 작아지고 F_{III} 값은 커져서 모드 III의 영향이 커지고 모드 I의 영향은 감소하고 있음을 알 수 있다. 그런데 이 경우는 무한원방응력 σ_∞ 의 작용으로 인한 균열면에 수직인 인장응력성분 σ (모드 I 성분)와 균열면에 수평인 전단응력 성분 τ (모드 III 성분)가 동일한 크기임에도 불구하고 응력확대계수는 F_I 값이 F_{III} 값보다 더 크게 나타나, 균열경사각 $\alpha=45^\circ$ 인 경사균열에서의 균열성장은 모드 I에 의해 더 큰 지배를 받음을 예상할 수 있다.

4. 결 론

두께가 변화하는 부재(thin-to-thick형) 내의 혼합모드 I/III균열(CCT 모델)에 대하여 3차원 유한요소법으로 응력확대계수를 해석하고 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 혼합모드 I/III균열에서 응력확대계수의 수정계수 F_I, F_{III} 는 무차원 균열길이 λ , 균열경사각 α , 두께비 β 및 판폭비 ω 의 함수이다.
- (2) 두께가 변화하는 부재(thin-to-thick형)에서의 응력확대계수 K_I 및 K_{III} 는 같은 균열길이에서 두께가 균일한 부재의 경우보다 작아지며, 두께비 β 와 판폭비 ω 가 클수록 그 감소폭이 크다.
- (3) 혼합모드 I/III 균열을 갖는 두께가 변화하는 부재에서 균열경사각 α 변화로 인한 응력확대계수의 변화거동은 모드 I에서 보다 모드 III에서 상대적으로 더 민감하다.
- (4) 모드 I 및 모드 III에 대응하는 응력성분의 크기가 동일한 경우, 전단응력(모드 III 성분)에 의한 응력확대계수 K_{III} 보다 인장응력(모드 I 성분)에 의한 응력확대계수 K_I 이 더 크다.

1. M. Isida, On the Determination of Stress Intensity Factors for Some Common Structural Problems, Engns Fracture Mech., Vol.2, pp. 61-79, 1970.
2. M. M. Ratwani and H. P. Kan, Analysis and Growth of Cracks in Skins with Variable Thickness, Fracture Mech. Fifteenth Sympo., ASTM STP 833, pp.44-56, 1984.
3. 徳田直明, 山本善之, 板構造物中のクラック 應力擴大係數の有限要素法による解析法, 日本造船學會 論文集, Vol.130, pp.221-235, 1971.
4. W.H. Yang, H.Houssny-Emam and M.N. Bassim, An Experimental K-Analysis on the Fatigue Crack Near the Interface where Plate Thickness Varies Discontinuously, Engng Fracture Mech., Vol.19, No.2, pp.295-503, 1984.
5. 양원호, 두께가 불연속적으로 변화하는 유한폭 판재 내의 균열에 대한 파괴역학적 연구, 숭실대학교 박사학위논문, 1987.
6. W. H. Yang, Y. S. Choy and M. R. Cho, A Fracture Mechanics Analysis of a Crack in a Variable Thickness Plate Having Fillet(Thin-to-Thick Type), Engng Fracture Mech., Vol.42, No.1, pp.117-128, 1992.
7. J. Zuidema and H. S. Blaauw, Slant Fatigue Crack Growth in Al 2024 Sheet Material, Engng Fracture Mech., Vol.29, No.4, pp.401-413, 1988.
8. L. Banks-Sills and D. Schur, On the Influence of Crack Plane Orientation in Fatigue Crack Propagation and Catastrophic Failure, ASTM STP 1020, pp.497-513, 1989.
9. R. D. Henshell and K. G. Shaw, Crack Tip Finite Elements are Unnecessary, Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 9, pp. 495-507, 1975.

10. A. R. Ingraffea and C. Manu Stress Intensity Factor Computation in three Dimensions with Quarter-Point Elements, *Int. J. for Numerical Methods in Engng*, Vol.15, pp.1427-1445, 1980.