

수직 평판의 평행배열과 엇갈린 배열에서 혼합대류 열전달

Mixed Convection Heat Transfer from Vertically Parallel and Misaligned plates

김 상 영*, 정 한 식**, 권 순 석***
 S. Y. Kim, H. S. Chung, S. S. Kwon

ABSTRACT

The mixed convection heat transfer has been studied numerically for misaligned and parrallel arrays of two flat plates at $100 \leq Re \leq 700$, $0.1 \leq B \leq 1.0$, $0.2 \leq \phi_r \leq 1$ $Gr=10^4$ and $Pr=0.71$. For misaligned plates and parallel plates, the optimum plate spacings move to the narrow spacing as Reynolds number and ϕ_r increase and can be expressed by the correlation equations at $Gr=10^4$. The optimum plate spacings for parallel plates sharply move to the narrow spacing compared with misaligned plates. The maximum mean Nusselt number of parallel plates shows higher value than that of misaligned plates and can be expressed by the correlation equations at $Gr=10^4$.

주요기술용어 : Mixed convection(혼합대류), Parallel plates(평행 평판), Misaligned plates(엇갈린 평판), Optimum plate spacing(최적 평판간격)

기 호 설 명

b	: 평판 간격	B	: 무차원 평판간격, b/L
Gr	: Grashof수, $gL^3(T_L - T_\infty) / \nu$	U, V	: 무차원 속도
g	: 중력가속도	X, Y	: 직각 좌표계
k	: 열전도율		그리스 글자
L	: 평판길이	α	: 열확산 계수
Nu	: Nusselt수, hL/k_f	β	: 체적팽창 계수
Pr	: Prandtl수, ν/α	μ	: 점성계수
Re	: Reynolds수, $u_\infty L / \nu$	ν	: 동점성 계수, μ/ρ
T	: 온도	ρ	: 밀도

* 정회원, 동아대학교 대학원 기계공학과
 ** 정회원, 통영수산전문대학 기계과
 *** 정회원, 동아대학교 공과대학 기계공학과

- h : 열전달 계수
- Ψ : 무차원 유량함수 $\Psi/u_\infty L$
- W : 무차원 와도 $\omega L/u_\infty$
- ϕ : 무차원 온도 $(T-T_\infty)/(T_L-T_\infty)$

하 첨 자

- max : 최대치
- ∞ : 주위 유체
- L : 왼쪽(아래쪽) 평판
- R : 오른쪽(위쪽) 평판

상 첨 자

- : 평균

1. 序 論

대류 열전달은 강제대류와 자연대류로 대별되고, 강제대류와 자연대류가 동시에 일어나는 경우를 혼합대류라고 한다. 열전달 과정에서 강제대류의 효과가 아주크면 자연대류의 영향을 무시할 수 있고, 반대로 자연대류의 효과가 아주 클 때는 강제대류의 영향을 무시할 수 있다. 혼합대류 열전달은 전자장치의 냉각문제, 밀집형 열교환기 그리고 원자로 냉각장치 등과 같이 내부에서 발생하는 열을 효율적으로 방출시켜야 하는 실용적인 문제와 관련하여 많은 연구자들에 의해 관심있게 취급되어 왔다.

Sparrow와 Gregg¹⁾는 Prandtl수가 0.1~1.0의 범위의 유체에 의한 강제대류에서 부력효과가 국소 열전달계수에 미치는 영향은 $Gr \leq 0.150 Re^2$ 인 경우에 10% 이하가 된다는 것을 보여 주었다. Yao²⁾는 가열된 수직채널에 대한 입구영역의 유동에 대하여 자연대류와 강제대류에 대한 해석해를 제시하였다. Sparrow와 Faghri³⁾는 수직배열된 평판에서 두 평판의 상대적인 길이와 온도 및 평판 간격비를 변수로 하여 자연대류 열전달 특성을 연구하였으며, Bar-Cohen등⁴⁾은 양 평판 사이의 열전달을 최대로 하는 최적 평판간격을 자연대류 열전달에 대하여 제시하였고, Kwon등

⁵⁾은 두평판에서의 열전달특성을 연구하였으며 실험으로 증명하였다. 본 연구의 동기는 평판판에서 발생하는 열을 효율적으로 방출시켜야 하므로 이 문제를 해결하고자 여러가지 경계조건과 배열을 고려하였다.

본 연구에서는 수직 평판의 평행배열과 엇갈린 배열에서 혼합대류 열전달에 대하여 Reynolds수, 평판간격, 그리고 평판온도비를 변수로 하여 수치해석하였다.

2. 수치해석

2.1 지배방정식

본 연구에서 모델로 선정된 수직 평행평판의 기하학적 형상은 Fig.1에 나타낸 바와 같다. 평판의 입구에서 공기의 속도는 u_∞ 이고 온도는 T_∞ 이다. 평판의 온도는 왼쪽(아래쪽) 평판이 높고, ($\phi_L=1.0$) 오른쪽(위쪽) 평판은 같거나 낮다 ($\phi_R=0.2\sim 1.0$). 본 연구에서 채택된 유체는 Boussinesq 근사에 따른다고 가정하였다.

2차원 비압축성, 층류 혼합대류에 대하여 무차원 유량함수, Ψ 와 무차원와도, W 를 도입하여 지배방정식을 무차원 방정식으로 정리하면 다음과 같다.

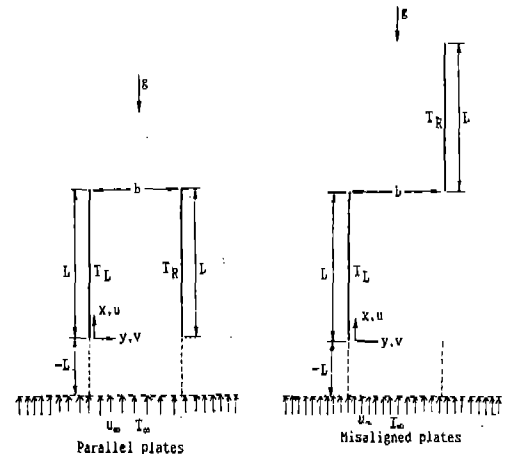


Fig.1 Schematic diagram of the geometry investigated

$$W = -\nabla^2 \Psi \quad (1)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} = \frac{1}{Re} \nabla^2 W - \frac{Gr}{Re^2} \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \quad (2)$$

$$U \frac{\partial \Phi}{\partial X} + V \frac{\partial \Phi}{\partial Y} = \frac{1}{Pr Re} \nabla^2 \Phi \quad (3)$$

여기서

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2}, \quad U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (4)$$

경계조건은 다음과 같다.

1) 왼쪽(아래쪽) 평판 표면

$$U=V=\Psi=0, \quad \Phi=1, \quad W=-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \quad (5)$$

2) 오른쪽(위쪽) 평판 표면

$$U=V=0, \quad \Psi=Y_R, \quad \Phi=\Phi_R, \quad W=-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \quad (6)$$

3) 유입부

$$U=1, \quad V=0, \quad \Psi=Y, \quad \Phi=0, \quad W=-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \quad (7)$$

4) 유출부

$$V=\frac{\partial \Psi}{\partial X} = \frac{\partial \Phi}{\partial X} = 0, \quad W=-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \quad (8)$$

5) 외부경계

$$U=1, \quad V=0, \quad \Psi=\pm Y_{max}, \quad \Phi=0,$$

$$W=-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \quad (9)$$

2.2 수치해석방법

수치해석을 하기 위하여 지배방정식 (1)~(4)와 경계조건식 (5)~(9)를 유한차분법을 사용하여 유한차분식으로 유도후, S.O.R.기법으로 수치해석 하였으며, 본 연구에서 선택된 격자수는 여러가지 격자수에서 얻어진 결과와 비교하여 격자수에 따른 수치결과가 변화지 않을 때를 채택하였으며, 격자계는 엇갈린 배열에 대하여 69×55개 그리고 평행배열에 대하여 52×55개로 분할하였다. Y방향 격자간격은 평판근처에서 $4Y_1$ 으로 조밀하게 하고 평판에서 멀어질수록 $2 \times 4Y_1$, $4 \times 4Y_1 \dots$ 등으로 증가 시킨 후 $2 \times 4Y_1$, $4Y_1$ 으로 감소시켜 평판에 이르게 하였다. X방향으로 격자간격은 유입부와 온도변화가 심한 평판의 상단과 하단 근처에서 $4X_1$ 로 조밀하게 하고, 그 근처에서 멀어질수록 $2 \times 4X_1$, $4 \times 4X_1 \dots$ 등으로 증가시켰다.

또한 수렴기준은 다음과 같다.

$$\text{MAX} |(Q^m - Q^{m-1})/Q^m| \leq 10^{-3} \quad (10)$$

여기서 Q 는 유동함수 또는 온도를 나타내며 m 은 반복회수를 나타낸다. 얻어진 결과로부터 Nusselt수는 다음과 같이 구하였다.

1) 국소 Nusselt수

(a) 왼쪽(아래쪽)평판

$$Nu = -\frac{\partial \Phi}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (11)$$

(b) 오른쪽(위쪽)평판

$$Nu = -\frac{1}{\Phi_R} \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \Big|_{Y=B} \quad (12)$$

2) 평균 Nusselt수

$$\bar{Nu} = \frac{1}{L} \int Nu \, dL \quad (13)$$

3. 수치해석 결과 및 고찰

본 연구는 두개의 수직 평행평판에서 혼합대류 열전달을 $Gr=10^4$, $Pr=0.71$ 에서 Reynolds수, $100 \leq Re \leq 700$, 무차원 평판간격, $0.1 \leq B \leq 1.0$, 무차원 온도, $0.2 \leq \Phi_r \leq 1.0$ 을 변수로 하여 수치해석하였다.

Fig.2는 $B=0.4$ 인 평행배열에서 $Gr/Re^2=1.0$, $Pr=0.71$, $\Phi_r=0.2, 0.6, 1.0$ 에 대한 등온선의 분포를 나타낸 것이다. Φ_r 가 감소할수록 왼쪽 평판에서 생성된 온도경계층이 오른쪽 평판으로 기울어짐을 알 수 있다. 또한 양 평판에서 생성된 온도 경계층의 중첩은 Φ_r 가 증가함에 따라 평판입구로 이동하여 강한 Plume Interaction을 나타내었다. 이러한 현상은 양 평판부근에서 부력상승차에 의한 상호작용유동 때문이다.

Fig.3는 $Gr/Re^2=1.0$, $Pr=0.71$, $B=0.4$ 인 경우, 평행배열과 엇갈린 배열에서 여러가지 Φ_r 에 대한 무차원 온도분포를 나타낸 것이다. $Y=0.0$ 인 위치는 왼쪽벽면을 나타내며, 평행 배열인 경우, 무차원 수직방향인, $X=1.0$ 에서 Φ_r 가 증가할수록 왼쪽 평판에서의 온도구배는 감소하여 열전달이

둔화되었으며, 오른쪽 평판에서의 온도구배는 증가하여 열전달을 촉진시켰다. 엇갈린 배열인 경우, $X=1.0$ 에서 아래쪽 평판에서의 온도구배는 새로운 유체가 유입되므로 인하여 온도경계층은 오른쪽으로 기울어지며, Φ_r 가 증가할수록 증가하였다. $X=1.0$ 에서 아래쪽 평판에서 가열된 공기가 상승함으로 인하여 왼쪽 부근에서는 거의 일정한 온도 $\Phi=0.4$ 에 접근하며, 위쪽 평판의 온도구배는 Φ_r 가 증가할수록 증가하였다. 또한 $\Phi_r=0.2$ 에서는 위쪽 평판의 온도보다 주위유체의 온도가 높음으로 인하여 온도기울기는 반대로 나타났다.

Fig.4은 Fig.3과 동일한 조건에서 무차원 수직 방향 속도분포를 나타내고 있다. Gr/Re^2 는 혼합대류 지수로써 부력이 강제대류에 미치는 영향을 양적으로 표시한 것이다. 평행 배열인 경우, 무차원 수직방향 속도분포는 Φ_r 가 증가할수록 왼쪽 평판부근에서는 감소하였고, 오른쪽 평판부근에서는 증가하였다. 이는 왼쪽 평판부근과 오른쪽 평판부근의 밀도변화에 따른 부력상승차에 의한 상호작용 때문이다. 또한 $\Phi_r=1.0$ 에서는 관성력과 부력이 동시에 작용하기 때문에

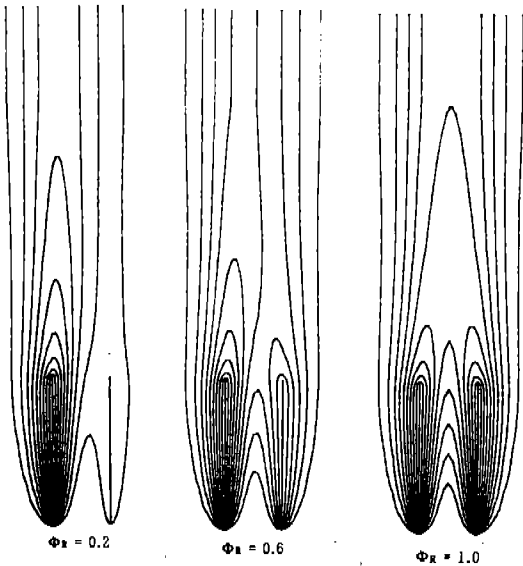


Fig.2 Isotherms for dimensionless temperature $\Phi_r=0.2, 0.6, 1.0$ at $Pr=0.71, Gr/Re^2=1.0, B=0.4$.

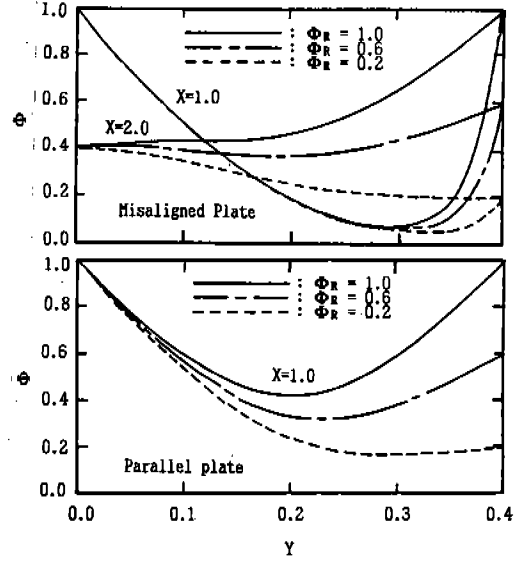


Fig.3 Dimensionless temperature distributions for Parallel and Misaligned plates at $Gr/Re^2=1.0, B=0.4$.

발달된 속도분포를 나타내었고, 최대속도는 양 평판의 중간에서 나타났다. 엇갈린 배열인 경우, 무차원 수직방향 속도분포는 $X=1.0$ 에서 입 출구의 속도가 동시에 존재함으로 인하여 오른쪽

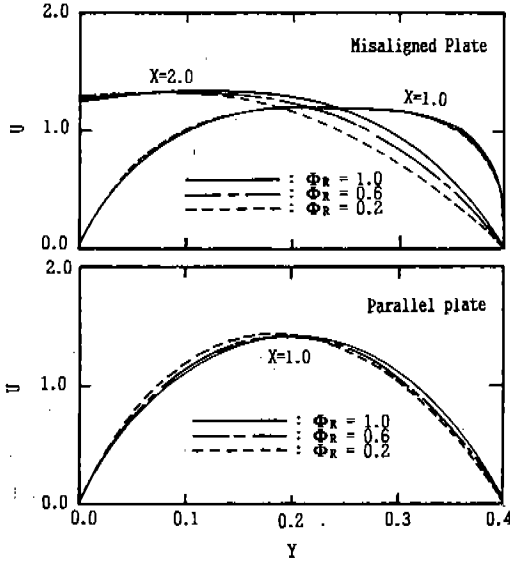


Fig.4 Dimensionless velocity distributions for parallel and misaligned plates at $Gr/Re^2 = 1.0, B=0.4$.

으로 기울어짐을 알 수 있었고, $X=2.0$ 에서는 Φ_R 가 증가할수록 $Y < 0.1$ 때는 감소하였고, $Y > 0.1$ 때는 증가하였다.

Fig.5는 평행배열인 경우, $Gr/Re^2=1.0, Pr=0.71, B=0.4$ 에서 X 축의 변화에 따른 왼쪽과 오른쪽 평판의 내측벽면의 국소 Nusselt수 분포를 나타낸 것이다. 왼쪽 평판의 내측 국소 Nusselt 분포는 Φ_R 에 관계없이 거의 동일한 분포를 나타내었고, 오른쪽 평판에서는 Φ_R 가 증가할수록 증가하였다. 또한 평판의 출구에서는 후단 효과(trailing edge effect)로 인하여 다소 증가하였다.

Fig.6는 엇갈린 배열인 경우, $Gr/Re^2=1.0, Pr=0.71, B=0.4$ 에서 X 축 변화에 따른 아래쪽과 위쪽 평판의 내측 벽면 국소 Nusselt수 분포를 나타낸 것이다. 내측 국소 Nusselt수 분포는 평행배열과 유사한 경향을 나타내고 있으며, 아래쪽 평판에서는 Φ_R 에 관계없이 거의 동일한 분포를 보였으며, 위쪽 평판에서는 Φ_R 가 증가할수록 높은 분포를 나타내었다. 또한 $\Phi_R=0.2$ 에서는 주위의 온도가 위평판의 온도보다 높기 때문에 $X \ge 1.8$ 에서 음의 값을 나타내었다.

Fig.7은 $Gr=10^4, Pr=0.71, \Phi_R=1.0$ 인 경우, 평

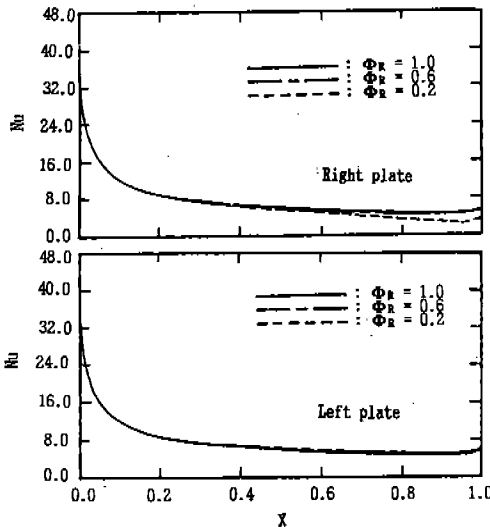


Fig.5 Local Nusselt number of parallel plates for various dimensionless temperatures at $Gr/Re^2=1.0, B=0.4$.

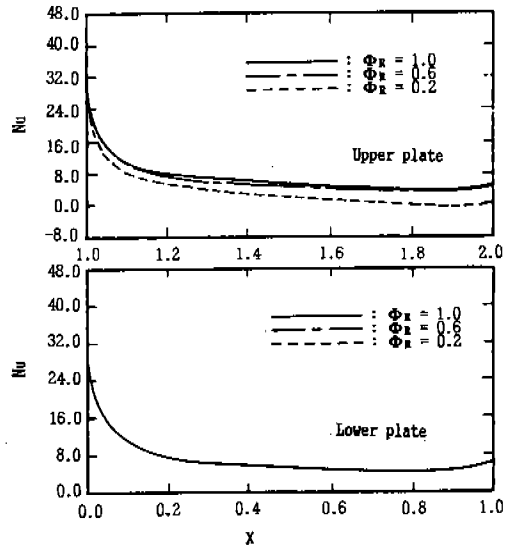


Fig.6 Local Nusselt number of misaligned plates for various dimensionless temperatures at $Gr/Re^2=1.0$.

행배열과 엇갈린 배열에서 여러가지 Reynolds 수에 대한 전체 평균 Nusselt수 분포를 나타낸 것이다. B 는 평판간격, \overline{Nu} 는 전체 평균 Nusselt수를 나타낸다. 평판간격이 좁은 경우에는 양 평판으로 부터의 가열된 유체의 열적간섭이 열전달을 방해하므로 인하여 낮은 전체 평균 Nusselt 분포를 보였다. 평판간격이 넓어짐에 따라 양 평판사이에서 유체유동의 상호작용이 열전달을 촉진시킴으로 인하여 높은 전체 평균 Nusselt수 분포를 나타내었고, 평판간격이 더욱 넓은 경우에는 일정한 전체 평균 Nusselt수 분포를 나타내었다. 이는 양 평판 사이로의 유입유량의 유속이 외부보다 커서 동압의 변화를 가져오고 이로인한 주위와의 압력차에 의해 두 열상층류는 하나로 합쳐지므로 인하여 유입유량을 증가시키기 때문이다. 평행배열과 엇갈린 배열에 관계없이 전체 평균 Nusselt수는 Reynolds가 증가하면 증가하였고, 평판간격이 증가할수록 증가하다 감소하여 최대값을 가지며, 일점 쇄선은 최대 전체평균 Nusselt수를 나타내는 최적 평판간격, B_{opt} 을 나타내고 있다. 평행 배열이 엇갈린 배열의 경우보다 전체 평균 Nusselt수는 높게 나타났고, 최적 평판간격은 좁게 나타났다. 이는 양 평판의 상호작용이 엇갈린 배열보다

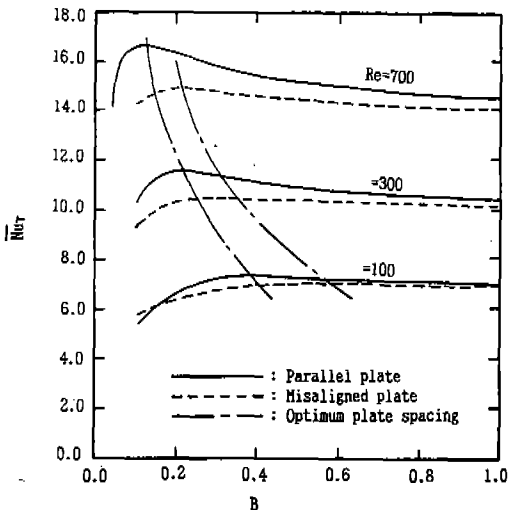


Fig.7 Total mean Nusselt number of parallel and misaligned plates for various Reynolds number at $\phi_R=1.0, G=10^4$.

평행배열이 크게 작용하였기 때문이다.

Fig.8는 $Gr=10^4$ 인 경우 평행배열과 엇갈린 배열에서 여러가지 Reynolds수와 ϕ_R 에 대한 최적 평판간격을 나타낸 것이다. 최적 평판간격은 평행배열과 엇갈린 배열에 관계없이 Reynolds수와 ϕ_R 가 증가하면 감소하고, 평행배열이 엇갈린 배열보다 작은값을 나타내었다. 이들 결과로부터 $100 \leq Re \leq 700, 0.1 \leq B \leq 1.0, 0.2 \leq \phi_R \leq 1.0$ 의 범위에서 최적 평판간격은 다음식으로 나타낼 수 있었고, 이때 최대오차는 4% 정도였다.

$$\text{평행 배열 : } B_{opt} = 3.97(Re)^{-0.512}(\phi_R)^{-0.2} \quad (14)$$

$$\text{엇갈린배열 : } B_{opt} = 6.30(Re)^{-0.512}(\phi_R)^{-0.2} \quad (15)$$

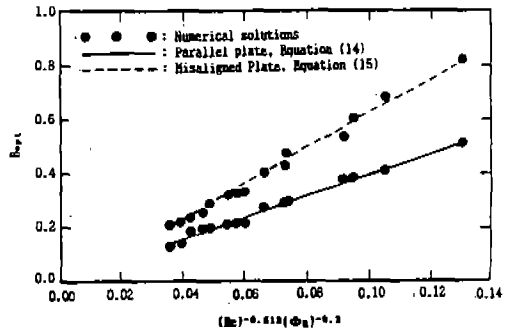


Fig.8 Comparison of optimum plate spacing for parallel and misaligned plates at $Gr=10^4$.

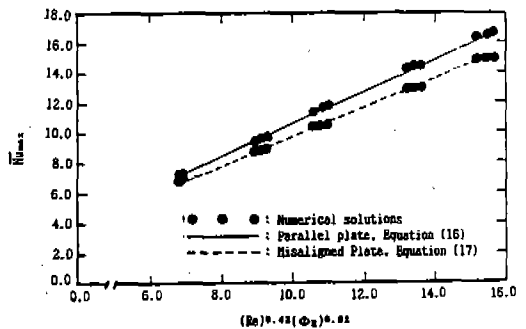


Fig.9 Comparison of maximum mean Nusselt number for parallel and misaligned plates at $Gr=10^4$.

최적 평판간격은 평행배열, 엇갈린 배열에 관계없이 Reynolds수의 0.512승, ϕ_R 의 0.2승에 반비례하며, 평행배열의 경우가 엇갈린 배열의 경우에 비해 약 58.7% 낮게 나타났다. 이는 양 평판의 상호작용이 엇갈린 배열보다 평행배열이 크게 작용하였기 때문이다.

Fig.9는 $Gr=10^4$ 인 경우 평행배열과 엇갈린 배열에서 여러가지 Reynolds수와 ϕ_R 에 대한 최대 평균 Nusselt수 분포를 나타낸 것이다. 최대 평균 Nusselt수는 평행배열과 엇갈린 배열에 관계없이 Reynolds수와 ϕ_R 가 증가하면 증가하였고, 평행배열보다 엇갈린 배열이 낮게 나타났다. 이들 결과로부터 $100 \leq Re \leq 700$, $0.1 \leq B \leq 1.0$, $0.2 \leq \phi_R \leq 1.0$ 의 범위에서 최대 평균 Nusselt수는 다음 식으로 나타낼 수 있었고, 이때 최대오차는 1% 정도였다.

$$\text{평행 배열 : } \bar{Nu}_{max} = 1.06(Re)^{0.42}(\phi_R)^{0.02} \quad (16)$$

$$\text{엇갈린 배열 : } \bar{Nu}_{max} = 0.97(Re)^{0.42}(\phi_R)^{0.02} \quad (17)$$

최대 평균 Nusselt수는 평행배열, 엇갈린 배열에 관계없이 Reynolds수의 0.42승, ϕ_R 의 0.02승에 비례하며, 평행 배열의 경우가 엇갈린 배열에 비해 약 8.5% 높게 나타났다.

4. 결 론

두 수직 평판의 평행배열과 엇갈린 배열에서 평판 주위의 혼합대류 열전달에 대하여 $Gr=10^4$, $Pr=0.71$ 일 때 $100 \leq Re \leq 700$, $0.1 \leq B \leq 1.0$, $0.2 \leq \phi_R \leq 1.0$ 인 경우의 대류특성을 수치해석한 결과 다음과 같다.

1. 평행배열과 엇갈린 배열의 경우, 최적 평판간격은 Reynolds수와 ϕ_R 가 증가하면 감소되었고, 이들 사이의 상관식은 아래와 같이 나타낼 수 있었다.

$$\text{평행 배열 : } B_{opt} = 3.97(Re)^{-0.512}(\phi_R)^{-0.2}$$

$$\text{엇갈린 배열 : } B_{opt} = 6.30(Re)^{-0.512}(\phi_R)^{-0.2}$$

2. 평행배열과 엇갈린 배열의 경우, 최대 평균 Nusselt수는 Reynolds수와 ϕ_R 가 증가하면 증가하였고, 이들 사이의 상관식은 아래와 같이 나타낼 수 있었다.

$$\text{평행 배열 : } \bar{Nu}_{max} = 1.06(Re)^{0.42}(\phi_R)^{0.02}$$

$$\text{엇갈린 배열 : } \bar{Nu}_{max} = 0.97(Re)^{0.42}(\phi_R)^{0.02}$$

3. 평행배열이 엇갈린 배열의 경우보다 최적 평판간격은 작은값을 나타내었고, 최대 평균 Nusselt수는 큰값을 나타내었다.

참 고 문 헌

1. E.M.Sparrow and J.L.Gregg, "Buoyancy Effects in Forced Convection Flow and Heat Transfer", ASME, J. of Applied Mechanics Vol.13, pp.133~134, 1959.
2. L.S.Yao, "Free and Forced Convection in the Entry Region of a Heated Vertical Channel" Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol.26, pp.65~72, 1983.
3. B.Gebhart and L.Pera, 1975, "Laminar Plume Interactions", J. of Fluid mechanics, Vol.68, pp.259~271.
4. E.M.Sparrow, M.Faghri, 1980, "Natural Convection Heat Transfer from the Upper Plate of a Coliner, Separated Pair of Vertical Plates", ASME, J. of Heat Transfer, pp.623~629.
5. A. Bar-Cohen and W. M. Rohsenow, 1984, "Thermally Optimum Spacing of Vertical, Natural Convection Cooled, Parallel Plates", Trans. of the ASME, J. of Heat Transfer, Vol. 106, pp.116~123.
6. 권순석, 양성환, 이재신, 김상영, "수직 평행 평판에서 상호작용 유동이 대류열전달에 미치는 영향", 대한기계학회논문집 제15권 제3호, pp.992~1000, 1991.
7. A. Anderson, C. Tannehill, H. Pletcher "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer" McGraw-Hill Book Company