

〈논 문〉 SAE NO. 933749

# 사각관의 수치 모델링 및 동적 붕괴 해석

## The Numerical Modelling and Dynamic Collapse Analysis of the Rectangular Tube

강 신 유\*, 한 동 철\*\*  
S. Y. Kang, D. C. Han

### ABSTRACT

In this paper, dynamic collapse behavior of the rectangular tube under impact loading is analyzed using nonlinear finite element method of shell element. In case of shell element formulation using corotational element coordinates system, dynamic collapse behavior is analyzed without initial imperfection, and with initial imperfection. This paper reveals that the collapse of a rectangular tube without initial imperfection is caused by an error of transformation of the corotational coordinates system.

주요기술용어 : Initial Imperfection(초기불균일), Dynamic Collapse(동적붕괴), Elastic Buckling Analysis(탄성좌굴해석), Nonlinear Finite Element Method(비선형 유한요소해석법), Corotational Coordinates System(동반회전좌표계)

### 기 호 설 명

- $E$  : Young's modulus
- $\nu$  : Poisson's ratio
- $\sigma_y$  : Yield strength
- $E_T$  : Tangential modulus
- $P_{plastic}$  : Max. plastic force introducing section collapse
- $w$  : Section width
- $h$  : Section height
- $e_1, e_2, e_3$  : Unit vectors in the corotational element coordinates

- $\underline{l}$  : Vector through the thickness
- $\delta$  : Infinitesimal quantity

### 1. 서 론

승용차 측면 부재의 형상은 대단히 복잡하며 각 승용차의 모델에 따라 독자적인 형상을 하고 있다. 이러한 구조물을 단순한 형상으로 이상화 시키면 사각단면을 갖는 직선관 형상의 구조물과 S자형 구조물로 나눌 수 있으며, 사각관의 충돌 해석은 평판내의 압축, 굽힘, 대변형, 접촉 현상 등을 모두 포함하고 있는 것으로 자동차 구조물의

\* 정희원, 강원대 공과대학 정밀기계공학과

\*\* 정희원, 서울대 공과대학 기계설계학과

찌그러짐 현상과도 유사하다. 일반적으로 직선 관과 같이 완전한 구조물에 대한 동적 좌굴 해석을 수행하기 위해서는 먼저 탄성 좌굴 해석을 하여 좌굴 모우드를 구하고 이를 토대로 초기불균일(initial imperfection)을 해석 모델에 주어 해석을 수행한다. 그러나 McNay<sup>1)</sup>는 초기불균일을 주지 않고 DYNA3D를 사용하여 사각관 해석을 하였다. 이에 대해 Khalil<sup>2)</sup>은 Hallquist<sup>3)</sup>의 해석 모델이 초기 불균일을 사용하여 해석한 것과 비교하여 McNay가 초기 불균일값을 부여하지 않고도 해석을 수행하였음을 지적하였다.

본 연구에서는 DYNA3D와 PAM-CRASH와 같은 범용 동적 해석용 프로그램에서 주로 사용하고 있는 Belytschko-Tsay<sup>4)</sup> 쉘 요소를 이용하여 만들어진 프로그램<sup>5)</sup>을 사용하여, 2.1절에서는 초기 불균일을 설정하지 않고 동적 거동 해석을 한 경우에 대해 설명하고자 하며 2.2절에서는 탄성 좌굴 모드를 이용한 동적 붕괴 결과를 고찰하고자 한다.

## 2. 해석 및 고찰

### 2.1 초기 불균일을 설정하지 않고 해석한 경우

해석에 사용한 모델은 Fig.1과 같으며 대칭성을 이용하여 1/4단면만으로 모델링하였다. 절점 975개 요소수 840개인 McNay가 발표한 모델과 동일한 것으로 하여 결과를 서로 비교하였다. Fig.2는 8756kg(= 50 lb · sec<sup>2</sup>/in)의 물체가 127m/sec로 충돌할 때 DYNA3D의 Hughes-Liu 쉘 요소를 사용하여 해석한 결과와 정적좌굴실험 결과를 비교하여 McNay가 발표한 것으로 실험에서의 평균 최대 반력은 27815N이며 계산상의 최대 반력은 34251N으로 발표하였다. Fig.3은 본 연구에서 사용한 프로그램의 결과로서 최대반력은 34132 N으로 계산되었다. 프로그램에는 접촉 알고리즘이 개발되어 있지 않아 Fig.2의 결과에서와 같은 2차, 3차 최대 하중(peak load)은 계산하지 못하였다. Fig.4는 시간변화에 따른 변형도를 나타낸 것이다. McNay의 재료 모델은 DYNA3D

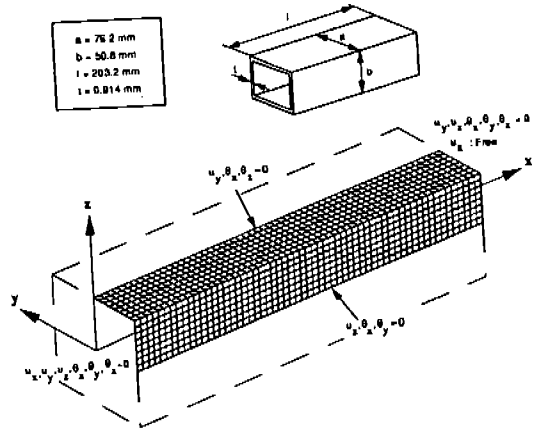


Fig.1 Rectangular tube model

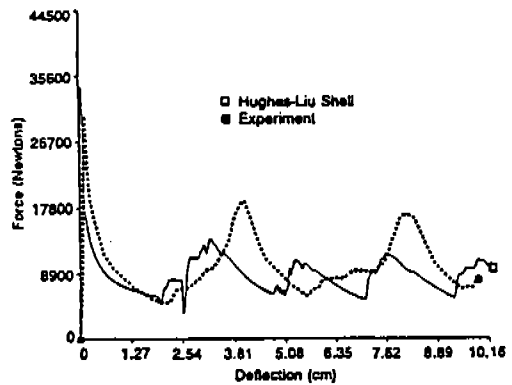


Fig.2 10.16cm crush-DYNA3D, Hughes-Liu shell element with stiffness hourglass control.<sup>1)</sup>

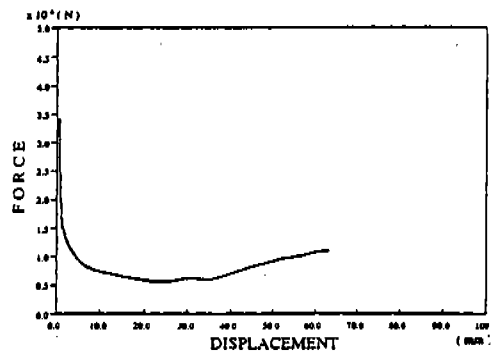


Fig.3 Reaction force curve

프로그램의 부분선형등방성소성(piecewise linear isotropic plasticity)모델을 사용하고  $E=210000 \text{ N/mm}^2$ ,  $\nu=0.28$ ,  $\sigma_Y=210 \text{ N/mm}^2$ 와 실험에서 구한 변형률-응력 자료를 입력하여 계산하였으며, Fig3의 본 연구 계산에서는  $E=210000 \text{ N/mm}^2$ ,  $\nu=0.28$ ,  $\sigma_Y=210 \text{ N/mm}^2$ ,  $E_T=630 \text{ N/mm}^2$ 인 탄소성 등방경화(elastic-plastic isotropic hardening) 모델을 사용하였다. 사각관의 좌굴하중을 단면의 전부가 소성영역으로 되는 하중과 같다고 하는 간편식을 사용하면

$$\begin{aligned}
 P_{\text{plastic}} &= \sigma_Y \times t \times 2 \times (w+h) \\
 &= 210 \times 0.914 \times 2 \times (50.8 + 38.1) \\
 &= 34127 \text{ N}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

와 같이 산출되어 Fig2와 Fig3의 최대하중과 잘 일치한다.

McNay가 사용한 DYNA3D의 Hughes-Liu 셀 요소 해석과 본 연구에서 사용한 Belyschko-Lin 셀 요소 해석에서는 해석모델에 초기 불균일을 사용하지 않고 계산을 수행하였다. 이것에 대하여 규명하기 위해 먼저 Belyschko셀에서 사용하고 있는 요소 좌표계 즉, 등반 회전 좌표계(corotational coordinate)를 살펴보면 Fig5와 같다.

중립면의 접선 벡터를  $e_1$ ,  $e_2$ , 수직 벡터를  $e_3$  두께 방향 벡터를  $l$  이라고 하면

$$e_3 = e_1 \times e_2
 \tag{2}$$

이고, 두께 방향 벡터  $l$ 과  $\delta$ 는 초기에는 일치하나 변형이후 차이가 작다고 가정하면

$$| \delta l - l | < \delta
 \tag{3}$$

이다. 여기서  $\delta$ 가 커질수록 계산해의 정밀도가 떨어지며  $\delta$ 의 크기는  $10^{-2}$ 정도가 적당하다고 하고 있다.

이 가정은 Belytchko 셀이 충돌해석 프로그램에 적용되어 계산량을 크게 줄여주는 역할을 하였

으나 이 오차로 인하여 상기 Fig4와 같이 평판 압축을 받는 셀요소가 하중과 수직방향으로 변위를 발생시킨 것으로 고찰된다. 즉  $e_1$  방향으로 평면 압력을 받게 되면 셀 요소의 내부에 전단력이 생기고 이 힘에 의해 하중방향과 수직인  $e_2$  방향으로 미소 절점 이동이 생기게 된다. 절점의 하중 방향에 대한 수직이동은 Fig5와 같은 요소좌표계에서 회전 이동이 있음을 뜻하며 이것은 전체좌표계와 요소좌표계간의 변환 행렬에 불필요한 성분을 만들게 된다.

Fig6과 같은 x-y 평면상의 요소에 압축력이 가해질 경우 z방향으로 오차에 의한 미소변형이 생기며 반복계산을 수행할수록 이 미소 변형이 점차 커지면서 요소가 소성영역에 이르러 z 방향으로의 강성이 약해질 때 변위가 크게 증폭되어 나타나게 된다. 마치 초기 불균일을 준 것과 같게 된다고 할 수 있다. Fig7는 Fig6과 같은 모델에 축방향 하중을 가했을 때의 계산결과로서 시간 경과에 따른 하중 변화와 모델 중에서 z 방향 변위가 크게 발생하는 곳의 z 방향 변위를 도시한 것이다. 그림에서 2 msec부근에서 하중은 급격히 감소하고 z 방향 변위가 커지는 것을 알 수 있다. 이것은 해석 모델의 단면의 일부가 전부 소성영역에 도달하여 이곳의 강성이 약해졌다는 것을 뜻하며, 이때 이곳의 오차에 의해 생긴 z 방향의 힘이 작용하여 z 방향의 변위를 발생시키는 것이다. Fig8은 시간 1.0msec에서 2.0msec사이의 z 방향 변위를 확대한 것으로 하중이 가해진 후 해석모델의 일정 위치의 단면이 소성영역으로 되면서 z 방향으로의 변위가 급격히 증가함을 알 수 있다.

Hallquist에 의하면 DYNA3D에서 사용되는 셀 요소의 요소 좌표계는 Fig5와 같이 사용하였다고 되어 있으므로 McNay가 사용한 DYNA3D의 Hughes-Liu 셀 요소 요소좌표계는 Fig5와 같다.

따라서 초기 불균일을 설정하지 않은 완전한 구조물이 요소 좌표계의 가정, 즉 등반회전 조건을 만족하지 못함에 따라 생긴 오차에 의해 미소 변위가 발생하고 이것이 마치 초기 불균일 처럼 작용하여 평판과 수직방향으로의 붕괴가 발생한다.

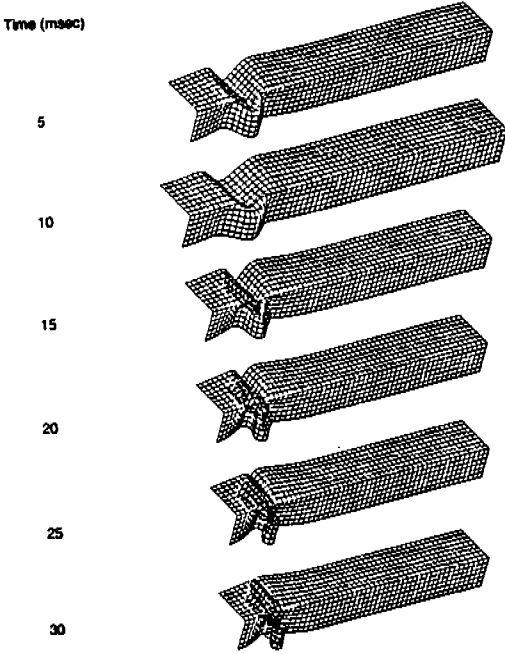


Fig.4 Deformed shapes of rectangular tube

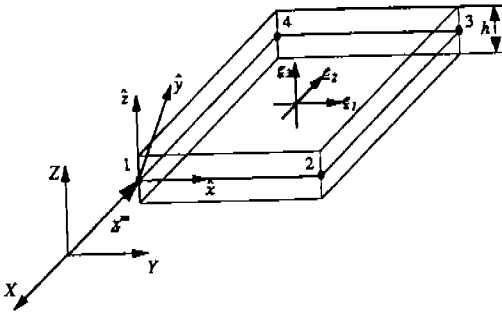


Fig.5 Coordinates of shell

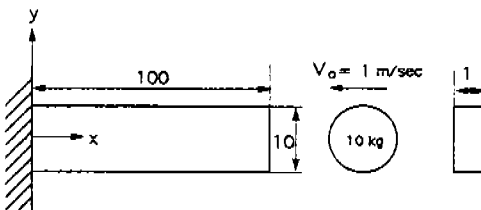


Fig.6 Cantilever type impact model

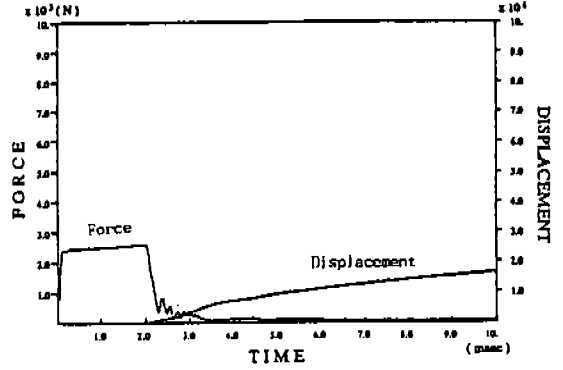


Fig.7 Reaction force and max. z-dir. displacement of cantilever

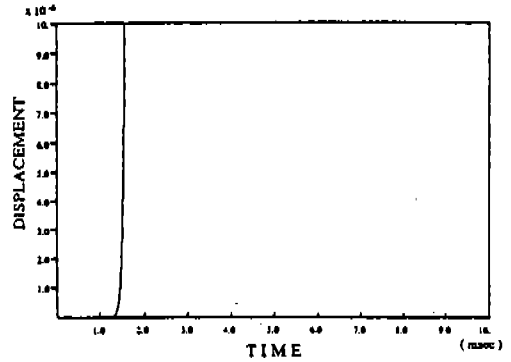


Fig.8 Max. z-dir. displacement of cantilever

### 2.2 초기 불균일을 설정하여 해석한 경우

초기 불완전 형태를 결정하기 위해 2.1절에서 사용한 것과 동일한 모델에 대하여 정적 좌굴 해석을 수행하였다. 사용한 프로그램은 ABAQUS로 S4R5 셀 요소를 사용하여 Fig.9, Fig.10과 같은 좌굴 모드형상을 구하였다. Fig.9는 1차 모드 형상이며, Fig.10은 5차 모드 형상이다. 2차, 3차, 4차 모드 형상은 Fig.9의 1차 모드 형상의 단면과 같이 단면의 상하 및 좌우가 대칭으로 나타났으며, 5차 모드는 단면의 형상이 좌우 대칭으로만 나타난 것으로 대표적인 2가지 형상을 나타내었다.

실차에서 사용하는 초기 결점(initiator)은 좌굴 모드 형상을 이용하여 최대변위가 생기는 곳에

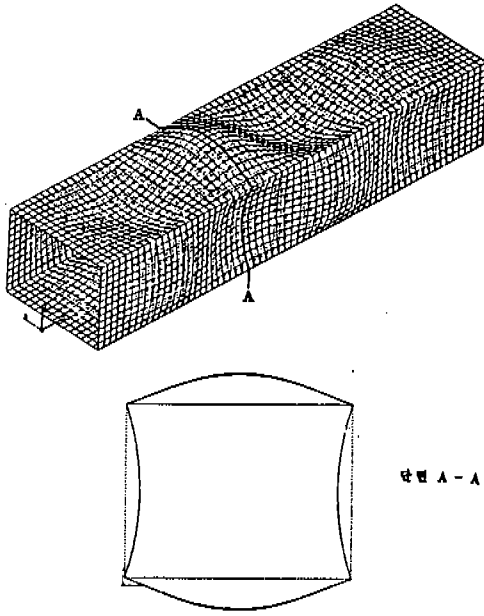


Fig.9 Buckling mode shape(1st mode)

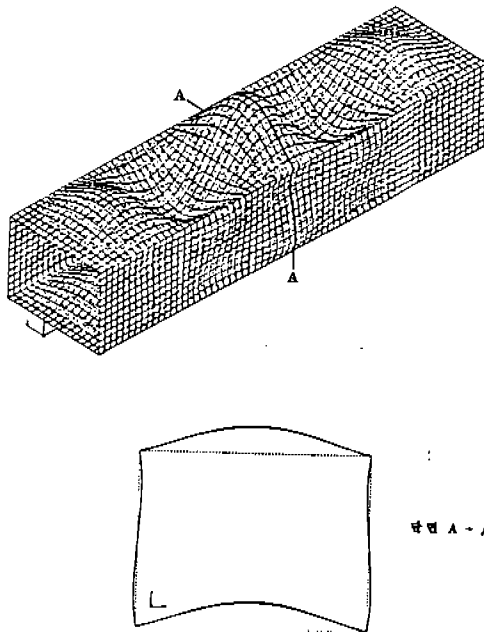


Fig.10 Buckling mode shape(5th mode)

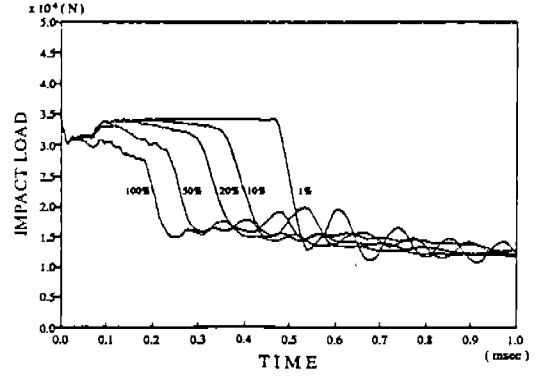


Fig.11 Impact load vs. time curve

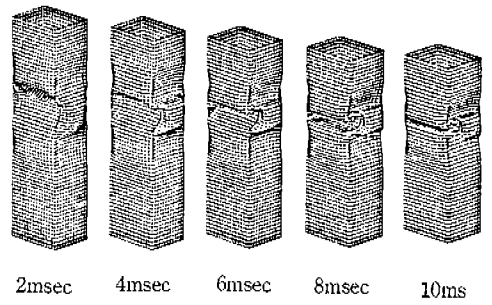


Fig.12 Deformed shapes(1st mode initial imperfection)

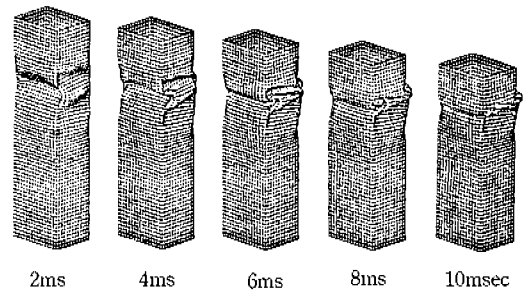


Fig.13 Deformed shapes(5th mode initial imperfection)

요철을 인위로 만들어 사용하고 있으나, 본 연구에서는 계산상 편의를 위해 모드 형태를 전부 사용하였으며 초기 불균일의 크기가 해석 결과에 미치는 영향을 알아보기 위하여 1차 좌굴 모드에 대하여 최대 초기 불균일의 크기를 두께의 1%, 10%, 20%, 50%, 100%로 하여 계산을 수행하였다. 계산결과 시간에 대한 충돌하중선도를 Fig.11에 나타내었다.

Fig.11에서 초기 불균일의 크기가 커질수록 최대충격력이 감소하며, 또한 소성현지가 빨리 발생함을 알 수 있다. 즉 1% 초기 불균일 크기를 설정했을 경우 약 0.5msec에서 붕괴가 일어났고, 100%일 경우는 0.2msec에서 붕괴가 생겨 초기 불균일이 클수록 쉽게 붕괴됨을 알 수 있다. 초기 불균일이 1%일 경우에는 소성 현지 발생이후 충격력 변화가 크게 나타나 불안정한 결과를 보여줌으로 본 연구에서는 초기 불균일 크기를 두께의 10%로 하여 해석을 수행하였다.

초기 불완전 형태를 각각 정적 좌굴 모드 1차부터 5차까지로 하여 계산하였다. 각 계산 결과에서의 최대 하중과 ABAQUS를 이용한 정적 좌굴 해석 결과에서의 각 모드별 임계 하중을 Table 1에 비교하였다. 동적 해석 결과를 보면 초기 불완전 형태로 사용한 탄성좌굴 모드 형태에 따른 최대하중 크기는 변화가 없으므로 계산되었다. 이것은 동적 거동 해석에서의 최대하중은 해석 모델의 어느 한곳의 단면이 붕괴될 때의 하중으로 계산되었기 때문에 초기불완전형태에 따른 최대하중은 변화가 없는 것으로 계산되었다. 탄성좌굴해석의 임계하중이 동적해석 결과에서의 최대하중에 비하여 높게 나타났다. 이것은 탄성좌굴 해석에서의 임계하중은 탄성계수, E 값에 비례하여 산출되며, 동적붕괴해석에서의 최대하중은 항복응력값에 비례하여 계산됨으로 이와 같은 차이가 생겼다. 따라서, 동적 최대하중을 낮추기 위해서는 항복응력값이 낮은 재료를 사용하거나, 초기결점을 이용하여 붕괴를 유도하고자 하는 곳의 단면치수를 감소 시켜야 할 것으로 보인다.

Fig.12과 Fig.13는 각각 1차, 5차 좌굴 모우드로 초기 불균일로 하여 계산한 결과 시간에 따른 변형도를 도시한 것으로 초기 불완전 형태에 따라

Table 1 Critical Loads and Max. Impact Loads (Unit : N)

mode No.	Critical(Static) Loads	Max. Impact Load
1	49470	35840
2	50198	35880
3	56557	35712
4	57126	35788
5	66591	35408

변형이 진행됨을 나타내고 있음을 보여준다. 즉 Fig.4와 같이 임의의 곳에서 좌굴이 일어나지 않고 초기 불균일 크기가 가장 큰 곳에서 부터 좌굴이 발생한다고 계산되었다.

### 3. 결 론

- 1) 범용 충돌해석 프로그램인 DYNA3D 등에 사용되고 있는 회전 좌표계를 이용하여 셀 요소에서 초기 불균일을 설정하지 않고 붕괴해석이 가능한 것은 등반회전 좌표계상의 오차에 의한 것임을 밝혔다.
- 2) 초기 불완전 형태를 정적 좌굴 모드를 이용하여 동적 붕괴 해석을 수행하고 그 결과가 초기 불완전 형태로 사용한 좌굴 모드 형태에 상관 없이 최대 하중이 산출됨을 나타내었고 좌굴 모드 형태는 변형 모습을 결정함을 보였다.
- 3) 동적붕괴 해석에서 최대하중의 크기는 단면이 전부 소성역에 이르는 하중 크기인

$$P_{plastic} = \sigma_y \times t \times 2(w+h)$$

와 잘 일치하는 것으로 계산되었다.

### 후 기

본 연구는 한국 과학 재단의 1990년도 특정 기초 연구 과제의 연구비 지원으로 수행되었음을 밝히며 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

1. G. H. McNay, "Numerical Modelling of Tube Crush with Experimental Comparison", Proc. of 7th Int. Conf. on Vehicle Structural Mechanics, P-201, SAE, pp.123-134, 1988.
2. T. B. Khalil and J. A. Bennett. "Nonlinear Finite Analysis in Crashworthiness of Automotive Shell Structure-an Overview" in Analytical and computational models of shell, edited by A. K. Noor et.al, ASME, pp.569-582, 1989.
3. J. O. Hallquist, DYNA3D COURSE NOTES, Lawrence Livermore National Lab., UCID-19899, 1987.
4. T. Belytschko, J. I. Lin, and C. -S. Tsay, "Explicit Algorithms for the Nonlinear Dynamics of Shells", Comp. Meth. Appl. Mech. Eng'g, Vol.42, pp.225-251, 1984.
5. 강신유, "충돌 하중을 받는 차체 셸 구조물의 동적 붕괴 해석", 서울대학교 대학원 박사 학위논문, 1992.