

技術解説

시간-주파수 신호 해석의 음향 신호 해석에의 응용

(Applications of Time-Frequency Domain Analysis for Acoustic Signal)

전 재 진

I. 머리말

일반적인 신호의 스펙트럼 해석은 시간에 무관한 평균 스펙트럼 값을 제공해주며 시간에 따라 신호의 통계학적인 성질이 변하지 않는다는 가정 즉 stationary라는 가정 아래 주파수에 따른 특성을 나타내 준다. 그러나 많은 신호들은 non-stationary인 경우가 많다. 예를들면 음성, 음악, 진동 모니터링에서의 간헐적인 충격신호(Impulse signal), 엔진의 시동 전후의 신호, Reciprocating machine의 이상 신호 등등이 있다. 이러한 nonstationary signal에 대한 일반적인 파워 스펙트럼(power spectra) 해석은 과도 응답에 대한 정보, Time-varying Frequencies, 시간영역, 위상정보를 잃어버리고 잘못된 결과를 나타낼 수도 있다. 이 예를 (그림 1)과 (2)에서 볼 수 있다.[1] 또한 해석의 밴드폭(Bandwidth)은 샘플링한 데이터의 샘플링 시간 및 샘플링한 데이터 갯수에 의존하는

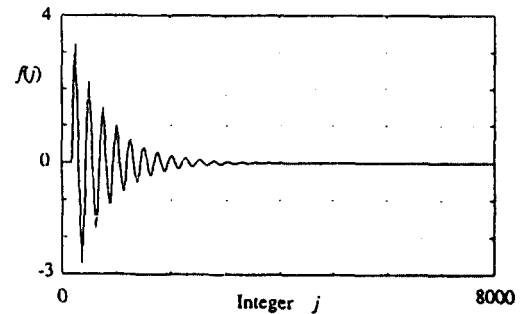


그림 1. 같은 스펙트럼을 갖는 두 신호

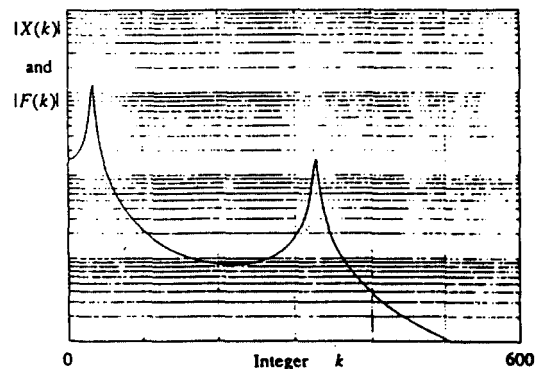
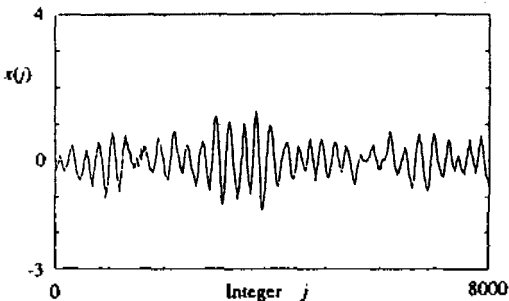


그림 2. 그림 1 신호의 스펙트럼 크기



한계를 가진다. 이러한 한계를 극복하기 위하여 많은 분야에서 시간-주파수 대역을 동시에 고려하는 신호 분석이 많이 연구되고 있으며, 수중 음향 신호에 대

해서도 많은 연구들이 선진국에서는 이루어지고 있다.

여기서는 시간 주파수 대역 신호 분석에 이용되고 있는 기술중 대표적인 두가지를 소개하고 각 장단점을 비교 설명하고자 한다.

II. 시간 주파수 신호 해석 기법 및 응용

시간에 따라 변화하는 신호에 대한 해석이 가장 기본적인 아이디어는 짧은 시간 윈도우를 적절히 적용하는 것이다. 이를 이용한 것이 Spectrogram과 Short Time Fourier Transform(STFT)이 있다. STFT를 windowed Fourier transform 이라한다. 만약 신호의 데이터 길이가 시간에서 T라면, 주파수 밴드폭은 1/T로 되므로 짧은 데이터 윈도우의 경우 주파수 밴드폭은 점점 넓어지는 결과를 나타내어 시간과 주파수 영역에서의 높은 해상도를 나타낼 수 없다. 이를 극복하기 위해 이용되고 있는 대표적인 방법으로 Wigner distribution function(WDF)이 있다.

이 WDF은 일반적인 시간-주파수 distribution 식(1)에서 커널(kernel)을 1로 선택한 경우로 이 커널의 선택에 따라 (표 1)과 같이 여러 종류의 distribution이 있지만 가장 기본이 되는 Wigner distribution function에 대하여 간략히 소개하고 최근 들어 활발히 연구하고 있는 Wavelet transform을 소개하고 이들의 특성을 비교하고자 한다.

시간-주파수 분포에 대한 일반 수식은 다음과 같이 주어진다.[2]

$$W(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \iiint e^{-j\theta t - j\tau\omega - j\theta u} \phi(\theta, \tau) S^*(u - \tau/2) S(u + \tau/2) du d\tau d\theta \quad (1)$$

여기서 s(t)는 신호이며, 상첨자 *는 공액복소수를 나타내며, ϕ 는 커널이다.

식(1)에서 커널을 1로 선택하면 다음과 같은 Wigner distribution을 얻을 수 있다.[3]

$$W(\omega, t) = \int S^*(t - \tau/2) S(t + \tau/2) e^{-j\tau\omega} d\tau \quad (2)$$

이 수식은 순간 파워 스펙트럼(Instantaneous power spectrum) 형태를 나타내며, $\tau/2$ 요소에 의하여 WDF은 샘플링 데이터 수가 N인 경우 N/2의 주기성을 가지며, Aliasing effect가 나타난다. 이를 없애기 위해 실제 시간 신호의 경우 Hilbert transform을 이용하여 analytic signal로 변화시켜 해석을 하며 FFT 알고리즘을 이용하면 쉽게 구할 수 있다. 이 해석 결과의 주파수 해상도는 일반 FFT와 결과에 비해 4배가 증가하는 결과를 가지며, N 개의 데이터인 경우 2N 개에 대한 FFT가 행하여 진다. 이 방법에 의한 신호 해석 예들 (그림 3)에서 보여주고 있다.[4] 이 그림에서 보는 바와 같이 신호의 시간에 따른 주파수 변화를 잘 표현해 주고 있음을 알 수 있으며 이 기법의 실제적인 응용 예로 구조진단소음의 해석에서의 기존 스펙트럼 방법과 WDF의 결과와 산란 음파에 대한 각각의 해석 예에서 특징을 볼 수 있다.[5][6]

표 1. 커널에 따른 시간-주파수 분포

	Kernel	Distribution
Wigner	1	$\int e^{-j\tau\omega} S^*(t - \tau/2) S(t + \tau/2) d\tau$
SINC	$\frac{\sin a\theta\tau}{a\theta\tau}$	$\frac{1}{4\pi a} \int \frac{1}{\tau} e^{-j\omega\tau} \int_{-a\tau}^{+a\tau} S^*(u - \tau/2) S(u + \tau/2) du d\tau$
Choi-William	$e^{-\theta^2\tau^2/\alpha}$	$\frac{1}{4\pi^{3/2}} \iint \sqrt{\frac{\sigma}{\tau^2}} e^{-\alpha(u - \tau/2)^2/\tau^2 - j\tau\omega} S^*(u - \tau/2) S(u + \tau/2) du d\tau$
Page	$e^{-j\theta t + \tau/2}$	$\frac{\partial}{\partial t} \left \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t') e^{-j\theta t'} dt' \right ^2$
Spectrogram	$\int h^*(u - \tau/2) e^{-j\theta u} \cdot h(u + \tau/2) du$	$\left \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{j\theta\tau} s(\tau) h(\tau - t) d\tau \right ^2$

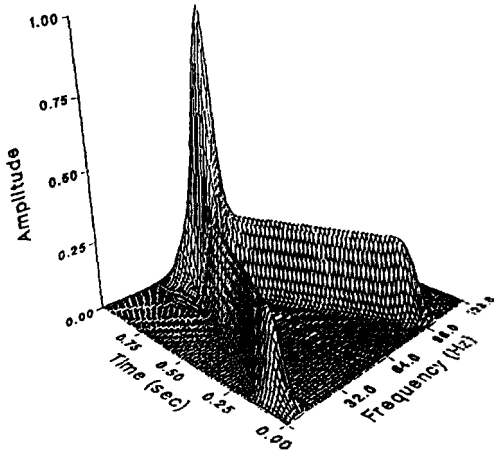
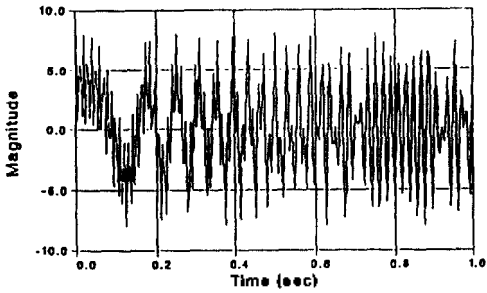


그림 3. 각 시간에 두개의 주파수를 갖는 신호와 그에 대한 Wigner Distribution

$$s(t) = 4\cos(2\pi 32t^2) + 4\cos(2\pi(40+32(2-t)t])$$

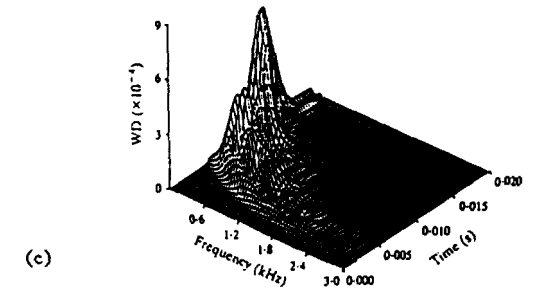
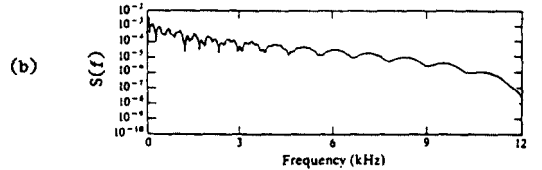
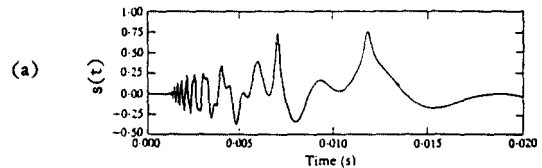
($f_s = 256$ Hz, $N = 256$ and Smoothing Window Size = 10×10)

(그림 4)는 반무한보에 어떤 충격힘을 가했을 때 입력과 측정점과의 전달 함수를 해석한 결과이다. 일반 FFT 기법에 의한 전달함수 해석은 신호 내부에 있는 Flexural wave 및 Logitudinal wave의 특성을 보여주지 못하나 WDF은 주파수에 따라 전파속도가 다른 flexural wave와 전파속도가 일정한 longitudinal wave로 분리 해석 가능함을 보여준다. 또한 (그림 5)에서 보는 바와 같이 도플러 효과를 포함하고 있는 소나음 산란 신호의 경우 파워 스펙트럼은 넓은 대역의 주파수 스펙트럼을 보이고 있지만, WDF의 결과는 주파수의 특성과 시간적인 특성을 잘 표현해 주고 있다. 이를 볼 때 Wigner distribution function은 Non-stationary 신호의 해석에서 일반적인 주파수 스펙트럼 해석에 비해 좋은 결과를 보여주고 있으며, 일반 스펙트럼해석에서 볼 수 없는 물리적인 양까지도 해석 가능함을 보여주고 있어 nonstationary가 많은 유

향 신호의 해석에 유용함을 알 수 있다.

이러한 해석 기법의 일환으로 최근에 활발히 연구되고 있는 또 다른 해석 방법으로 Wavelet transform이 있다. 이 기법은 신호의 Filtering 기법과 비슷하며 전자공학 부분에서 2차원적인 영상 해석에 많이 이용되어 왔으나[7][8][9][10], 1차원적인 음향, 진동 신호해석에의 응용은 80년대 후반에 시작되어 최근 활발히 진행되고 있다.[1][11][12]

Wavelet transform의 수식적인 형태는 식(3)과 같이 매우 단순한 형태로 주어진다.



(c)

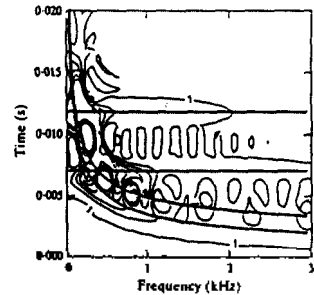


그림 4. 반무한보의 끝단에서 0.8m 떨어진 지점에 Impulse transverse force와 moment가 작용 했을 때, (a) Time signal, (b)spectrum, (c)smoothed Wigner Distribution.

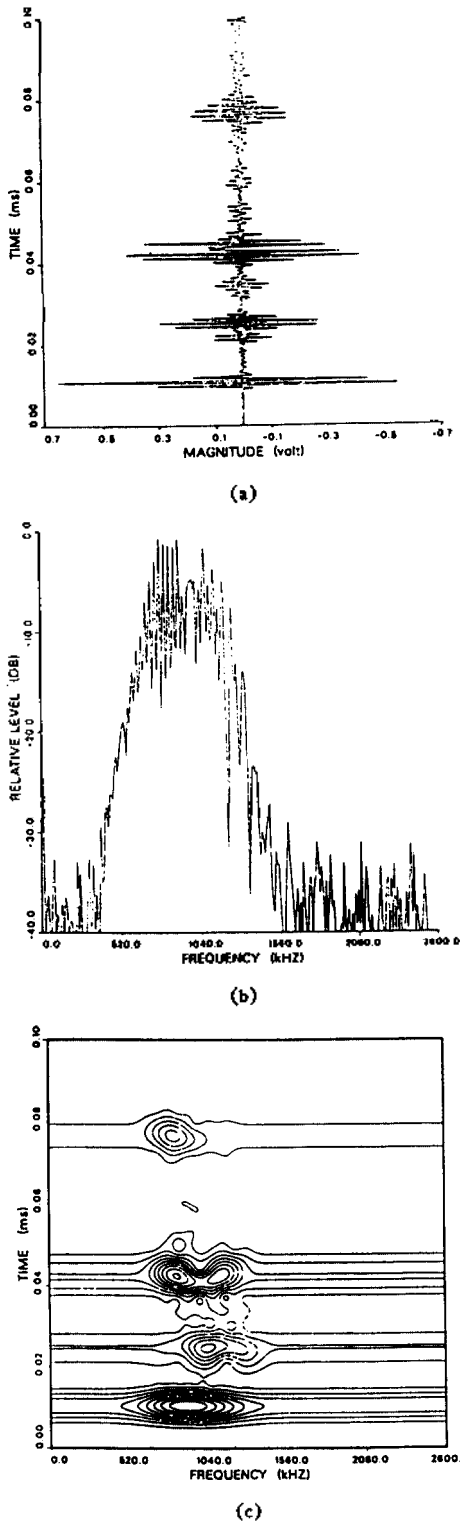


그림 5. 원뿔셀에서의 산란음파. (a) Time series, (b) power density spectrum, (c) Wigner Distribution Function의 contour plot.

$$w(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} s(t) dt \quad (3)$$

여기서 a 는 Dilation, b 는 translation이며 ψ 는 wavelet이다. [13][14] 이 wavelet은 Fourier 급수가 $(0, 2\pi)$ 의 실수영역에서 정의되는 것이라면 전체 실수영역에서 정의되며, 무한대에서 0으로 수렴하는 함수이다. 식(3)에서 보는 바와 같이 a 가 증가함에 따라 시간영역 해상도(Time resolution)는 감소하며, a 가 감소하면 주파수 해상도(frequency resolution)는 감소한다. 이러한 성질은 낮은 주파수 해상도를 가진 반면에 높은 주파수 영역에서의 높은 시간해상도를 보여줌을 알 수 있으며, a 를 옥타브 개념을 도입하면 계산 시간에서 상당한 효과를 볼 수 있다. 식(4)는 Windowed Fourier Transform으로 wavelet transform과 유사한 형태를 보이는데 windowed Fourier transform은 (그림 6)과 같이 고정된 윈도우 크기를 가지나 wavelet transform은 주파수 영역 즉 a 의 크기에 따라 가변하는 윈도우를 가진다.

$$F(\omega, b) = \int g(t-b)^{-j\omega t} s(t) dt \quad (4)$$

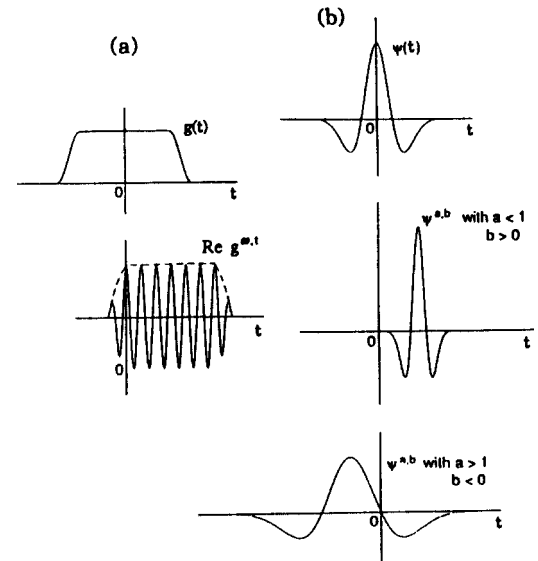


그림 6. (a) Windowed Fourier transform 함수. (b) Wavelet $\psi^{a,b}$, $\psi(t) = (1-t^2)e^{-t^2/2}$ 의 전형적인 형태

(그림 7)은 (그림 1)에 대한 wavelet transform의 결과를 보이고 있으며, 이 wavelet transform은 (그림 8)의 J. Daubechies[9] wavelet을 이용한 결과이

다. (그림 7)에서 두 신호가 같은 주파수 특성 및 시간 패턴(time pattern)을 보이고 있지 않음을 정확히 보여 주고 있으며, 만약 (그림 2)와 같이 해석한다면 틀린 결과를 얻을 수 있다. 이 결과는 nonstationary의 신호인 경우 시간-주파수 영역 해석이 매우 중요함을 보여주고 있다. Wavelet tranform은 신호에서 매우 작은 교란(disturbance)도 잘 표현해 주고 있어 Wigner distribution에 비해 우수한 점이 있으나 주파수 해상도 면에서는 좋은 결과를 보여 주지 못한다. 이것을 (그림 9)에서 잘 보여주고 있다.

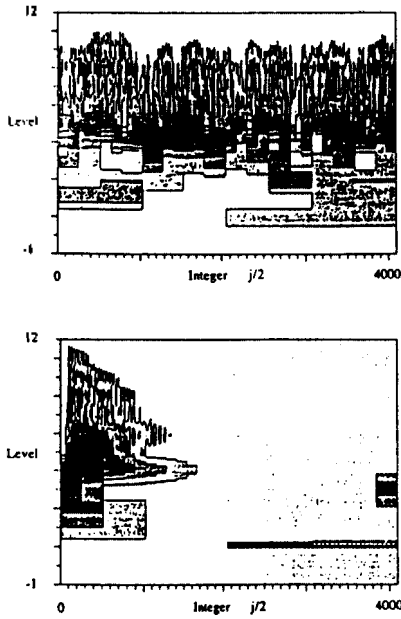


그림 7. 그림 1의 Wavelet transform 결과.

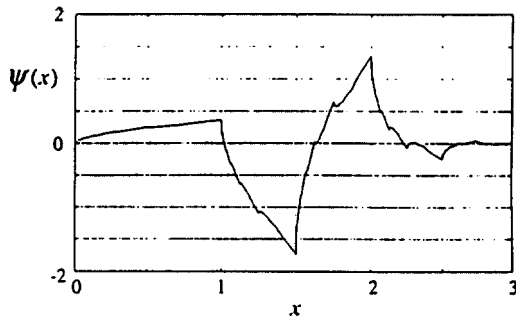


그림 8. Level 4의 I. Daubechies wavelet.

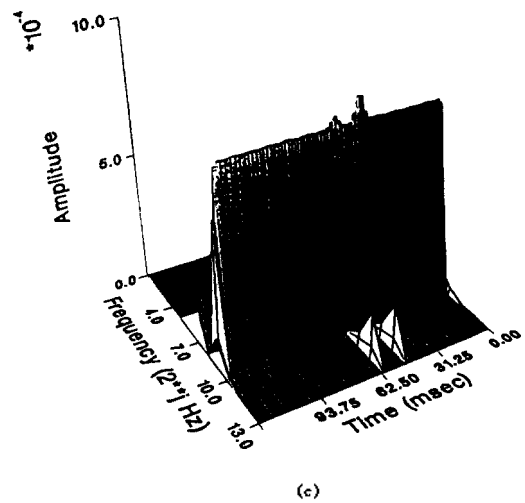
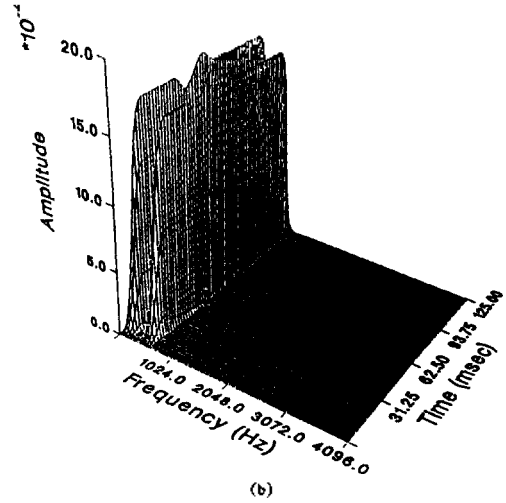
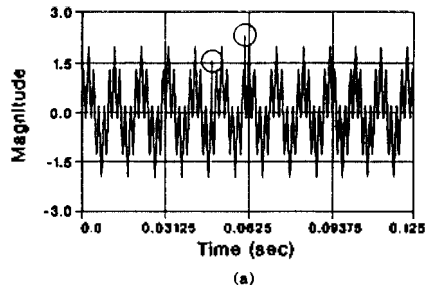


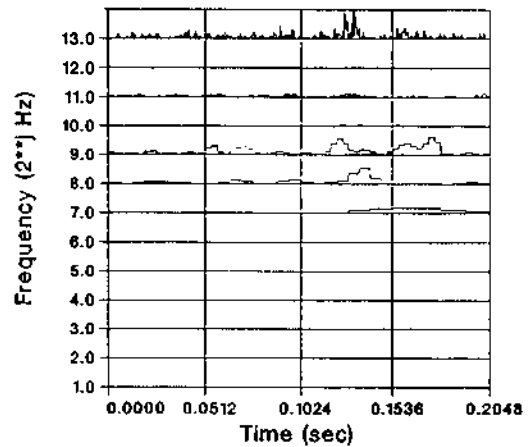
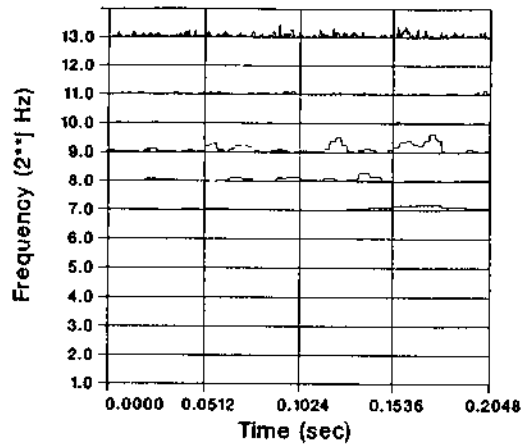
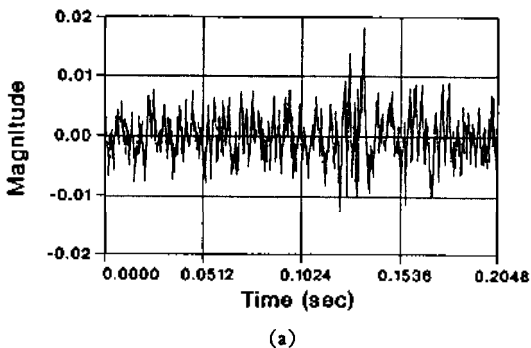
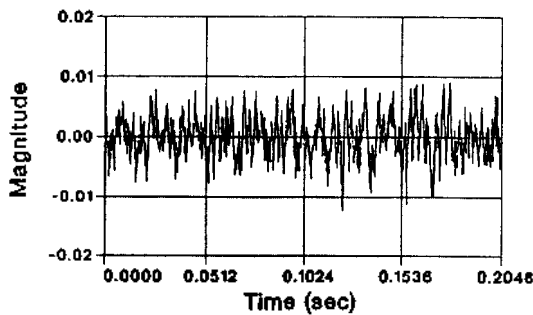
그림 9. 펄스 신호가 발생한 조합 신호. (a) Time signal, (b) smoothed Wigner distribution, (c) wavelet transform.

$$s(t) = \sin(2\pi 100t) + \sin(2\pi 500t) + 1.5\delta(t - 0.049) + 1.5\delta(t - 0.061)$$

(그림 10)은 실제 정상 상태의 펌프 소음과 이상이 발생한 상태에서의 신호에 대한 wavelet transform의 크기를 그린 결과이다. 이상 상태에 대한 현상이 2⁸과 2¹³ Hz 대역에서 잘 나타남을 알 수 있다.[15]

시간 주파수 영역에서의 신호 해석의 가장 대표적인 2가지 방법에 대하여 간략히 소개 하였다. 위에서 소개한 각 방법을 신호 해석에 응용하기 위해서는 사용자가 신호에서 어떠한 성질을 찾고자 하나에 따라 해석 기법을 선택해야 하였다. 주파수 변화에 따른 성질을 보고자 한다면 Wigner distribution은 만족한 결과를 보여준다. 하지만 데이터 갯수가 많다면 상당한 계산 시간이 요구되지만 wavelet transform은 자세한 주파수의 특성은 알지 못하지만 대략적인 경향을 보고 계산 시간의 이익을 얻을 수 있는 장점이 있다.

또한, 아주 작은 신호의 변화 및 작은 신호를 해석하고자 할 때 wavelet transform은 탁월한 성질을 나타낸다. 이 해석은 초기 진동 결합 탐지 및 초전도체를 이용한 기뢰탐지등의 미세한 신호 해석이 필요한 분야에 많이 연구되고 있다. 그리고 데이터의 길이가 긴 경우에도 계산 속도가 상당히 빠르므로 엔진 같은 reciprocating machine의 모니터링을 위해 많이 연구되고 있는 실정이다. 시간-주파수 영역 해석 기법



(b)

그림 10. 실제 정상 및 비정상 펌프 소음에 대한 신호 해석. (a) Time signal, (b) Wavelet transform

은 Advanced vibration monitoring, 소나음 해석, 해양시설 탐사에 많이 이용되고 있으며, 실제로 미국 등에서는 좋은 성과를 거두고 있다.

III. 맺음말

이상으로 시간-주파수 대역에서의 신호 해석 기술에 대하여 해석 예와 함께 특성을 간략히 살펴 보았다. 지금 현재 주로 신호 해석에는 많은 부분이 일반적인 주파수 스펙트럼에 의존하고 있어 시간적인 개념이 무시되는 형태의 해석이 이루어지고 있다. 회전하는 기계류(Rotating Machinery)에서 발생하는 소음, 진동신호와 같이 주기성으로 되풀이되는 경우는

물론, 주파수의 특성이 시간의 함수인 음향신호(음성, 소나음, 충격음, 소음)에서 더 정확한 정보와 더 자세한 정보를 얻기 위해서는 시간에 따라 신호 크기의 변화, 주파수의 시간에 따른 변화를 알 수 있는 시간-주파수 대역에서의 해석 기법을 적용하는 것이 필요하며, 좋은 결과를 얻을 수 있을 것으로 기대된다. 또한 앞으로 시간-주파수 신호 해석 기법의 효과적인 활용을 위하여 많은 적용 연구가 있어야 할 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

1. D. E. Newland, "Wavelet Analysis of Vibration," ASME Structural Dynamics & Vib. Proceeding, Vol.52, pp.1-12, 1993.
2. Leon Cohen, "Time-Frequency Distribution-A Review," Proceedings of IEEE, Vol.77, No.7, pp. 941-981, 1989.
3. E. P. Wigner, "On the Quantum Correction for Thermodynamic Equilibrium," Phys. Rev., Vol.40, pp.749-759, 1932.
4. J. J. Jeon and Y. S. Shin, *Pseudo Wigner-Ville Distribution, Computer Program and Its Applications to Time-Frequency Domain Problem*. NPS Technical report, NPS-ME-93-002, March 1993.
5. T. J. Wahl and J. S. Bolton, "The Application of the Wigner Distribution to the Identification of Structure-Borne Noise Components," J. of Sound & Vib., Vol.163(1), pp.101-122, 1993.
6. N. Yen, "Time and Frequency Representation of Acoustic Signals by Means of the Wigner Distri-

- bution Function: Implementation and Interpretation," JASA, Vol.81, No.6, pp.1841-1850, 1987.
7. S. G. Mallat, "Multifrequency Channel Decompositions of Images and Wavelet Models," IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol.37, No.12, pp.2091-2110, 1989.
8. M. J. Shensa, "The discrete Wavelet Transform: Wedding the A Trous and Mallat Algorithm," IEEE Trans. on Signal Processing, Vol.40, No.10, pp. 2464-2482, 1992.
9. Brian Telfer, et al., "Detecting Blobsin Multispectral Electro-Optical Imaginery using Wavelet Techniques," Proc. SPIE, Vol.1961, April 1993.
10. H. Szu, et al., "Wavelet transform as a Bank of the Matched Filters," Applied Optics, Vol.31, No. 7, pp.3267-3277, 1992.
11. J. Morlet, et al., "Wave Propagation and Sampling Theory: Part I, II," Geophysics, Vol.47, pp.203-236, 1982.
12. W. J. Wang and P. D. McFadden, "Application of the Wavelet Transform to Gearbox Vibration Analysis," ASME Structural Dynamics and Vibration Proceeding, Vol.52, pp.13-20, 1993.
13. I. Daubechies, *Ten Lectures on Wavelets*, SIAM Philadelphia, 1992.
14. C. K. Chui, *An Introduction to Wavelets*, Academic Press, N.Y., 1992.
15. J. J. Jeon and Y. S. Shin, *Wavelet Transform for Time-Frequency Analysis of Vibration Signature and Its Application*. NPS Technical Report, NPS-ME 93-004, Aug. 1993.

▲ 전 재 진 (정회원)



1982년 3월 ~ 1984년 2월 : 한국 과학기술원 기계공학과 (석사)

1984년 3월 ~ 1987년 8월 : 한국 과학기술원 기계공학과 음향공학(공학박사)

1992년 9월 ~ 1993년 8월 : U.S. Naval Postgraduate School 기계과 방문교수

1987년 ~ 현재 : 국방과학연구소(진해) 선임연구원