

技術解説

해양에서의 음파전파 수치모델

- Numerical propagation models in ocean acoustics -

송희천 · 최지호

(한국해양연구소)

I. 서론

해양음향환경은 위로는 기진 해수면 또는 얼음, 아래로는 비균질(inhomogeneous) 탄성체인 저질(sea bed)을 경계로 하는 복잡한 음파동로(acoustic waveguide)이며, 해수의 음향학적인 성질 또한 수온, 염분, 압력 등에 의해 결정되며 시·공간적 변동이 심하다. 따라서 음파전파 현상을 엄밀하게 해석할 수 있는 경우는 극히 제한적이며 수치적인 방법에 의존할 수밖에 없게 된다.

그러나 해양환경의 복잡성은 어떤 한가지의 수치적 방법으로 일반적인 문제를 다룬다는 것이 불가능하기 때문에 여러가지 수치모델이 개발되었으며, 그 각각의 방법은 제한된 경우에만 적용이 가능하다. 예를 들면, Normal Mode 방법은 저질과의 상호작용이 없으며 환경의 변화가 거의 없는 원거리(long-range) 문제에, PE(Parabolic Equation) 방법은 환경 변화가 심한 경우에 적용된다.

해양선전국에서는 일찌기 세계대전 이후 군사적인 필요성에 의해, 최근에는 해양의 개발 및 탐사에 따른 상업적인 활용 목적으로 음파전파모델에 대한 연구가 진행되고 있으며, 컴퓨터의 급속한 발전과 더불어 더욱 빠르고 정확하며 실제의 해양환경에서 적용할 수 있는 모델 개발에 역점을 두고 있다. 전지구적 규모의 온도변화와 관련하여 최근에 주목받고 있는 음향 토모그래피(tomography) 실험에서도 음향모델의 역할은 지대하다. 또한 음파이론에 대한 연구가

물리학 분야에서 계속 진행되어 그 결과가 다시 수치모델에 반영되는 등 상호 보완관계에 있다.

이와 같이 해양의 탐사 및 개발, 해양환경의 예측, 해양안보에 필수적인 음향의 활용을 위해서는 음향모델에 대한 연구가 선행되어야 한다. 따라서 우리의 해양환경에 적용할 수 있는 음향모델을 구축하기 위해, 각종 기본 음향모델이 갖고 있는 장·단점 및 그 적용범위를 알아보고자 한다.

II. 파동방정식

해양음향에 적용되는 대부분의 수치모델은 운동방정식(equation of motion), 연속방정식(continuity), 그리고 상태방정식(equation of state)으로부터 유도되는 다음과 같은 선형파동방정식(linear wave equation)을 풀게 된다.

$$\left[\nabla^2 - \frac{1}{c(\vec{r}, t)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \psi(\vec{r}, t) = f(\vec{r}, t), \quad (1)$$

여기에서 \vec{r} 은 3차원 공간좌표, t 는 시간, $c(\vec{r}, t)$ 는 음속을 나타낸다. $\psi(\vec{r}, t)$ 는 wave potential 또는 음압(acoustic pressure), $f(\vec{r}, t)$ 는 시·공간좌표 함수인 체적힘(volume force)을 나타낸다. 위의 파동방정식은 같은 밀도(density)의 매질에 적용되지만 밀도가 변화하는 경우에도 쉽게 일반화 될 수 있다. 균질한(homogeneous) 탄성체(elastic medium)에서도

종파(compressional wave) 및 전단파(shear wave)에 대해 유사한 방정식이 존재한다.

과동방정식 (1)은 4차원 편미분방정식으로서 해석적으로 풀 수 있는 경우는 아주 간단한 표준문제에만 국한되며, 실제의 해양환경에서는 수치적인 방법으로 접근하여야 한다. 식 (1)은 FD(Finite Difference) 또는 FEM(Finite Element Method)과 같은 수치해석 방법으로 직접 풀 수도 있으나 아주 단순한 문제에도 계산이 엄청나다. 따라서 과동방정식의 차원(dimension)을 줄이기 위하여, 대부분의 수치모델은 직선음원(line sources)에 의한 평면장(plane field) 또는 점음원(point source)에 축대칭 원통장(cylindrical field) 등의 공간 2차원 문제로 가정하게 된다.

음속의 시간에 따른 변화가 심하지 않은 환경(quasi-stationary)에서는 시간-주파수 Fourier transform을 이용하면 차원을 하나 더 줄일 수 있는데 예를 들면, 수심 z' 에 음원이 있을 경우의 과동방정식은 다음과 같이 주파수영역(frequency domain)에서의 Helmholtz(또는 elliptic reduced) wave equation이 된다.

$$[\nabla^2 + k(r, z)^2] \psi(r, z, \omega) = S_\omega \frac{\delta(z - z') \delta(r)}{2\pi r}, \quad (2)$$

여기서 $k(r, z)$ 은 수심(depth) z , 거리(range) r 에서의 매질의 파수(wavenumber), 즉 $k(r, z) = \omega/c(r, z)$ 이고, S_ω 는 음원의 강도(source strength)를 나타낸다. 식 (2)를 관심주파수 대역에서 각각 해를 구한다

음 inverse Fourier Transform을 이용하면 아래와 같이 시간영역(time domain)에서의 해 $\psi(r, z, t)$ 를 구할 수 있다.

$$\psi(r, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(r, z, \omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (3)$$

그러나 해양음향환경은 주파수의 상호간섭이 작은 특성때문에(low cross-spectral coherence) 신호처리사 협대역(narrow band) 또는 주파수별(CW processing)로 분석하게 된다. 따라서 이 경우에 (3)식은 계산할 필요가 없이 주파수영역의 해(frequency domain solution) $\psi(r, z, \omega)$ 만 구하면 된다.

III. 음파 수치모델

복잡한 해양환경에서 한 두가지의 수치적인 방법으로 일반적인 문제를 다룬다는 것이 불가능하기 때문에 여러가지 수치모델이 개발되었으며, 각각의 모델은 기하학적인 가정, 이론적 배경 및 해법, 그 적용 범위 등이 다르다. 수치모델은 서로의 연관성 때문에 엄격한 구분은 어렵지만 이론적인 접근 방법에 따라 그림 1에 보이는 바와 같이 일반적으로 크게 음선이론(ray theory)과 과동이론(wave theory)의 두가지로 나눌 수 있다.

또한 해양은 range-independent 및 range-dependent의 두가지 음향환경으로 구분되며 환경에 따른

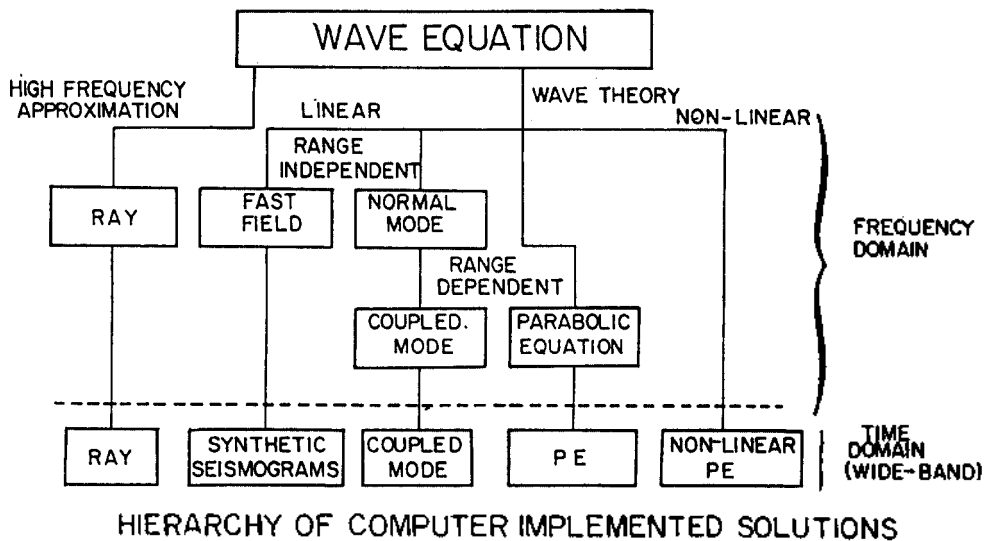


Fig 1. Hierarchy of computer implemented solutions to wave equation.

적절한 모델의 선택이 요구된다. range-dependent 환경이란 음속분포, 해저수심 등이 수평방향으로 변화하는 경우로서 실제의 해양환경에 더 가깝지만 문제의 복잡성 때문에 수치모델의 개발이 어려웠으나 최근 컴퓨터의 급속한 발전과 함께 모델연구가 활발히 진행되고 있다. 이에 반하여 range-independent 환경은 음속분포가 수직방향으로만 변화하기 때문에 변수분리가 가능하므로 엄밀해가 존재하며 상당한 연구결과가 축적되어 있다. 표 1은 해양환경에 따라 분류된 각종 수치모델을 보여주고 있다.

여기서는 각종 음파수치모델의 종류 및 특성, 이론적 배경, 장·단점 및 적용한계, 현재의 연구동향 등을 살펴보고자 한다.

Table 1. Numerical models classified by applicable environments

Range-independent 환경	Range dependent 환경
·Full Wave Field (FFP)	·Ray Tracing
·Normal Mode	·PE
·Multi-path Expansion (WKB)	·Coupled Mode
	·Adiabatic Mode
	·FD
	·FEM

1. 음선추적(ray tracing)

음선추적은 그 단순성(simplicity), 일반성(generality) 및 적은 계산량(small computation) 때문에 1960대 후반까지 음향분야에서 가장 널리 쓰이던 모델이다. 접근 방법에 따라 여러 종류의 음선모델이 있으나 기본 원리는 식 (2)의 해를 다음과 같이 가정한다.

$$\psi(r, z) = \phi(r, z) e^{-iS(r, z)}, \quad (4)$$

여기서 $\phi(r, z)$, $S(r, z)$ 는 공간좌표의 실함수(real function)이다. 식 (4)는 해의 형태가 국지적으로 파면(wavefront)이 $S(r, z) = \text{const}$ 인 평면파(plane wave)임을 나타내고 있다. 식 (4)를 식 (2)에 대입하고 아래와 같이 가정하게 되면,

$$\left| \frac{\nabla^2 \phi(r, z)}{k^2(r, z) \phi(r, z)} \right| \ll 1, \quad (5)$$

위상함수 $S(r, z)$ 에 대하여 다음과 같은 Eikonal 방정식을 얻는다.

$$\left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z} \right)^2 = k^2(r, z). \quad (6)$$

음선(ray)은 파면에 수직하므로 Eikonal 방정식을 이용하게 되면 어느 특정한 파면 또는 음선을 추적할 수 있으며 결국 기하학적 광학(geometrical optics)의 해로 귀착된다.

음선이론의 정확도는 식 (5)의 타당성 여부에 달려 있는데, 음파의 파장이 해의 국지적 변동에 비해 작아야 함을 의미한다. 따라서 음선이론을 고주파 근사법(high frequency approximation)이라고 한다. 또한 변곡점(turning points)이나 caustics에서의 위상변화를 고려해 주어야 하며, 경계면에서의 음파의 반사 또한 특별히 취급되어야 한다. 그러므로 음선이론은 컴퓨터의 발전과 함께 더욱 정확한 파동이론(wave theory)에 의한 수치모델로 대체되면서 지난 20여년 동안 그 이용이 급격하게 감소되고 있는 추세이다.

그럼에도 불구하고 음선추적 방법은 아직도 여러 가지 장점을 갖고 있으며(특히 물리적, 시각적인 이해 측면에서), 전통적인 음선이론의 결점을 극복하여 개선된 모델들이 개발되었는데 예를 들면, Cherveny^[12] 등의 Gaussian beam approach와 Westwood^[13]의 일반화된 음선이론(generalized ray approach) 등이 있다.

도입된 가정이 타당한 범위내에서 음선이론은 매우 효율적이고, 다양하며 또한 일반적이다. 따라서 2차원 뿐만 아니라 3차원 문제에도 적용이 가능하며, 해저로부터의 복반사(reverberation 또는 back scattering)에서도 이용된다. 음선이론은 음향뿐만 아니라 지진파(seismic propagation)에서도 적용 가능하지만 서질과의 경계면에서 종파(compressional wave)와 전단파(shear wave)간의 변환(conversion)이 너무 복잡하기 때문에 지진학(seismology)에서는 거의 쓰이지 않고 있다.

2. Parabolic Equation (PE)

대부분의 PE 음파모델은 Tappert^[14]가 처음 제안한 방법에 기초하고 있으며 전통적인 PE 접근방법은 식 (2)의 해를 다음과 같이 가정한다.

$$\psi(r, z) = \phi(r, z) H_0^{(1)}(k_0 r), \quad (7)$$

여기서 k_0 는 기준파수(reference wavenumber), $\phi(r, z)$ 는 음원으로부터의 거리(range) r 의 완만한 함수이

며, 거리 r 은 주로 Hankel function $H_0^{(2)}(k_0 r)$ 에 영향을 미친다. 또한 거리가 파장에 비해 훨씬 크다고 가정하고 ($k_0 r \gg 1$), 식 (7)을 식 (2)에 대입해주면

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + 2ik_0 \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + k_0^2 (n^2(r, z) - 1)\phi = 0, \quad (8)$$

여기서 $n(r, z) = k(r, z)/k_0$ 는 굴절지수(index of refraction)이다.

이제 envelope function $\phi(r, z)$ 이 매우 완만하다고 가정하면,

$$\left| \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \right| \ll \left| 2ik_0 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|. \quad (9)$$

위 식은 식 (7)의 Hankel function이 거리에 따른 영향을 주로 받을때, 즉 수평방향으로 전파하는 경우에 성립한다. 이와 같은 가정을 small-angle approximation이라고 하며, 결국 Tappert의 표준 PE 방정식은 다음과 같이 된다.

$$2ik_0 \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + k_0^2 (n^2(r, z) - 1)\phi = 0. \quad (10)$$

Helmholtz 방정식과 비교하여 이 식의 장점은 식 (2)가 공간좌표상의 모든 지점에서 동시에 풀어야 하는 elliptic 편미방인데 반하여 식 (10)은 진진적인 방법(marching scheme)에 의해 해를 구할 수 있는 parabolic 편미방이다. 그러나 small-angle approximation으로 인하여 전파각이 $10-20^\circ$ 보다 클 경우에는 상당한 오차가 발생하게 된다. 또 다른 오차원인으로는 음원의 상태(source condition)가 유도과징에서 누락되어 있으므로 다른 수치모델(예를 들면, normal mode)에 의한 초기해를 필요로 하게된다.

이와 같은 문제점을 극복하기 위하여 높은 차수(order)의 근사방법이 개발되었으며^[5,6,7] 꽤 큰 전파각에 대해서도 정확한 해를 구할 수 있게 되었다. 그러나 근본적으로 PE 모델은 일방통행(one-way) 모델로서 후방산란(back scattering)을 고려하지 않기 때문에 거리에 따른 환경변화가 비교적 완만하고 미약할 때 적용이 가능하다. 이 문제를 해결하기 위하여 single scattering 방법이^[8] 제시되고 있다. 표 2는 개발된 여러종류의 PE 모델을 보여주고 있으며 최근 Jensen에 의해 PE모델의 비교평가가 수행된 바 있다.^[9]

VERSIONS OF PE

*BTLAPPE	vector(AP 190L)
*DREP	finite difference
*NORDA	finite element (high angle)
*NOSC	
*NRL-1	
*NRL-2 NRL-3	vector(2) nonlinear mesh(3)
*NUSC 1	implicit finite-difference(IFD)
*NUSC-2	
*SACLANT	
*SAI-1	AUTOEXEC + FIR source + range step
*SAI-2	high angle
*URI	impedance + IFD
*PERUSE	rough surface
*PPE	pulse source

Table 2. Versions of PE developed by U.S. Navy

일반적으로 PE 모델은 적용가능한 해양환경의 견지에서 보면 대단히 융통성이 있으나 주로 중·저파수(약 500 Hz 미만)에서 사용된다. PE 모델은 유체매질에서만 적용할 수 있으나 최근 Collins와 Kuperman에 의해 개발된 elastic PE 모델은^[10] 확장 가능성을 보여주고 있다.

3. Wavenumber Integration (WI)

파수적분법(WI)의 기본원리는 식 (2)의 2차원 Helmholtz 편미분방정식을 1차원 상미분방정식으로 전환시키는 것인데, 이것은 파수 $k(r, z)$ 가 range-independent 환경에서 1차원의 공간좌표, 즉 수심 z 만의 함수임을 의미한다. 이 경우 (2)식에 range-wavenumber Hankel Transform을 적용하게되면 수심변수가 분리된 파동방정식(depth-separated wave equation)을 다음과 같이 얻게 된다.^[11]

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} - (\kappa^2 - k(z)^2) \right] \psi(\kappa, z) = S_0 \frac{\delta(z - z')}{2\pi}. \quad (11)$$

여기서 κ 는 수평파수(horizontal wavenumber)이며, 주파수영역해 $\psi(r, z)$ 는 inverse Hankel Transform으로부터 구할 수 있다.

$$\psi(r, z) = \int_0^\infty \psi(\kappa, z) \kappa J_0(\kappa r) d\kappa. \quad (12)$$

이 방법의 큰 장점은 매질의 파수 $k(z)$ 가 어떤 경우

에는 엄밀해가 존재하는 것이다. 매질의 파수가 일정하면, 즉 $k(z) = k$ 이면

$$\psi(\kappa, z) = \frac{i S_{00}}{4\pi} \frac{e^{-i\kappa_2(z-z')}}{\kappa_2} + A^-(\kappa) e^{-i\kappa_2 z} + A^+(\kappa) e^{-i\kappa_2 z}, \quad (13)$$

여기서 $A^\pm(\kappa)$ 는 수평파수 κ 의 임의함수, $\kappa_2 = \sqrt{k^2 - \kappa^2}$ 는 평면파의 수직파수(vertical wavenumber)이다. 따라서 위 식의 해는 수평파수가 κ 이면서 위로 진행하는(up-going) 파와 아래로 진행하는(down-going) 파의 중첩이 됨을 보여준다.

여러층의 매질로 구성된 range-independent 환경에서는 각 층에 대하여 식 (13) 형태의 해를 구한 다음, 각 경계면에서의 경계조건을 고려하면 다음과 같은 대수방정식으로부터 진폭함수 $A^\pm(\kappa)$ 를 결정할 수 있다.

$$B(\kappa) A(\kappa) = R(\kappa), \quad (14)$$

여기서 $A(\kappa)$ 는 모든 층에서의 진폭함수 벡터, $B(\kappa)$ 는 경계조건을 나타내는 상수계수 매트릭스, 그리고 $R(\kappa)$ 는 각 층에서의 음원을 포함하는 벡터를 각각 나타낸다.

층이 작은 경우에는 (14)식을 엄밀하게 풀 수도 있으나 일반적으로 층이 여러개인 경우에는 수치적으로 접근하여야 한다. 이때 수치적 안정성(numerical stability)을 얻기위한 여러가지 방법이 제시되었는데, Thomson^[12], Haskell^[13]의 propagator matrix approach의 변형된 방법, Kenned의 invariant embedding approach^[14], 그리고 Schmidt의 global matrix approach(DGM)^[15,16] 등이 있다. 어떤 방법을 택하든 중요한 것은 식 (12)의 kernel $\psi(\kappa, z)$ 가 컴퓨터의 기계오차범위 이내까지 정확해야 한다.

Range-independent 환경이어야 하는 것과는 별도로 WI 방법에서 주된 오차의 발생은 식 (12)의 inverse Hankel transform을 수치적으로 계산할 때에, 특히 실수축(real wavenumber axis)에 pole이 존재하게 되는 음파통로 문제에서 생긴다. 그러나 이 경우에는 적분 contour를 복소수 평면(complex wavenumber plane)으로 우회시켜 계산해주면 쉽게 원하는 오차범위까지 얻을 수 있다. 해양음향학에서는 일반적으로 음원으로부터 아주 가까운 곳(near-field)은 관심의 대상이 아니므로, 음원쪽으로 진행하는 파(incoming wave)를 무시하고 인수(argument)가 큰

경우의 Hankel 함수 근사식을 도입하는 FFP(Fast Field Program) 모델이^[17] 가장 널리 쓰이고 있는 적분 방법이다. 이때 식 (12)는 Fast Fourier Transform(FFT)를 이용하여 계산할 수 있는 Fourier Integral로 변환되므로 많은 수의 기리 격자에서 동시에 해를 구할 수 있다. FFP란 명칭은 이와 같은 특별한 적분방식과 관련되지만 해양음향학에서는 모든 파수적분법(WI)을 통칭하며 지진학(seismology)에서는 종종 reflectivity method라고도 한다.

WI 모델은 원하는 오차범위까지 정확한 해를 줄 수 있다는 짐때문에 새로운 수치모델의 성능을 평가하는 시금석(benchmarks)으로 널리 활용되고 있다. 또한 Kutschale의 FFP^[18]와 SAFARI^[11]는 매질이 유체와 고체가 섞여있으며 음속의 균일하지 않은 경우에도 적용할 수 있으므로 얼음으로 덮혀있는 극지 환경에서도 활용된다. 최근에는 2차원 공간 SAFARI 모델이 3차원 공간에서도 적용될 수 있도록 확장되었다.^[131]

WI 모델의 단점은 range-independent 환경에서만 적용할 수 있다는 점인데 최근 새로이 개발된 Hybrid Scheme을^[19,20] 이용하여 range-dependent 환경에서도 적용할 수 있도록 확장되고 있는 추세이다.

4. Normal Modes (NM)

Normal mode(NM) 모델은 해양음파통로 문제에 적용된 최초의 파동이론에 의한 접근방법의 하나로서 비교적 간단하고 물리적으로 이해가 쉬우므로 아직도 가장 널리 활용되고 있는 모델이다.

NM 모델은 range-independent 환경에서 수심변수 분리된 파동방정식 (11)을 푸는것으로 그 수학적인 기초는 WI 모델과 동일하다. 차이점은 WI모델이 식 (12)를 직접 수치적으로 적분하지만 NM모델은 complex contour integration을 이용하여 두가지 형태의 합으로 나타낸다. 하나는 (14)식의 eigenvalue에 의한 pole에 해당하는 residue이고 또 다른 하나는 해석에 에너지를 빼앗기면서 진과하게 되는 경사가 급격한(steep) 경우의 기여분인 branch line integral이다. 대부분의 경우 branch line integral은 무시하므로 일반적으로 음원으로부터의 거리가 수심의 5~10배 이상이 되면 정확한 해를 주게 된다. branch line integral을 포함할 경우에는 NM모델과 WI모델은 동일해진다.

대부분의 NM 모델은 손실이 없는 음파통로를 가정하고 실수축에서 eigenvalue를 갖게 되며, 감쇠

(attenuation)는 각각의 mode damping에 대한 근사 값을 결정하여 최종적으로 모우드의 합산시 고려해 준다. 이 방법은 감쇄가 비교적 작은 실제의 해양환경에서 충분히 정확한 해를 얻게 해 준다.

WI모델과는 달리 NM모델은 탄성체인 저질과 유체인 해양과의 복합문제(seismo-acoustic problem)를 다루기 어렵다. 그 이유는 해저퇴적물의 낮은 전단속도(shear speed)로 인해 실수축에 있는 pole이 Riemann-sheet로 옮겨지기 때문에 eigenvalue를 찾기가 어렵다. 이 경우에는 가상의 해저층을 도입하므로서 normal mode를 실수축으로 되돌릴 수 있다. 이때 전단파에 의한 mode의 감쇄는 퇴적층에 전단을 인위적으로 감쇄시켜 나타낼 수 있다. 반면에 WI 모델은 해저에 침투하는 해를 포함하게 된다.

WI모델과 비교하여 NM모델의 장점은 range-dependent 문제에서도 비교적 쉽게 확장 될 수 있다는 것이다. Adiabatic mode^[21]이론은 해저면의 경사가 5~10°인 경우에도 적용되며^[22], Coupled mode^[23]이론은 후방산란(back scattering)을 고려하면서 단계적인(stepwise) range-independent 문제로 완전해를 구할 수 있다. 이때 구획(sector)간의 coupling을 정확하게 나타내기 위해서는 full mode set를 필요로 하게 되며 따라서 branch line integral을 복소수 모우드로 나타내기 위한 가상의 해저층을 도입하게 된다. 이와같은 복소수 모우드를 찾는 데도 시간이 많이 소요되므로 coupled mode 이론은 단지 PE 모델이나 adiabatic mode와 같은 근사해법에 대한 시금식으로 활용된다.^[19]

NM모델은 음장(field)을 수평성분의 음속으로 잠정의되는 discrete mode로 나타낼 수 있으므로 음성이론과 결합하면 해양에서 3차원 수평굴절 문제에 적용할 수 있는데, NRL-WRAP^[24] 모델은 일반적인 해양환경의 3차원 해를 매우 효율적으로 얻을 수 있는 모델로 알려져 있다.

5. Boundary Element Method

Boundary integral method(BIM)은 음장을 다음과 같은 적분식으로 나타낼 수 있다는 Green's theorem에 근거를 두고 있다.

$$\psi(\vec{r}) = \int_S \left[G_w(\vec{r}, \vec{r}_s) \frac{\partial \psi(\vec{r}_s)}{\partial \vec{n}_s} - \psi(\vec{r}_s) \frac{\partial G_w(\vec{r}, \vec{r}_s)}{\partial \vec{n}_s} \right] dS \quad (15)$$

$$- \int_V f(\vec{r}') G_w(\vec{r}, \vec{r}') dV.$$

여기서 $G_w(\vec{r}, \vec{r}_s)$ 는 체적 V 내에서 식 (2)를 만족하는 Green 함수이고, \vec{n}_s 는 표면 S 상의 점 \vec{r}_s 에서 바깥쪽으로 연직된 벡터를 나타내며, 체적 적분은 체적 V 안에 있는 체적음원을 포함한다.

가장 흔한 BIM의 수치적 모델은 Finite Element Method(FEM)와 유사한 이름을 갖는 Boundary Element Method(BEM)이며, 식 (15)의 수치화는 다음과 같다. 표면 S 를 제한된 수의 자유도(degree of freedom)를 갖는 평판(panel)으로 나눈 다음, $\psi(\vec{r}_s)$ 및 $\partial \psi(\vec{r}_s)/\partial \vec{n}_s$ 에 대한 매트릭스 방정식을 세운다. 이 방정식을 풀게되면 체적 V 내에서의 해를 (15) 식으로부터 구할 수 있다.

BEM의 효율성은 Green function이 얼마나 단순한가에 달려 있으므로 주로 Green function의 완전해가 존재하는 무한장내의 물체 및 구조물에 의한 산란(scattering)에서^[25] 이용된다. 해양환경에서는 Green function이 공간좌표와 주파수의 복잡한 함수이며 그 자체가 수치모델을 요구하므로 해양에서 BEM의 적용은 대단히 제한된다. 그러나 최근 획기적인 계산능력의 증대 및 Green 함수 발생기의 동장은 불규칙 경계면이나^[26] 음파통로 및 해저에 있는 물체에 의한 산란(scattering) 현상에도^[27] 이용될 수 있음을 보여준다.

6. Finite Element Method(FEM)

유한요소법(finite element method, FEM)의 기본 원리는 해양환경을 작은 등방성 요소(element)나 블럭으로 잘게 나누어 주며, 각요소를 연결해 주는 node의 변위(displacement)는 제한된 수의 자유도(degree of freedom)를 갖는다. 따라서 운동방정식은 자유도계로 나타내게 되며 전체 요소를 결합하면 직선대수방정식이 된다.

각 요소는 제한된 수의 자유도를 갖고 있으므로 요소의 크기가 파장에 비해 작아야 한다. 해양음향모델은 대개 파장보다 몇 차수(order of magnitude) 높은 거리를 다루게 되므로 FEM으로는 계산량이 너무 방대하여 거의 사용되지 않는다.

반면에 FEM은 일반적인 환경에 적용되며 물체나 불규칙 경계면에서의 산란 및 복반사와 같은 국지적인 현상을 다룰때 중요하다. FEM은 식 (1)을 직접 풀 수도 있고 식 (2)의 Helmholtz 방정식을 단일주

파수(CW)에 대하여 볼 수도 있다. 후자의 경우에는 경계에서의 방사조건(radiation condition)의 적절한 취급이 매우 중요하게 된다.¹²⁸⁾

7. Finite Difference Method(FDM)

또 다른 discrete 방법으로는 차분법(finite difference, FD)이 있다. FEM이 환경을 discretize 하는 데 반해 FD는 연속체의 파동방정식 (1)을 discretize 한다. 그러나 discretization에 따른 요구조건은 비슷해서 일반적인 위치기 문제에 적용되지 않는다. FEM과 마찬가지로 FD는 해저의 형상²⁹⁾ 또는 얼음의 돌출에 의한 산란³⁰⁾과 같은 국지적인 현상에 이용되며, 적용할 수 있는 환경은 일반적이다.

이상과 같이 각종 수치모델의 배경 및 현황을 살펴 보았는데, 이밖에도 정확도에서는 미흡하지만 계산이 빠르고 자료의 입력이 간단하여 PC에서도 쉽게 실행시킬 수 있는 Hybrid 모델은 주로 해군의 작전용으로 개발되었다. Range-independent 모델로서

FACT와 RAYMODE 등이 있으며 range-dependent 모델은 ASTRAL이 있다. 표 3은 미해군에서 보유하고 있는 각종 모델 및 그 특성을 보여준다.

IV. 결 언

현재 국내에는 해양음향관련분야의 전문 연구인력 및 연구기관의 태부족으로 인하여 선진국과는 비교할 수 없을 정도로 낙후되어 있으며, 선진국으로부터의 모델 도입도 군사적인 목적에의 이용 가능성 때문에 기술이전이 까다롭다. 설명 도입이 되는 경우에도 현재 산 쓰이지 않는 오래된 모델들이며 그 모델을 변경시키거나 개선시키기가 어렵다.

따라서 21세기 해양선진국을 지향하고 있는 우리도 해양의 개발 및 탐사, 해양 안보 등에 필수적인 유향의 활용을 위해서는 국내의 여러기관에서 이미 확보된 모델을 개선, 발전시키고 또한 가능한 여러가지 모델을 자체개발함으로써 궁극적으로 우리의 해양환

Propagation Modeling Methods

Method	Example	Source	Range Dependent	Arrival Angle	Travel Time	Relative Speed (VAX) *	Attributes/Comments
Modified Ray	GRASS	NRL	yes	yes	yes	slow (min)	propagation questionable integral representation first to use caustic corrections
	FAME	NUSC	no	yes	yes	medium (sec)	
	FACT Range Dependant Ray Mode	NORDA NUSC	no yes	yes yes	no yes	fast (sec) average (min)	
Fast Field Theory	FFP	NUSC	no	no	no	slow (10s min)	first of this class
	Kutschale Safari	Columbia Saclant	no no	no no	no no	very slow (10s min) slow (10s min)	under ice shear waves on bottom best of this class
Normal Mode	Stickler Couple	AMES NORDA	no yes	no no	no no	average (min) very slow (hours)	branch line integrals most accurate of all for low frequencies, 2-D adiabatic normal mode
	3-D	NRL/NUSC	3-D	no	no	slow (10s min)	
Parabolic Equation	IFD	NUSC	yes	no	no	very slow (10s min)	very accurate at low frequencies worst of PEs best all-around 2-D model
	PE** PESOGN	NORDA ONR	yes yes	yes no	yes no	fast fast for PE (10s sec)	
Hybrid	RAYMODE**	NUSC	no	yes	yes	very fast (sec)	Navy standard shows promise in development no theoretical justification
	Gaussian Beam	NOSC	yes	yes	yes	very fast (10s sec)	
	HYPER	Miami/NUSC	yes	yes	yes	average	
	ASTRAL**	SAI/NORDA	yes	yes	yes	fastest	

*The following abbreviations are used: sec = seconds; 10s sec = tens of seconds; min = minutes; 10s min = tens of minutes

**Navy standard

경에 적용할 수 있는 독자적인 음향모델을 구축하여야 할 것이다.

참 고 문 헌

1. V. Cervený, M.M. Popov, and I. Psencik. Computation of wave fields in inhomogeneous media-Gaussian beam approach, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 70:109-128, 1982.
2. M.B. Porter and H.P. Buckner. Gaussian beam tracing for computing ocean acoustic fields, *J. Acoust. Soc. Am.*, 82:1349-1359, 1987.
3. E.K. Westwood. Ray methods for flat and sloping shallow water waveguides, *J. Acoust. Soc. Am.*, 85:1885-1894, 1989.
4. F.D. Tappert. The parabolic approximation method. In J.B. Keller and J.S. Papadakis, editors, *Wave Propagation in Underwater Acoustics*, Springer Verlag, New York, 1977.
5. J.F. Claerbout. *Fundamentals of Geophysical Data Processing*. Blackwell, Oxford, UK, 1985.
6. L. Halpern and L.N. Trefethen. Wide-angle one-way wave equations, *J. Acoust. Soc. Am.*, 84:1397-1404, 1988.
7. M.D. Collins. Applications and time-domain solution of higher order parabolic equations in underwater acoustics, *J. Acoust. Soc. Am.*, 86:1097-1102, 1989.
8. M.D. Collins. Private communication, 1991.
9. F.B. Jensen and C.M. Ferla. Numerical solutions of range dependent benchmark problems in ocean acoustics, *J. Acoust. Soc. Am.*, 87:1499-1510, 1990.
10. M.D. Collins and W.A. Kuperman. A stable higher order elastic parabolic equation with application to Scholte wave propagation. In J.M. Hovem, M.D. Richardson, and R.D. Stoll, editors, *Shear Waves in Sediments*. Kluwer, Dordrecht, NL, 1991.
11. H. Schmidt. *SAFARI: Seismo-Acoustic Fast Algorithm for Range Independent Environments. User's Guide*. SR 113, SAFLANT ASW Research Center, La Spezia, Italy, 1987.
12. W.T. Thomson. Transmission of elastic waves through a stratified solid. *Journ. appl. Phys.*, 21:89-93, 1950.
13. N.A. Haskell. The dispersion of surface waves in multilayered media, *Bull. seism. Soc. Am.*, 43:17-34, 1953.
14. B.L.N. Kenneth. Reflections, rays and reverberations, *Bull. seism. Soc. Am.*, 71:1011-1029, 1974.
15. H. Schmidt and F.B. Jensen. A full wave solution for propagation in multilayered viscoelastic media with application to Gaussian beam reflection at fluid-solid interfaces, *J. Acoust. Soc. Am.*, 77:813-825, 1985.
16. H. Schmidt and G. Tango. Efficient global matrix approach to the computation of synthetic seismograms, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 84:331-359, 1986.
17. F. DiNapoli and R. Deavenport. Theoretical and numerical Green's function solution in a plane multilayered medium, *J. Acoust. Soc. Am.*, 73:92-105, 1980.
18. H. Kutschale. *Rapid computation by wave theory of propagation loss in the Arctic Ocean* Cu-8-73, Columbia University, 1973.
19. J.R. Fricke, R.A. Stephen, and A.B. Baggeroer. Numerical modeling of the scattered acoustic field from elastic ice, *J. Acoust. Soc. Am.*, 83(S1):S37, 1988.
20. W. Seong. *Hybrid Galerkin boundary element-wavenumber integration method for acoustic propagation in laterally inhomogeneous media*. Ph.D thesis, Massachusetts Institute of Technology, January 1991.
21. A.D. Pierce. Augmented adiabatic mode theory for upslope propagation from a point source in variable-depth shallow water overlying a fluid bottom, *J. Acoust. Soc. Am.*, 74:1837-1847, 1983.
22. F.B. Jensen and H. Schmidt. Spectral decomposition of PE fields in a wedge-shaped ocean. In H. M. Merklinger, editor, *Progress in Underwater Acoustics*, Plenum Press, New York, 1987.
23. R.B. Evans. A coupled mode solution for propagation in a waveguide with stepwise depth variations of a penetrable bottom, *J. Acoust. Soc. Am.*, 74:188-195, 1983.
24. W.A. Kuperman, M.B. porter, J.S. Perkins, and R.B. Evans. Rapid computation of acoustic fields in three-dimensional ocean environments, *J. Acoust. Soc. Am.*, 89:125-133, 1991.
25. D. Colton and R. Kress. *Integral Equations Methods in scattering Theory*. John Wiley & Sons, 1983.
26. T.W. Dawson and J.A. Fawcett. A boundary integral equation method for acoustic scattering in a waveguide with nonplanar surfaces, *J. Acoust. Soc. Am.*, 87:1110-1125, 1990.
27. P. Gerstoft and H. Schmidt. A boundary element approach to ocean seismoacoustic facet reverberation, *J. Acoust. Soc. Am.*, 89:1629-1642, 1991.

28. S. A. Chin-Bing and E.M. Murphy, a seismoacoustic finite element model for underwater acoustic propagation. In J.M. Hovem, M.D. Richardson, and R.D. Stoll, editors, *Shear Waves in Sediments*. Kluwer, Dordrecht, NL., 1991.
29. M.E. Dougherty and R.A. Stephen. Geoacoustic scattering from sea-floor features in ROSE area. *J. Acoust. Soc. Am.*, 82: 238-256, 1987.
30. C.L. Pekeris, Theory of propagation of explosive sound in shallow water. *Mem. Geol. Soc. Am.*, 27.

1948.

31. J. Kim, *Radiation from Directional Seismic Sources in Laterally Stratified Media with Application to Arctic Ice Cracking Noise*. Ph.D. Dissertation, Dept. of Ocean Eng., Mass. Inst. of Tech, May 1989.

이 논문은 1992년도 과학기술처에서 실행한 특정연구개발사업(과제명: 해양에서의 음파전파 수치모델연구)의 일부임

▲ 송 회 천



1978년 2월 : 서울공대 조선공학
(학사)

1980년 2월 : 서울공대 조선공학
대학원(석사)

1990년 9월 : 미국 MIT 해양공
학(박사)

1991년 1월 ~ 현재 : 한국 해양연
구소 물리부 신입
연구원

▲ 최 지 호



1990년 2월 : 연세대 이과대 물
리학과(학사)

1992년 2월 : 연세대 본대학원
물리학과(석사)

1992년 3월 ~ 현재 : 한국 해양연
구소 물리부 연구원