

## 결정-추정법을 이용한 신호 도착 방향 추정

### Direction of Arrival Estimation Via Determination-Estimation

최진호\*, 나윤정\*, 송익호\*

(Jinho Choi\*, Yoon Jeong Na\*, and Ickho Song\*)

#### 요약

이 논문에서는 여러 신호원의 방향을 추정하는 결정-추정 방법을 제안하였다. 이 방법은 조건부 평균 다중신호분류(MUSIC) 영 스펙트럼에 바탕을 두고 있으며 신호원수를 모를 때에도 쓸 수 있다. 컴퓨터 모의 실험으로 MUSIC 영 스펙트럼의 분해 확률과 조건부 평균 MUSIC 영 스펙트럼의 분해 확률은 거의 같다는 것을 알 수 있었다. 그리고 신호원 수를 결정할 때 정보 이론적 판단 기준과 베イズ 접근 방법이 같은 결과를 낸다는 것도 알 수 있었다.

#### ABSTRACT

A combined determination-estimation method is proposed for direction finding of multiple source locations in this paper. The method is based on the conditional mean multiple signal classification (MUSIC) null-spectrum, and does not require a priori decision on the number of signal sources. By computer simulation, it is seen that the probability of resolutions of these two null-spectra are almost the same. In addition it is found that the information theoretic criterion and Bayesian approach for determining the number of signal sources would give the same result.

#### 1. 머리말

신호원의 방향을 추정하는 문제에서 신호원 수를 결정하는 방법이 많이 있는데 [1,2], 그들 가운데 몇 가지는 [3,4]에서 다룬 정보 이론적 판단 기준에 바탕을 두고 있다. 그 가운데 널리 쓰이는 것은 AIC (Akaike information criterion) [3] 와 MDL (minimum descriptive length criterion) [4] 두가지이다. [1]에서는 신호원 수 결정 문제에서 이 두 판단 기준의 쓰임새에 대해 살펴보고 이 두 판단 기준을 써

서 신호원 수를 얻었다. 그리고 [2]에서는 대수 우도 함수를 (log likelihood function) 써서 새로운 정보 이론적 판단 기준을 얻었다.

신호원 수가 결정되면 고유구조에 (eigenstructure) 바탕을 둔 여러 방법들을 [5,6] 써서 도착 방향을 추정할 수 있다. 그 가운데 다중신호분류 (multiple signal classification; MUSIC) 방법과 [6] Min-Norm 방법이 [5] 널리 쓰이고 있다. 그러나 이 방법들은 신호원 수를 알고 있을 때에만 쓸 수 있다.

이 논문에서는 신호원 수를 미리 알 필요가 없는 도착 방향 추정 방법을 생각해본다. 이 방법에서는 신호원 수의 조건부 확률로부터 신호원 수에 관한 조건부 평균 MUSIC 영 스펙트럼을 얻어서 이 영 스펙

\*한국과학기술원 전기 및 전자공학과  
접수일자: 1993년 4월 15일

트럼의 국소 최소점들로 도착 방향을 추정한다.

## II. 기본개념

수신기  $L$ 개로 이루어진 배열 수신기를 생각하자. 이때,  $C^{L \times 1}$ 가  $L \times 1$  복소 벡터들로 이루어지는 공간을 나타낸다고 하면, 이 배열 수신기의 출력 벡터는  $y(t) \in C^{L \times 1}$ 이다. 이제 다음과 같은 관측 모형을 생각하자.

$$y(t) = Ax(t) + n(t), \quad t = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

식 (1)에서 신호원 열벡터  $x(t)$ 는 크기가  $M \times 1$ 이고 평균이 0인 복소 정규 확률벡터라 하고 가산성 잡음  $n(t)$ 는 공분산 행렬이  $\sigma I$ 이고 평균이 0인 복소 정규 확률 벡터라고 하자.  $x(t)$ 의 공분산 행렬은  $E[x(t)x^H(t)] = R_x$ 라 하고 행렬  $A \triangleq A = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_M)]$  이라는 꼴을 갖는  $L \times M$  ( $L > M$ ) 복소 행렬이다. 여기서  $\theta_i$ 는  $i$ 번째 신호원의 도착 방향이고  $a(\theta_i) \in C^{L \times 1}$ 는 조종 (steering) 벡터라 부른다.  $y(t)$ 의 공분산 행렬  $R_y$ 는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$R_y = AR_x A^H + \sigma I. \quad (2)$$

$R_y$ 의 고유값과 고유벡터를 각각  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L$  과  $e_1, e_2, \dots, e_L$ 로 나타내기로 하자. 여기서  $\lambda_{M+1} = \lambda_{M+2} = \dots = \lambda_L = \sigma$ 이고 행렬  $S \triangleq [e_1, e_2, \dots, e_M]$ 과  $G \triangleq [e_{M+1}, e_{M+2}, \dots, e_L]$ 의 범위는 각각 신호 부분공간, 잡음 부분공간이라 부른다. 벡터  $\{a(\theta_i), 1 \leq i \leq M\}$ 은 잡음 부분공간과 직교하므로

$$a^H(\theta)G = 0, \theta \in \Theta \quad (3)$$

임을 알 수 있다. 여기서  $\Theta \triangleq \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\}$ 이다.  $d(\theta) = a^H(\theta)GG^H a(\theta)$ 라고 정의하면 함수  $d(\theta)$ 는  $\theta \in \Theta$ 에서만 영이 된다. 그러나 관측의 크기가 유한할 때에는  $R_y$ 를 얻을 수 없으므로  $R_y$ 의 추정값  $\hat{R}_y = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y(t)y^H(t)$ 를 쓰는데  $\hat{R}_y$ 의 고유값과 고유벡터를 각각  $\ell_1 \geq \ell_2 \geq \dots \geq \ell_L$ 와  $v_1, v_2, \dots, v_L$ 로 나타내자. 이 때 MUSIC 영 스펙트럼은 다음과 같다.

$$g_M(\theta) = \sum_{i=M+1}^L a^H(\theta)v_i v_i^H a(\theta). \quad (4)$$

관  $g_M(\theta)$ 는  $\theta \in \Theta$  부근에서 최소점을 갖는다. 그러므로

로 우리는  $g_M(\theta)$ 의 국소 최소점들로 도착 방향을 추정할 수 있다.

신호원 수를 모른다면 적당한 방법을 써서 신호원 수를 먼저 결정해야 한다. 신호원수를  $D$ 라고 ( $M$ 과 같을 수도 있고 다를 수도 있다) 추정했을 때 MUSIC 영 스펙트럼 (4)는  $g_D(\theta)$ 로 바뀔 것이다.

## III. 최대 우도함수의 성질

신호원 수를 정할 때에는 정보 이론적 판단 기준 방법들이 쓰여 왔다. 그 방법들은 최대 우도함수에 (maximum likelihood function) 바탕을 두고 있으므로 이 절에서는 최대 우도함수의 몇 가지 성질을 살펴보고자 한다.

신호원과 잡음 벡터는 복소 정규 확률 벡터라고 했으므로 관측량은 다음과 같은 결합 확률밀도를 (joint probability density function) 갖는다.

$$f(Y) = \prod_{k=1}^N \frac{1}{\pi^L \det(R_y)} \exp(-y^H(k)R_y^{-1}y(k)). \quad (5)$$

여기서  $Y = \{y(1), y(2), \dots, y(N)\}$ 이다. 따라서 우도함수는 다음과 같다.

$$L_D(Y) = \prod_{k=1}^N \frac{1}{\pi^L \det(R_y^{(D)})} \exp(-y^H(k)(R_y^{(D)})^{-1}y(k)). \quad (6)$$

이 식에서  $R_y^{(D)} = \sum_{i=1}^D (\lambda_i - \sigma) e_i e_i^H + \sigma I$ 이고  $D \in H = \{0, 1, \dots, L-1\}$ 이다. 그러므로  $D$ 의 최대 우도추정값은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{D}_{ML} = \max_{D \in H} L_D(Y). \quad (7)$$

성질 1. 신호원 수가  $M$ 이면  $M \leq D \leq L-1$ 일 때

$$L_D(Y) = L_M(Y) \quad (8)$$

이다.

$D = M+1, M+2, \dots, L-1$ 이면  $R_y^{(D)} = R_y^{(M)} = R_y$ 이므로 성질 1을 쉽게 증명할 수 있다. 성질 1은  $M$ 의 최대 우도추정값이 유일하지 않다는 것을 뜻한다. 그 뿐만 아니라 우리는  $R_y$ 의 고유값과 고유벡터의 추정값만을 갖고 있기 때문에 정확한 우도함수는 얻을 수 없다.  $R_y$ 의 고유값과 고유벡터의 최대 우도추정값은

다음과 같다[1].

$$\hat{\lambda}_i = \ell_i, \quad i=1, 2, \dots, D, \quad (9)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{L-D} \sum_{i=1}^L \ell_i, \quad (10)$$

그리고

$$\hat{e}_i = v_i, \quad i=1, 2, \dots, D. \quad (11)$$

식 (9)와 (10)을 (6)에 대입하면

$$\log \hat{L}_D(Y) = \log \hat{L}(D) + NL \log \pi \quad (12)$$

인데, 여기에서

$$\log \hat{L}(D) = N \sum_{i=1}^L \log \ell_i - (L-D)N \log \left( \frac{1}{L-D} \sum_{i=1}^L \ell_i \right)$$

이고  $\hat{L}_D(Y)$ 는 (6)에 나타난  $L_D(Y)$ 의 추정값이다.

성질 2 [1],  $K=D-1, D-2, \dots, 0$ 일 때

$$\hat{L}(D) > \hat{L}(K)$$

이다.

곧 우도함수 (12)를 썼을 때 신호원 수의 최대 우도추정값은  $L-1$ 이다. 성질 1과 성질 2에서 최대 우도추정법은 신호원 수의 결정에 직접 쓰일 수 없다는 것을 알 수 있다.

#### IV. 정보 이론적 판단 기준과 베이스 접근 방법

도착 방향 추정 문제에서 신호원 수를 결정할 때 가장 많이 쓰이는 정보 이론적 판단 기준은

$$D_{AIC} = -2 \log \hat{L}(D) + 2D(2L-D) \quad (13)$$

와

$$D_{MDL} = -\log \hat{L}(D) + \frac{1}{2} D(2L-D) \log N \quad (14)$$

인데 [1]  $D_{AIC}$  또는  $D_{MDL}$ 을 가장 작게 하는  $D$ 의 값을 찾아서 신호원 수를 결정할 수 있다.

이제 신호원 수를 결정할 때 어떻게 베이스 접근 방법을 [7] 쓸 수 있는지 살펴보자. 먼저 다음과 같은 조건부 확률밀도함수를 보자.

$$f(Y|D) = \prod_{k=1}^N \frac{1}{\pi^L \det(R_y^{(D)})} \exp(-y^H(k)(R_y^{(D)})^{-1}y(k)) \quad (15)$$

이 식은 최대 우도 함수 (6)과 같다.  $D$ 의 사전 확률질량함수를 (a priori probability mass function)  $P(D)$ 라고 쓰기로 하면 사후 확률질량함수는 (a posteriori probability mass function) 다음과 같다.

$$P(D|Y) = \frac{f(Y|D)P(D)}{\sum_{i=0}^{L-1} f(Y|D=i)P(D=i)} \quad (16)$$

또는

$$P(D|Y) \propto f(Y|D)P(D) \\ = L_D(Y)P(D) \quad (17)$$

$D$ 의 베이스 추정값을  $\hat{D}_{BY}$ 로 쓰면

$$\hat{D}_{BY} = \max_{D \in H} P(D|Y) \\ = \max_{D \in H} L_D(Y)P(D), \quad (18)$$

이다.

사후 확률질량함수의 특성은 사전 확률질량함수  $P(D)$ 를 따라 크게 바뀌기 때문에 사전 확률질량함수  $P(D)$ 의 결정은 매우 중요하다. 이제 다음과 같은 두 사전 확률질량함수를 살펴보자.

$$P_A(D) = \begin{cases} C_A e^{-D(2L-D)}, & D=0, 1, \dots, L-1; \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

$$P_M(D) = \begin{cases} C_M \sqrt{N}^{-D(2L-D)}, & D=0, 1, \dots, L-1; \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

여기서  $C_A = (\sum_{D=0}^{L-1} e^{-D(2L-D)})^{-1}$ 이고  $C_M = (\sum_{D=0}^{L-1} \sqrt{N}^{-D(2L-D)})^{-1}$ 이다. 사전 확률질량함수  $P_A(D)$ 를 (또는  $P_M(D)$ 를) 쓴 베이스 방법은  $L_D(Y)$  대신에  $\hat{L}_D(Y)$ 를 (또는  $\hat{L}(D)$ 를) 대입한다는 것을 의미한다. AIC와 (또는 MDL과) 같다고 결론을 내릴 수 있다.

### V. 사후 확률질량함수와 영 스펙트럼

이제 결합된 결정-추정 (combined determination-estimation) 문제를 생각해보자. 신호원 수  $D$ 가 주어졌다고 하면 MUSIC 영 스펙트럼은 다음과 같다.

$$g_D(\theta) = \sum_{i=1}^L a^H(\theta) v_i v_i^H a(\theta). \quad (21)$$

사후 확률질량함수 (16)을 쓰면  $g_D(\theta)$ 의 조건부 평균은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{g}(\theta) &= E_D[g_D(\theta) | Y] \\ &= \sum_{D=0}^{L-1} g_D(\theta) P(D|Y) \\ &= a^H(\theta) \sum_{D=0}^{L-1} \left( \sum_{i=1}^L v_i v_i^H \right) P(D|Y) a(\theta) \\ &= a^H(\theta) V F V^H a(\theta), \end{aligned} \quad (22)$$

여기에서  $V = [v_1, v_2, \dots, v_L]$ 이고  $F(k) = \sum_{i=0}^{L-k-1} P(D=i|Y)$ 일 때  $F = \text{diag}[F(1), F(2), \dots, F(L)]$ 이다.

조건부 평균 MUSIC 영 스펙트럼 (22)을 쓰면 신호원 수를 모를 때에도 도착 방향을 추정할 수 있다. 곧, 신호원 수는 사후 확률질량함수 (16)으로 얻을 수 있는 조건부 평균 MUSIC 영 스펙트럼에서 국소 최소점의 수를 세어 얻을 수 있다.

실제로는 (16)식을 정확히 얻을 수는 없다. 그러나 (16)식에서  $L_D(Y)$  대신에  $\hat{L}_D(Y)$ 를 (또는  $\hat{L}(D)$ 를) 대입하여  $P(D|Y)$ 의 추정값으로서 다음을 얻을 수 있다.

$$\hat{P}(D|Y) = \frac{\hat{L}(D) P(D)}{\sum_{i=0}^{L-1} \hat{L}(D) P(D)} \quad (23)$$

따라서  $\bar{g}(\theta)$ 의 추정값은 다음과 같이 된다.

$$\hat{g}(\theta) = \sum_{D=0}^{L-1} g_D(\theta) \hat{P}(D|Y). \quad (24)$$

$D=M$ 일 때를 빼고는  $\hat{P}(D|Y)$ 가 거의 0이라면 (곧  $\hat{P}(D=M|Y) \approx 1$  이고  $P(D \neq M|Y) \approx 0$  이라면)  $\hat{g}(\theta) \approx g_M(\theta)$ 이다. 이렇게 조건부 평균 MUSIC 영 스펙트럼은 MUSIC 영 스펙트럼 (4)와 같게 된다. 그러므로 도착 방향 추정 문제에서 조건부 평균 MUSIC 영 스펙트럼의 성능은 신호원 수가 미리 결정된 MUSIC 영 스펙트럼의 성능과 비슷할 것임을 예상할 수 있다. 이제 조건부 평균 MUSIC 영 스펙트럼은 신호원 수를 미리 결정하지 않고서 얻을 수 있다는 사실을 알았다. 그리고 조건부 평균 MUSIC 영 스펙트럼의 통계적 성질은 MUSIC 영 스펙트럼의 통계적 성질과 크게 다르지 않을 것임을 쉽게 예상할 수 있다.

### VI. 모의실험 결과

이 절에서는 몇가지 보기를 들어보겠다. 수신기 수는 7이고 반파장 만큼씩 떨어진 수신기들이 균일 선형 배열을 이룬다고 하자. 그리고 전력이 같은 세 신호원이  $73^\circ, 90^\circ$ , 그리고  $130^\circ$ 에 놓여 있다고 하자. 신호대 잡음비를  $\text{SNR} = P/\sigma$ 라고 하자. 여기에서  $P$ 는 신호원의 전력을 나타내고  $\sigma$ 는 잡음의 전력이다. 그림 1과 2는  $N=100$ 이고 신호대 잡음비가 각각 0, 20 dB일 때 여러 영 스펙트럼의 역을 보여준다. 신호원 수는 AIC와 MDL을 써서 결정하였다.

그림 1과 2에 신호원의 정확한 수  $M=3$ 을 알고 있을 때 MUSIC 영 스펙트럼  $g(\theta)$ 도 보였다. 영 스펙트럼  $ga(\theta)$ 와  $gm(\theta)$ 는 각각 AIC와 MDL로 결정된 신호원수를 쓴 MUSIC 영 스펙트럼을 나타낸다. 그리고  $\bar{ga}(\theta)$ 와  $\bar{gm}(\theta)$ 는 각각 (16)에 나온 사전 확률 질량 함수  $P_A(D)$ 와  $P_M(D)$ 를 쓴 조건부 평균 MUSIC 영 스펙트럼을 나타낸다. 이 그림들로부터 영 스펙트럼의 역의 여러 모양들이 거의 같다는 것을 알 수 있다. 이것은 우리가 조건부 평균 MUSIC 영 스펙트럼을 쓰면 신호원 수를 미리 결정하지 않아도 된다는 것을 말해준다. 보기를 들면 AIC에 의해 결정된 신호원 수는 4이지만 그림 2에서 영 스펙트럼 꼭지점 수는 3이다. 이것은 정확한 수를 모르고 얻은 영 스펙트럼의 국소 최소점의 갯수를 세면 때로는 신호원 수를 바르게 얻을 수 있다는 사실을 말해준다.

표 1에는 신호대 잡음비에 대한 조건부 확률을 나타냈다.  $\text{SNR} = 40\text{dB}$ 일 때 신호원 수는 AIC로 추정했을 때 4로 잘못 결정되었고 MDL로 추정했을 때는 3으로 바르게 결정되었다. AIC를 쓰면 신호원 수를 실제보다 더 많은 값으로 추정하게 됨을 볼 수 있다. 그러나  $\text{SNR} = 0\text{dB}$ 일 때는 AIC와 MDL은 모두 잘못된 결과를 내준다. 이 때는 신호원 수를 2라고 잘못 추정하였다.

이제 여러가지 영 스펙트럼의 분해 성능을 살펴보자. 두 신호원이 가까이 놓여 있다면 영 스펙트럼은

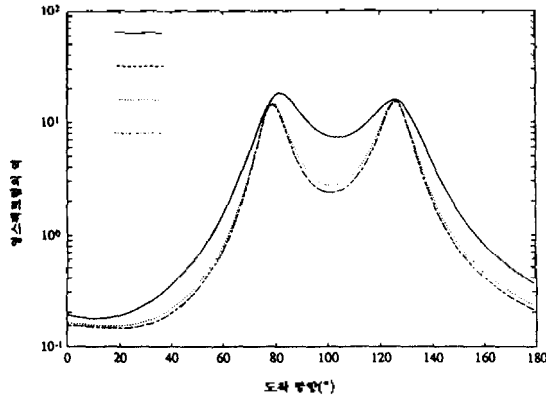


그림 1. SNR이 0dB일 때 여러 영 스펙트럼의 역

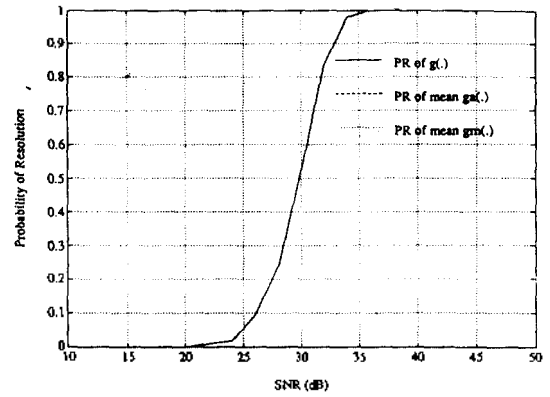


그림 3. 여러 영 스펙트럼의 분해 확률

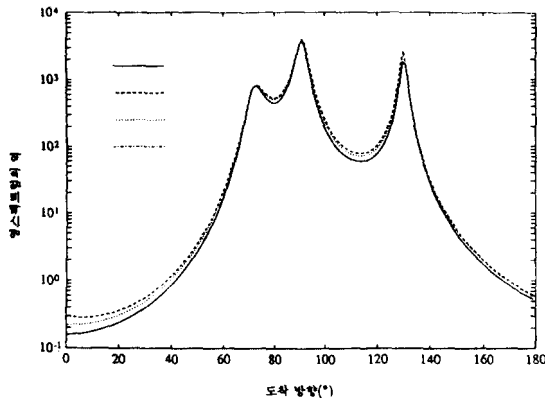


그림 2. SNR이 20dB일 때 여러 영 스펙트럼의 역

신호 대 잡음비가 낮을 때 종종 한개의 꼭지점만을 갖는다. 그러면 두 신호원을 구별할 수 없게 된다. 이때 여러 영 스펙트럼의 분해 성능을 알아보려면 다음과 같이 정의되는 분해 확률을 [8] 건주어 보는 방법이 있다.

$$PR \text{ 는 } \Pr \{ g(\theta_1) \leq g(\theta_m) \text{ and } g(\theta_2) \leq g(\theta_m) \} \quad (25)$$

여기서  $\theta_m = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2)$  이고  $\theta_1$ 와  $\theta_2$ 는 가까이 놓여 있는 두 신호원의 도착 방향이다. 세 영 스펙트럼  $g(\theta)$ ,  $\overline{g}(\theta)$  그리고  $\overline{g}_m(\theta)$ 의 분해 확률을 그림 3에 보였다. 그림 3은 2dB 간격으로 각각 500번의 시행을 한 Monte Carlo 방법으로부터 얻었다. 두 신호원은 서로 상

표 1. 사후 확률질량함수와 누적질량함수

SNR	0 dB		20 dB		40 dB	
	AIC	MDL	AIC	MDL	AIC	MDL
사후 확률질량함수	2.56e-196	1.16e-182	0.00e 0	0.00e 0	0.00e 0	0.00e 0
	5.82e-119	1.17e-112	0.00e 0	0.00e 0	0.00e 0	0.00e 0
	8.32e-1	9.99e-1	0.00e 0	0.00e 0	0.00e 0	0.00e 0
	1.10e-1	1.07e-6	4.29e-1	9.99e-1	3.39e-1	9.99e-1
	5.55e-2	5.93e-11	5.26e-1	1.35e-4	6.03e-1	1.95e-4
	2.28e-3	3.61e-15	4.10e-2	1.56e-8	5.21e-2	2.50e-8
	2.89e-4	9.19e-18	4.86e-3	3.71e-11	6.81e-3	6.58e-11
사후 누적질량함수	2.56e-196	1.16e-182	0.00e 0	0.00e 0	0.00e 0	0.00e 0
	5.82e-119	1.16e-112	0.00e 0	0.00e 0	0.00e 0	0.00e 0
	8.32e-1	9.99e-1	0.00e 0	0.00e 0	0.00e 0	0.00e 0
	9.42e-1	1.00e 0	4.29e-1	9.99e-1	3.39e-1	9.99e-1
	9.97e-1	1.00e 0	9.54e-1	1.00e 0	9.41e-1	1.00e 0
	9.99e-1	1.00e 0	9.95e-1	1.00e 0	9.93e-1	1.00e 0
	1.00e 0	1.00e 0	1.00e 0	1.00e 0	1.00e 0	1.00e 0

관 관계가 없고 15°와 18°에 놓여 있으며 같은 전력을 갖는다고 하였다. 그림 3에서 볼 수 있는 바와 같이 세 영 스펙트럼의 분해 확률은 서로 다르지 않다.

### VI. 맺음말

이 논문에서는 조건부 평균 MUSIC 영 스펙트럼을 써서 신호원의 도착 방향을 추정해 보았다. 조건부 평균 MUSIC 영 스펙트럼을 쓸 때에는 신호원 수를 미리 알 필요가 없지만 MUSIC 영 스펙트럼을 쓸 때에는 신호원 수를 미리 알고 있어야 한다.

한편 조건부 확률은 정보 이론적 판단 기준을 써서 얻었는데 정보 이론적 판단 기준을 신호원 수를 결정하는데 베이즈 접근 방법과 (MAP추정 방법) 관련이 있음을 보았다. 베이즈 접근 방법에서 사전 확률질량 함수를 적절히 선택하여 두가지 정보 이론적 판단 기준인 AIC와 MDL을 얻을 수 있다. 그리고 새로운 사전 확률질량 함수를 써서 정보 이론적 판단 기준 방법을 확장할 수 있다는 사실은 주목할 만한 것이다.

모의 실험 결과로부터 AIC와 MDL에서 얻은 사전 확률을 쓴 조건부 평균 MUSIC 영 스펙트럼은 AIC와 MDL에 의해 결정된 신호원 수를 써서 얻은 MUSIC 영 스펙트럼과 거의 같다는 것을 보았다. 그러므로 신호원 수에 대한 접근 방법의 차이는 MUSIC 영 스펙트럼의 모양에 큰 영향을 미치지 않는다는 결론을 내릴 수 있다. 이 영 스펙트럼의 분해 성능 특성이 거의 같다는 것도 알 수 있었다.

### 참 고 문 헌

1. M. Wax and T. Kailath, "Detection of signal sources by information theoretic criteria," *IEEE Trans. Acous., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-33, pp. 387-392, April 1985.
2. K. M. Wong, Q.-Z. Zhang, J. P. Reilly, and P. C. Yip, "On information theoretic criteria for determining the number of signals in high resolution array processing," *IEEE Trans. Acous., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-38, pp. 1959-1971, November 1990.
3. H. Akaike, "A new look at the statistical model identification," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-19, pp. 716-723, December 1974.
4. G. Schwartz, "Estimating the dimension of a model," *Ann. Stat.*, vol. 6, pp. 461-464, March 1978.
5. R. Kumaresan and D. W. Tufts, "Estimating the angles of arrival of multiple plane waves," *IEEE Trans. Aero. Electr. Sys.*, vol. AES-19, pp. 134-139, January 1983.
6. R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. Ant., Prop.*, vol. AP-34, pp. 276-280, March 1986.
7. D. R. Cox and D. V. Hinkley, *Theoretical Statistics*, Chapman and Hall, London, 1974.
8. M. Kaveh and A. J. Barabell, "The statistical performance of the MUSIC and the Minimum-Norm algorithms in resolving plane waves in noise," *IEEE Trans. Acous., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-34, pp. 331-341, April 1986.

#### ▲나 윤 정

1992년 2월 : 서울대학교 전기공학  
학과 졸업(공학사)  
1992년 3월 ~ 현재 : 한국과학기술원  
전기및 전자  
공학과 석사과정

▲최 진 호 : 제 12권 3호 참조

▲송 익 호 : 제 12권 3호 참조