

〈論 文〉

## 二次元密度場에서의 流動을 解析하기 위한 數値모델의 開發 A Numerical $k-\epsilon$ Two-Equation Model for Investigating the Hydrodynamics of Flow in Two-Dimensional Density Fields

許 再 寧\*  
Huh, Jae-Yeong

**Abstract** □ To investigate the structure of internal flow hydrodynamically, the complete vertical equation of motion should be assembled into the model. In the present study a numerical simulation model not hydrodynamically approximated is established. From the comparison of the predicted results with the computed results from  $k-\epsilon$  two equation turbulence model by Huh et al.(1991) and the experimental data by Nakatsuji (1984), the vertical acceleration and its effects on the development of buoyant surface jets are evaluated quantitatively.

**요 지 :** 二次元 表層密度噴流의 內部흐름의 構造를 動力學的으로 究明하기 위해서는 水平方向의 運動方程式과 더불어, 近似되지 않은 完全한 鉛直方向 運動方程式에 의해 流體의 運動을 計算해야 할 必要가 있다. 本 研究에서는 靜水壓近似를 導入하지 않은 基礎方程式을 갖는  $k-\epsilon$ 모델을 開發하여 靜水壓近似를 導入한 許再寧 등의 研究(1991)에서 얻어진 結果 및 中辻(1984)의 實驗結果와 比較하여 表層密度噴流의 展開過程에 있어서 鉛直方向 加速度 및 그 影響을 定量的으로 評價하였다.

### 1. 序 論

二次元 表層密度噴流의 舉動을 調査하기 위한 數值計算은 많은 研究者들에 의해 遂行되어 왔지만, 現在까지의 大部分의 研究는 密度流의 흐름內에서 壓力이 近似的으로 靜水壓分布한다고 하는 流體力學的 性質에 根據하고 있다. 따라서, 基礎方程式의 誘導에 있어서 境界層近似가 導入되어 鉛直方向의 舉動이 連續條件에 의해 決定되고 있으므로, 二次元的인 흐름의 構造가 完全하게 再現되고 있다고는 볼 수 없다. 그러므로, 흐름의 內部構造를 動力學的으로 究明하기 위해서는 水平方向의 運動方程式과 더불어, 近似되지 않은 完全한 鉛直方向 運動方程式에 의해 流體의 運動을 計算해야 할 必要가 있다.

本 研究에서는 靜水壓近似를 導入하지 않은 基礎方程式을 갖는  $k-\epsilon$ 모델을 開發하여 許再寧 등 (1991)의 研究에서 얻어진 結果 및 中辻(1985)의 實驗結果와 比較하여 表層密度噴流의 展開過程에 대해 考察한다.

### 2. 流體運動의 基礎方程式

#### 2.1 平均流의 基礎方程式

二次元 密度流의 流動을 支配하는 基礎方程式은 非壓縮性流體 및 Boussinesq近似的의 假定과 質量, 運動量 및 스칼라量의 保存法則으로 構成된다. 또한, Boussinesq의 渦動粘性概念은 層流의 粘性應力과 類似하게 레이놀즈應力을 平均速度傾斜에 比例한다고 假定하고 있다. 이 概念에 의해서 레이놀

\* 정희원, 대전대학교 토목공학과 조교수

스應力을 表現하면 다음 式과 같다(Rodi, 1984).

$$-\overline{u_i u_i'} = \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (1)$$

여기서,  $\nu_t$ 는 渦動粘性係數,  $k$ 는 亂流 運動에너지 ( $\frac{1}{2} \overline{u_i u_i'}$ ),  $\delta_{ij}$ 는 Kronecker delta,  $u_i'$ 와  $u_j'$ 는 亂流速度變動成分이다.

$\nu_t$ 는 流體의 物理的 性質에 의해 決定되는 값이 아니고 흐름 狀態에 支配되는 값으로 時間 및 場所의 函數이다. 스칼라量의 輸送에도 渦動粘性和 같은 概念을 適用하여 亂流에 의한 熱 또는 質量傳達은 式(2)와 같이 輸送量의 空間的인 傾斜에 關係되는 것으로 假定한다.

$$-\overline{u_i \phi'} = \Gamma_t \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (2)$$

여기서,  $\phi$ 는 스칼라量,  $\Gamma_t$ 는 熱 또는 質量의 渦動擴散係數이다.

渦動粘性係數  $\nu_t$ 와 마찬가지로  $\Gamma_t$ 는 流體의 物理的 性質이 아니고 흐름의 狀態에 依存한다. 渦動擴散係數와 渦動粘性係數는 亂流Schmidt數에 의해 다음 式으로 表現된다.

$$\Gamma_t = \frac{\nu_t}{\sigma_t} \quad (3)$$

여기서,  $\sigma_t$ 는 亂流 Schmidt數이다.

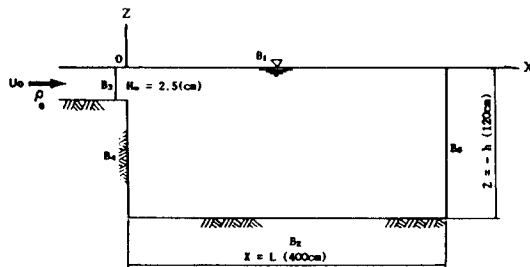


Fig. 1 座標系 및 境界

2次元 密度流를 支配하는 基礎方程式은 다음과 같다. 座標系는 Fig.1에 圖示한 바와 같이, 放流口 (또는 取水口)의 靜水面을 原點으로 잡고 x軸은 流下方向을 (+)로, z軸은 鉛直上向을 (+)로 한다.

連續方程式

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

連動方程式

x方向

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + W \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu_x \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_z \frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad (5)$$

z方向

$$\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu_x \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_z \frac{\partial W}{\partial z} \right) \quad (6)$$

擴散方程式

$$\frac{\partial B}{\partial t} + U \frac{\partial B}{\partial x} + W \frac{\partial B}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_x \frac{\partial B}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma_z \frac{\partial B}{\partial z} \right) \quad (7)$$

여기서,  $U$ 와  $W$ 는 各各 x, z方向의 平均流速,  $P$ 는 平均壓力,  $\rho$ 는 密度,  $\nu_x$ 와  $\nu_z$ 는 各各 x, z方向의 渦動粘性係數,  $\Gamma_x$ 와  $\Gamma_z$ 는 各各 x, z方向 渦動擴散係數,  $u'$ 와  $w'$ 는 各各 x, z 方向流速의 時間變動量,  $B = \left( \frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \right) g = \frac{\Delta \rho}{\rho_s} g$ 로 定義되는 平均浮力,  $\rho_s$ 는 基準密度 (周圍水의 密度),  $\Delta \rho$ 는 密度偏差,  $g$ 는 重力加速度이다.

2.2 二次元 密度流의 k-ε 모델

單位質量當의 亂流運動에너지  $k$  및 亂流에너지 消散率  $\epsilon$ 은 다음과 같이 定義된다.

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i'} \quad (8)$$

$$\epsilon = \tau \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = \nu \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} \quad (9)$$

여기서  $\tau$ 는 剪斷應力,  $\nu$ 는 動粘性係數이다. 渦動粘性係數  $\nu_t$ 는 다음의 關係로 부터 計算된다.

$$\nu_t = C_\mu \cdot \frac{k^2}{\epsilon} \quad (10)$$

여기서,  $C_\mu$ 는 實驗常數이다.

또한, Rodi의 局所等方性的 假定으로부터 應力流束(stress flux) 및 浮力流束(buoyancy flux)은 다음과 같이 表現된다.

$$-\overline{u_i u_j'} = \nu_t \left[ -\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (11)$$

$$-\overline{u_i b'} = \frac{\nu_t}{\sigma_b} \cdot \frac{\partial B}{\partial x_i} \quad (12)$$

여기서,  $b'$ 은  $B$ 의 亂流變動成分이다.

以上の 關係로부터 얻어지는 亂流運動에너지  $k$  및 亂流에너지消散率의 輸送方程式을 二次元 直角座標로 表現하면 다음과 같은 二次元 密度流에 관한 式이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + U \frac{\partial k}{\partial x} + W \frac{\partial k}{\partial z} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[ -\frac{\nu_t}{\sigma_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial x} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ -\frac{\nu_t}{\sigma_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial z} \right] + E + G - \epsilon \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + W \frac{\partial \epsilon}{\partial z} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[ -\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ -\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right] + C_{\epsilon_1} \frac{\epsilon}{k} \cdot E \\ & - C_{\epsilon_2} \frac{\epsilon^2}{k} + C_{\epsilon_3} \frac{\epsilon}{k} G \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,

$$E = \nu_t \left[ 2 \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right)^2,$$

$G = \frac{\nu_t}{\sigma_b} \cdot \frac{\partial B}{\partial z}$ 이고  $\sigma_k, \sigma_\epsilon, C_{\epsilon_1}, C_{\epsilon_2}, C_{\epsilon_3}$ 는 實驗常數이다.

二次元 密度流의 흐름場에 관한 基礎方程式은 式(4)~式(7), 式(10) 및 式(13)과 式(14)에 의해 完結된다. 모델에 使用되는 實驗常數는 Launder와 Spalding(1974) 및 Rodi(1979)에 의해 提案되어, 一般的으로 使用되고 있는 값은 Table 1과

같다.

Table 1  $k$ - $\epsilon$  모델에서 使用되는 常數

$C_\mu$	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$	$C_{\epsilon_1}$	$C_{\epsilon_2}$	$C_{\epsilon_3}$
0.09	1.0	1.3	1.44	1.92	1.44

한편,  $C_{\epsilon_1}$ 은  $\epsilon$  方程式의 浮力生成項의 係數로서, 浮力生成項의 效果를 나타내는 係數이다. 許再寧 等(1991)은  $C_{\epsilon_1}$ 의 效果에 대한 檢討를 行하고,  $C_{\epsilon_1}$ 가 1.44일때 成層化에 따른 鉛直方向의 混合의 抑制로 인한 水平方向의 運動量의 保存이 가장 잘 再現됨을 確認하였다. 따라서, 本研究에서는  $C_{\epsilon_1}$ 의 값으로서 1.44를 採用하였다.

### 2.3 成層安定 效果에 의한 鉛直方向 亂流係數의 減少

成層化된 境界層에 있어서 亂流混合係數에 대한 많은 經驗式이 渦動粘性係數 혹은 混合길이와 關聯되어 提案되고 있다. 그것들은 一般的으로 다음 式과 같이 定義된 傾斜型 局所 Richardson數의 函數로 表現된다.

$$Ri = -\frac{g}{\rho} \cdot \frac{(\partial \rho / \partial z)}{(\partial U / \partial z)^2} \quad (15)$$

傾斜型 局所Richardson數는 重力과 運動量과의 比로서 浮力の 影響을 나타내는 파라미터이며 均質의 非成層流(中立安定場)의 경우  $Ri=0$ 이다. 成層條件下에서 渦動粘性 및 渦動擴散係數에 관한 一般的인 函數型은 Rossby와 Montgomery(1935) 및 Munk와 Anderson(1948) 등에 의해 提案되었으며 다음과 같다.

$$\text{運動量輸送에 대해 } \nu_z / \nu_{z0} = (1 + \beta_1 \cdot Ri)^{\alpha_1} \quad (16)$$

$$\text{스칼라量輸送에 대해 } \Gamma_z / \nu_{z0} = (1 + \beta_2 \cdot Ri)^{\alpha_2} \quad (17)$$

여기서,  $\nu_{z0}$ 는 均質流의 非成層流(中立安定場)의 鉛直方向 渦動粘性係數이다. 위 式의 常數  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ 는 實驗 및 現場觀測으로부터 많은 研究者에

의해서 提案되고 있다. Rossby와 Montgomery (1935)는  $\alpha_1 = -1/2$ 을, Munk와 Anderson (1948)은  $\beta_1 = 3\beta_2 = 10$ ,  $\alpha_1 = -1/2$ ,  $\alpha_2 = -3/2$ , Webb(1970)는  $\beta_1 = \beta_2 = 5.2$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2 = -1$ , 그리고 植田 等(1980)은  $\beta_1 = 2.5$ ,  $\alpha_1 = -1$ 을 提案하고 있다. Kondo 等(1978)은 實測에 根據하여 亂流 Schmidt數에 관한 다음의 關係式을 提案하였다.

$$\Gamma_z/\nu_z = (7 \cdot Ri)^{-1} \text{ for } 1.0 \leq Ri \quad (18a)$$

$$\Gamma_z/\nu_z = \{6.873 \cdot Ri + 1 / (6.873 \cdot Ri + 1)\}^{-1} \text{ for } 0.01 \leq Ri < 1.0 \quad (18b)$$

密度差에 起因하는 成層安定效果는 式(16), 式(17) 및 式(18)에 나타난 것 처럼 흐름의 安定度 增加에 따른 鉛直方向 亂流輸送係數의 減少로 評價된다. 式(16)~式(18)은 成層化에 의한 鉛直方向 亂流輸送係數의 減少를 나타내는 成層化 函數이나 鉛直方向 亂流係數의 決定은 確立되어 있지 않고, 經驗적으로 鉛直方向 亂流輸送係數를 決定하고 있다. 許再寧(1989)은 成層安定效果를 나타내는 成層函數와 鉛直方向 亂流輸送係數가 3次元 密度噴流의 流動과 擴散過程에 미치는 影響을 數值實驗한 結果, 式(16)에 대해서는 Webb(1970)가 提案한 係數를 使用한 다음 式이 가장 適切하다는 것을 보여 주었다.

$$\nu_z = \nu_{z0} \cdot (1.0 + 5.2 \cdot Ri)^{-1} \quad (19)$$

亂流 Schmidt數에 관해서는 Kondo 等(1978)의 式(18)을 使用한다.

### 3. 數值모델

#### 3.1 壓力方程式의 解法

數值計算은 有限差分法에 의해 實行하였으며, 그 技法은 許再寧 等(1991)의 論文에서와 同 一하다. 但, 壓力項 以外的 項은 適切한 境界條件을 設定하여 풀 수 있으나, 壓力에 대하여는 運動量保存法則과 質量保存法則을 組合한 橢圓形의 Poisson 方程式을 利用하여 구할 수 있다. 偏微分方程式으로서

Poisson 方程式을 誘導하여 이것을 離散化하는 手法도 있으나 一般的으로는 運動量保存法則의 時間積分으로 구한 값이 質量保存法則을 滿足하도록 壓力을 補正하는 手法이 利用된다. 本 研究에서는 壓力의 計算을 위해 Patankar와 Spalding(1972)의 SIMPLE (Semi-Implicit Pressure Linked Equations)技法을 使用한다.

運動量保存法則의 時間積分에 의해 구한  $n+1$  時刻의  $x$  方向의 流速을  $U_{i,k}^*$ 로 하고, 다음과 같은 壓力 및 流速의 補正을 생각한다.

$$P_{i,k}^n = P_{i,k}^* + P_{i,k}' \quad (20)$$

$$U_{i,k}^{n+1} = U_{i,k}^* + U_{i,k}' \quad (21)$$

여기서,  $P_{i,k}^*$ 는 推定된 壓力場을 나타내며,  $U_{i,k}^*$ 는 推定된 壓力場  $P_{i,k}^*$ 에 根據하여 얻어진 不完全한 速度場을 나타낸다. 또한,  $i$  및  $k$ 는 Descartes座標系의  $x, z$  方向의 mesh番號이고,  $P_{i,k}^*$  및  $U_{i,k}^{n+1}$ 는 구하고자 하는 正確한 壓力場 및 速度場이다.  $z$  方向에 대해서도 마찬가지로,

$$W_{i,k}^{n+1} = W_{i,k}^* + W_{i,k}' \quad (22)$$

여기서,

$$U_{i,k}' = -\frac{2\Delta t}{\rho\Delta x} (P_{i+1,k}' - P_{i,k}') \quad (23)$$

$$W_{i,k}' = -\frac{2\Delta t}{\rho\Delta z} (P_{i,k+i}' - P_{i,k}') \quad (24)$$

다음, 質量保存法則을 control volume內的 質量의 收支(balance)를 생각하여 離散化한다.

$$D_{i,k}^{n+1} = \frac{U_{i,k}^{n+1} - U_{i-1,k}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{W_{i,k}^{n+1} - W_{i,k-i}^{n+1}}{\Delta z} = 0 \quad (25)$$

式(25)에 式(21) 및 式(22)에 對應하는 各 方向 流速에 대한 式을 代入함에 의해 다음과 같은 壓力補正值에 대한 方程式을 구할 수 있다.

$$A^T P_{i,k} = D_{i,k}^* \quad (26)$$

$$A = (b, a, -2(a+b), a, b)^T \quad (27)$$

$$a = \frac{2\Delta t}{\rho \Delta z^2} \quad (28a)$$

$$b = \frac{2\Delta t}{\rho \Delta z^2} \quad (28b)$$

$$P_{i,k} = (P_{i,k+1}, P_{i+1,k}, P_{i,k}, P_{i-1,k}, P_{i,k-1}) \quad (29)$$

$$D_{i,k}^* = \frac{U_{i,k}^* - U_{i-1,k}^*}{\Delta x} + \frac{W_{i,k}^* - W_{i,k-1}^*}{\Delta z} = 0 \quad (30)$$

式(26)을 適切한 境界條件을 設定하여 세운 行列方程式을 풀어서 壓力補正值를 구하고,式(20)~式(22)로 부터 n+1 時刻의 壓力 및 流速을 구할 수 있다. 行列方程式의 解法은 Gauss-Seidal의 反復法과 三重對角行列 algorithm(TDMA)을 組合한 線順法(line-by-line method)을 利用한다.

### 3.2 모델의 檢證

#### 3.2.1 計算條件

數值實驗을 하기 위해서 다음과 같은 計算條件을 設定하였다. 數值實驗의 對象은 Fig. 1과 같이 鹽水를 가득 채운 길이 400cm, 水深 120cm의 2次元水槽에 淡水를 表層으로 放流하는 密度噴流이다. 放流條件은 中辻(1985)의 實驗을 參考로 하였으며 Table 2와 같다.

格子網은 流動特性에 따라서 格子間隔은  $\Delta x = 6.0 \sim 22.0$ cm,  $\Delta z = 0.5 \sim 10.0$ cm로 不等間隔 格子網을 使用하였으며 水平方向으로 34個, 鉛直方向으로 21個의 格子로 分割하였다. 離散化 時間間隔은 Courant, Friedrichs and Lewy(CFL)安定條件으로부터  $\Delta t = 0.060$  sec로 하였다.

Table 2 數值計算條件

Case	Uo(cm/sec)	Ho(cm)	$\rho_a$ (kg/m <sup>3</sup> )	Fdo
1	10.0	2.5	1003.75	3.0
2	10.0	2.5	1001.14	6.0
3	10.0	2.5	100.50	9.0

本 計算은 時間依存의 方程式으로부터 定常解를 求하고 있으므로 數值解의 收斂性을 檢證할 必要가

있다. 收斂性의 檢證에는 放流口 流量과 下流端 流量과의 差를 放流口 流量으로 無次元化한 流量收支  $\Delta Q/Q_0$ 를 利用해서 解의 收斂性을 檢證하였다.

#### 3.2.2 放流口에서의 k 및 $\epsilon$ 의 設定

放流口에 있어서 k 및  $\epsilon$ 을 設定하기 위한 式은 放流條件에 따라 多數 提案되어있다. 本 研究에서는 許再寧 等(1991)의 研究結果에 따라 McGuirk and Papadimitriou(1986)에 의해 提案된 다음의 式을 採用하였다.

$$k_0 = 0.0025 U_0 \quad (31a)$$

$$\epsilon_0 = k_0^{3/2} / H_0 \quad (31b)$$

여기서,  $k_0$  및  $\epsilon_0$ 는 放流口에서의 k 및  $\epsilon$ 의 값,  $U_0$ 는 放流流速,  $H_0$ 는 放流水深을 나타낸다. 또한, 境界條件은 許再寧 等(1991)의 論文에서와 同一하다.

### 3.3 計算結果의 考察

#### 3.3.1 平均流動場

數值計算은 2次元 表層密度噴流로서, 實驗結果와의 比較를 위하여  $Fd_0 = U_0 / \sqrt{(\Delta\rho/\rho_a)gH_0}$ 로 定義되는 密度 Froude數가  $Fd_0 = 3.3, 6.0$  및  $9.0$ 인 경우에 대하여 實施하였다. 여기서  $U_0$ 는 放流流速,  $\epsilon_0 = \Delta\rho/\rho_a$ ,  $\Delta\rho = \rho_a - \rho_b$ 는 周圍水의 密度,  $\rho_b$ 는 放流水의 密度이다.

Fig. 2 및 Fig. 3은 各各 密度 Froude數가  $Fd_0 = 3.3$ 인 경우와  $Fd_0 = 6.0$ 인 경우에 관한 것으로서, 放流口 水深으로 無次元化한 流下方向의 各地點  $x/H_0 = 4, 10, 20, 40$ 에서 放流口의 流速  $U_0$ 로 無次元化한 鉛直方向의 平均流速의 分布를 나타내고 있다. 또한, Fig. 4 및 Fig. 5는 各各 密度 Froude數가  $Fd_0 = 3.3$ 인 경우와  $Fd_0 = 6.0$ 인 경우의, 放流口 水深으로 無次元化한 流下方向의 各地點  $x/H_0 = 4, 10, 20, 40$ 에서의 放流口의 平均浮力  $Bo$ 로 無次元化한 鉛直方向의 平均浮力의 分布를 나타내고 있다. 流下位置  $x/H_0 = 4$ 는 亂流剪斷層域이며  $x/H_0 = 10$ 은 運動量 卓越領域을 代表하고,  $x/H_0 = 20$  및  $40$ 은 各各 流下方向에 따른 運動量 遷移領域 및 成層域을 나타낸다.

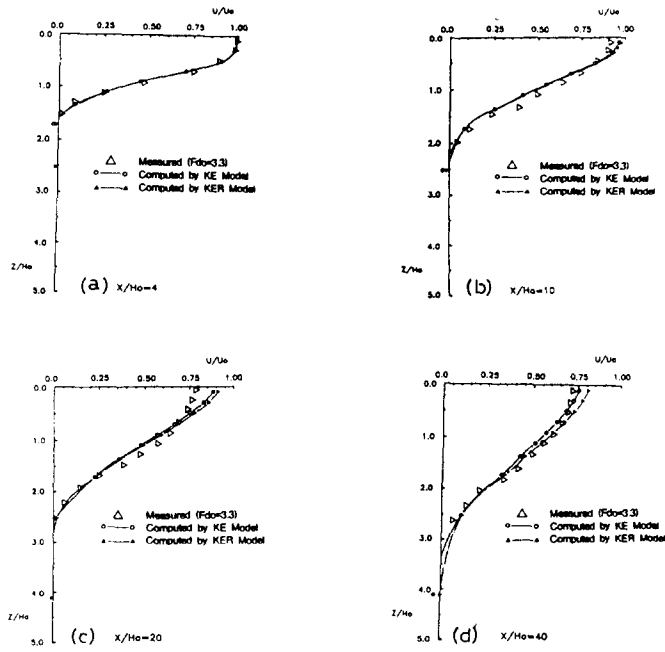


Fig 2 平均流速의 鉛直分布(Fdo=3.3)

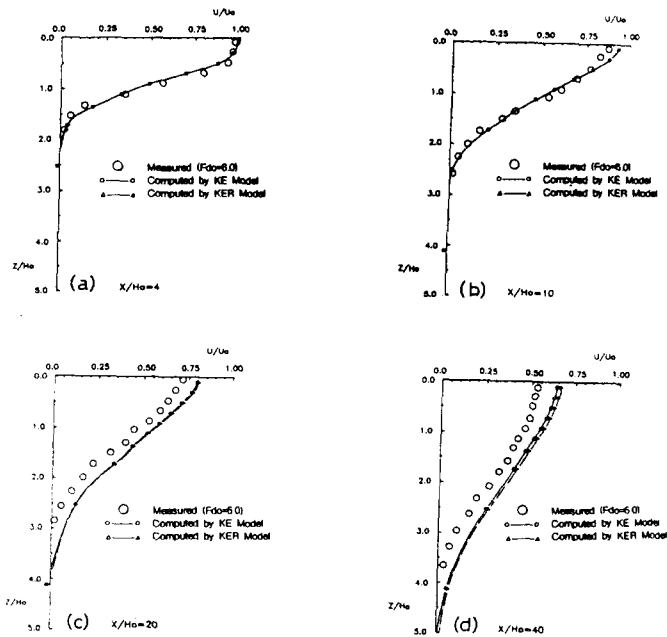


Fig 3 平均流速의 鉛直分布(Fdo=6.0)

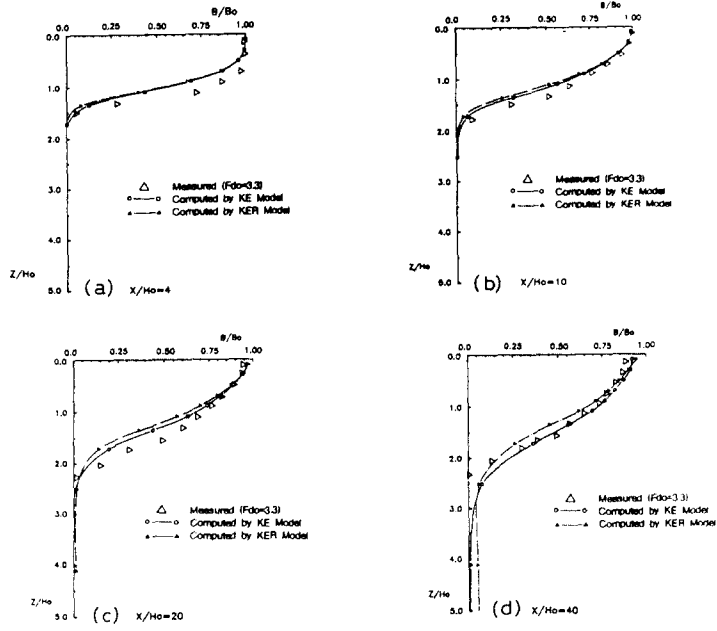


Fig 4 平均浮力の鉛直分布( $F_{do}=3.3$ )

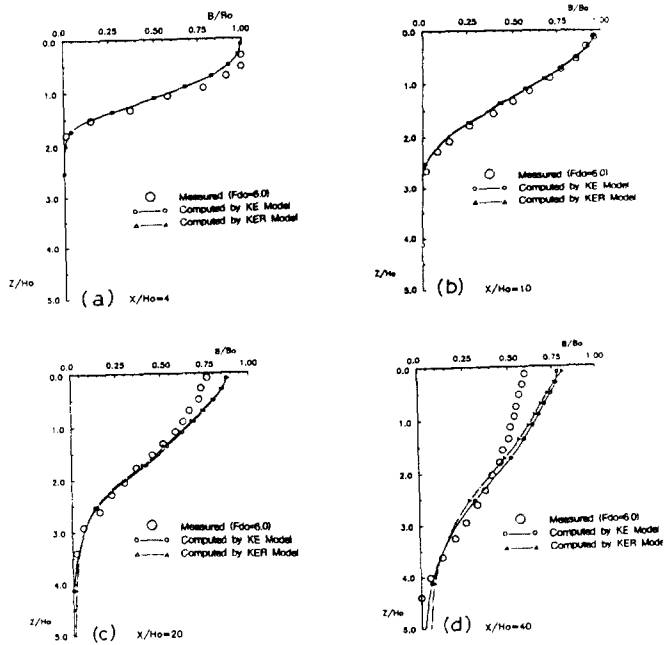


Fig 5 平均浮力の鉛直分布( $F_{do}=6.0$ )

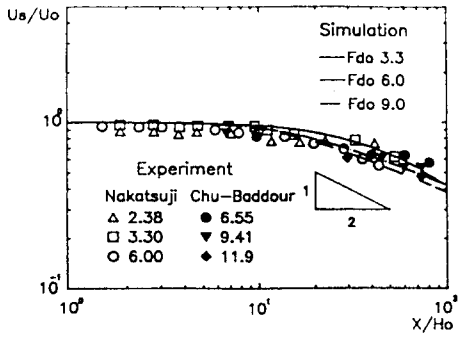


Fig 6 平均流速의 流下方向 遞減特性

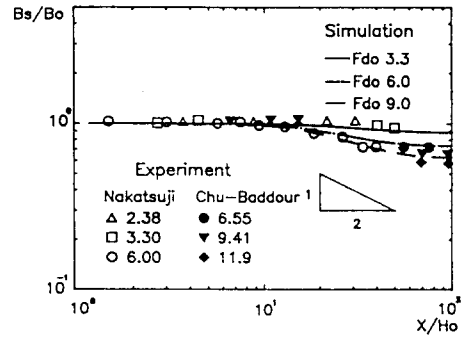


Fig 7 平均浮力의 流下方向 遞減特性

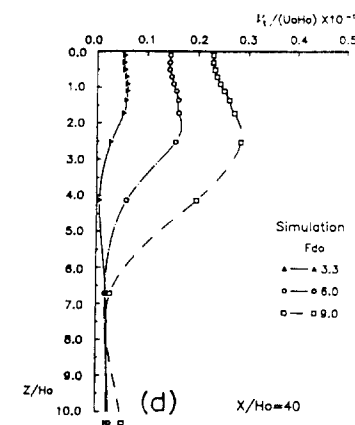
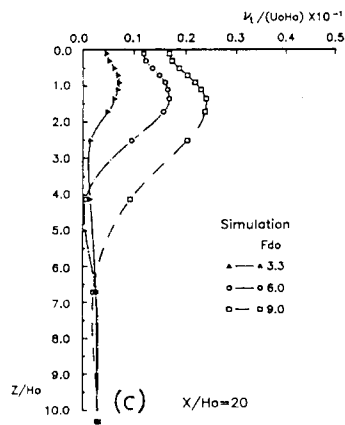
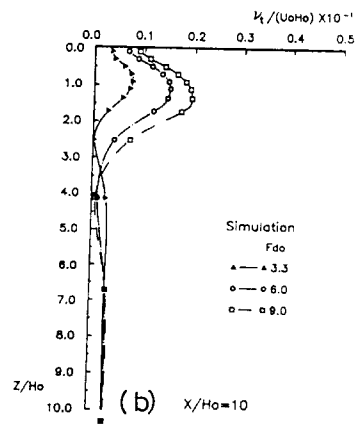
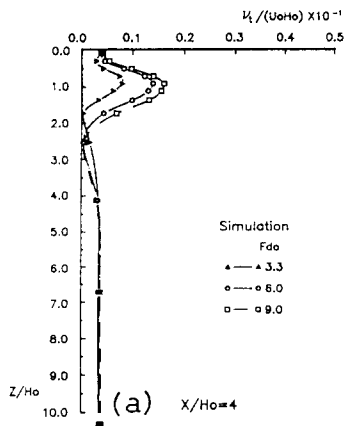


Fig 8 渦動粘性係數  $\nu_t$ 의 鉛直分布



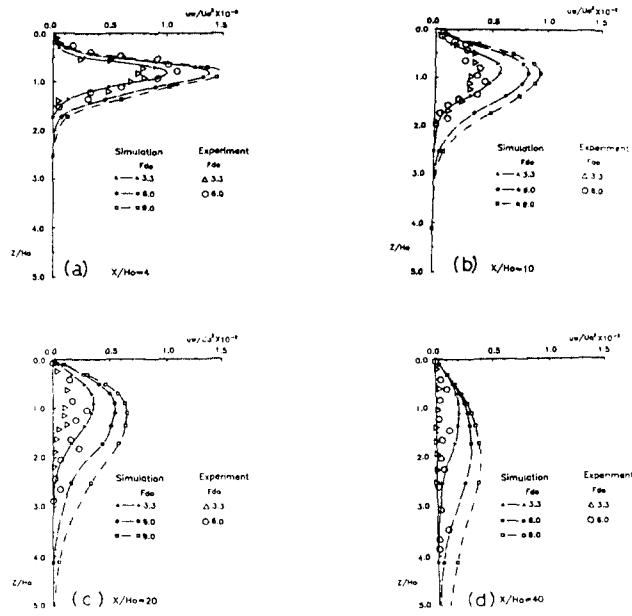


Fig 9 레이놀즈應力  $\overline{u'u'}$ ,  $\overline{v'v'}$ 의鉛直方向分布

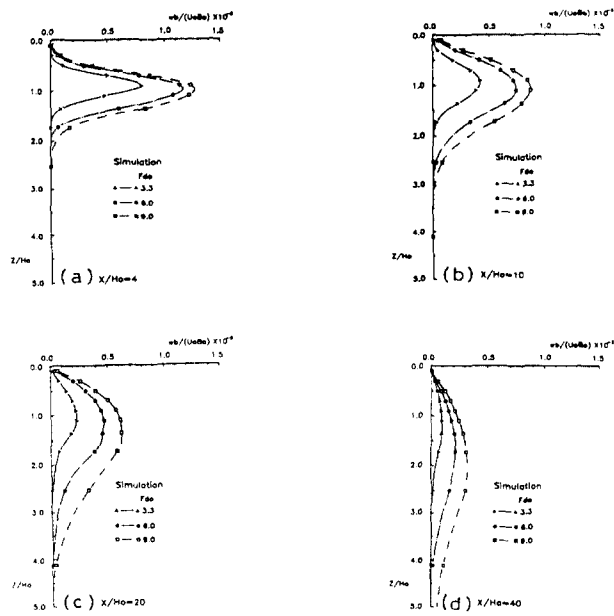


Fig 10 亂流浮力流速  $\overline{w'b'}$ 의鉛直分布

Fig. 2~Fig. 5에 表示한 實驗値는 中辻(1985)의 實驗結果이다.  $x/H_o=4$  및 10 에서의 平均流速과 平均浮力의 鉛直方向 分布를 관찰해보면 數值解와 實驗値는 定性的으로 잘 一致하고 있으나 數值解가 實驗値보다 鉛直方向으로 크게 퍼져나가고 있음을 알 수 있었다. 특히 平均浮力의 경우가 심한 差異를 나타내었다. 또한 放流口에서 멀어질수록, 즉 Fig. 2~Fig. 5의  $x/H_o=20$  및 40에서의 平均流速과 平均浮力의 鉛直方向 分布에 있어서 計算結果는 實驗値와 많은 差異를 나타내고 있다. 한편, 室田 等(1989)의 計算結果보다는 상당히 改善되고 있음을 確認하였다. 이는 室田 等(1989)의 研究에서 無視된 浮力生成項이 考慮되었을 뿐만 아니라 風上差分(upwind difference) 1의 問題點을 Hybrid Scheme으로 改善했기 때문으로 判斷된다. 또한, 密度Froude數에 따른 傾向, 즉 密度Froude數가 작을 수록 密度差가 크게 되어 鉛直方向의 퍼짐은 浮力의 影響을 받아 抑制되고, 따라서 水平方向의 퍼짐이 크게되는 一般的인 傾向은 잘 나타나고 있다. 또한, 위의 各 그림에는 靜水壓近似를 導入한 數值計算結果(KE Model로 表記)도 同時에 나타나고 있다. 流速分布圖에서는 明瞭한 差異를 보이지 않으나, 安定成層에 의한 鉛直方向의 運動量의 輸送抑制效果는 靜水壓近似에 의한 數值모델로 부터의 結果에서 보다 靜水壓近似에 의하지 않은 數值모델의 計算結果(KER Model로 表記)에서 明瞭하게 나타나고 있다. 이러한 傾向은 浮力의 경우에도 거의 同一하게 나타나고 있다. 但, 成層域에서는 運動量輸送에 있어서 靜水壓近似를 導入하지 않은 경우가 實驗値와의 一致도가 惡化되어 있는 것으로 보이지만, 實驗値의 整理過程에서의 誤謬에 의한 것일 수도 있다는 事實이 實驗者와의 討議에서 確認되고 있다.

Fig. 6 및 Fig. 7은 各 各 流下方向에 있어서의 水表面流速  $U_s$ 를 放流口의 流速  $U_o$ 로 無次元化하고 水表面浮力  $B_s$ 를 放流口의 浮力  $B_o$ 로 無次元化한 것을 中辻(1985) 및 Chu와 Baddour(1984)의 實驗結果와 比較한 것이다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 數值解는 實驗結果와 잘 一致하고 있으며, 表面流速은 放流口로부터 流下距離의  $-1/2$  乘遞減法則에 거의 一致하는 結果를 나타내

고 있다.

### 3.3.2 亂流變動場

Fig. 8은 渦動粘性係數  $\nu_t$ 의 鉛直方向 分布를 나타낸다. 密度 Froude數가 클수록 즉, 浮力에 比해 慣性力이 큰 흐름일수록  $\nu_t$ 의 값이 크게 되는 傾向을 잘 나타내고 있다. 또한, 密度 Froude數가 클수록  $\nu_t$ 의 最大値가 나타나는 깊이가 增加하고 있는데, 이것은 密度Froude數가 큰 흐름일수록 鉛直方向의 퍼짐이 커짐을 意味하며 亂流混合이 活潑하게 일어나고 있음을 가리키는 것으로 생각된다.

水表面 附近에서  $\nu_t$ 는 깊은 水深에서 보다 작은 값을 나타내고 있는데, 이는 水表面이 壁面과 마찬가지로 亂流變動을 抑制하고 있음을 보여주는 것으로 McGuirk 等(1986)의 研究結果와 定性的으로 一致하는 結果이다.

Fig. 9 및 Fig. 10은 Reynolds 應力  $\overline{u'w'}$ 와 鉛直方向 亂流浮力流束  $\overline{wb'}$ 의 鉛直分布를 나타낸다. 計算結果는 實驗結果보다 全般的으로 큰 값을 取하고 있으나, 最大値의 發生位置는 서로 一致하였다.  $x/H_o=10$ 까지의 範圍에서 平均流速 및 平均浮力의 結果가 實驗値와 잘 一致하고 있음에도 不拘하고 鉛直方向의 亂流輸送이 過大評價되고 있다.  $\overline{wb'}$ 에 대해서는 實驗資料의 不足으로 計算結果와의 比較는 實施하지 못하였다. 但, 그 傾向은  $\overline{uw}$ 의 그것과 一致하였다.

## 4. 結 論

本 研究에서는 2次元 表層密度噴流의 動力學的 構造를 把握하기위해 靜水壓近似를 導入하지 않고 壓力方程式을 SIMPLE法에 의해 푸는  $k-\epsilon$  方程式모델을 開發하였다. 開發한 모델은 表層密度噴流에 대한 檢證하였고, 許再寧 等(1991)의 靜水壓近似를 導入한 모델과의 差異를 調査하였다. 本 研究에서 얻어진 主要한 結論은 다음과 같다.

1) 渦動粘性모델의 妥當性을 調査하기 위한 表層密度噴流의 數值計算에서 運動量 卓越領域에서는 數值解가 實驗値와 잘 一致하였다. 但, 遠方領域에서는 數值解가 實驗値보다 鉛直方向의 擴散이 크며, 이것은  $k-\epsilon$ 모델이 亂流의 局所等方性을 基本假定으로 하고 있기 때문인 것으로

보인다.

- 2) 靜水壓 近似를 導入한 경우, 流速分布에서는 그 다지 큰 差異를 發見할 수 없으나, 安定成層에 의한 亂流輸送의 抑制效果는 壓力方程式을 푸는 경우에 훨씬 顯著하게 나타나, 壓力分布의 正確한 計算이 흐름場의 構造解析에 매우 重要함을 確認할 수 있었다.

### 謝 辭

本 研究는 1992年度 韓國科學財團 研究費 支援 (課題番號:KOSF 921-1300-003-1)에 의한 結果임.

### 參 考 文 獻

1. 許 再寧, 崔 漢起, 姜 周復(1991) 二次元 表層放流 密度噴流의  $k-\epsilon$  모델에 의한 數 值解析, 韓國海岸 海洋工學會誌, 第3卷, 第2號, pp. 81-91.
2. 中辻啓二(1985) 表層密度噴流의 混合機構と擴がり に関する 基礎的研究, 大阪大學工學 博士學位論文.
3. Wolfgang, Rodi(1984) Turbulence Models and Their Application in Hydraulics—a State-of-the-Art Review, IAHR, pp. 12.
4. Launder, B. P. and Spalding, D. B.(1974) The Numerical Computation of Turbulent Flows, Computer Methods in Applied Mech. and Engrg. Vol. 3, pp. 269-289.
5. Rodi, W.(1979) Influence of Buoyancy and Rotation on Equations for the Turbulent Length Scale, 2nd Symposium on Turbulent Shear Flows, London, England, pp. 1037-1042.
6. Rossby, C. G. and Montgomery, R. B.(1935) The Layer of Frictional Influence in Wind and Ocean Currents, Pap. Phys. Oceanogr. Meteorol. Vol. 3, No. 3, pp. 1-101.
7. Munk, W. H. and Anderson, E. R.(1948) Notes on a Theory of the Thermocline, J. Marine Research, Vol. 7, pp. 276-295.
8. Webb, E.K.(1970) Profile Relationships : the Log-Linear Range and Extension to Strong Stability, Quart. J. R. Met. Soc. Vol. 96, pp. 67-90.
9. 植田洋匡·光本茂記·小森 悟·小川 靖·奥田典夫 (1980) 大氣下層における亂流輸送過程に及ぼす 浮力效果, 國立公害研究所研究報告, 第17號(R-17-80), pp. 123-143.
10. Kondo, J., Kanechika, O. and Yasuda, N.(1978) Heat and Momentum Transfers under Strong Stability in the Atmospheric Surface Layer, J. Atmospheric Sciences, Vol. 35, pp. 1012-1021.
11. West, J. R., Knight, D. W. and Shiono, K. (1985) A Note on the Determination of Vertical Turbulent Transport Coefficients in a Partially Mixed Estuary, Proc. Institute of Civil Engineers, Part 2, pp. 235-246.
12. 許再寧(1989) 河川ブルーム의 動力學에 關する 研究, 大阪大學工學博士學位論文.
13. Patanker, S. V. and Spalding, D. B.(1972) A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows, Intl. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp. 1787-1806.
14. McGuirk, J. J. and Papadimitriou, C.(1986) A Numerical Study of the Internal Hydraulic Jump, Intl. Sympo. on Buoyant Flows, Athens, Greece, pp. 242-255.
15. 室田 明·中辻啓二·藤崎 豊(1989) 亂流モデル의 成層せん斷流への適用, 土木學會第33回水理講演會論文集, pp. 583-588.
16. Chu, V. H. and Baddour, D.B.(1984) Turbulent Gravity-Stratified Shear Flows, J. Fluid Mechanics, Vol. 138, pp. 353-378.

(접수 : 6월 7일)