

# 草地的 地表面 흐름을 추적하기 위한 Kinematic Wave Model의 開發 (I)

—理論 Model의 開發—

## Development of a Kinematic Wave Model to Route Overland Flow in Vegetated Area (I)

—Theory and Numerical Solution—

崔 重 鎡\* · W. L. Magette\*\* · 崔 禮 煥 · 柳 能 桓  
Choi, Joong Dae · Choi, Ye Hwan · Ryu, Neung Hwan

### Summary

A modified kinematic wave model of the overland flow in vegetated filter strips was developed. The model can predict both flow depth and hydraulic radius of the flow. Existing models can predict only mean flow depth. By using the hydraulic radius, erosion, deposition and flow's transport capacity can be more rationally computed. Spacing hydraulic radius was used to compute flow's hydraulic radius. Numerical solution of the model was accomplished by using both a second-order nonlinear scheme and a linear solution scheme. The nonlinear portion of the model ensures convergence and the linear portion of the model provides rapid computations. This second-order nonlinear scheme minimizes numerical computation errors that may be caused by linearization of a nonlinear model. This model can also be applied to golf courses, parks, no-till fields to route runoff and production and attenuation of many nonpoint source pollutants.

\* 江原大學校 農科大學

\*\* Associate Professor, Univeristy of Maryland at College Park, MD U.S.A

키워드 : Kinematic Wave Model, 수치해석, 지표면 흐름, 동수반경, 수리특성, Spacing Hydraulic Radius, 草地, 오염물질.

## I. 緒 論

지표면 흐름의 수리학적 모형은, 오염물질의 이동과 수질의 변화상태를 추적하는데 아주 중요한 역할을 한다. 수질변화를 예측하여 효과적인 수질개선대책을 세우기 위해서는 오염물질의 변화과정이 추적될 수 있어야 한다. 이러한 수질개선대책의 첫째 조건이 지표면 흐름의 수리특성을 잘 나타내 줄 수 있는 모형의 개발이다. 이 모형은 침투율(Infiltration)과 강우강도(Rainfall intensity)가 시간에 따라 변하는 경우에도 흐름의 수리특성을 잘 예측할 수 있어야 한다(Govindaraju et al., 1988).

초지에서의 흐름은 잠류와 비잠류로 구분할 수 있다. 잠류와 비잠류 사이에는 많은 수리학적 특성의 차이가 있다(Ree, 1949; Ree and Palmer, 1949). Manning의 조도계수는 지표면 저항을 나타내는 계수로 수심이 비교적 깊은 잠류를 대상으로 하여 실험에 의해 결정되었으므로 흐름이 비잠류인 초지에서는 지표의 조도를 총체적으로 대표할 수 없다. 이는 지표에 자라는 풀로 인한 항력저항이 수심이 깊어지면서 지표면 저항보다 흐름을 제어하는 지배인자가 되기 때문이다(Kao and Barfield, 1978; Kao et al., 1977). 따라서 토양 유실이나 흐름의 소류력 등의 계산을 할 때는 흐름의 수리학적 특성이 유출량 보다 중요한 인자가 되고 잠류와 비잠류는 구분이 되어 사용되어야 한다.

지표면 흐름이나 유출의 추적은 St. Venant Equation(or Shallow Water Wave Equation)의 약식형인 Kinematic Wave Model이 많이 사용되고 있다(Lai, 1986 · Woolhiser et al., 1990). 이는 St. Venant Equation이 두개의 경계조건이 필요한데 비하여 Kinematic Wave Model은 한개의 경계조건으로 해석이 가능하기 때문이다. 기존에 많이 사용되는 Kinematic Wave Model은 지표의 粗度狀態 혹은 摩擦係數를 지표면의 상태를 대표하는 유일한 媒介變數로 가정하여 지

표면 흐름을 추적하여 왔다. 그러나 초지에서의 흐름이 비점류이면 항력저항 때문에 지표면 식물의 영향을 고려하여야 흐름의 수리학적 특성을 보다 정확히 규명할 수 있다. 또한 기존의 Kinematic Wave Model은 넓고 얇은 지표면 흐름을 가정하여 흐름의 동수반경을 흐름의 평균수심으로 대체하여 사용하고 있다. 이는 단지 포장된 주차장과 같이 표면이 편평한 곳에서나 가능하지 장애물이 많은 초지에서는 이론적으로나 실제적으로나 타당하지 않다. 특히 동수반경은 흐름의 소류력 계산에 가장 많은 영향을 주는 變數의 하나로 이의 정확한 산정은 유실된 토사 및 이와 관련된 오염물질의 추적에 필수적이다. 기존에 개발되어 사용되고 있는 Kinematic Wave Model들은 홍수추적을 주 목적으로 하여 유출량을 추적하기 위한 것이기 때문에 흐름의 수리특성을 밝혀 흐름과 토양유실, 운반, 퇴적등의 관계를 규명하는데는 부적합하여 새로운 모형의 개발이 요구되어 왔다. 따라서 본 연구의 목적은 기존의 Kinematic Wave Model을 수정하여 지표면 草木의 영향을 흐름에 반영하여 흐름의 수리학적 특성을 보다 잘 나타낼 수 있는 Kinematic Wave Model을 개발하는데 있다.

## 2. Model의 構成方程式

St. Venant Equation 연속방정식과 운동량방정식으로 구성되어 있고 다음과 같은 方程式으로 表示하였다(Liggett and Woolhiser, 1967, Miller, 1984).

$$\frac{\partial A_t}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_t - ft \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(S - S_f) - \frac{(q_t - ft)u}{y} \dots\dots\dots(2)$$

여기서  $A_t$  : 단위폭당 유수단면적( $m^2$ )

$y$  : 평균수심(m)

$Q$  : 유출량( $m^3/sec$ )

$q_t$  : 강우량 및 다른 모든 유입량( $m^2/sec$ )

$ft$  : 침투능 및 다른 모든 손실량( $m^2/sec$ )

$u$  : 유속( $m/sec$ )

$g$  : 중력 가속도( $m/sec^2$ )

$S$  : 지표면 경사도( $m/m$ )

$S_f$  : 마찰경사( $m/m$ )

$t$  : 시간변수( $sec$ )

$x$  : 거리변수(m)

$$Q = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} A_t \dots\dots\dots(5)$$

$$Q = \frac{S^{1/2}}{n} y^{5/2} \dots\dots\dots(6)$$

여기서  $n$  : Manning의 조도계수

$R$  : 동수반경(m)

식(6)은 식(5)의  $A_t$ 를 단위폭당 유수단면적으로 가정하여 평균수심( $y$ )으로 대체하고 동수반경을 또한 평균수심으로 가정하여 식(4)의 형태로 바꾼 것이다. 본 논문에서 지칭하는 기존의 Kinematic Wave Model은 식(1)과 (6)을 의미한다.

초지나 지표면이 잔디밭이나 골프장처럼 많은 풀들이 자라고 있는 지역에서는 단위폭당 유수단면적을 평균수심으로 대체할 수 없고 또한 동수반경도 평균수심으로 대체할 수 없다. 이는 자연적이거나 인공적으로나 촘촘히 자라는 풀로 인하여 생기는 항력저항(Drag Resistance) 때문에 실제 흐름의 수심은 Manning의 조도계수만을 사용했을 때의 평균수심 보다 깊게 되며 흐름의 동수반경은 풀 때문에 윤변이 커지게 되므로 실제로는 평균수심 보다 작아지기 때문이다(Choi, 1992). 따라서 초지나 경작지에 사용하기 위하여 개정된 Kinematic Wave Model에서는 단위폭당 유수단면적을 풀들의 영향을 고려한 純流水斷面積으로 대체했으며 동수반경은 초지의 풀밀도를 고려하여 흐름의 동수반경을 구하는 식인 "Spacing Hydraulic Radius"로 대체하였다(Tollner et al., 1976; Barfield et al., 1979). 이 경우 초지에서 단위폭당 純流水斷面積( $A_n$ )은 다음과 같이 계산한다.

$$A_n = (1 - na \cdot da) y \dots\dots\dots(7)$$

여기서,  $A_n$  : 단위폭당 순수수단면적( $m^2$ )

$na$  : 평균풀밀도

$da$  : 평균풀줄기 지름(m)

Kinematic Wave 이론을 식(2)에 적용하기 위해서는 다음과 같은 두개의 가정이 필요하다.  
 ① 지표수의 흐름은 파동이론에 의해 해석될 수 있으며 지표수의 경우 파동은 길고 평편하다.  
 ② 따라서 흐름의 마찰경사는 지표의 경사도와 거의 일치한다(Strelkoff, 1970; Miller, 1984).  
 그러므로 식(2)는 다음과 같이 표시될 수 있으며 다른 모두 항들은 무시된다.

$$S = S_f \dots\dots\dots(3)$$

식(3)의 의미는 흐름의 마찰경사는 지표의 경사와 같기 때문에 흐름의 상태 변화에는 영향을 받지 않는다. 따라서 유출량( $Q$ )는 유수단면적 ( $A$ )만의 함수로 다음과 같은 승법관계식으로 표시할 수 있다(Huggins and Burney, 1982; Miller, 1984).

$$Q = \alpha A^m \dots\dots\dots(4)$$

여기서  $\alpha$ 와  $m$ 은 지표면의 형상에 따라 변하는 계수이다. Kinematic Wave Model은 식(1)과 (4)로 표현이 된다. 식(4)는 연구조건에 따라 Manning 공식이나 Chezy 공식이 주로 많이 사용되어 왔다. Manning 공식을 사용하는 경우 Manning 공식과 식(4)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

평균폴밀도와 평균폴줄기 지름은 실측자료가 없는 경우 실제로 측정하여 사용하여야 한다. 평균폴밀도를 평균폴간격의 함수로 대치하고 식(7) 우변의 괄호속의 값들은 상수이므로 계수 a로 대치하면 다음과 같이 된다.

$$A_n = a y \dots\dots\dots(8)$$

$$a = (1 - \frac{1}{S_s} da) \dots\dots\dots(9)$$

여기서  $S_s$  = 평균폴간격(m).  
 식(8)을 식(1)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$a \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = qe \dots\dots\dots(10)$$

여기서  $qe = q_t - ft$ . 식(10)은 초지에서 지표면 흐름을 나타내는 연속방정식이 된다. 계수 a는 폴줄기의 크기와 밀도가 흐름의 깊이에 주는 영향을 나타낸다. 폴밀도가 작아질수록 그리고 폴줄기의 크기가 커질수록 a의 값은 작아지고 이 값은 항상 1.0 보다 작으므로 a가 작아지면 흐름의 평균수심의 시간에 대한 변화율이 작아진다.

수정된 Kinematic Wave Model의 운동량 방정식의 표현은 Manning 공식을 사용하여 표현하였다. 식(5)에서 동수반경(R)은 Spacing Hydraulic Radius로 그리고 유수단면적은 단위폭당 純流水斷面積인 식(8)로 대체하였다. Spacing Hydraulic Radius는 다음의 식(11)로 되었다 (Barfield et al., 1979).

$$R_s = \frac{S_s y}{2y + S_s} \dots\dots\dots(11)$$

여기서  $R_s$  = Spacing hydraulic radius(m).  
 식(8)과 (11)을 식(5)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 유출량과 수심과의 관계식이 성립된다.

$$Q = \frac{a S^{1/2}}{n} \left\{ \frac{S_s y^{5/2}}{S_s + 2y} \right\}^{2/3} \dots\dots\dots(12)$$

식(10)과 (12)가 수정된 Kinematic Wave Model을 구성하며 초지에서 비잠류를 지배하는 지배방정식이 된다. 따라서 수정된 Kinematic Wave Model은 폴줄기의 굵기와 폴밀도의 영향을 Manning의 조도계수와 분리하여 별개의 매개변수로 처리하므로서 모형의 합리성을 높이고 초지에서 흐름의 수리학적 특성을 보다 잘 나타낼 수 있다.

### III. Model의 수치해석

식(10)과 (12)로 대표되는 수정된 Kinematic Wave Model은 유한차분법을 사용하여 수치해석 되었다. Fig. 1과 같은 직각좌표계에서 식(10)에 있는 각 항의 유한차분형은 다음과 같이 쓸 수 있다.

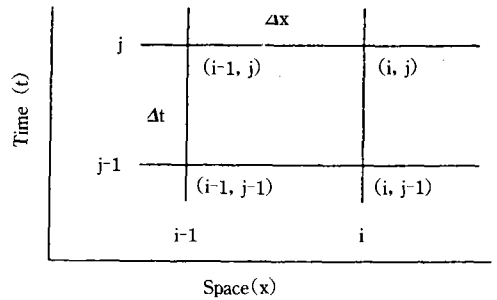


Fig. 1. Rectangular network in x-t plane

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{y(i, j) - y(i, j-1)}{\Delta t} \dots\dots\dots(13)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q(i, j) - Q(i-1, j)}{\Delta x} \dots\dots\dots(14)$$

$$qe = \frac{Rain(i, j) + Rain(i, j-1) - ft(i, j) - ft(i, j-1)}{2} \dots\dots\dots(15)$$

여기서  $Rain(i, j)$  = 절점 (i, j)에서 강우강도이며 다른 유입량은 없다고 가정했다.

$f(i, j)$  = 절점  $(i, j)$ 에서 침투능이며 다른 손실량은 없다고 가정했다.

$\Delta t, \Delta x$  = 각각 시간과 거리의 증분을 나타낸다.

절점들 중  $(i, j)$ 만 미지수이며 다른 절점들은 초기 및 경계조건과 선행계산을 통하여 값이 알려진 절점들이다. 또한 식(12)의 유한차분형은 다음과 같이 표기되었다.

$$Q(i, j) = \frac{aS^{1/2}}{n} \left\{ \frac{Ss y(i, j)^{5/2}}{Ss + 2y(i, j)} \right\}^{2/3} \dots\dots(16)$$

$$Q(i-1, j) = \frac{aS^{1/2}}{n} \left\{ \frac{Ss y(i-1, j)^{5/2}}{Ss + 2y(i-1, j)} \right\}^{2/3} \dots\dots(17)$$

식(13)~(17)을 식(10)과 (12)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$a\theta y(i, j) + a\alpha \left\{ \frac{Ss y(i, j)^{5/2}}{Ss + 2y(i, j)} \right\}^{2/3} = a\theta y(i, j-1) + a\alpha \left\{ \frac{Ss y(i-1, j)^{5/2}}{Ss + 2y(i-1, j)} \right\}^{2/3} + \Delta x qe \dots\dots(18)$$

여기서  $\theta = \Delta x / \Delta t$   
 $\alpha = S^{1/2} / n$

식(18)의 우변의 변수들은 모두 알려진 값들이고 편의상  $\Omega$ 이라 놓으면 식(19)와 같이 된다.

$$\Omega = a\theta y(i, j-1) + a\alpha \left\{ \frac{Ss y(i-1, j)^{5/2}}{Ss + 2y(i-1, j)} \right\}^{2/3} + \Delta x qe \dots\dots(19)$$

식(18)의 좌변은 미지수이며 편의상  $f(r)$ 이라 놓고 또한  $y(i, j)$ 도  $r$ 로 표시하면 다음과 같다.

$$f(r) = a\theta r + a\alpha \left\{ \frac{Ss r^{5/2}}{Ss + 2r} \right\}^{2/3} \dots\dots(20)$$

식(20)은 비선형 방정식으로 이의 解는 반복계산법을 사용하여 구할 수 있다.

$k$ 번째 반복계산 時  $r$ 의 값을  $r^k$ 라고 하면  $r^k$ 주변에서 Taylor 급수는 다음과 같다.

$$f(r) = f(r^k) + (r - r^k)f'(r^k) + \frac{1}{2}(r - r^k)^2 f''(r^k) + \frac{1}{6}(r - r^k)^3 f'''(r^k) + \dots \dots\dots(21)$$

여기서  $f'(r^k), f''(r^k)$  그리고  $f'''(r^k)$ 는 함수  $f(r^k)$ 를 각각 한번, 두번 그리고 세번 미분한 값들이다. 3차 이상의 항을 생략하면 다음과 같이 된다.

$$f(r) \approx f(r^k) + (r - r^k)f'(r^k) + \frac{1}{2}(r - r^k)^2 f''(r^k) \dots\dots(22)$$

반복계산법의 목적은  $f(r^{k+1})$ 이  $\Omega$ 에 근접하도록 하는데 있으며  $\Omega$ 을 식(20)의  $f(r)$ 을 이용하여 반복법으로 구하려면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Omega \approx f(r^k) + (r^{k+1} - r^k)f'(r^k) + \frac{1}{2}(r^{k+1} - r^k)^2 f''(r^k) \dots\dots\dots(23)$$

이때  $r^{k+1}$ 은 미지수이며  $f(r^k)$ 과  $\Omega$ 은 각각 식(20)과 (19)로 구한다.  $r^k$ 는  $r$ 의 초기값  $r^0$ 를 예측함으로써 구할 수 있다.  $r^0$ 의 예측방법은 차후에 설명이 되었다. 식(23)을  $r^{k+1}$ 에 대하여 재배열하면 2차 방정식이 되고 이 2차 방정식을 근의 공식을 이용하여 풀면 다음과 같이 된다.

$$r^{k+1} = r^k - \frac{f'(r^k)}{f''(r^k)} \pm \left\{ \left[ \frac{f'(r^k)}{f''(r^k)} \right]^2 - \frac{2[f(r^k) - \Omega]}{f''(r^k)} \right\}^{1/2} \dots\dots\dots(24)$$

여기서  $f'(r^k)$ 과  $f''(r^k)$ 는 식(20)을 미분하여 구하며 다음과 같이 된다.

$$f'(r^k) = a\theta + \frac{a\alpha S_s^{2/3}}{3} \left\{ 5 \left\{ \frac{r^k}{S_s + 2r^k} \right\}^{2/3} + 4 \left\{ \frac{r^k}{S_s + 2r^k} \right\}^{5/3} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

$$f''(r^k) = \frac{a\alpha S_s^{2/3}}{3} (R_a - R_b - R_c) \dots\dots\dots(26)$$

여기서,  $R_a$ ,  $R_b$  그리고  $R_c$ 는 다음과 같다.

$$R_a = \frac{10}{3 r^{k1/3} (S_s + 2r^k)^{2/3}} \dots\dots\dots(27)$$

$$R_b = \frac{20 \{ r^{k5/3} - r^{k2/3} \}}{3 (S_s + 2r^k)^{5/3}} \dots\dots\dots(28)$$

$$R_c = \frac{40 r^{k5/3}}{3 (S_s + 2r^k)^{8/3}} \dots\dots\dots(29)$$

식(24)는 두개의 해를 가진다. 이 경우 두개의 해 중에서  $|f(r^{k+1}) - \Omega|$ 의 값이 작게되는  $r^{k+1}$  값을 택하는 것이 편리하고 위의 반복계산은  $|f(r^{k+1}) - \Omega|$ 의 값이 미리 정해진 오차범위보다 작아질 때까지 계속되어야 한다. 즉  $|f(r^{k+1}) - \Omega| \leq \varepsilon$ 이며 일반적인 경우  $\varepsilon$ 의 값은  $0.01\Omega$ 을 택한다.

$r^k$ 의 초기값과  $r^\circ$ 의 예측은 각각의 반복계산시 필요로 하는 解를 쉽고 빠르게 수렴하게 하며 반복회수를 줄임으로 계산속도가 빨라지기 때문에 중요하다. 가장 좋은  $r^\circ$ 의 예측방법은 선형해석법을 사용하는 것이다. 이 방법은 또한 비선형 방정식을 선형화하여 해석할 때 발생하는 계산오차를 최소화 하는 장점도 지니고 있다. 식(10)의 두번째 항을 Chain Rule을 사용하여 표기하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x} \dots\dots\dots(30)$$

식(30)의 우측 첫째항은 식(12)의  $y$ 에 대한 미분형이며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\alpha a S_s^{2/3}}{3} \left\{ \frac{y}{S_s + 2y} \right\}^{2/3} \left\{ 5 - \frac{4y}{S_s + 2y} \right\} \dots\dots(31)$$

여기서 수심( $y$ )의 유한차분형을 TR이라 놓으면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$TR = \frac{y(i-1, j) + y(i, j-1)}{2} \dots\dots\dots(32)$$

식(32)를 식(31)에 대입한 후 식(31)의 우측 항을 T로 대표하면 다음이 된다.

$$\frac{\partial Q}{\partial y} = T = \frac{\alpha a S_s^{2/3}}{3} \left\{ \frac{TR}{S_s + 2TR} \right\}^{2/3} \left\{ 5 - \frac{4TR}{S_s + 2TR} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

식(33)의 T를 식(30)에 대입한 후 다시 식(10)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$a \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial x} T = qe \dots\dots\dots(34)$$

식(34) 두번째 항의 유한차분형은 다음과 같이 표기되었다.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y(i, j) - y(i-1, j)}{\Delta x} \dots\dots(35)$$

식(13)과 (35)를 식(34)에 대입한 후  $y(i, j)$ 에 대해 정리하면 선형해법에 의한 수심의 초기예측값  $r^\circ$ 를 구할 수 있다.

$$y(i, j) \text{ or } r^\circ = \frac{a \frac{y(i, j-1)}{\Delta t} + \frac{y(i-1, j)}{\Delta x} T + qe}{\frac{a}{\Delta t} + \frac{T}{\Delta x}} \dots\dots(36)$$

식(36)은 비선형 방정식인 식(24)의 解에 가장 근접한 최선의 초기예측치  $r^\circ$  혹은  $r^k$  값을 제공한다. 만약  $y(i-1, j)$ 과  $y(i, j-1)$ 이 모두 0이라면  $r^\circ$ 는 식(20)을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$r^{\circ} = \frac{\Omega}{a\theta} \dots\dots\dots(37)$$

본 논문은 이미 개발되어 널리 알려져 있는 Kinematic Wave Model에 대한 새로운 수치해석방법을 개발하여 기존의 모형들과 비교검증하기 위한 것이 아니었기 때문에 안정성과 수렴성 검증은 거치지 않았다. 그러나 본 논문에서 사용한 수치해석 기법은 Li 등(1975)이 개발한 방법에 기초를 두어 유도되었으며 이들 알고리즘에 대한 안전성과 수렴성검증은 이들에 의해서 상세히 설명되었다.

#### IV. 結 論

기존의 Kinematic Wave 유출 모형의 기능을 개선한 수정된 Kinematic Wave 지표면 유출모형이 개발되었다. 이 수정된 모형은 草地에서의 지표면 흐름의 수리학적 거동을 기존의 모형보다 합리적으로 예측할 수 있다. 새로운 모형은 흐름의 유출량은 물론 흐름의 깊이와 동수반경을 별도로 예측할 수 있어 초지에서 흐름의 소류력 등을 기존의 모형보다 합리적으로 예측할 수 있다. 따라서 현재 많은 문제가 되고 있는 비점원 오염물질의 발생과 이동 등의 예측과 추적에 이용될 수 있다. 초지에서의 동수반경은 Spacing Hydraulic Radius를 Manning 공식과 조합하여 구했다. 수정된 Kinematic Wave Model은 農地, 공원의 잔디밭, 골프장, Vegetated Filter Strips, 혹은 도로 등의 사면에서 지표면 흐름의 유출해석과 수리학적 거동을 분석하는데 효율적으로 사용될 수 있다. 따라서 차후에는 본 수정 Kinematic Wave Model을 우리나라의 농지, 개간간척지, 유흥지 등에 적용하여 수질 및 토양의 오염에 따른 환경변화 상황을 심도 있게 파악하고자 한다.

본 논문 연구비의 일부는 Department of Agricultural Engineering, University of Maryland and Department of Agriculture, State of Maryland, U.S.A.에서 지원되었다.

#### 參 考 文 獻

1. Barfield, B. J., E. W. Tollner, and J. C. Hayes. 1977. Prediction of Sediment Transport in Grassed Media. ASAE Paper No. 77-2033. American Society of Agrcultural Engineers, St. Joseph. Michigan 49085.
2. Barfield, B. J., E. W. Tollner, and J. C. Hayes. 1979. Filtration of Sediment by Simulated Vegetation I. Steady-State Flow with Homogeneous Sediment. Transactions of the ASAE, 23 : 540-545, 548.
3. Choi, J., 1982. Effect of Interventing Land Use on Runoff Quality. Ph. D. Dissertation, University of Maryland, College Park, Maryland 20742. 448p.
4. Govindaraju, R. S., S. E. Jones, and M. K. Kavvas. 1988. On the Diffusion Model for Overland Flow 1. Solution for Steep Slopes. Water Resources Res., 24(5) : 734-744.
5. Huggins, L. F. and J. R. Burney. 1982, Surface Runoff, Storage and Routing. IN : C. T. Haan, Johnson and Brakensiek, Eds. Hydrologic Modeling of Small Watershed. An ASAE Monograph No. 5. ASAE, St. Joseph, Michigan 49085.
6. Kao, T. Y. and B. J. Barfield. 1978. Prediction of Flow hydraulics for Vegetated Channels. Transactions of the ASAE, 22 : 489-494.
7. Lai, C. 1986. Numerical Modeling of Unsteady Open-Channel Flow. Advances in Hydrosience, 14 : 161-333.

8. Li, R. M., D. B. Simons, and M. A. Stevens. 1975. Nonlinear Kinematic Wave Approximation for Water Routing. *Water Resources Res.*, 11(2) : 245-252.
9. Liggett, J. A. and D. A. Woolhiser. 1967. Difference Solution of the Shallow-Water Equation. *J. Eng. Mech. Div., Proceedings of the ASCE.*, 93(EM2) : 39-71.
10. Miller, J. E. 1984. Basic Concept of Kinematic-Wave Models. U. S. Geological Survey Professional Paper No. 1302. U. S. Government Printing Office, Washington D.C.
11. Ree, W. O. 1949. Hydraulic Characteristics of Vegetation for Vegetated Waterways. *Agricultural Engineering*, 30(4) : 184-189.
12. Ree, W. O. and V. J. Palmer. 1949. Flow of Water in Channels Protected by Vegetative Linings, U. S. Soil Conservation Bulletin No. 967.
13. Stelkoff, T. 1970. Numerical Solution of St. Venant Equations. *J. of Hyd. Div. ASCE* 95(HY3) : 861-876.
14. Tollner, E. W., B. J. Barfield, C. T. Haan, and T. Y. Kao. Suspended Sediment Filtration Capacity of Simulated Vegetation. *Transactions of the ASAE*, 19 : 678-682.
15. Woolhiser, D. A., R. E. Smith and D. C. Goodrich. 1990. KINEROS, A. Kinematic Runoff and Erosion Model : Documentation and User Manual. USDA ARS, ARS-77.