平面要素의 確率論的 有限要素解析 모델의 開發

Stochastic Finite Element Analysis Modeling of Plane Structure

尹 誠 秀* · 高 在 君**
Yoon, Seong Soo · Koh, Jae Kun

Summary

The loads and resistances are random in nature. It is thus necessary to consider these variabilities for more reasonable and reliable structural analysis.

The purpose of the present study is to develop a stochastic finite element program which can analyze plane structures.

The model requires only the means, standard deviations and distribution types of the load and resistance varualbes. This model can determine from the analysis the means and standard deviations of nodal displacement for all nodal points. The implemention results show good agreement at 10% significant level with the simulation results, if material properties and load conditions fallow the normal distribution.

I. 緖　論

構造物은 建設目的에 맞는 役割을 持續하기 위해서 반드시 安全性과 使用性을 滿足해야 한다. 社會가 高度化 되어가면서 構造物의 安全에 대한 重要性은 增大되어 가고 있고, 이에 따라 設計技術도 發展을 거듭하고 있다. 構造物은 荷重을 받도록 設計되기 때문에 應力과 擧動도 必然的이고, 窮極的으로는 破壞된다. 그러므로 構造物에 發生하는 應力과 擧動의 特性을 알아보는 것은 매우 重要하다.

有限要素解析 方法은 1950年代 以後로 빠르게 進步하여 이제는 工學과 科學分野의 廣範圍한 問題를 數値的으로 解決하는 가장 強力한 技法이 되었다. 그런데, 有限要素法의 大部分의 開發은 確定論的인 범주에 있으며, 이를 위해서는 構造物이 確定論的인 特性과 確定論的인 構造擧動이 前提되어야 한다.

그러나, 實際에 있어서는 材料特性과 荷重條件과 다른 構造擧動에 影響을 미치는 要素들이 變動性과 不確實性을 갖고 있다. 變動性과 不確實性은 때때로 古典的인 確定論的 解析의 精

* 서울大學校 大學院
** 서울大學校 農業生命科學大學

키워드 : 平面構造, 空間連續體, 確率變數, 確率論的 有限要素解析

密度에 深刻하게 影響을 주기에 充分하다. 이 境遇 構造物의 自然的 特性 解析에 確率 變數로의 計算은 더욱 重要하다. 이러한 要求는 確率論的 基礎위에 解析하는 "確率論的 有限要素解析"이란 이름으로 硏究되고 있다.

確率論的 有限要素解析은 充分하기 위한 入力資料의 變動性으로부터 結果의 變動性에 관하여 情報를 얻고자 한다. 例를 들면 材料特性의 平均과 分散이 알려져 있다면, 確率論的 有限要素解析을 통해 나온 結果는 標準偏差 뿐만 아니라 應力과 變位의 平均도 구할 수 있다. 이것이 確率論的 有限要素解析法의 가장 重要한 잇점이다.

1970年代까지 構造解析에 있어서 確率的인 問題는 몬테칼로 시뮬레이션이 주로 利用되었다.[2] 이는 任意의 分布를 亂數를 發生시켜 荷重과 抵抗의 確率的인 特性을 구하는 方法으로 工學的인 解法이 되지 못하고, 많은 計算量과 處理時間을 요구한다. 이런 事實들은 有限要素法內에 確率變數를 處理하는 많은 試圖를 낳게 되었다.[11]

Hart와 Collins(1970)는 確定論的 有限要素法으로부터 平均값을 얻는 것에 관하여 Tayler級數로 展開하여 그 1次項만을 利用한 線形變數를 基礎로 統計學的인 接近을 提案하였다. Handa와 Anderson(1981)의 定式은 Hart와 Collins의 接近과 類似하게 試圖하였다. 그들은 出力結果로 共分散 行列을 나타내었고, Cambou(1975)는 連續體 特性, 荷重條件, 境界條件과 計算方法의 不確實性 등의 確率變數로부터 不確實量을 다루는 方法을 提案하였다. 그는 事例硏究를 통해 全體的으로 確率變數들 중에 荷重條件과 彈性係數가 가장 影響을 많이 받음을 밝혔다.[3] Vanmarche와 Grigoriu(1983)은 單純한 보의 確率論的 有限要素解析을 통하여 空間確率場의 分散의 槪念을 紹介하였다.

確率論的 有限要素解析은 現在 確定論的인 方法에 비해 廣範圍하게 開發되어 있지 않다.[20] 이것은 確率論的 解析의 어려움에 原因이 있고, 또 確率的인 基礎로 構造物의 設計와 解析의 實際技法 開發이 未洽한데 起因한다. 確率論的 有限要素解析의 以前의 作業은 有限要素의 特性에 確率變數를 確率的으로 다루는데 치우쳐 있다. 또한, 實際에 있어서 效率的인 技法이나 一般化에 대해서는 많이 硏究되지 않았다.

本 硏究의 目的은 確率論的 有限要素解析의 技法들을 利用하여 모델을 開發하고 이를 利用하여 空間連續體인 平面構造의 變位의 確率的 特性을 알아내는데 있다.

Ⅱ. 모델 開發의 定式化

1. 硏究의 方法

彈性平面要素를 確率論的 有限要素解析을 利用하는 모델을 構成하기 위해서는 먼저 有限要素解析 모델을 開發하고, 이를 바탕으로 確率論的 有限要素解法으로 再構成한다. 그러므로 有限要素解析을 위한 프로그램 開發은 본 모델의 構成에서 매우 큰 比重을 가지게 된다. 有限要素解析 모델은 먼저 對象物에 따라 그 構成方法이 달라지나 一般的으로 空間 連續體에 대해서 全體的인 構成 方程式의 흐름은 같게 된다. 이에 따라 본 硏究에서는 먼저 有限要素解析을 위한 모델에 관하여 살펴보고, 이를 檢證한 다음 確率論的 有限要素解析 모델을 開發하고자 한다.

Table-1. Method of study for stochastic finite element analysis

Method of analysis	Stochastic finite element method
Object	Plane element
Basic Theory	Plane strain & plane stress
Dimension of Deformation	2-Dimension
Shape Function	8-node isoparametric element
Variance	Material and load

2. 有限要素解析 모델

彈性係의 포텐셜에너지는 物體내의 變形에 의한 포텐셜(U)과 外的, 內的으로 가해지는 荷重의 포텐셜(荷重의 한일의 陰數값 $= -W$)로서 構成된다. 그러므로 전 포텐셜에너지(Π)는,

$$\Pi = U - W \quad \cdots\cdots (1)$$

즉, 式(1)은 다음과 같이 表現되며

$$\Pi = \frac{1}{2}\{y\}^T \int_0^l [B]^T[D][B]dx\{y\} - \int_0^l [N]\, w\, dx\,\{y\} \quad \cdots\cdots (2)$$

이때 最少 가상일의 原理를 利用하여 $\partial \Pi = 0$이 되도록 에너지$\{y\}$에 대하여 變分하면 有限要素 方程式이 구해진다.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial\{y\}} = \int_0^l [B]^T[D][B]dx\{y\} - \int_0^l [N]\, w\, dx = 0 \quad \cdots\cdots (3)$$

위 式(3)은 다음의 單純化에 方程式으로 表現된다.

$$[K]\{u\} = \{R\} \quad \cdots\cdots (4)$$

여기서,

$[K] = \int_0^l [B]^T[D][B]dx$ =剛度 行列

$\{u\} = \{y\}$ =節點 變位

$\{R\} = \int_0^l [N]\ w\ dx$ =節點 荷重

[B]와 [D]는 入力資料로 주어진 構造物의 境界條件, 材料性質로 決定된다. 荷重條件 또한 入力條件이다. 따라서 시스템 方程式의 [K]와 {R}는 주어진 情報로 얻어진다. 시스템 方程式은 未知의 節點 變位{u}의 計算으로 구해진다. 變位 벡터가 決定되면 節點應力은 다음으로 구해진다.

$$\{q\} = [D][B]\{u\} \quad \cdots\cdots (5)$$

節點의 應力은 그 節點과 連結된 要素의 應力으로부터 구해진다.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{8} \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (6)$$

要素剛度 行列 K^e은 一般的으로

$$K^e = \int\int [B]^T\ [D]\ [B]\ dv \quad \cdots\cdots (7)$$

이므로 局所 좌표계에서 適用시키면 다음과 같다.

$$K^e_{ij} = \int\int [B_i]^T\ [D]\ [B_j]\ \det J\ dr\ ds \quad \cdots (8)$$

또한 部材內의 主應力는 應力의 x, y 成分을 구하여 計算하였다.

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_{xy}^2} \quad \cdots (9)$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\ \mathrm{Tan}^{-1}\left(\frac{2\,\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}\right)$$

3. 確率論的 有限要素 定式化

確率論的 有限要素法에서 入力資料의 全體나 一部는 確率論的 思想이 考慮된다. 確率論的에 關係된 入力資料 變數는 入力의 確率變數로 定義된다. 2次 모멘트法에서는 平均 뿐만 아니라 分散과 共分散도 入力資料이다. 變位와 應力 등

出力變數는 確率變數 形態로 定義되어진다. 그러므로 變數와 共分散 뿐만 아니라 出力確率變數도 解析의 結果로 얻어진다.

入力變數이든 出力變數이든 確率變數는 確定論的인 값과 確率論的인 값으로 나뉘어진다. 入力 確率論的 $\{X\}=[X\ X_1\ X_2\ X_3 \cdots X_n]^T$로 構成되어지는데 n은 入力 確率變數의 總數이다.

i번째 入力確率變數는 X_i는 確定論的인 X_i^0와 確率論的인 δX_i로 나뉘어 진다.

$$X_i = X_i^0 + \delta X_i \qquad (i=1,\dots\dots\dots,n) \quad \cdots\cdots(10)$$

$X_i=X_i^0$(A i=1, n)로 評價되는 確率變數는 確定論的인 값과 擴率變數로 나뉘어지고 이를 구별하기 위하여 위添字 "o"를 쓴다. 例를들면 $[K^o]$와 $\left[\frac{\partial K^0}{\partial X}\right]$는 確定論的인 剛度 行列과 그의 微分값으로 나타낸다.

$\{F^0\}$, $[K^0]$와 $\{U^0\}$의 確定論的인 解析의 平衡方程式은 다음과 같다.

$$[K^0]\{U^0\}=\{F^0\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

出力變數 $\{U\}$, $\{q\}$를 確定論的으로 展開하면, 다음과 같다.

$$\{U\}=\{U^0\}+\sum_i\left\{\frac{\partial U}{\partial X_i}\right\}\delta X_i+\frac{1}{2}\sum_{ij}\left\{\frac{\partial^2 U}{\partial X_i \partial X_j}\right\}\delta X_i \delta X_j+\cdots \quad \cdots\cdots(12)$$

$$\{q\}=\{q^0\}+\sum_i\left\{\frac{\partial q}{\partial X_i}\right\}\delta X_i+\frac{1}{2}\sum_{ij}\left\{\frac{\partial^2 q}{\partial X_i \partial X_j}\right\}\delta X_i \delta X_j+\cdots$$

一次 以上의 高次項을 除去하여 整理하면 式(13)과 같다.

$$\{U\}=\{U^0\}+\left[\frac{\partial U}{\partial X}\right]\{\delta X\}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$
$$\{q\}=\{q^0\}+\left[\frac{\partial q}{\partial X}\right]\{\delta X\}$$

여기서 $\left[\frac{\partial U}{\partial X}\right]$와 $\left[\frac{\partial q}{\partial X}\right]$는 뒤에 定義한다. 式(13)은 1계 接近이다.

變位의 平均은 아래 式으로 變位벡터의 確率論的인 部分이다.

$$\{u_\mu\}=E[\{U\}]=\{U^0\} \quad (14)$$

變位의 分散 行列은 다음과 같다.

$$\{U_c\}=E[(\{U\}-\{u_\mu\})(\{U\}^T-\{u_\mu\}^T)]$$
$$=\left[\frac{\partial U}{\partial X}\right][C_x]\left[\frac{\partial U}{\partial X}\right]^T \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

여기서 $[C_x]$는 入力確率變數의 共分散 行列이다. 그러므러 問題는 $\left[\frac{\partial U}{\partial X}\right]$를 計算하면 된다. 먼저 式(15)의 入力確率變數에 대한 微分方程式은,

$$\left[\frac{\partial K}{\partial X_i}\right]\{U\}+[K]\left\{\frac{\partial U}{\partial X_i}\right\}=\left\{\frac{\partial F}{\partial X_i}\right\} \quad \cdots\cdots(16)$$

여기서 $\left\{\frac{\partial U}{\partial X_i}\right\}$는 식(15)의 $\left[\frac{\partial U}{\partial X}\right]$와 구별된다. 식을 다시 정리하면,

$$[K]\left\{\frac{\partial U}{\partial X_i}\right\}=\left\{\frac{\partial F}{\partial X_i}\right\}-\left[\frac{\partial K}{\partial X_i}\right]\{U\} \quad \cdots\cdots(17)$$

여기서, $F_i'=\left\{\frac{\partial F}{\partial X_i}\right\}-\left[\frac{\partial K}{\partial X_i}\right]\{U\}$라 하면,

$$[K]\left\{\frac{\partial U}{\partial X_i}\right\}=\{F_i'\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

式(18)은 式(11)과 같은 形態이다. 右邊의 $\{U^0\}$는 式(11)로 구한다. $[K]$는 변하지 않으므로 式을 計算함으로 $\left\{\frac{\partial U}{\partial X_i}\right\}$를 구한다. $\left\{\frac{\partial U}{\partial X}\right\}$는 $\left\{\frac{\partial U}{\partial X_i}\right\}$의 모든 集合으로 構成되어 있다.

$$\left\{\frac{\partial U}{\partial X}\right\}=\left[\left\{\frac{\partial U}{\partial X_1}\right\},\left\{\frac{\partial U}{\partial X_2}\right\},\dots,\left\{\frac{\partial U}{\partial X_n}\right\}\right] \quad \cdots\cdots(19)$$

變位모멘트가 얻어지고, 應力의 平均과 共分散 行列이 類似한 方法으로 구해진다.

應力의 平均은

$$\{q_\mu\}=\{q^0\}=[D^0][B^0]\{U^0\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

共分散 行列은

$$\{q_c\}=\left[\frac{\partial q}{\partial X}\right][C_x]\left[\frac{\partial q}{\partial X}\right]^T \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

$\left[\frac{\partial q}{\partial X}\right]$는 式(5)을 微分함으로 얻어진다.

$$\left[\frac{\partial q}{\partial X_i}\right]=\left[\frac{\partial D}{\partial X_i}\right][B]\{U\}+[D]\left[\frac{\partial B}{\partial X_i}\right]\{U\}$$

$$+[D][B]\left[\frac{\partial U}{\partial X_i}\right] \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

만약 X_i가 材料性質이라면 $\left[\frac{\partial B}{\partial X_i}\right]$는 없어지므로 式(22)는 다음과 같다.

$$\left[\frac{\partial q}{\partial X_i}\right]=\left[\frac{\partial D}{\partial X_i}\right][B]\{U\}+[D][B]\left[\frac{\partial U}{\partial X_i}\right]\cdots(23)$$

한편, X_i가 荷重條件에 關係되었다면 $\left[\frac{\partial D}{\partial X_i}\right]$와 $\left[\frac{\partial B}{\partial X_i}\right]$는 없어지므로 그 關係는 다음과 같다.

$$\left[\frac{\partial q}{\partial X_i}\right]=[D][B]\left[\frac{\partial U}{\partial X_i}\right] \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

여기서, $\left[\frac{\partial U}{\partial X_i}\right]$는 이미 式(18)에서 얻어진다. $\left[\frac{\partial q}{\partial X}\right]$는 $\left[\frac{\partial q}{\partial X_i}\right]$의 조합이다.

$$\left\{\frac{\partial q}{\partial X}\right\}=\left[\left\{\frac{\partial q}{\partial X_1}\right\},\left\{\frac{\partial q}{\partial X_2}\right\},\cdots,\left\{\frac{\partial q}{\partial X_n}\right\}\right] \cdots\cdots(25)$$

위 式은 一般的인 形態이다. $\left[\frac{\partial K}{\partial X_i}\right]$와 $\left[\frac{\partial F}{\partial X_i}\right]$는 거의 없는 값이 된다. 確率論的 有限要素解析의 重要한 점은 $\left[\frac{\partial U}{\partial X}\right]$와 $\left[\frac{\partial q}{\partial X}\right]$의 計算을 포함하여 컴퓨터의 貯藏效率이 높도록 對稱이 되게 한다. 이것은 決定的으로 [K]와 平行하게 $\left[\frac{\partial K}{\partial X_i}\right]$을 얻을 수 있다. $\left[\frac{\partial F}{\partial X_i}\right]$는 以前의 硏究에서 처럼 節點荷重의 경우 얻어진다.

Ⅲ. 모델의 開發

1. 確率論的 有限要素모델 開發

본 모델을 構成하기 위해서는 먼저 不確實量에 대한 定義가 必要로 한다. 入力資料中 變動量을 가지는 것은 材料 條件과 荷重條件이다. 이외의 境界條件과 計算過程의 不確實性은 본 모델에서는 考慮하지 않는다. 材料條件은 2次元 彈性 問題에 있어서 彈性係數인 E 값과 Poisson 계수, 剪斷彈性係數 G 값이 있다. 그러므로

Table-2. Input variables of programs SFEAP

Section	Variables	Type
Control data	Total element number	Integer
	Total node number	Integer
	Element node number	Integer
	Material number	Integer
	Load number	Integer
	Load combination number	Integer
	Element degree of freedom	Integer
Element data	Element type	Integer
	Number of node 1	Integer
	Number of node 2	Integer
	Material type	Integer
	Concentrate load case	Integer
Nodal Point data	X coordinate	Double
	Y coordinate	Double
	Z coordinate	Double
	Freedom of X direction	Integer
	Freedom of Y direction	Integer
	Freedom of Z direction	Integer
	Freedom of XX direction	Integer
	Freedom of YY direction	Integer
	Freedom of ZZ direction	Integer
Material data	Mean of young's modulus	Double
	Mean of G	Double
	Mean of poisson ratio	Double
	Deviation of young's modulus	Double
	Deviation of G	Double
	Deviation of poisson ratio	Double
Load data	Load type	Integer
	Axis	Integer
	Act face	Integer
	Mean of magnitude	Double
	Deviation of magnitude	Double
Load Combination	Number of load combination	Integer

入力 初期 條件에서 이 값들은 變動量 特性을 갖는다. 荷重條件은 荷重量이 變動性을 갖게 되며, 荷重 作用位置의 變動性은 모델이 理想化 되었으므로 考慮하지 않았다. 본 모델은 確率論的 有限要素解析法을 利用하여 應力과 變位의 變動性을 判斷하기 위한 것이므로 解析의 結果가 確率的인 값으로 표현된다.

본 모델을 檢證하기 위해서 定規分布의 特性을 가지는 無作爲 確率變數를 發生시켜 위의 變動成分의 값을 再構成하여 이를 土臺로 確率論的인 값으로 有限要素 解析을 하여 發生하는 變位와 應力을 모델과 比較檢證하였다.

2. 모델의 檢證

確率論的 有限要素解析 모델을 檢證하기 위하여 確率論에 根據를 두고 檢證할 수 있는 시뮬레이션 프로그램을 作成하였다.

이 檢證 시뮬레이션 프로그램은 먼저 無作爲 變量을 發生시키는 部分과 이 變量을 目標한 分布로 變換하는 部分 및 變換된 變數를 利用하여 시뮬레이션 하는 部分으로 構成되어 있다.

본 시뮬레이션 프로그램에는 亂數를 利用하여 變動量들의 값들을 構成하고 이 入力資料로 變位를 發生시켜 이를 統計處理하였다.

全體的인 흐름도는 Fig. 2와 같다.

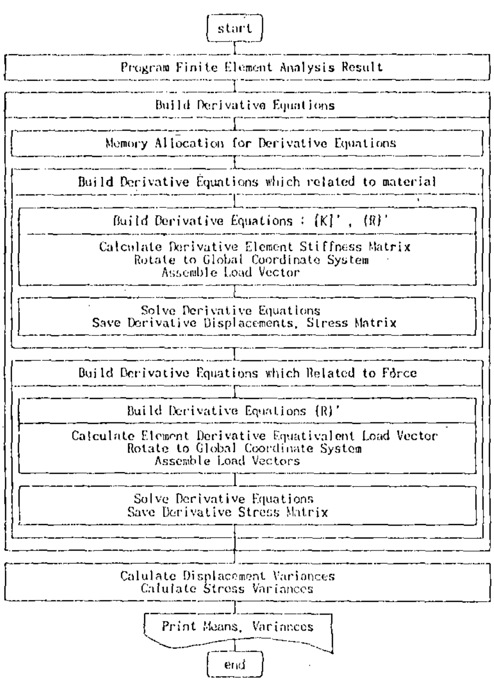


Fig. 1. Flow chart SFEAP

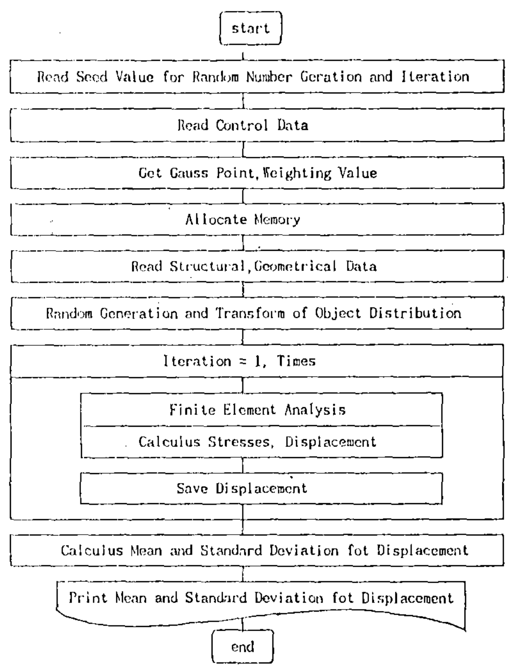


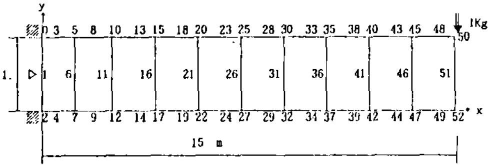
Fig. 2. Flow chart of probability simulation for plane

3. 모델의 適用

가. 材料條件이 確率變數인 경우

入力資料중 材料만이 確率變數로 되어 있다면, 變位는 오직 確率變數에 의해서만 변한다. SFEAP는 線形(First order)假定 아래의 確率論的 有限要素解析 方程式으로 開發되었으므로 式(15)의 $\left[\frac{\partial U}{\partial X}\right]$를 式(16)에서 구한다.

Fig. 3의 彈性 平面 應力問題에 彈性係數의 平均값 $\mu_E = 100000$이고, 그 標準偏差가 $\delta_E = 1000$이며, 그 이외의 모든 要素가 確定量이



Elastic modulus, $E = 100000\ KN/m^2$
Poissons ratio, $\nu = 0.3$

Fig. 3. Cantilever beam test example-plane stress problem

Table-3. Compare of SFEAP and PSEFAP for displacement and S.D.(Variance is only young's modulus, node No. 51)

Time	X-mean	X-SD	Y-mean	Y-SD
100	-0.000000	0.000000	-0.138145	0.003496
200	-0.000000	0.000000	-0.129248	0.011045
300	-0.000000	0.000000	-0.129842	0.010764
400	-0.000000	0.000000	-0.133721	0.011814
500	-0.000000	0.000000	-0.136379	0.012012
600	-0.000000	0.000000	-0.135139	0.011720
700	-0.000000	0.000000	-0.133436	0.011708
SFEAP	-7.921e-07	6.337e-08	-1.340e-01	1.072e-02

되는 入力條件에서, 모델에 適用시켜 PSFEAP (確率論的 有限要素解析 檢證 모델)의 같은 條件에서와 比較해 보면, 節點 51에서의 變位와 標準偏差는 Table-3과 같다.

나. 荷重이 確率變數인 경우

荷重條件만이 確率變數인 경우를 Fig. 3의 問題에 適用하기 위하여 荷重條件중 크기를 $\mu_R = -1$로 하고, 그 標準偏差를 $\delta_E = 0.05$이며, 그 외의 모든 入力條件은 確定的인 값일 때 모델에 適用하고, PSFEAP와 比較하여 보면 節點 51에 대하여 Table-4와 같다.

다. 모델 適用 結果 分析

먼저 實驗이나 調査過程에서 確率變數에 대한 確率的 特性을 알았다면, 본 모델에 適用하여 變位가 가지는 變動性을 알아볼 수 있다. 萬若 材料條件과 荷重條件이 모두 正規 確率 分布를

Table-4. Compare of SFEAP and PSFEAP for displacement and S.D.(Variance is only load, node No. 51)

Time	X-mean	X-SD	Y-mean	Y-SD
100	-0.000000	0.000000	-0.152678	0.016505
200	-0.000000	0.000000	-0.102826	0.062720
300	-0.000000	0.000000	-0.106364	0.060440
400	-0.000000	0.000000	-0.125924	0.063408
500	-0.000000	0.000000	-0.139106	0.063134
600	-0.000000	0.000000	-0.133288	0.061280
700	-0.000000	0.000000	-0.124733	0.061025
SFEAP	-7.921e-07	3.960e-07	-1.340e-01	6.701e-02

Table-5. Compare of SFEAP and PSFEAP for displacement and S.D.(Variance are load & material, node No. 51)

Time	X-mean	X-SD	Y-mean	Y-SD
100	-0.000000	0.000000	-0.157512	0.020977
200	-0.000000	0.000000	-0.104131	0.066272
300	-0.000000	0.000000	-0.107691	0.064585
400	-0.000000	0.000000	-0.130966	0.070886
500	-0.000000	0.000000	-0.146914	0.072074
600	-0.000000	0.000000	-0.139475	0.070317
700	-0.000000	0.000000	-0.129258	0.070247
SFEAP	-7.921e-07	3.960e-07	-1.340e-01	6.701e-02

가지고 있다면 이들의 變位가 規定되므로 式(21)을 計算하므로 變位의 特性을 알아볼 수 있다.

Fig. 3에서 荷重 條件이 $\mu_R = 1$. $\sigma_R = 0.05$이고, 材料條件이 $\mu_E = 100000$, $\sigma_E = 1000$인 경우를 모델에 適用하여, 節點 51의 變動性을 구하면 Table-5과 같다.

Ⅳ. 結 論

空間 連續體인 平面彈性要素의 解析을 確率論的 有限要素解析 方法을 利用하여 計算하였다.

본 硏究 모델은 確定論的인 有限要素解析法을 利用하여 먼저 平面 內에 作用하는 變位와 應

力을 計算하였고, 이를 土臺로 確率論的인 特性을 考慮한 確率論的 有限要素解析 方法을 利用하여 變動量의 크기를 計算하였고, 이를 確率論에 立脚하여 檢證 모델을 構成하여 比較하였다. 또한 모델의 適用性에 대하여 檢討하여 다음과 같은 結論을 얻게 되었다.

1. 確率論的 有限要素解析法을 利用하여 平面構造物의 變位와 變位의 確率的 特性을 구할 수 있는 모델(SFEAP)를 開發하였다.

2. SFEAP를 利用하여 平面 構造의 應力과 變位의 變動量을 分析한 바 良好한 結果를 얻어지므로, 破壞의 限界狀態式이 정해지면 破壞에 대한 信賴性 解析을 可能하게 될 것으로 判斷되었다.

3. 材料條件과 荷重條件이 定規分布의 確率特性을 갖는다면 變位도 10% 留意水準에서 正規分布 形態를 갖게 됨을 알았다.

4. 平面 構造物의 豫備 設計에서 본 모델을 利用하면 쉽게 構造物 變形의 特性을 구할 수 있다.

앞으로 汎用化된 構造物의 變位와 確率論的 擧動의 特性을 判斷하기 위해서는 ① 多樣한 要素에 대한 모델의 開發과 ② 다른 要素를 가지는 시스템의 變動量에 관한 硏究, ③ 效率的인 計算 알고리즘의 開發, ④ 破壞의 限界狀態에 관한 硏究 등이 必要하다고 判斷된다.

參 考 文 獻

1. Ansntha, S. R., R. Ganesan, 1991, Free Vibration of a Stochastic Beam-Column using Stochastic FEM, Computer nad Structures Vol. 41, No. 5, pp. 987-994.
2. Ang, A. H-S., W. H. Tang, 1984, Probability Concepts in Engineering Planning and Design Volume II, John Wiely & Sons.
3. Bernard, C., 1975, Application of First-Order Uncertainly Analysis in the Finite Element Method in Linear Elasticity, 2nd Int. Conference-Application of Statictics and Probability in Soil and Structural Engineering.
4. Blockley, D. I., 1980, The Nature of Structural Design and Safety, John Wiley & Sons.
5. Breiman, L., 1969, Probability and Stochastic Process, Leo Breiman.
6. Cinlar, E., 1975, Introduction to Stochastic Process, Prenitice-Hall.
7. Corotis, R. B., 1985, Probability-based Design Codes, International/April.
8. Deodatis, G., W. Wall, M. Shinosuka, 1991, Analysis of Two-Dimensional Stocastic Systems by the weighted Integral Method, Computational Mechanics Publications Elsevier Applied Sciencs, Computational Stochastic Mechanics.
9. Hinton, E., D. R. J. Owen, 1977, Finite Element Programming, Academic PRESS.
10. Lawrence, K. L., V. Y. Knipe, R. V. Nambiar, 1992, Technical Note C Routines for FEM Applications, Computer and Structures Vol. 44, No. 5, pp. 1149-1167.
11. Melchers, R. E., 1987, Structural Relibility Analysis and Prediction, John Wiley & Sons.
12. Milton, J. S., J. C. AArnold, 1986, Probability and Statistics in the Engineering and Computing Sciences, McGraw-Hill.
13. Palle, T. C., M. Yoshisada, 1986, Application of Structural Systems Reliability Theory, Springer-Verlag.
14. Reh, S., F. Bohm, A. Bruckner-Foit, 1991, First Order Reliability Analysis Using Stochastic Finite Element Methods, Computational Mechanics Publications Elsevier Applied Sciences, Computational Stochastic Mechanics.

15. Thoft-Christensen, P., M. J. Baker, 1982, Structural Relibility Thoery and Its Applications, Spring-Verlag.
16. Thoft-Christensen, P., M. Yochidada, 1986, Application of Structural Systems Relibility Thoery.
17. Tuma, J. J., 1988, Handbook of Structural and Mechanical Matrices, McGraw-Hill.
18. 구본권, 김유식, 1989, 構造物의 信賴性 解析에 관하여, 農工技術, 제6권 1호.
19. 김지호, 1991, 確率有限要素法에 의한 構造信賴性 解析, 서울大學校 博士學位論文.
20. 김지호, 양영순, 1991, 板構造物의 設計感度解析 및 信賴性 解析, 韓國電算構造工學會, 제4권 4호.
21. 李政宰, 1992, 段階別 塑性解析 技法을 利用한 뼈대構造의 信賴性 모델 開發, 서울大學校 博士學位 論文.
22. 韓國建設技術研究所, 1989, 構造物의 信賴度에 關한 研究.