제한된 수의 자가차량을 이용한 수송문제의 분지한계법

진희채* · 박순달*

(A Branch and Bound Algorithm for the Transportation Problem under Limited Company Owned Vehicles)

Soondal Park* and Heuichae Jin*

ABSTRACT

The purpose of this paper is to develop a branch and bound algorithm for the transportation problem with a limited number of company owned vehicles.

First, we find an initial solution by solving quasi-assignment subproblem induced by relaxing constraints of the vechicle capacity and illegal tours elimination equations. Second, we build routing from the assignment, and if there is a routings whitch violates relaxed constraints, we introduce branches of the subproblem in order to remove it. After all branchs are searched, we get the optimal solution.

1. 서 론

본 연구는 한 공급처에서 여러 수요처로 제품을 수송할때, 보유차량을 이용한 경로수송과 용역을 이용한 배달수송의 두가지 방법을 동시에 사용하여 제품수송계획을 수립하는 해법을 제시하고자 한다. 경로수송이란 공급처의 한정된 보유차량을 이용하여 여러 수요처의 수요를 만족하고 다시 공급처로 돌아오는 수송을 말하며, 배달수송은 용역회사에 수송을 의뢰하여 특정한 수요처에 제품을 공급하게 하는 수송을 말한다. 이와같은 두가지 수송 방법의 혼합 사용은 충분한 차량을 보유하지 못하는 대개 회사의 경우에 적절히 이용되어진다.

수송계획을 수립하는 공급처와 수요처의 특성을 보면, 공급처의 경우 보유하는 차량의 수와 각 차량의 적재용량이 제한되어 보유차항의 총 용량을 초과하는 수요량은 배달수송을 하여야 한다. 각 수요처는 배달수송이나 경로수송의 한가지 방법에 의하여 제품을 공급받으며, 한 수요처의 수요량은 차량의 적재용량 이하이다. 또한 모든 수요처는 경로수송에 의하여 제품을 공급받을 수 있으나, 배달수송의 경우는 용역회사가 배달을 수락한 수요처에 한하여 배달수송이 가능하다. 이와같은 수요처와 공급처 특성을 갖는 문제를 차량경로와 배달을 고려한 수송문제라고 할때, 이 문제는 각 수요처의 수송형태를 결정하여야 하며, 수

* 서울대학교 산업공학과

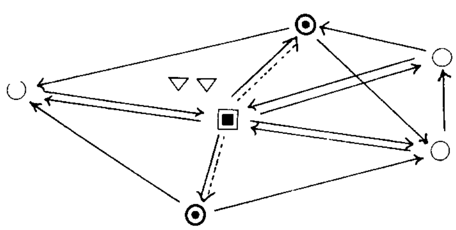
요처가 경로수요처로 확정된 경우 경로를 제시하는 해법이 개발되어야 한다.

기존의 수요처 제품 공급 문제를 풀기 위한 해법은 차량경로문제(Vehicle Routing Problem, VRP)의 해법과 표준수송문제(Transportation Problem, TP)의 해법이 대표적으로 이용되었다. VRP는 경로문제를 말하며 TP는 배달문제를 말한다. 그러나 VRP와 TP는 각각의 경우에 적절한 해를 구하는 많은 해법 연구가 되어 왔지만 위와같은 경로와 배달을 동시에 고려하는 문제에 적절하게 이용될 수는 없었다. 그러므로 본 연구는 이와같은 수송문제를 해결하기 위한 적절한 해법을 제시하고자 한다. 이를 위하여 먼저 수요처, 공급처간의 동일한 호에 보유차량비용과 배달비용의 이중비용을 갖는 네크워크를 이용하여 가능해의 하나인 초기상한을 구한다. 그후 문제분석을 통한 네트워크 변형으로 변형 네트워크와 그의 수식화를 유도하고 이 변형문제의 수식을 이용한 부분문제의 생성 및 분지한계법을 적용한다. 즉 변형전의 네크워크를 이용한 초기상한과 변형후의 문제 수식을 이용한 분지 한계법으로 적해를 구한다.

2. 모형화

경로수송과 배달수송을 고려한 수송문제의 경우 모든 수요처는 보유차량으로 경로를 형성할 수는 있지만 배달의 경우 운송회사에 용역 등에 의한 수송이므로 배달이 불가능한 수요처가 있을 수 있다. 즉 경로와 배달이 모두 가능한 수요처와 경로만이 가능한 수요처로 분리할 수 있다. [그림 1]은 이와 같은 형태의 네크워크를 예로 보여 준다.

아래의 네트워크는 공급처에서 배달가능 수요처까지의 각 호에 두가지 값, 즉 경로비용과 배달비용을 갖는 유방향 네트워크 형태의 문제이다. 본 문제는 이와같은 네트워크에서 각 수요처가 배달과 경로중 어느하나를 이용하여 서어비스를 받을 경우 각 수요처의 수송형태와 경로를 결정하는 문제이다.

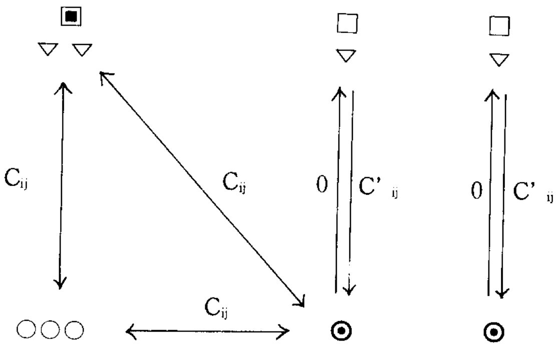


공급처 : ▣ 보유차량 : ▽
수요처 : ○(경로가능, 배달불가) : 형태 1(M)
⊙(경로가능, 배달가능) : 형태 2(N)
——— 경로 비용 ·········· 배달 비용

[그림 1] 차량경로와 배달을 고려한 수송문제

문제변형

이 문제는 수요처가 공급처로부터 배달비용과 경로비용의 두가지 비용을 갖는 복잡한 형태의 수송문제이므로 이를 단순화하여 문제특성을 파악하고자 한다. 이를 위하여 배달가능한 수요처에 대하여 가상의 공급처를 각 하나씩 도입하고 배달가능 수요처와 가상의 공급처를 서로 연결하여 배달할 때의 비용을 지정하면 두가지 비용을 갖는 호를 제거할 수 있다. 이때 각 수요처의 수요량은 차량 한대분을 초과하지 않으므로 가상의 공급처는 한대씩의 차량만을 지정하면 된다. 이렇게 생성된 네트워크는 각 호에 단일한 비용을 갖도록 표현되며 경로비용과 배달비용이 각각 다른 호에 나타나게 된다. 이 문제는 복수차고지 수송문제 네크워크 모형의 특수한 형태이며 네트워크 형태는 [그림 2]와 같다.



□ : 가상의 공급처

C_{ij} : 경로 비용(자차 운용의 거리비용)

C'_{ij} : 배달비용(수송량을 고려한 용역비용)

[그림 2] 변형된 차량경로와 배달을 고려한 수송문제

이와같이 변형된 형태의 수송문제는 부분문제와 분지한계법의 이용을 위하여 0−1 정수계획법(0−1 Integer Programming)으로 정형화될 수 있다. 이는 호의 경로별 선후관계를 0−1의 정수 변수로 설정하여 수식화한 것이다.

본 모형에 사용되는 상수와 변수를 정의하면 아래와 같다.

· 집합(Sets)

S : 불법경로가 없는 경로집합

A : 공급처 = { 1 }

B : 가상 공급처 = { 2,…,N+1}

I : 배달불가 수요처 집합 = { N+2,…, M+N+1 }

J : 배달가능 수요처 집합 = { M+N+2,…, M+2N+1 }

V_1 : 공급처 1의 보유차량 집합

$V_2,\cdots,\ V_{N+1}$: 가상 공급처 2,…,N+1의 차량 집합(각 1대)

$V = V_1 \cup V_2 \cup . \cdots . \cup V_{N+1}$

· 모수(Parameters)

$C = (C_{ij})(i \in I \cup J \cup A \cup B,\ j \in I \cup J \cup A \cup B)$

: 각 지점간의 거리 환산비용

d_i : 수요처 $i \in (I \cup J)$의 수요량

K : 차량의 적재용량

· 결정변수(Variables)

X^v_{ij} = 1 : 차량경로 v에 지점 i 이후에 j가 오면

0 : 이외의 경우

이때의 수리계획 모형은 다음과 같다.

Minimize $\sum_{i\in I\cup J\cup A\cup B}\ \sum_{j\in I\cup J\cup A\cup B}\ \sum_{v\in V} c_{ij}x^{v}_{ij}$

subject to

$$\sum_{v\in V}\ \sum_{i\in I\cup J\cup A\cup B} x^{v}_{ij} = 1 \quad (j\in I\cup J) \quad \cdots\cdots \quad ①$$

$$\sum_{v\in V}\ \sum_{j\in I\cup J\cup A\cup B} x^{v}_{ij} = 1 \quad (i\in I\cup J) \quad \cdots\cdots \quad ②$$

$$\sum_{i\in I\cup J\cup A\cup B} d_i \Big(\sum_{j\in I\cup J\cup A\cup B} x^{v}_{ij} \Big) \le K \quad (v\in V) \quad \cdots \quad ③$$

$$\sum_{j\in I\cup J\cup A\cup B} x^{v}_{ij} - \sum_{j\in I\cup J\cup A\cup B} x^{v}_{ji} = 0$$

$$(v\in V,\ i\in I\cup J\cup A\cup B) \quad \cdots\cdots \quad ④$$

$$\sum_{v\in V}\ \sum_{j\in I\cup J\cup A\cup B} x^{v}_{1j} = |V_1| \quad \cdots\cdots \quad ⑤$$

$$\sum_{v\in V}\ \sum_{i\in I\cup J\cup A\cup B} x^{v}_{i1} = |V_1| \quad \cdots\cdots \quad ⑥$$

$$\sum_{v\in V}\ \sum_{j\in I\cup J\cup A\cup B} x^{v}_{bj} = 1 \quad (b\in B) \quad \cdots\cdots \quad ⑦$$

$$\sum_{v\in V}\ \sum_{i\in I\cup J\cup A\cup B} x^{v}_{ib} = 1 \quad (b\in B) \quad \cdots\cdots \quad ⑧$$

$$X \in S = \{(x^{v}_{ij}) \mid \sum_{i\in R-A}\ \sum_{j\in R-A} x^{v}_{ij}$$

$$\le |R|-1, R\subseteq I\cup J, |R|\ge 1, \forall R, \forall v\in V\} \cdots ⑨$$

$$x^{v}_{ij} = 0 \text{ or } 1$$

$$(i\in I\cup J,\ j\in I\cup J,\ v\in V_1\cup V_2) \quad \cdots\cdots \quad ⑩$$

위 수리계획식의 목적식은 보유차량의 경로비용과 배달수송을 겸한 최소비용의 문제식이 된다. 또 각 수요처의 공급 횟수제한을 위하여 식 ①,② 가 이용되며 어느 수요처든 한번씩 한가지 방법으로 제품공급을 받도록 하고 있다. 식 ③은 차량의 용량을 고려하는 식이며 식 ④는 수송 차량의 보전(Flow Conservation)을 위한 식으로 차량이 반드시 되돌아 가는 식으로 이용되고 있다. 식 ⑤,⑥,⑦,⑧은 차량의 입출을 제한하는 식으로 각 수요처에서 차량의 출발여부를 나타낸다. 그밖에 식 ⑨는 공급처 없이 수요처들만을 순환하는 경로의 발생을 방지하기 위하여 첨가된 식이다.

3. 분지한계법

초기상한

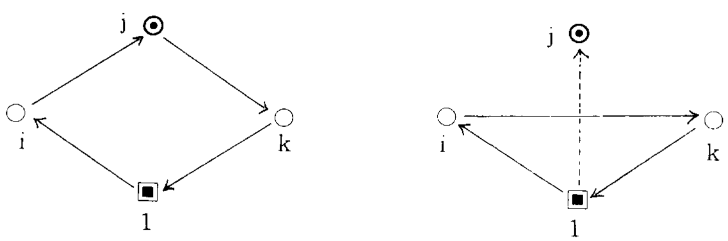
초기상한은 최적해에 근사할수록 분지의 횟수를 줄이기 위한 좋은 전략이 된다. 이 문제의 초기 상한을 구하기 위하여 하나의 호에 경로비용과 배달비용을 갖는 원문제의 네트워크에서 배달증분비용을 이용한 절약기법 제거절차를 이용하였다. 이 절차의 기본 개념은 아래 [그림 3]과 같다.

차량경로문제를 풀어 형성된 차량경로가 차량의 수를 초과하는 경우에 배달가능한 수요처의 경로형성 비용과 배달 비용을 평가한다. 이때 배달 증분비용을 차량경로로 형성된 경로비용 즉, $c_{1i} + c_{ij} + c_{jk} + c_{k1}$에서 배달가능 지점이 배달이 될 경우 $c_{1i} + c_{ik} + c_{k1} + c'_{1k}$으로 변환될 때의 증분이라고 하자. 이렇게 모든 배달가능 수요지점에 대해 배달비용과 경로비용의 배달 증분비용을 평가하여 최소 증분을 발생시키거나 비용을 감소시키는 수요처를 배달한다. 절차는 다음과 같다.

단계 0 : 초기해 Z=∞, N : 모든 수요처,
I={ } : 배달확정 수요처

단계 1 : (1) S = N\I
(2) S에서 Clark & Wright의 절약기법[7]에 의해 차량용량을 고려한 차량경로의 형성

단계 2 : S 집합중 모든 배달가능 수요처에 대해 배달증분비용 계산



[그림 3] 배달증분비용 평가

단계 3 : (1) 배달증분비가 음의 값이면 배달지점으로 경로변경
(2) I에 배달지점 첨가

단계 4 : 차량 댓수가 남은 경로수보다 크거나 같으면 끝.
차량 댓수가 남은 경로수보다 적으면 단계 5로 감

단계 5 : (1) 배달증분비가 최소치인 배달가능 수요처를 배달지점으로 확정하고 I에 배달지점 첨가
(2) 단계 1로 감

부분문제

부분문제의 생성을 위하여 준배정문제를 정의하면 다음과 같다.

DEF. 주어진 비용행렬 $C=(c_{ij})$에 대하여 최소의 비용으로 1부터 M까지는 m개의 배정을 하고 M+1부터 M+N까지는 1개씩 배정을 해야하며, 전체 배정된 수는 행과 열의 합이 같아야 하는 정방형의 할당문제를 준배정문제(Quasi-Assignment Problem)라 한다. ■

0-1 정수계획문제인 원문제에서 준배정문제로 변환하는 과정은 원문제의 제약식 ③과 ⑨를 완화하여 다음과 같이 생성한다.

Minimize $\sum_{i\in I\cup J\cup A\cup B}\sum_{j\in I\cup J\cup A\cup B} c_{ij}x_{ij}$

subject to

$$\sum_{j\in I\cup J\cup A\cup B} x_{ij} = |V_1| \qquad (i\in A)$$

$$\sum_{i\in I\cup J\cup A\cup B} x_{ij} = |V_1| \qquad (j\in A)$$

$$\sum_{j\in I\cup J\cup A\cup B} x_{ij} = 1 \qquad (i\in I\cup J\cup B)$$

$$\sum_{i\in I\cup J\cup A\cup B} x_{ij} = 1 \qquad (j\in I\cup J\cup B)$$

$x_{ij}\geq 0$ 인 정수

$(i\in I\cup J\cup A\cup B,\ j\in I\cup J\cup A\cup B)$

위의 식은 원문제에서 각 공급처의 출발차량이 모두 배정되게 하고 식 ①,②와 식 ⑦,⑧을 하나로 통합표현하며 이때 각 변수에 대하여 0보다 큰 정수 제약식을 첨가한 것이다. 또한 원문제의 식 ④는 준배정문제의 특성, 즉 각 행과 열이 동수로 유지됨에 의해 제거가 가능하다. 이렇게 형성된 준배정문제는 원-쌍대해법(Primal-Dual Algorithm)을 이용하여 정수해를 구할 수 있다. 원-쌍대해법의 적용을 위하여 먼저 준배정문제의 쌍대문제를 구하면 다음과 같다.

Maximize

$$|V_1|\times(u(1)+v(1))+\sum_{i\in I\cup J\cup B}u(i)+\sum_{j\in I\cup J\cup B}v(j)$$

subject to

$$u(i)+v(j)\leq c_{ij} \qquad (i\in A\cup B\cup I\cup J)$$
$$(j\in A\cup B\cup I\cup J)$$

이때 u(i), v(j)는 부호제약이 없다.

원-쌍대해법은 쌍대가능해(Dual feasible solution)에서 시작하여 상보여유조건(Complement aty Slackness Condition, CSC)을 만족시키면서 원가능성(Primal feasible)에 가장 근접해 있는 원문제의 해를 찾는 것이다.

상보여유정리를 위하여 $C_{ij}=c_{ij}-u(i)-v(j)$라고 하면 최적을 보장하는 상보여유조건은 $C_{ij}\times x_{ij}=0$이 모든 i, j에 대하여 성립하면 된다. 쌍대가능해가 주어진 상태에서 원가능성에 가까운 준배정문제를 찾는 것은 꼬리표 절차를 효과적으로 이용할 수 있다.

분지

분지전략이란 어떤 가능해 집합을 두개 이상의 부분집합으로 분할하는 전략을 말한다. 분할된 각 부분집합은 가능해 영역에 추가적인 제약조건을 부여함으로써 얻어지는 가능해 집합이다. 먼저 기존에 형성된 부분문제를 풀면 각 경로가 모두 원

문제의 식 ③,⑨를 만족하는 경우와 그렇지 않은 경우를 얻을 수 있다. 식 ③,⑨를 만족하지 않은 경우는 각각 차량의 용량초과로 발생하는 경로와 공급처 없이 수요처들만을 순환하는 경로이고 이는 원문제의 수식모형에서 ③,⑨식을 완화해서 만든 부분문제이기 때문에 이 두식을 위반하여 발생한 것이다. 집합 E를 식 ③,⑨를 완화한 준배정문제를 풀어서 얻은 적절한 경로집합이라 할때 $E=\{ R_1,\cdots,R_n \}$이라 정의하면 R_i는 각 경로이고 n은 가상의 보유차량을 포함한 총 보유차량의 수가 된다. 그리고 $R_i \subseteq I \cup J \cup A \cup B,\ i=1,\cdots,n$과 $R_i \cap R_j \cap (I \cup J)=\phi\ i,j=1,\cdots,n$을 동시에 만족시키며 각 경로에 대하여 다음의 식으로 ③,⑨식에 대한 위반여부를 검사할 수 있다.

$S1=\{ (x_{ij}) \mid \sum_{i\in Ri} \sum_{j\in Ri} x_{ij} \le |R_i|-1+R_i$에 포함된 공급처 수,

$R_i \subseteq I \cup J \cup A \cup B,\ |R_i| \ge 1,\ i=1,\cdots,n \}$

$S2=\{ (x_{ij}) \mid \sum_{i\in Ri} d_i(\sum_{j\in Ri} x_{ij}) \le K,$

$R_i \subseteq I \cup J \cup A \cup B,\ |R_i| \ge 1,\ i=1,\cdots,n \}$

첫번째 식은 ⑨식을 검사하고 두번째 식은 ③식을 검사한다. 모든 경로는 S1, S2를 만족하는 경우, S1을 만족하지 않은 경우, S2를 만족하지 않는 경우, S1, S2를 모두 만족하지 않는 경우로 나눌 수 있다. 경로가 S1, S2를 모두 만족하는 경우가 아닌 경로는 하나 이상의 위반식을 갖을 수 있으므로 배타적 분지가 쉽지 않고 이런 위반경로에 대하여는 위의 식에 대하여 단계적 분지를 수행한다. 부분문제인 준배정문제는 특정상 최단 경로 비용의 호들을 연결하는데 우수하므로 수요처끼리의 순환을 검사하는 S1식을 위반하는 경로에 대하여 우선 실시하여 수요처끼리의 순환방지와 배달가능지점의 확정을 촉진시키고 S1식을 위반하는 경로가 발생하지 않으면 S2에 대한 분지를 실시한다. 제약식을 위반하는 경로가 ⓘ-ⓙ-ⓚ-ⓘ로 묶인 경우, 분지는 호집합 $\{X_{ij}, X_{jk}, X_{ki}\}$에 대하여 $\{X_{ij}=0\}$, $\{X_{ij}=1,\ X_{jk}=0\}$, $\{X_{ij}=1,\ X_{jk}=1,\ X_{ki}=0\}$로 분할 가능하다. 이때 $X_{ij}=1$인 경우는 그 이후의 분지되는 부분문제가 반드시 X_{ij}를 연결하게 하므로 이를 포함호라 하고, $X_{ij}=0$인 경우는 그 이후의 분지되는 부분문제가 반드시 X_{ij}를 끊게 되므로 이를 배제호라 한다. 각 분지에서 위의 방법에 의하여 확정된 포함호들은 해가 될 수 있는 가능성 여부를 확인하는 절차가 필요하다. 이는 포함호로 확정되어 서로 연결된 경로가 S2를 만족시키는지를 확인하는 절차이며 S2를 만족시키지 못하는 경우 더 이상의 분지가 필요없게 된다. 이렇게 구해진 포함호와 배제호를 다시 준배정문제로 생성할 경우 준배정문제에서 경로비용인 c_{ij}에 대해 포함호를 $-\infty$, 배제호를 $+\infty$로 대체하여 새로운 부분문제를 생성한다.

한계

한계전략은 하한(Lower bound)과 상한(Upper bound)을 선정하여 해의 타당성을 빨리 판별하여 부분문제의 나열을 가능한한 적게 하는 방안이다.

상한전략은 준배정문제를 푼 결과가 식 S1, S2를 만족하여 분지끝이 선언된 마디들 중에서 가장 작은 값을 갖는 해를 상한값 Z^*로 대체한다. 상한전략의 이용은 분지전략에서 부분문제의 형성시 준배정문제를 푼 Z_{LB}가 Z^*보다 크거나 같으면 더 이상 분지를 행하여도 해의 개선이 이루어질 수 없으므로 분지끝을 선언한다.

분지마디에서의 하한전략은 준배정문제를 푼 결과가 분지마디에서의 최소비용을 보장하기 때문에 준배정문제를 형성하여 푼 해를 이용한다. 수식 모형의 완화 제약식은 만족시키지 않을 수

도 있으나 그 밖의 제약식들은 만족하게 되므로 완화된 부분문제의 해가 이 분지마디의 하한 값으로 이용된다.

4. 해법절차와 계산예

해법절차를 위하여 다음과 같은 기호를 정의하자.

Z^* : 현재의 분지단계에서 최적의 가능성을 만족하는 목적함수값으로 한계에서 상한을 의미한다.

Z_{LB} : 현재 부분문제의 최적해이다.

이때 해법절차는 다음과 같다.

단계 1. 〈초기화〉

(1) 초기상한 계산법에 의하여 초기상한 Z^*를 설정한다.

(2) 문제의 분지목록을 비워놓고 초기 부분문제를 생성하여 풀어 Z_{LB}를 구한다.

단계 2. 〈분지〉

만일 부분문제에서 S1, S2를 위반하는 경로가 존재하면, 분지를 수행하고 문제목록에 추가시킨다. S1, S2를 위반하는 경로가 존재하지 않으면 분지끝을 선언하고 $Z^* \geq Z_{LB}$ 인 경우 상한을 $Z^*:=Z_{LB}$로 수정한다.

단계 3. 〈탐색〉

만일 문제목록이 비어 있으면 끝.

아니면 문제 목록중 부분문제 하나를 선택한다.

단계 4. 〈부분문제 풀이〉

부분문제를 푼다.

단계 5. 〈상한 평가〉

부분문제의 해 Z_{LB}가 $Z_{LB} \geq Z^*$ 이면 분지끝을 선언하고 단계 3으로 가고 $Z_{LB} < Z^*$이면 단계 2로 간다.

계산예

단계 1

(1) 절약기법 제거절차에 의한 초기 상한 $Z^*=51$

(2) 초기부분문제의 해 $Z_{LB}=36$

단계 2

수요처끼리 순환경로 발생 : 2 −5 −3 −2

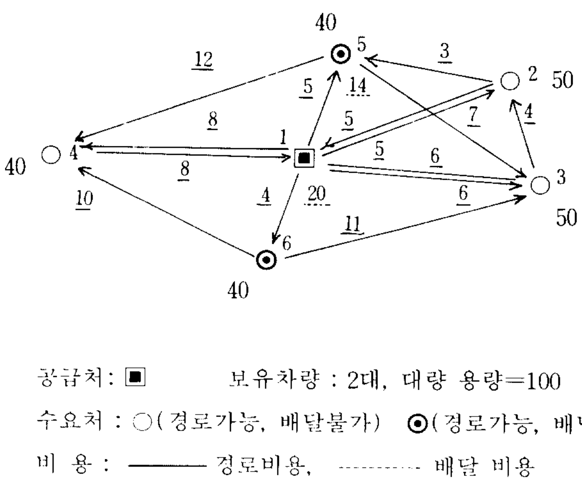
분지 : $\{X_{25}=0\}$, $\{X_{25}=1,\ X_{53}=0\}$, $\{X_{25}=1,\ X_{53}=1,\ X_{32}=0\}$

S2를 만족하는 분지만 분지목록화 : $\{X_{25}=0\}$, $\{X_{25}=1,\ X_{53}=0\}$

단계 3

분지 선택 : $X_{25}=0$

포함호 : { } : 배제호 : $\{X_{25}\}$



[그림 4] 계산예문제

단계 4

부분문제 풀이 $Z_{LB}=43$

단계 5

$Z_{LB}<Z^*$ 이므로 단계 2로 간다.

단계 2

용량초과하는 경로 발생 : 1 −5 −3 −2 −1

분지 : $\{X_{15}=0\}$. $\{X_{15}=1, X_{53}=0\}$,

$\{X_{15}=1, X_{53}=1, X_{32}=0\}$,

$\{X_{15}=0, X_{53}=1, X_{32}=1, X_{21}=0\}$

S2를 만족하는 분지만 분지목록화 : $\{X_{15}=0\}$,

$\{X_{15}=1, X_{53}=0\}$, $\{X_{15}=1, X_{53}=1, X_{32}=0\}$

단계 3

분지 선택 : $X_{15}=0$

포함호 : { }, 배제호 : $\{X_{25}, X_{15}\}$

단계 4

부분문제 풀이 $Z_{LB}=51$

단계 5

$Z_{LB}\geq Z^*$이므로 분지끝.

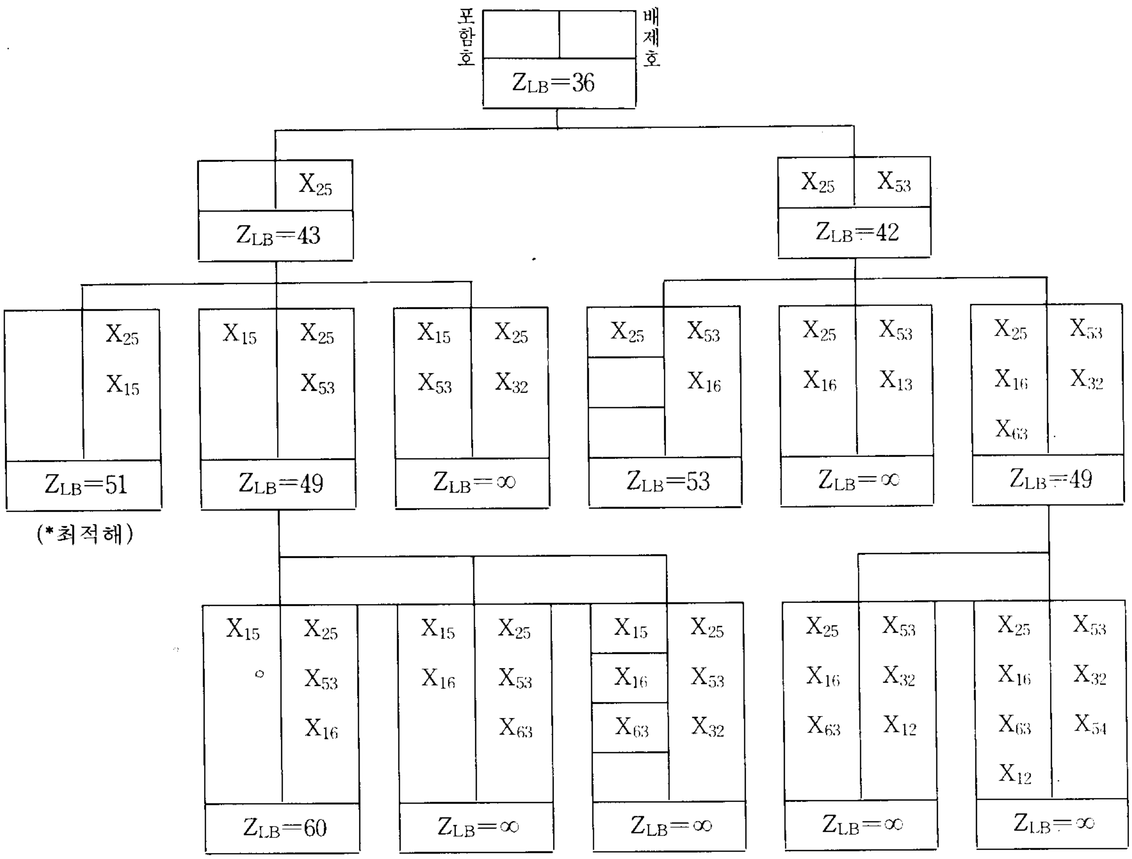
단계 3

분지 선택 : $\{X_{25}=1, X_{53}=0\}$,

포함호 : $\{X_{25}\}$ 배제호 : $\{X_{53}=0\}$

· · · · ·

위의 문제의 분지한계 절차를 나타낸 분지한계표는 다음과 같다.



[그림 3] 분지한계표(예제)

5. 결 론

본 연구는 한 공급처에서 여러 수요처로 제품을 수송할때, 제한된 보유차량을 이용한 경로수송과 용역을 이용한 배달수송으로 제품의 수송계획을 수립하는 것을 고려 대상으로 한다. 충분한 차량을 보유하지 못하는 대개의 회사들의 경우에 이와같은 경로수송과 배달수송을 혼합하여 이용하는 수송계획을 수립하는 것은 의미있는 일이다.

연구 결과는 다음과 같다.

첫째, 호에 경로비용과 배달비용의 이중비용을 갖는 차량경로 문제의 발견적 해법을 개발하였다. 이는 경로형성시 발생하는 경로비용과 배달을 이용할 때의 비용에 대한 배달증분비를 계산하여 비용증분이 적은 수요처를 배달로 확정하여 제거해 가는 절차를 이용하였다.

둘째, 배달을 고려한 차량경로 문제에서 네트워크 변형을 통하여 복수차고 차량경로 문제의 특수한 유형으로 변환하였다. 그 변환을 위하여 호의 비용변환과 가상 공급처의 도입 등을 수행하였다.

셋째, 최적해법으로 분지한계법을 이용하였다. 부분문제는 준배정문제를 적용하였고 수요처간을 순환하는 경로와 용량을 초과하는 경로를 제거하는 분지전략과 한계전략으로 최적해법을 개발하였다.

참 고 문 헌

[1] 박순달, 「OR(경영과학)」, 개정판, 민영사, 1991.

[2] 송성헌, 박순달, "차량경로 문제에 대한 최적해법", 「한국경영과학회지」, 12권, 1호(1987), pp.34-44.

[3] Bellmore,A. and Hong,S., "Transformation of multi-salesman problem to the standard traveling salesman problem", *J. ACM* Vol.21(1974), pp.500-504.

[4] Bellmore,A. and Malone,J., "Pathology of traveling salesman subtour-elimination algorithms", *Operations Research* Vol.19 (1971), pp.278-307.

[5] Bodin,L., Golden,B,L., Assad,A. and Ball, M., "Routing and Scheduling of Vehicles and Crews : The State of the Art", *Comput. Ops. Res.* Vol.10(1983), pp. 69-211.

[6] Carpaneto,G., Dell'Amico,M., Fischetti,M. and Toth,P., "A branch and bound algorithm for the Multiple-depot vehicle scheduling problem", *Networks* Vol.19 (1989), pp.531-548.

[7] Clarke,G. and Wright,J., "Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points", *Operations Research* Vol.12(1964), pp.568-581.

[8] Gillett,B. and Miller,L., "A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem", *Operations Research* Vol.22(1974), pp. 340-349.

[9] Golden,B.L., Ball,M. ajd Bodin,L.D., "Current and Future Research Directions in Network Optimization", *Comput. Ops. Res.* Vol.8(1981), pp.71-81.

[10] Golden,B.L., Magnati,T. and Nguyen,H., "Implementing Vehicle Routing Algorithms", *Networks* Vol.7(1977), pp.113-148.

[11] Laporte, G., Mercure,H. and Norbert, Y., "An exact algorithm for the asymmetrical capacitated vehicle routing problem", *Network* Vol.16(1974), pp.33-46.

[12] Lenstra, J.K. and Rinnooy,K., "Complexity of Vechicle Routing and Scheduling problems", *Networks* Vol.11(1981), pp.221-227.

[13] Lin,S. and Kernigham,B., "An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem", *Operations Research* Vol.21(1973), pp.498-516.