

逐次檢査戰略의 選定을 위한 多目的·動的計劃模型[†]

崔炳敦*

A Multiobjective Dynamic Programming Model for Sequential Testing Strategy Selection[†]

Byung Don Choe*

Abstract

The tests in a battery can be performed in different sequences, and different sequential testing strategies will have exactly the same overall performances for that battery, but at different expected total costs and expected time consumptions. By using a multiobjective dynamic programming model, we are able to find all noninferior testing strategies for a given battery of tests and a stopping rule.

1. 序 論

醫療機關에서 환자들의 疾病狀態를 알아내기 위하여 실시되는 診斷檢査나 人體에 有害한 發癌物質을 규명하기 위하여 수행되는 化學檢査 등은 보다 精確한 診斷을 위하여 대부분의 檢査가 複數로 실시되는 集團 檢査형태를 취하고 있다. 이와 같이 單一檢査로 구성된 檢査 集團을 醫學用語로는 “檢査組合(battery of tests)” 이라 한다.

어떤 現象을 深知 혹은 糾明하기 위한 診斷 檢査問題에서는 檢査組合의 選定 뿐만 아니라 檢査組合의 實施方法에 관한 效率的 檢査戰略의 수립이 중요한 意思決定問題로 대두되고 있다[2, 6]. 즉 檢査를 단계별로 逐次的(sequential) 實施를 하여 불필요한 檢査나 위험을 회피할 것인지 아니면 환자의 待期危險 혹은 待期費用을 최소화하기 위하여 모든 檢査를 同時에 실시할 것인지에 관한 檢査戰略의 選定問題가 제기될 수 있다.

本 研究에서는 逐次檢査에 의한 待期費用의

[†] 이 研究은 1991년도 翰林大學校 學術研究助成費에 의하여 이루어졌음.

* 翰林大學校 經營學科

증가와 同時檢査에 의한 檢査費用의 증가사이에 相衡關係를 고려한 多目的·最適化 模型을 개발하여 效率의 檢査戰略의 選定을 모색한다.

2. 檢査組合 概念의 定式化

單一檢査의 成果指數로는 보통 敏感度(sensitivity)와 特效度(specificity)를 사용한다[11, 12]. 敏感度는 환자가 疾病狀態일 때 檢査結果가 陽性으로, 特效度는 환자가 正常狀態일 때 檢査結果가 陰性으로 올바르게 반응할 條件附確率이다. 즉

$$\text{敏感度} = \Pr(\text{陽性} | \text{疾病狀態}),$$

$$\text{特效度} = \Pr(\text{陰性} | \text{正常狀態})$$

檢査組合의 結果는 檢査조합에 포함된 모든 檢査의 複合된 結果를 말한다. 이와같은 檢査組合의 複合結果를 진단하기 위해서는 意思決定規則의 일종인 診斷規則을 설정하는 것이 필요하다.

k개의 檢査 T_1, T_2, \dots, T_k 로 구성된 檢査組合을 크기 k인 檢査組合이라 하면, 크기 k인 檢査組合에 대한 診斷規則은 일반적으로 다음과 같이 函數 形態로 표현할 수 있다.

$$r_i \rightarrow D(r_i) \quad (1)$$

여기서 檢査組合 $\{T_1, \dots, T_k\}$ 에 대하여 발생 가능한 檢査結果의 集合을 R_k 라 하고, r_i 는 R_k 의 元素로서 檢査組合의 i번째 가능한 檢査結果¹⁾로 정의한다. 이때 診斷規則은 R_k 를 定義域으로 하고 R_k 의 임의의 원소인 r_i 에 대하여 진

단규칙의 值域인 診斷範疇 중에서 하나의 元素인 診斷代案 $D(r_i)$ 를 對應시키는 것이다.

式(1)과 같은 函數 形態의 診斷規則은 分析的方法에 의해 數學的 形態로 유도하는 것이 실제로 거의 불가능하기 때문에 診斷檢査問題를 二項分類問題로 단순화시키는 假定이 필요하다. 즉, 각각의 檢査結果는 陽性反應과 陰性反應의 상호배반적인 二項事象으로 분류하고, 診斷代案도 陽性和 陰性的 二項事象으로 분류하는 것을 가정한다.

[定義 1] 二項分類問題를 위한 定義

크기 k인 檢査組合에 대하여

R_k^+ 는 檢査組合의 結果가 陽性反應으로 분류된 檢査結果의 集合,

R_k^- 는 檢査組合의 結果가 陰性反應으로 분류된 檢査結果의 集合.

患者의 健康狀態에 따라

A는 환자의 상태가 疾病狀態일 事象,

\bar{A} 는 환자의 상태가 正常狀態일 事象.

檢査組合 $\{T_1, \dots, T_k\}$ 의 민감도 β 와 특효도 β 는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\beta_k^+ = \sum_{\forall r_i \in R_k^+} \lambda_i^+, \quad \beta_k^- = \sum_{\forall r_i \in R_k^-} \lambda_i^-, \quad i=1,2,\dots,2^k \quad (2)$$

여기서 $\lambda_i^+ = \Pr(r_i | A)$ 이며, $\lambda_i^- = \Pr(r_i | \bar{A})$ 이다.

檢査組合에 포함된 檢査의 數가 많을 경우, 檢査結果에 대한 가능한 경우의 수는 指數적으로 증가하기 때문에 診斷規則을 설정하는 것은 간단치 않으나, 진단규칙의 非劣位性 條件을

1) 각 檢査의 結果의 事象數를 e_1, e_2, \dots, e_k 라고 할 때, 檢査結果의 集合 R_k 의 元素의 數는 $\prod_{i=1}^k e_i$ 이다. 즉 $i=1, 2, \dots,$

$$\prod_{i=1}^k e_i.$$

도입함으로써 수학적 형태로의 표시가 가능하다.

〔定義 2〕 診斷規則의 非劣位性 條件

크기 k 인 檢査組合에 대해 診斷規則이 非劣位가 되기 위한 필요충분조건은

$$r \in R_k^+ \text{ 이고 } r_i \in R_k$$

그리고

$$k' \leq k \text{ 이고 } k' \neq k$$

이며, 최소한 하나 이상의 부등식은 엄격한 不等性(strict inequality)을 유지하는, 두 개의 결과 r_i 와 r_j 가 동시에 존재하지 않는다.

만약 結果 r_i 와 r_j 에 대해 式(3)의 條件이 성립되지 않으면, 집합 R_k^+ 와 R_k 간에 결과 r_i 와 r_j 를 교환함으로써 式(2)에서의 檢査組合의 민감도와 특효도를 항상 개선시킬 수 있다. 따라서 모든 診斷規則에 대해서 檢査組合의 민감도와 특효도는 항상 式(2)로 표시될 수 없기 때문에 式(3)의 조건은 항상 성립되어야 한다.

대표적인 診斷規則으로는 過半數規則(majority rule)을 들 수 있다. 過半數規則은 그 適用上의 簡便性 뿐만 아니라 檢査結果가 대부분의 경우에 半分되기 보다는 어느 한쪽으로 좌우되기 때문에 普遍的인 診斷規則으로 사용되며 이것은 많은 國際的 協同研究에서도 채택되고 있다[1, 3].

크기 k 인 檢査組合 $\{T_1, \dots, T_k\}$ 에 대하여 P_i 는 정확하게 i 개의 陽性反應을 가진 결과를 포함하는 檢査조합 結果의 집합이라고 하자($i=0, 1, \dots, k$). 또한

$$p_i^+ = \Pr(P_i | A), \quad p_i^- = \Pr(P_i | \bar{A})$$

이라 표시하자. 그러면 過半數規則은 다음과 같이 정의된다.

〔定義 3〕 過半數規則

k 개의 檢査를 포함하는 檢査組合에 대하여, 다음과 같은 결과 분류기준을 過半數規則이라 한다.

$$R_k^+ = \bigcup_{P_i} P_i, \quad R_k^- = \bigcup_{i=1}^{P(k)-1} P_i$$

여기서 $P(k) = \lfloor (k+1)/2 \rfloor$ 이고 Gauss 整數이며, k 개의 單一檢査의 結果중에서 檢査組合의 結果 r_i 가 집합 R_k^+ 에 속하도록 분류되는데 필요한 最小의 陽性反應의 數를 나타낸다. k 가 짝수일 경우 양성반응 수와 음성반응 수가 同數로 나왔다면 檢査組合의 結果는 陽性으로 분류하는 것이 일반적인 慣行이다[4].

過半數規則下에서 檢査組合 $\{T_1, \dots, T_k\}$ 에 대한 민감도와 특효도의 계산은 다음과 같이 할 수 있다.

$$\beta_k^+ = \sum_{i=P(k)}^k p_i^+, \quad \beta_k^- = \sum_{i=1}^{P(k)-1} p_i^-$$

3. 逐次檢査戰略의 選定을 위한 接近方法

특정의 診斷規則下에 檢査組合의 敏感度와 特效度는 각각 하나의 母數로서 취급할 수 있다. 즉 檢査組合을 單一檢査와 같이 취급할 수 있다. 그러나 單一檢査로서 檢査組合을 취급하는 것은 그 檢査조합에 포함된 모든 檢査가 동시에 실시되어야만 한다는 것을 의미하는 것을

아니다. 실제로 이와 같은 검사는 逐次的 方法으로 수행될 수 있다.

逐次檢査는 檢査組合를 몇개의 集團으로 나누어 각 집단을 어떤 順序에 의하여 逐次的으로 檢査를 실시하는 것이다. 이때 각 檢査集團의 檢査실시 여부는 앞서 시행된 檢査 집단의 結果에 의하여 결정된다. 예를 들면, 크기 5인 檢査組合에 대하여 陽性基準 $P(5)=3$ 인 過半數規則을 적용할 경우, 만약 세가지 檢査의 結果가 이미 陽性으로 판명되었으면, 나머지 두 檢査의 結果에 상관없이 그 檢査組合의 結果는 陽性이라 판정할 수 있다. 그러므로 逐次的 方法으로 檢査를 수행하기 위해서는 檢査를 모두 실시하기 전에 檢査組合의 結果를 判定할 수 있는 일종의 診斷規則과 같은 終了規則(stopping rule)의 設定이 필요하다.

예컨대 $P(5)=3$ 인 過半數規則을 終了規則으로 적용하게 되면 逐次檢査戰略은 檢査組合과 관련된 檢査費用의 節減과 불필요한 檢査로 인한 逆機能的 副作用을 줄일 수 있는 長點을 지니게 된다. 반면에 逐次檢査戰略은 同時檢査와 비교할 때 檢査過程이 종료되는데 소요되는 시간이 더 길어질 수 있다는 短點이 있다. 따라

서 환자에게 필요한 治療가 지연될 수 있어 “待期危險”이 증가할 뿐만 아니라 환자의 입원 기간이 길어짐에 따른 “待期費用”의 증가를 고려하여야 한다.

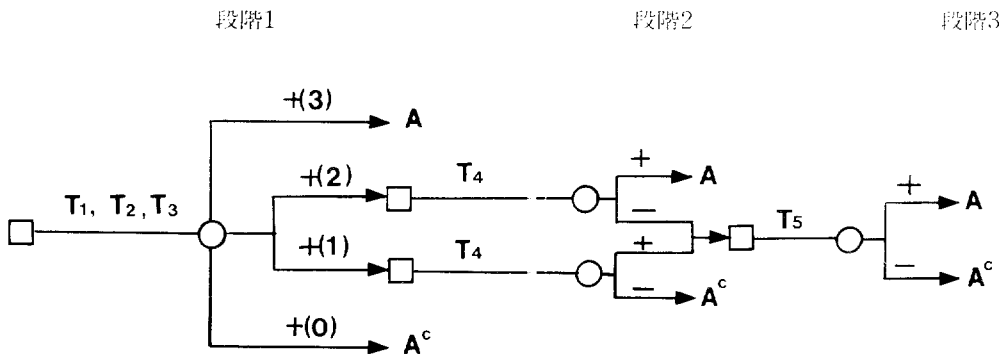
逐次檢査戰略의 개념을 예시하기 위하여 檢査 T_1, T_2, \dots, T_5 를 포함한 檢査組合에 대해 $P(5)=3$ 인 終了規則을 적용하여 이 檢査組合의 結果를 판정하기로 하면, 다섯가지 檢査에 대해 다음과 같은 逐次檢査戰略을 수립할 수 있다.

段階 1: 먼저 T_1, T_2, T_3 를 동시에 수행한다.

만약 檢査結果가 모두 陽性(혹은 陰性)이면, 종료한다. 이때 檢査組合의 結果는 陽性(혹은 陰性)이다. 그렇지 않으면, 계속한다.

段階 2: 檢査 T_4 를 수행한다. 만약 T_4 부터 T_5 까지의 檢査 중에 세가지 檢査의 結果가 陽性(혹은 陰性)이면, 종료한다. 이때 檢査組合의 結果는 陽性(혹은 陰性)이다. 그렇지 않으면 계속한다.

段階 3: 檢査 T_5 를 수행한다. 만약 T_5 가 陽性(혹은 陰性)이면, 檢査組合의 結果는 陽性(혹은 陰性)이다.



[그림 1] 終了規則 $P(5)=3$ 일 때 逐次檢査戰略
(+ (n)은 陽性反應의 數가 n個임을 표시함)

같은 檢査組合에 대하여 동일한 終了規則을 적용하더라도 檢査를 集團化하고 順序化하는 방법에 따라 <表 1>에 例示된 바와 같이 다양한 逐次檢査戰略을 수립할 수 있다.

<表 1> 逐次檢査戰略의 例

戰略	終了規則
1	$[T_1, T_2, T_3] \rightarrow [T_1] \rightarrow [T_3]$
2	$[T_3, T_1, T_2] \rightarrow [T_1] \rightarrow [T_2]$
3	$[T_1, T_2, T_3] \rightarrow [T_2, T_1]$
4	$[T_1, T_2, T_1, T_2] \rightarrow [T_1]$
5	$[T_1, T_2, T_3, T_1, T_2]$

<表 1>에서 檢査集團의 크기와 實施順序를 고정시키고 <表 1>의 戰略 1, 2와 같이 檢査집단의 구성요소만 변경시키는 것으로도 20가지의 가능한 전략이 존재한다. 더욱이 檢査集團의 크기와 實施順序를 변경하게 되면, 각 檢査집단에서 檢査과정의 종료될 확률은 달라지게 된다. 따라서 逐次檢査戰略에 따른 檢査費用과 待期費用 혹은 待期危險도 변하게 될 것이다.

일반적으로 逐次檢査戰略은 실제로 실시된 檢査의 수가 同時檢査보다 줄어들 수 있기 때문에 檢査費用 혹은 檢査의 副作用이 줄어들게 되어 의사결정자가 選好하는 방법이라 결론지을 수도 있다. 그러나 逐次檢査戰略은 檢査시간의 遲延으로 인한 待期危險의 증가와 환자의 入院費用의 증가를 유발하기 때문에 이러한 要因들이 檢査의 效率보다 중요한 관심사로 대두되면 同時檢査가 더 選好될 수도 있다[2].

이와 같이 두 檢査戰略 간에는 長·短點이 있기 때문에 어느 檢査전략을 선택할 것인가를 결정하는 데는 費用 혹은 危險과 檢査時間간의

相衡關係를 동시에 고려하는 多目的 最適化 接近方法의 도입이 필요하다.

多目的 最適化方法에서 目的函數는 때때로 定性的 要素와 定量的 要素를 동시에 포함하여, 복잡한 優先順序의 構造를 갖게 되므로 明示的 效用函數로 定型化하는 것은 결코 쉬운 일이 아니다[13]. 한편 Zions[14], Köksalan 등[7], Korhonen 등[9], Köksalan[8]의 연구에서는 意思決定者의 默示的(implicit) 效用函數를 가정하여 의사결정자의 반응에 따라 最適代案을 판단하게 되나 基準의 數가 많아지면 代案間의 比較에서 효과가 현저하게 줄어든다. 이러한 상황에서 非劣位解의 集合은 매우 유익한 代案을 제공할 수 있다.

대부분의 多目的 最適化方法은 먼저 모든 非劣位解를 열거한 非劣位解의 集合을 導出한다. 이미 다양한 多目的 最適化方法이 非劣位解를 도출하기 위하여 개발되었다. 예컨대 ϵ -constraint 방법[5]이 사용될 수 있으며, 보다 효율적인 방법으로는 envelope方法[10]이 있는데, 특히 多段階 動的計劃 問題의 해결에 적합하다. 本 研究에서는 envelope方法을 이용한 多目的·動的計劃 模型을 개발하여 效率的 逐次檢査戰略의 選定을 모색한다.

4. 逐次檢査戰略의 選定模型

4.1 逐次檢査戰略의 成果指數 誘導

크기 m 인 檢査組合에 대하여 各 檢査의 母數인 敏感度, 特效度, 費用, 檢査時間²⁾을 각각

2) 本 研究에서의 檢査時間은 各 檢査를 수행하는데 소요된 실제 檢査시간 뿐만 아니라 檢査 실시전의 準備時間과 檢査결과와 해석 등 技術的으로 필요로 하는 附帶時間까지 합한 總時間 개념이다.

$x_i^k, c_i, t_i (i=1, 2, \dots, m)$ 로 표시 하기로 한다. 한편 段階의 數가 ℓ 인 逐次檢査戰略에 대하여 k 번째 단계에서 실시될 檢査는 二進要素를 갖는 하나의 벡터인 意思決定變數 D^k 로 정의할 수 있다.

$$D^k = [d_1^k, d_2^k, \dots, d_m^k]$$

여기서 d_i^k 의 값이 1일 때는 i 번째 檢査가 단계 k 에서 실시될 예정이며, 0일 때는 그렇지 않다는 것을 나타낸다.

各 檢査는 단 한번 실시되기 때문에 $\sum_{k=1}^{\ell} D^k \equiv [1]$ 이다. 여기서 $[1]$ 은 모든 요소가 1인 스펙터이다. 또한 段階 k 에서 어떤 檢査의 사용 가능 여부를 나타내는 二進벡터인 狀態變數 X^k 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$X^k = [x_1^k, x_2^k, \dots, x_m^k]$$

여기서 x_i^k 의 값이 1일 때는 i 번째 檢査가 可(未實施)인 상태이고, 0일 때는 이미 실시된 상태를 나타낸다.

狀態變數 X^k 와 意思決定變數 D^k 의 關係는 다음과 같은 狀態方程式에 의해 나타낼 수 있다.

$$X^{k+1} = X^k - D^k, \quad k=0, \dots, \ell : 0 \leq \ell \leq m \quad (5)$$

$$X^{\ell} = [1]$$

크기 m 인 檢査組合에 대한 逐次檢査戰略은 一聯의 意思決定變數로 구성된다. 즉, $D^0, D^1, \dots, D^{\ell-1}$ 은 狀態變數 $X^0, X^1, \dots, X^{\ell} \equiv [0]$ 을 유도한다. 만약 $\ell = 0$ 이면, 모든 檢査는 동시에 실시되는 同時檢査戰略이며, $\ell = m$ 이면, 檢査는 每段階마다 하나씩 실시하는 逐次檢査戰略으로 간주한다.

逐次檢査戰略의 選定은 檢査特性에 따른 의사결정자의 選好와 檢査과정 중에 소요되는 總費用 혹은 總時間을 最小化하기 위한 목적함수의 相衝關係에 영향을 받는다. 逐次檢査戰略下에 總費用과 總時間은 檢査전략의 유형에 따라 변하는 確率變數이기 때문에 ℓ -段階 逐次檢査戰略을 평가하기 위한 成果指數로서 期待費用과 期待時間의 개념을 도입한다.

4.2 成果指數와 終了確率의 計算節次

[定義 4] 期待費用과 期待時間

逐次檢査戰略下에 狀態變數 $X^k, X^{k+1}, \dots, X^{\ell}, \dots, X^{\ell}$ 이 유도되었다 하면,

$P(X^k)$: 狀態變數 X^k 가 경과되기 전에 檢査 과정이 끝날 終了確率

$C(X^k)$: 狀態變數 X^k 에서 실시된 檢査에 대한 總費用

$T(X^k)$: 狀態變數 X^k 에 도달하기까지의 檢査 과정에서 소요된 總時間

이라 표시한다.

이때 ℓ -段階 逐次檢査戰略에 대한 期待費用과 期待時間은 다음과 같다.

期待費用(E^k) :

$$E^k = \sum_{i=1}^{\ell} (P(X^k) - P(X^{k+1})) \cdot C(X^i) \quad (6)$$

期待時間(E^k) :

$$E^k = \sum_{i=1}^{\ell} (P(X^k) - P(X^{k+1})) \cdot T(X^i) \quad (7)$$

E^k 와 E^k 는 狀態變數 X^k 에서의 期待費用과 期待時間이라 하면 다음과 같은 動的 循環式(recursive equation)이 유도될 수 있다.

$$E^k(X^k) = E^k(X^{k+1}) + (P(X^k) - P(X^{k+1})) \cdot C(X^k) \quad (8)$$

$$E^k(X^k) = E^k(X^{k+1}) + (P(X^k) - P(X^{k+1})) \cdot T(X^k) \quad (9)$$

狀態變數 X^k 와 관련된 費用은 다음과 같이 간단하게 계산될 수 있다.

$$C(X^k) = \sum_{i=1}^m c_i(1-x_i^k) \quad (10)$$

狀態變數 X^k 에 도달하는데 소요되는 시간은 다음과 같은 動的 循環式에 의해 계산될 수 있다.

$$T(X^k) = T(X^{k-1}) + \max_i t_i d_i^{k-1} \quad (11)$$

위 式에서 右邊 두번째 項은 X^{k-1} 에서 X^k 로 진행되는데 소요되는 시간으로 D^{k-1} 에 의해 선택된 檢査와 관련된 檢査時間 중에서 最大 值를 나타낸다.

終了確率 $P(X^k)$ 를 계산하는 절차는 期待費用이나 期待時間의 계산절차보다 훨씬 복잡하다.

먼저 檢査組合에 대한 診斷規則에 의해 檢査조합의 가능한 모든 結果의 集合을 陽性集合 R^+ 와 陰性集合 R^- 로 분류할 수 있다.

크기 m 인 檢査組合에서 檢査는 逐次的으로 시행되기 때문에 檢査조합에 대한 “完全結果”는 마지막 檢査가 시행될 때까지 알 수 없으며, 그 전에는 오직 “部分結果”만을 이용할 수 밖에 없다.

檢査과정 중 檢査組合에 대한 部分結果는 다음과 같은 두가지 類型으로 나눌 수 있다.

- (1) 이미 R^+ 혹은 R^- 로 분류할 수 있어서 未實施 檢査의 結果가 어떻게 나오던 간에 현재의 檢査結果에 아무런 영향을 미치지 않는 상태
- (2) 檢査結果를 분류하기 위해서는 未實施 檢査로부터 추가적 檢査結果를 요하는 상태

만약 部分結果가 類型(1)에 속하면 “絕對的” 部分結果라 하고 R_0^+ 로 표시하며, 類型(2)에 속하면 “留保的” 部分結果라 칭하고 R_1^+ 로 표시하기로 한다.

어떤 檢査組合에서 段階 k 까지의 部分結果를 r^k 라 하면, r^k 는 다음과 같은 基準에 의하여 部分集合 R_0^+ 혹은 R_1^+ 로 분류될 수 있다.

[定義 5] 部分結果 r^k 에 대한 分類基準

만약 $P^+(i) \geq P^+(m)$ 혹은 $N^-(i) \geq N^-(m)$

이면 $r_i^k \in R_0^+$

그렇지 않으면 $r_i^k \in R_1^+$

여기서

$P^+(i)$: 段階 k 까지의 部分結果 r_i^k 의 陽性反應의 數

$P^+(m)$: 크기 m 인 檢査組合의 檢査結果 r_i^k 가 R_0^+ 로 분류되기 위해 필요한 陽性反應의 數

$N^-(i)$: 段階 k 까지의 部分結果 r_i^k 의 陰性反應의 數

$N^-(m)$: 크기 m 인 檢査組合의 檢査結果 r_i^k 가 R_0^- 로 분류되기 위해 필요한 陰性反應의 數

檢査과정의 狀態變數 X^k 이전에 종료될 확률은 X^k 에서 혹은 그 이전에 絕對的 部分結果가 발생할 확률과 같다. 즉

$$P(X^k) = \sum_{\forall r^k \in R_0^+} \Pr(r^k) \quad (12)$$

앞에서 정의된 바와 같이 Z_1^k 와 Z_2^k 는 환자 가 正常일 경우와 非正常일 경우 각각에 대하여 부분結果 r^k 가 발생할 條件附 確率을 나타

낸다. 따라서 부분결과 r_i^k 가 발생할 확률은 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\Pr(r_i^k) = P_0 z_i^{1k} + (1-P_0)z_i^{2k} \quad (13)$$

여기서 P_0 는 검사받을 환자가 非正常일 事前確率이다.

式(12)와 (13)으로부터 검사과정이 狀態變數 X^k 以前에 종료될 확률은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Lambda_i^{1k} = \sum_{\forall r_i^k \in R_0^k} z_i^{1k}, \quad \Lambda_i^{2k} = \sum_{\forall r_i^k \in R_1^k} z_i^{2k} \quad (14)$$

$$P(X^k) = P_0 \Lambda_i^{1k} + (1-P_0) \Lambda_i^{2k}$$

일반적으로 Λ_i^{1k} 와 Λ_i^{2k} 는 r_i^k 에서 可用한 검사의 敏感度와 特效도에 각각 비례한다. 그러므로 보다 높은 값의 敏感도와 特效도를 사용하게 되면 $P(X^k)$ 는 증가할 것이다. 그러나 $P(X^k)$ 의 변화에 대한 敏感도와 特效도의 增加效果는 事前確率 P_0 에 영향을 받는다. 즉 $P_0 > 0.5$ 이면 $P(X^k)$ 를 증가시키기 위하여 特效도를 높이는 것보다는 敏感도를 높이는 것이 더욱 效果의이며, 반면에 $P_0 < 0.5$ 이면 特效도를 높이는 것이 더욱 效果적이다.

앞에서 논의된 바와 같이 $P(X^k)$ 의 값은 오직 X^k 에 따라 영향을 받으며, 각 狀態變數까지의 도달과정에는 영향을 받지 않는다. 그러므로 각 狀態變數에서의 終了確率は 費用과 마찬가지로 일정하다.

4.3 逐次檢査戰略의 選定을 위한 多目的·動的計劃模型의 節次

逐次檢査戰略의 選定을 위한 多目的·動的計劃模型은 임의의 檢査組合에 대하여 期待費用과 期待時間을 成果指數로 하였을 때 고려할 수 있는 가능한 모든 非劣位 檢査戰略의 集合을 導出하기 위한 것이다.

다음은 非劣位 檢査戰略의 選定을 위한 多目的·動的計劃模型의 節次를 유도한 것이다.

節次 0. 段階 k 에서의 계산을 위해 다음과 같은 初期狀態가 주어진다.

$$X^0 = [1], \quad T(X^0) = 0$$

$$E(X^0) = 0, \quad E^1(X^1) = 0$$

節次 1. 狀態變數 X^{k+1} 에 대하여 앞에서 유도한 式(14),(10),(11)을 각각 이용하여 終了確率 $P(X^{k+1})$, 費用 $C(X^{k+1})$, 時間 $T(X^{k+1})$ 을 구한다.

節次 2. 檢査過程이 진행됨에 따라 狀態變數 X^k 에서 X^{k+1} 로 도달되는데 고려할 수 있는 모든 가능한 檢査戰略 중에서 非劣位 檢査戰略의 集合을 도출하기 위하여 逐次檢査戰略의 選定問題를 다음과 같은 多目的·動的計劃模型으로 定式化하였다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize :} & \quad E^k(X^k) + g^k(X^k, D^k) \\ & \quad E^k(X^k) + g^k(X^k, D^k) \\ & \quad T(X^k) + \max_i t_i d_i^k \end{aligned}$$

subject to

$$\begin{aligned} X^{k+1} &= X^k - D^k \\ X^{k+1}, X^k, D^k &\geq [0] \end{aligned}$$

여기서

$$g^-(X^k, D^k) = (P(X^k - D^k) - P(X^k)) \cdot C(X^k - D^k)$$

$$g^+(X^k, D^k) = (P(X^k - D^k) - P(X^k)) \cdot (T(X^k) + \max_i t_i d_i^k)$$

節次 3. $E^-(X^{k+1})$, $E^+(X^{k+1})$, $T(X^{k+1})$ 을 成果指數로 하여 모든 非劣位 檢査戰略을 도출한다.

節次 4. $k = k+1$ 로 놓는다. 만약 $k < l$ 이면, 다시 節次 1로 간다. 그렇지 않으면, 종료한다.

節次 2에서 非劣位 檢査戰略을 위한 多目的·動的計劃模型의 目的函數는 前進分離性(forward separability)과 前進單調性(forward monotonicity)을 만족하여야 한다[10]. 따라서 위 模型을 사용하기 전에 세가지 目的函數가 前進分離性和 前進單調性을 동시에 만족하는지를 확인하여야 한다.

(1) 前進分離性

前進分離性 條件은 Li와 Haimes[10]에 의해 다음과 같이 定義된다. 段階 k 에서 目的函數 f_k 가 前進分離性을 만족하기 위한 필요충분 조건은

$$f_k = \varphi_k(q_{k-1}, \varphi_{k-1}(q_{k-2}, \varphi_{k-2}(\dots, \varphi_2(q_1, \varphi_1(q_0, f_0))\dots)))$$

이다. 여기서 q_i 는 단계 i 에 대한 目的函數이며, φ_i 는 임의의 함수 형태를 취한다. 위 式에서 목적함수 f_k 는 단순히 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_k = \varphi_k(q_{k-1}, f_{k-1}) \tag{15}$$

式(15)에서 $q = g^-$ 혹은 g^+ , $\varphi(q, f) = q + f$ 라 놓으면, 多目的·動的 計劃模型의 目的函數는 單純 加法形態(additive form)이기 때문에 前進分離性의 條件은 명백하게 만족된다.

(2) 前進單調性

前進單調性 條件 역시 Li와 Haimes[10]에 의해 다음과 같이 정의 된다. 前進分離函數 f_k 가 前進單調性을 만족하기 위한 필요충분 조건은

$$f_k^* \leq f_k \rightarrow f_{k-1}^* \leq f_{k-1} \tag{16}$$

이다. 여기서 $f_{k+1}^* = \varphi_k(q_k, f_k^*)$ 이고 $f_{k-1} = \varphi_k(q_k, f_k)$ 이다.

多目的·動的 計劃模型에 대한 前進單調性의 條件은 다음과 같다. 狀態變數 X^k 에 대하여 다음과 같은 不等式이 성립되고

$$E_k^*(X^k) \leq E_k(X^k)$$

$$E_i^*(X^k) \leq E_i(X^k) \tag{17}$$

$$T^*(X^k) \leq T(X^k)$$

式(16)과 같이 狀態變數 X^{k-1} 에 대해서도 式(17)과 같은 不等關係가 계속 성립되면 前進單調性의 조건은 만족된다.

狀態變數 X^{k-1} 에서 式(17)의 不等關係는 다음과 같이 성립된다

$$E_k^*(X^{k-1}) = E_k^*(X^k) + (P(X^k - D^k) - P(X^k)) \cdot C(X^k - D^k)$$

3) 成果指數로서 $T(X^{k+1})$ 이 필요한 이유는 추후에 前進單調性 條件에서 설명될 것이다.

$$\begin{aligned} &\leq E_i(X^k) + (P(X^k - D^k) - P(X^k)) \\ &\quad \cdot C(X^k - D^k) \\ &= E_i(X^{k+1}) \end{aligned}$$

X^k 는 母數(parameter)임

이고,

$$\begin{aligned} T^*(X^{k+1}) &= T^*(X^k) + \max_i t_i d_i^k \\ &\leq T(X^k) + \max_i t_i d_i^k \\ &= T(X^{k+1}) \end{aligned}$$

이기 때문에

$$\begin{aligned} E_i^*(X^{k+1}) &= E_i^*(X^k) + (P(X^k - D^k) - P(X^k)) \cdot \\ &\quad (T(X^k) + \max_i t_i d_i^k) \\ &\leq E_i(X^k) + (P(X^k - D^k) - P(X^k)) \cdot \\ &\quad (T(X^k) + \max_i t_i d_i^k) \end{aligned}$$

위 식에서 $E_i^*(X^{k+1}) \leq E_i(X^{k+1})$ 을 증명하기 위해서는 $T^*(X^k) \leq T(X^k)$ 의 조건이 성립되어야 하기 때문에 多目的·動的 計劃模型에서 세 번째 목적함수로 $T(X^k)$ 의 필요성이 설명될 수 있다.

逐次檢査戰略의 選定을 위하여 개발된 多目的·動的 計劃模型에서 目的函數가 前進分離性과 前進單調性을 만족하기 때문에 狀態變數 X^{k+1} 에서 $E^c(X^{k+1})$, $E^i(X^{k+1})$, $T(X^{k+1})$ 로 표현된 非劣位 檢査戰略의 集束은 다음과 같은 母數的 形態(parametrical form)로 주어진 離數 代案의 集束을 둘러싸는 境界點을 형성한다([그림 2] 참조).

$$\begin{aligned} &E^c(X^k) + g^c(X^k, X^k - X^{k+1}) \\ &E^i(X^k) + g^i(X^k, X^k - X^{k+1}) \\ &T(X^k) + \max_i t_i d_i^k \end{aligned}$$



그림2] 非劣位解는 目的函數 空間에서 모든 解를 둘러싼다.

5. 數值例에 適用 및 評價

本 節에서는 逐次檢査選定模型을 위한 數值例를 제시하려고 한다. 먼저 <표 2>에 주어진 마와 같이 다섯가지의 검사로 구성된 檢査組合에 대하여 終了規則 $P(5)=3$ 을 적용하여 逐次檢査를 실시하였다. 이때 [그림 1]에서와 같이 段階 1에서는 세개의 검사가 동시에 실시되며, 檢査過程은 최대한 세 段階 이내에 종료될 것이다.

〈표 2〉 크기 5인 檢査組合의 成果指數 例

檢査	敏感度	特效性	費用	時間
T ₁	0.85	0.78	400	30
T ₂	0.68	0.8	200	14
T ₃	0.78	0.65	350	12
T ₄	0.80	0.72	100	16
T ₅	0.82	0.80	500	24

〈표 3〉은 段階 1에서 狀態變數 X¹의 終了確率, 總費用, 總所要時間, 그리고 期待費用과 期待時間을 계산한 結果를 나타내고 있다.

〈표 3〉 數值例에 대한 段階 1에서의 計算結果

X ¹	P(X ¹)	C(X ¹)	T(X ¹)	E ^c (X ¹)	E ^t (X ¹)
{1, 2, 3}	0.4384	950	30	416.48	13.15
{1, 2, 4}	0.4671	700	30	326.97	14.01
{1, 2, 5}	0.4991	1,100	30	549.01	14.97
{1, 3, 4}	0.4477	850	30	380.55	13.43
{1, 3, 5}	0.4747	1,250	30	593.38	14.24
{1, 4, 5}	0.5035	1,000	30	503.50	15.11
{2, 3, 4}*	0.4087	650	16	265.66	6.54
{2, 3, 5}	0.4359	1,050	24	457.70	10.46
{2, 4, 5}	0.4650	800	24	372.00	11.16
{3, 4, 5}	0.4431	950	24	420.95	10.63

* 非劣位 檢査戰略

〈표 4〉 數值例에 대한 段階 2에서의 計算結果

X^2	$P(X^2)$	$C(X^2)$	$T(X^2)$	$E(X^2)$	$E(X^2)$
{1, 2, 3} {4}	0.7609	1,050	46	755.11	27.99
{1, 2, 4} {3}*	0.7609	1,050	42	635.46	26.35
{1, 3, 4} {2}	0.7609	1,050	44	709.41	27.21
{2, 3, 4} {1}*	0.7609	1,050	46	635.47	22.74
{1, 2, 3, 4}*	0.7609	1,050	30	798.95	22.83
{1, 2, 3} {5}	0.7824	1,450	54	915.28	31.73
{1, 2, 5} {3}	0.7824	1,450	42	959.80	26.87
{1, 3, 5} {2}	0.7824	1,450	44	1,039.55	27.78
{2, 3, 5} {1}	0.7824	1,450	54	960.13	29.17
{1, 2, 3, 5}	0.7824	1,450	30	1,131.48	23.47
{1, 2, 4} {5}	0.7997	1,200	54	726.09	31.97
{1, 2, 5} {4}	0.7997	1,200	46	909.73	28.80
{1, 4, 5} {2}	0.7997	1,200	44	858.94	28.14
{2, 4, 5} {1}	0.7997	1,200	54	773.64	29.23
{1, 2, 4, 5}	0.7997	1,200	30	959.64	23.99
{1, 3, 4} {5}	0.7784	1,350	54	827.00	31.29
{1, 3, 5} {4}	0.7784	1,350	46	1,003.38	28.21
{1, 4, 5} {3}	0.7784	1,350	42	874.62	26.66
{3, 4, 5} {1}	0.7784	1,350	54	873.61	28.74
{1, 3, 4, 5}	0.7784	1,350	30	1,050.84	23.35
{2, 3, 4} {5}*	0.7589	1,150	40	668.39	20.55
{2, 3, 5} {4}	0.7589	1,150	40	829.15	23.38
{2, 4, 5} {3}*	0.7589	1,150	36	709.99	21.74
{3, 4, 5} {2}	0.7589	1,150	38	784.12	22.63
{2, 3, 4, 5}*	0.7589	1,150	24	872.74	18.21

* 非劣位 檢査戰略

段階 2에서는 狀態變數 X^1 에 대하여 하나의 검사를 추가시킬 수도 있고 네개의 검사를 동시에 실시하여 終了規則에 따라 檢査過程을 종결시킬 수도 있다. <표 4>는 段階 2에서의 數值例에 대한 計算結果를 보여주고 있다. 여기서 “*”표는 段階 2에서의 非劣位 檢査戰略을 표시하고 있다. 마지막으로 段階 3에서는 狀態變數 X^2 에 대하여 逐次的으로 하나의 검사를 추가시키거나, 狀態變數 X^1 에 대하여 두개의 검사를 동시에 실시하거나, 혹은 다섯개의 검사를 동시에 실시할 수 있다.

<표 5>는 數值例에 대하여 逐次檢査選定模型을 이용하여 발견한 아홉개의 非劣位 檢査戰略을 나타내고 있다. 여기서 同時檢査戰略인 檢査戰略 9는 다른 逐次檢査戰略보다 檢査所要時間이 짧기 때문에 항상 非劣位 檢査戰略이 될 수 있다는 것을 주지할 필요가 있다. <표 5>에서 만약 意思決定者가 費用節減을 우선으로 한

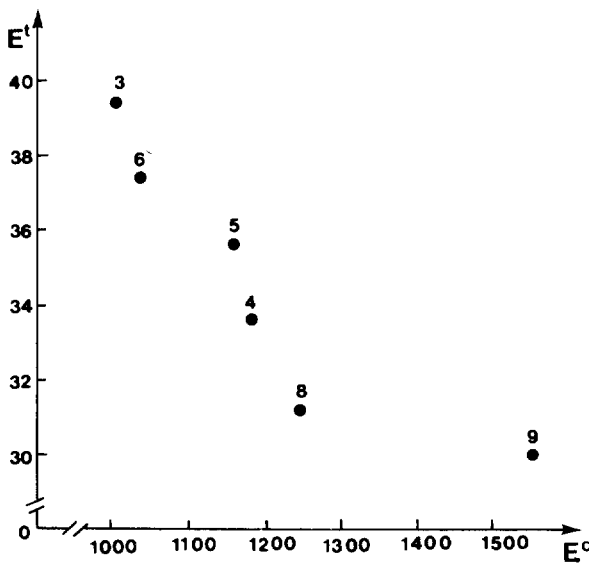
다면, 選好(혹은 最適)檢査戰略은 檢査戰略 1 혹은 3이 된다. 檢査戰略 1과 3은 檢査費用이 저렴한 檢査부터 우선 실시하고 高價의 檢査는 逐次的으로 실시하는 檢査전략이다. 따라서 이 結果로부터 自覺症狀을 느껴서 病院을 찾는 환자 의 경우에는 有病率이 높을 가능성이 크기 때문에 檢査費用이 저렴한 臨床病理檢査부터 시작하여 高價의 診斷檢査를 逐次的으로 실시하는 현재의 醫療慣行이 매우 費用-效果的이라 할 수 있다. 한편 重患者室에서의와 같이 檢査時間의 단축이 필요할 경우, 혹은 檢査費用에 비해 상대적으로 入院費가 훨씬 높을 경우에는 檢査戰略 9와 같은 同時檢査戰略이 費用-效果的일 수 있다. 또한 특별한 이상없이 健康診斷을 원하는 환자의 경우에도 환자의 有病率이 낮을 가능성이 크기 때문에 同時檢査戰略이 有利할 것이다.

<표 5> 數值例에 대한 非劣位 檢査戰略

번호	檢査戰略	$E(X^1)$	$E(X^2)$	$T(X^1)$
1	{1, 2, 4, 3, 5}	1,006	42.13	66
2	{1, 2, 4, 3, 5}	1,153	42.79	54
3	{2, 3, 4, 1, 5}	1,006	39.48	70
4	{2, 3, 4, 1, 5}	1,182	33.74	46
5	{1, 2, 3, 4, 5}	1,170	35.74	54
6	{2, 3, 4, 5, 1}	1,042	37.43	70
7	{2, 4, 5, 3, 1}	1,084	37.65	66
8	{2, 3, 4, 5, 1}	1,246	31.23	54
9	{1, 2, 3, 4, 5}	1,550	30.00	30

檢査戰略에 대한 意思決定者의 選好關係를 명확히 대비시키기 위하여 세가지 成果指數중 期待費用과 期待時間만을 동시에 고려할 경우, 離散 代案의 集合을 둘러싸는 境界點은 檢査戰

略 3, 4, 5, 6, 8, 9이다. [그림 3]에서는 期待費用 E^1 를 x축으로, 期待時間 E^2 를 y축으로 한 目的函數 空間에 離散 代案의 集合을 둘러싸는 境界點인 非劣位 檢査戰略을 圖示하였다.



[그림 3] 期待費用과 期待時間을 동시에 고려한 非劣位 檢査戰略

6. 結 論

逐次檢査戰略은 檢査組合 내의 檢査를 集團과 順序를 달리하여 逐次的으로 실시하는 것이다. 이때 檢査組合의 全體的인 成果는 동일하지만 期待費用과 期待時間은 相異하게 된다. 檢査에 대한 期待費用과 期待時間은 醫學的 診斷시스템에서 흔히 재기될 수 있는 相衡되는 목적이기 때문에 意思決定者에게 보다 費用-效果的인 情報를 제공할 수 있는 檢査戰略選定 模型의 개발이 필요하게 된다.

本 研究에서는 多目的·動的計劃法에 의하여 期待費用과 期待時間을 成果指數로 한 檢査戰略選定模型을 설정하였다. 또한 檢査戰略選定模型의 妥當性 檢證을 위한 數值 例가 제시되었고, 이 모형을 이용하여 모든 非劣位 檢査戰略

이 도출되었다.

非劣位 檢査戰略에 대한 費用-效果分析 結果, 일반적으로 重患者室에서와 같이 檢査時間の 단축이 필요한 경우, 혹은 事前確率이 낮은 경우에는 同時檢査戰略이 우선되고, 반면에 事前確率이 높은 경우에는 檢査費用이 저렴한 檢査부터 逐次的으로 실시하는 逐次檢査戰略이 유리하다.

參 考 文 獻

- [1] Ashby, J., F. J. de Serres, M. Draper, M. Ishidate, Jr., B. H. Margolin, B. E. Matter, and M. D. Shelby eds., "Evaluation of Short-Term Tests for Carcinogens," Report of the International Programme on Chemical Safety Collaborative Study on In Vitro Assays, *Progress in Mutation Research*, Vol. 5, Amsterdam: Elsevier, 1985.
- [2] Cebul, R. D., J. C. Hershey, and S. V. Williams, "Using Multiple Tests: Series and Parallel Approaches," *Clinics in Lab. Med.* Vol.4.(1982), pp.871-890.
- [3] de Serres, F. J. and J. Ashby, *Evaluation of Short-Term Tests for Carcinogens*, Amsterdam: Elsevier / North Holland, 1981.
- [4] Garrete, N. E., H. F. Stack, M. R. Gross, and M. D. Waters, "An Analysis of the Spectra of Genetic Activity Produced by Known or Suspected Human Carcinogens," *Mutat. Res.*, Vol.134(1984), pp.89-111.

- [5] Haimes, Y. Y., "Risk-Benefit Analysis in a Multiobjective Frame-work," in: Y. Y. Haimes, ed.m *Risk/Benefit Analysis in Water Resources Planning and Management*. Plenum, New York, 1981.
- [6] Hershey, J. C., R. D. Cebul, and S. V. Williams, "Clinical Guidelines for Using Two Dichotomous Tests," *Med. Decis. Making*, Vol.6(1986), pp.68-78.
- [7] Köksalan, M. M., M. H. Karwan, and S. Zionts, "An Improved Method for Solving Multiple Criteria Problems Involving Discrete Alternatives," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, Vol.SMC-14, No.1(1984), pp.24-34.
- [8] Köksalan, M. M., "Identifying and Ranking a Most Preferred Subset of Alternative in the Presence of Multiple Criteria," *Naval Research Logistics*, Vol.36(1989), pp.359-372.
- [9] Korhonen, P., J. Wallenius, and S. Zionts, "Solving the Discrete Multiple Criteria Problem Using Convex Cones," *Management Science*, Vol.30, No.11 (1984), pp.1136-1345.
- [10] Li, D. And Y. Y. Haimes, "The Envelop Approach in Multiobjective Optimization Problems," *Proc. IEEE Inter. Conf. on Sys. Man Cybern.*, Tucson, Arizona, 1985.
- [11] Swets, J. A. "Indices of Discrimination or Diagnostic Accuracy: their ROCs and Implied Models," *Psychol. Bull.*, Vol.99(1986), pp100-117.
- [12] Swets, J. A. and R.M. Pickett, *Evaluation of Diagnostic Systems; Methods from Signal Detection Theory*. Academic Press, New York, 1982.
- [13] Zeleny, M., *Multiple Criteria Decision Making*. McGraw-Hill, New York, 1982.
- [14] Zionts, S., "A Multiple Criteria Method for Choosing among Discrete Alternative," *European J. of Operational Research*, Vol.21, No. 7(1981), pp143-147.