韓國經營科學會誌
第18卷 第1號
1993年 4月


# 계층적 생산계획의 제품군 분해해법 개발

김창대*

# Development of the Family Disaggregation Algorithm for Hierarchical Production Planning

Chang Dae Kim*

## Abstract

The family disaggregation model of hierarchical production planning(HPP) is the problem of (0-1) mixed integer programming that minimizes the total sum of setup costs and inventory holding costs over the planning horizon. This problem is hard in a practical sense since optimal solution algorithms have failed to solve it within reasonable computation times. Thus effective family disaggregation algorithm should be developed for HPP.

The family disaggregation algorithm developed in this paper consists of the first stage of finding initial solutions and the second stage of improving initial solutions. Some experimental results are given to verify the effectiveness of developed disaggregation algorithm.

## 1. 서 론

계층적 생산계획(hierarchical production planning:HPP)은 생산계획의 전체문제를 몇개의 계층별 문제로 분해시켜 상위계층에서부터 하위계층으로 내려오면서 각 계층별 문제를 순차적으로 수립하는 일종의 다수준 의사결정 문제이다. HPP의 기본 발상은 Holstein[10]이 처음으로 제시하였으며 그 이론체계의 정립은

* 경남전문대학 경영학과

미국의 M.I.T.를 중심으로 한 일련의 연구[3,4,5,6,7,9]에 의하여 비로소 완성되어 현재는 생산계획뿐만 아니라 기타 다양한 분야의 복잡한 문제를 효율적으로 해결하는 데 광범위하게 적용되고 있다.

HPP를 수립하는 데 있어 가장 중요한 문제는 전체문제를 몇 개의 계층으로 구분하여 각 계층에 상응하는 부분문제를 체계적으로 구성하는 HPP 시스템의 설계에 있다. HPP 시스템은 상위계층의 의사결정이 하위계층의 의사결정에 대한 제약조건이 되고 하위계층은 상위계층의 의사결정 내용을 평가할 수 있는 피이드 백을 제공할 수 있도록 설계되어야 한다[2, 12].

HPP 시스템의 설계를 위한 각 계층별 구분은 M.I.T.의 연구결과에서도 알 수 있듯이 생산비용에 포함되는 각 비용요인을 고려하여 설정하는 것이 바람직하다. M.I.T.의 경우는 모든 생산제품을 생산계획과 관련되는 비용요인을 고려하여 제품류(product type), 제품군(product family), 제품(product item)으로 구분한 후, 우선 제품류를 대상으로 하는 최상위계층의 생산계획을 수립한 후, 이 결과를 토대로 중간계층의 생산계획인 제품군 생산계획을 해결하였으며 제품군 생산계획의 결과에 따라 최하위계층에 해당하는 제품 생산계획을 확정하였다.

본고에서도 M.I.T.의 연구결과와 유사하게 전체문제를 세 계층의 부분문제로 구분하되 다음과 같은 기본 가정을 전제로 모든 생산제품을 각 계층별로 그룹화시켜 각 계층에 대응되는 생산계획 문제를 구성하도록 한다.

첫째, 단위당 생산비용 및 생산성이 서로 유사하거나 특히 수요의 계절적 특성이 유사한 각 제품으로 제품류를 구성하여 최상위계층인 제품류 생산계획을 수립하도록 한다(type production planning:TPP).

둘째, 동일 제품류에 속한 제품 중 가동준비의 기술적 방법이나 그 수준이 유사한 제품으로 제품군을 구성한 후 이를 대상으로 중간계층의 생산계획을 수립한다(family production planning:FPP). 단, 제품 단위당 재고유지비는 각 제품군에 따라 서로 다를 수 있으나 같은 제품군에 속한 모든 제품의 단위당 재고유지비는 동일하다.

셋째, 제품군을 구성하는 각 제품은 HPP의 최하위계층 생산계획대상으로서 이들 제품생산계획은 HPP의 최종 생산계획이 된다(item production planning:IPP).

이상의 각 계층별 생산계획들의 연관관계를 도시하면 [그림 1] HPP 시스템과 같다.

[그림 1]과 같이 각 계층별 생산계획의 수립에 필요한 수요예측은 총괄예측모델과 분해예측모델을 통하여 이루어지며 최상위계층인 TPP에서 제품류의 월별 생산량과 재고량 및 관련 생산정보가 총괄적으로 결정된다. FPP에서는 TPP에서 총괄적으로 결정한 제품류의 생산량을 제품군으로 분해하며 분해된 이들 제품군의 월별 생산량은 IPP에서 각 제품으로 재분해되어 HPP의 최종적인 세부생산계획이 완료된다. 이상의 각 계층별 생산계획은 경과된 계획기는 제외시키고 새로운 계획기를 계속 추가하는 회전식 계획(rolling planning)을 이용함으로써 보다 경신된 생산계획 정보를 이용할 수 있도록 한다.

제품류 생산량을 각 제품군으로 분해시키는 FPP는 주어진 계획대상 전 기간에 걸쳐 모든 제품군의 가동준비비와 재고유지비의 총합을 최소로 하는 (0-1) 혼합정수계획문제로서 이 문제는 이미 밝혀진 바와 같이 NP-hard이다[8].

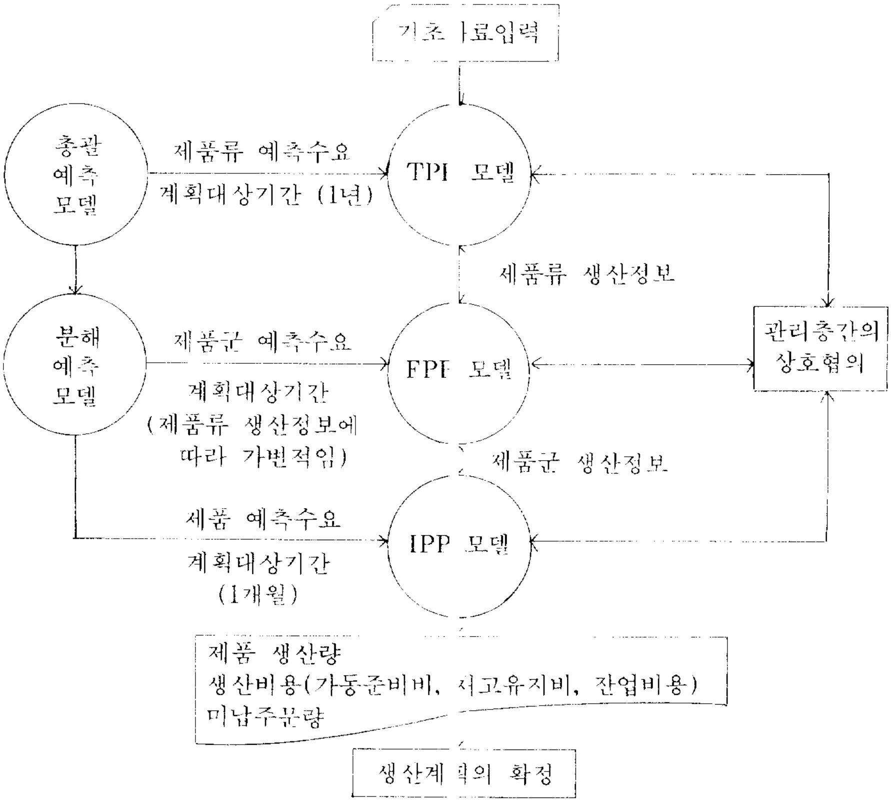



그림 1 HPP 시스템

따라서, 제품군의 종류가 많아지게 되면 그 해 도출이 아주 어렵기 때문에 효율적으로 해를 구할 수 있는 해법이 개발되어야 할 것이다.

본고는 HPP의 각 계층별 생산계획 문제 중 FPP의 이 같은 해 도출상의 문제점을 해결하기 위하여 제품류의 생산량을 각 제품군으로 보다 쉽게 분해할 수 있는 제품군 분해해법을 개발하고 이에 대한 수치실험을 통하여 본 해법의 효율성을 검토하는 데 그 목적이 있다.

## 2. HPP의 계층별 모델

### 2.1 기호 정의

HPP의 각 계층별 모델을 설정하는 데 필요한 기호를 다음과 같이 정의한다.

$T(i)$=제품류 $i$에 속한 제품군 $j$의 총집합 ($j \in T(i)$), $i=1,\cdots,I$

$T(j)$=제품군 $j$에 속한 제품 $k$의 총집합($k \in T(j)$), $j=1,\cdots,N$

$C_{it}$=$t$기 제품류 $i$의 단위당 생산비(노무비 제외)

$H_{it}$=$t$기 제품류 $i$의 단위당 재고유지비(제품군 구성비를 이용한 가중평균)

$H_{jt}$=t기 제품군 j의 제품 단위당 재고유지비

$S_{jt}$=t기 제품군 j의 가동준비비

$D_{it}$=t기 제품류 i의 예측수요

$D_{jt}$=t기 제품군 j의 예측수요

$D_k$=해당 계획기 제품 k의 예측수요

$RC_t$=t기 단위시간당 정규작업비

$OC_t$=t기 단위시간당 잔업비

$M_i$=제품류 i의 단위당 생산소요시간

$AR_t$=t기 이용가능한 정규작업시간

$AO_t$=t기 이용가능한 잔업시간

$R_t$=t기 정규작업시간

$O_t$=t기 잔업시간

$X_{it}$=t기 제품류 i의 생산량

$Y_{jt}$=t기 제품군 j의 생산량

$Z_k$=해당 계획기 제품 k의 생산량

$I_{it}$=t기 제품류 i의 기말재고

$I_{jt}$=t기 제품군 j의 기말재고

$AI_k$=해당 계획기 제품 k 이용가능한 기초재고

$UB_{jt}$=t기 제품군 j의 상한

## 2.2 계층별 모델

### 2.2.1 제품류 생산계획 모델

TPP 모델은 HPP 최상위계층의 생산계획 모델로서 그 기본 목적은 계절성 수요를 만족하면서 주어진 생산자원을 효율적으로 배분하는 데 있으며 생산활동의 전체적인 윤곽이 파악될 수 있도록 총괄차원에서 수립된 다음의 문제($P_T$)를 이용한다[3,5].

문제($P_T$)

$$\min \sum_{i=1}^{I}\sum_{t=1}^{T}(C_{it}X_{it}+H_{it}I_{it})+\sum_{t=1}^{T}(RC_tR_t+OC_tO_t)$$

subject to

$$X_{it}-I_{it}+I_{i,t-1}=D_{it}\quad i=1,\cdots,I\quad t=1,\cdots T \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{I} M_iX_{it}\le O_t+R_t\quad t=1,\cdots,T \qquad (2)$$

$$R_t\le AR_t\qquad t=1,\cdots,T \qquad (3)$$

$$O_t\le AO_t\qquad t=1,\cdots,T \qquad (4)$$

$$X_{it},I_{it}\ge 0\qquad i=1,\cdots,I\quad t=1,\cdots,T \qquad (5)$$

$$R_t,O_t\ge 0\qquad t=1,\cdots T \qquad (6)$$

위 문제 ($P_T$)는 식(1)의 재고균형방정식과 식(2)의 t기 생산능력을 만족하면서, 계획대상 전 기간에 걸쳐 발생하는 총생산비용을 최소화시킬 수 있는 생산자원의 배분문제다.

다품목을 생산할 경우 생산기술상의 문제와 생산비용의 경제성을 감안하여 뱃치생산을 하게 되면 보다 바람직한 결과를 얻을 수 있는데 문제($P_T$)에서는 이 점을 고려하지 않고 있다. 이것은 가동준비비가 총생산비용에 미치는 영향이 적을 것이라는 묵시적 가정에 따른 것이며 또한 가동준비비를 문제($P_T$)에 포함시키게 되면 모델의 선형성이 파괴되어 그만큼 최적해 도출을 어렵게 하기 때문이다[3]. 따라서 가동준비비는 문제($P_T$)에 포함시키지 않고 그 하위 계층인 FPP에서 직접 처리하도록 한다.

문제($P_T$)는 선형계획법으로 쉽게 그 해를 도출할 수 있으며 도출된 해 결과 중 $X_{it}^{*}$(단, t=[1,r]이며 r은 문제($P_T$)를 풀어 제품류 i의 기말재고가 0이 되는 최초의 계획기)만이 다음 계층의 생산계획인 FPP에 입력되어 각 제품군 j($\forall j\in T(i)$)로 분해된다. HPP에 이용되는 총괄차원에서의 생산계획 모델은 위의 문제($P_T$) 이외에도 몇 가지 효율적인 모델들이 있다[11, 12].

### 2.2.2 제품군 생산계획 모델

FPP 모델은 HPP 시스템의 중간계층 생산계획 모델로서 문제($P_T$)에서 도출된 제품류의 생산량 $X^*_{it}$를 각 제품군의 가동준비비와 재고유지비의 총합이 최소가 되도록 각 제품군으로 분해할 수 있는 아래의 문제($P_F$)를 이용한다.

FPP의 계획대상기간은 Wagner-Whitin [13]의 최적정책조건에 따라 [1,r]이 되며 계획대상기간 종료기 r은 $r=\inf_s\{s \mid I_{is}=0,\ s=[1,T]\}$이다.

문제 ($P_F$)

$$\min \sum_{j\in T(i)} \sum_{t=1}^{r} S_{jt}\cdot\delta_{jt} + \sum_{j\in T(i)} \sum_{t=1}^{r} H_{jt}\cdot I_{jt}$$

subject to

$$I_{j,t-1}+Y_{jt}-I_{jt}=D_{jt} \quad \forall j\in T(i),\ t=1,\cdots,r \quad (1)$$

$$\sum_{j\in T(i)} Y_{jt}=X^*_{it} \quad t=1,\cdots,r \quad (2)$$

$$Y_{jt}\le UB_{jt}\cdot\delta_{jt} \quad \forall j\in T(i),\ t=1,\cdots,r \quad (3)$$

$$Y_{jt},I_{jt}\ge 0 \quad \forall j\in T(i),\ t=1,\cdots,r \quad (4)$$

$$\delta_{jt}\in\{0,1\} \quad \forall j\in T(i),\ t=1,\cdots,r \quad (5)$$

식(1)은 재고균형방식으로 제품군 j의 기별 수요를 만족시켜 주며, 식(2)는 TPP에서 결정된 t기 제품류 i의 생산량이 제품군 j(j∈T(i))로 전량 분해됨을 의미한다. 식(3)은 $\delta_{jt}$의 값을 결정하는 것으로 $Y_{jt}>0$인 경우는 식(3)과 식(5)에 따라 $\delta_{jt}$가 1의 값을 가지게 되며 $Y_{jt}=0$인 경우는 식(3), 식(5)와 목적식의 최소화 성격에 따라 0의 값을 가지게 된다. 따라서 문제($P_F$)는 식(1)~(5)의 제약조건을 만족하면서 주어진 계획대상기간에 발생하는 가동준비비와 재고유지비의 총합을 최소화 시켜준다.

위 문제($P_F$)는 NP-hard이기 때문에 제품군과 계획대상기간의 규모가 커지게 되면 그 최적해 도출이 사실상 불가능해지므로 이에 대한 제품군 분해해법이 개발되어야 하며 본고의 목적도 여기에 있다.

문제($P_F$)를 통하여 도출한 해 결과 중 최초 계획기(t=1)의 제품군 생산량 $Y^*_{j1}(\forall j\in T(i))$만이 최하위계층의 생산계획인 IPP에 입력되어 각 제품 $k(\forall k\in T(j))$로 분해된다.

### 2.2.3 제품 생산계획 모델

IPP 모델은 HPP 시스템의 최하위계층 생산계획 모델로서 문제($P_F$)에서 도출된 $Y^*_{j1}(\forall j\in T(i))$을 다음 문제 ($P_I$)를 이용하여 T(j)에 속한 모든 제품이 동시에 생산될 수 있도록 각 제품 $k(\forall k\in T(j))$로 분해함으로써 FPP에서 추구하는 가동준비비 및 재고유지비의 총합에 대한 최소화 목적과 일관성을 가지게 된다.

문제 ($P_I$)

$$\min\ 1/2 \sum_{k\in T(j)} (Z_k+AI_k-ROT_jD_k)^2$$

subject to

$$\sum_{k\in T(j)} Z_k=Y^*_{j1} \quad (1)$$

$$Z_k\ge \max\{0,D_k-AI_k\} \quad (2)$$

$$Z_k\le OS_k-AI_k, \quad k\in T(j) \quad (3)$$

단, $ROT_j$=제품군 j의 재고소진기간(runout time)으로

$$ROT_j=(Y^*_{j1}+\sum_{k\in T(j)} AI_k)\,/\sum_{k\in T(j)} D_k$$

$OS_k$=제품 k의 재고상한

문제($P_I$)의 목적함수는 동일 제품군에 속해 있는 모든 제품의 생산이 동시에 이루어질 수 있도록 하는 것으로서 $ROT_j$가 경과한 시점에서 본다면 생산의 동시화란 결국 각 제품의 잔

여재고 합이 최소화된다는 것을 의미한다.

또한 식(1)은 제품 k가 속해 있는 제품군의 생산량이 제품 k($\forall k \in T(j)$)로 완전히 분해됨을 의미하며 식(2)는 제품 k의 생산량이 최소한 그 유효수요를 만족할 수 있도록 생산되어야 함을 뜻한다. 식(3)의 우측항은 제품 k의 상한을 뜻한다.

위 문제($P_1$)의 최적해는 라그랑지 함수를 이용한 쿤터커 조건을 통하여 그 초기해를 구한 뒤 $Z_k$의 상하한에 대한 만족 여부를 검토하여 구할 수 있으며 그 효율적인 해법은 이미 개발되어 있다[1,6].

위 문제($P_1$)를 풀게되면 최초 계획기의 제품 생산계획이 완료되며 다음 계획기의 제품 생산계획은 회전식 계획에 따라 최상위계층의 TPP로 피이드 백되어 지금까지와 같은 동일한 계획수립절차를 거쳐 순차적으로 결정된다.

# 3. 제품군 분해해법

## 3.1 기호정의

2.1에서 정의된 기호와 함께 제품군 분해해법에서 추가로 사용되는 각 기호의 정의는 다음과 같다.

$X^*_{it}$ = TPP에서 결정된 제품류 i의 t기 생산량

J = 제품류 i에 속한 모든 제품군의 집합

$J = \{j \mid j \in T(i)\}$

RX = 제품군 j($\forall j \in J$)에 배분될 할당량

$TD_{jt}$ = 제품군 j의 t기 누적예측수요

$TY_{jt}$ = 제품군 j의 t기 누적생산량

$ED_{jt}$ = 제품군 j의 t기 유효수요

## 3.2 분해해법

TPP에서 결정된 제품류 i의 생산량을 각 제품군 j($j \in J$)로 할당하는 제품군 분해해법은 최초해를 구하는 절차와 이를 보다 개선시키는 수정해 탐색절차로 구성된다. 각 절차의 기본적 접근방법은 다음과 같다.

첫째, 최초해 설정절차에서는 각 제품군의 유효수요에 해당하는 할당량을 각 제품군에 우선 할당하여 그 잔여할당량을 계산한 후, 만약 잔여할당량이 있다면 이를 각 제품군에 추가할당한다. 잔여할당량의 추가할당은 다음과 같이 진행된다. 즉, 현재 계획기 이후의 수요를 추가 할당량만큼 현 계획기에 일괄 생산함에 따라 절감가능한 가동준비비와 이에 따른 재고유지비의 증가를 계산하여 생산비용이 보다 크게 감소하는 제품군부터 잔여할당량을 순차적으로 할당한다. 이 경우 차기 이후의 수요량을 현재기에 일괄 생산함에 따라 가동준비비의 절감액을 초과하는 재고유지비의 발생으로 생산비용이 오히려 증가할 수도 있다. 이때는 생산비용의 증가가 보다 적은 제품군부터 잔여할당량을 추가할당한다. 이 같은 추가할당 규칙은 추가할당에 따른 생산비용의 절감액이 가장 크거나, 생산비용의 증가액이 가장 적은 제품군에 우선적으로 최대 할당되기 때문에 할당을 받지 못하는 다른 제품군의 현재 계획기 이후의 실행가능성을 보장할 수 없게 된다. 이같은 문제점은 현재 계획기 이후의 $X^*_{it}$가 모든 제품군의 유효수요의 합보다 적을 때 발생한다. 따라서 각 제품군의 수요충족에 대한 실행가능성을 타진하여 만약 실행 불가능한 경우라면 현재 계획기 이전의 제품군 생산량을 재조정하여야 할 것이다.

둘째, 수정해 탐색절차에서는 설정된 최초해

에 대한 각 제품군의 계획기별간 개선 가능성과 제품군 상호간의 생산량 조정에 따른 생산비용의 절감가능성을 검토한다. 제품군에 대한 계획기별간의 개선은 연속된 세 계획기(t−1, t, t+1)의 제품군 생산량 중 t기 생산량의 일부 또는 전량을 (t−1)기와 (t+1)기의 생산량과 상호 조정하여 보다 합리적인 생산계획을 수립할 수 있도록 한다. 제품군간의 개선방안은 특정 제품군의 생산량을 타 제품군의 생산량과 상호 조정하여 생산비용의 절감가능성을 검토하여 결정한다.

이상의 접근방법을 보다 구체적으로 살펴보기 위하여 그 자세한 알고리즘을 최초해 설정절차와 수정해 탐색절차로 구분하여 제시하면 3.2.1의 최초해 설정절차와 3.2.2의 수정해 탐색절차와 같다.

### 3.2.1 최초해 설정절차

단계 1 : 제품군 j(∀j∈J)에 대한 유효수요의 계산 및 1차 할당

- $RX = X'_{it}$
- $ED_{jt} = \max\{0, TD_{jt} - TY_{j,t-1}\}$
- $RX < \sum_{j \in J} ED_{jt}$ 이면 단계 3, 아니면 다음 계산절차 진행
- $Y_{jt} = ED_{jt}$, $RX = RX - \sum_{j \in J} ED_{jt}$
- RX=0 이면 다음 계획기로, 아니면 단계 2

단계 2 : 잔여할당량의 추가할당

- RX의 일부 또는 전체가 제품군 $j(j \mid ED_{jt} > 0,\ \forall j \in J)$에 추가할당($RXF_j$)됨에 따라 발생하는 생산비용 절감액 또는 증가액 계산
  단, $RXF_j = \min\{RX, TD_{jt} - TY_{j,t-1} - ED_{jt}\}$
- 생산비용 절감액이 가장 큰 제품군 또는 생산비용 증가가 가장 적은 제품군 부터 $RXF_j$를 추가 할당한 후 $RX = RX - RXF_j$로 재계산
- RX=0이면 다음 계획기로, 아니면 단계 2 반복수행

단계 3 : 실행가능성 확보

- $TD_{j,t+1} < TY_{j,t+1}$인 제품군 중 재고유지비가 가장 큰 제품군부터 순차적으로 $(TY_{j,t+1} - TD_{j,t+1})$를 이용하여 실행불가능한 제품군의 생산량을 조정함으로써 각 제품군의 실행가능성 확보
- 모든 제품군의 실행가능성이 확보되면 다음 계획기로 감

위의 최초해 설정절차의 모든 계산 단계가 계획대상 전 기간에 걸쳐 완료되면 3.2.2의 수정해 탐색절차로 간다.

### 3.2.2 수정해 탐색절차

본 절차의 단계 1과 단계 2는 계획기별간의 수정해 탐색절차이며 단계 3과 단계 4의 절차는 제품군간의 수정해 탐색절차를 나타낸다.

단계 1 : 계획기별간 생산량 조정 대체안 탐색

- $Y_{jt}(j \in J)$의 조정에 $Y_{ft}(f \in J \setminus \{j\})$를 대응시킬 경우 (t+1)기로 이동가능한 제품군 j의 최대량($RQ_{ft}$)과 (t−1)기로 이동가능한 제품군 j의 최대량($LQ_{ft}$)의 계산
  $RQ_{ft} = \min\{Y_{jt}, Y_{f,t+1}, TY_{ft} - TD_{ft}\}$
  $LQ_{ft} = \min\{Y_{f,t-1}, TY_{f,t-1} - TD_{f,t-1}, Y_{jt} - RQ_{ft}\}$

단계 2 : 계획기별간 생산량 조정에 따른 생산비용 절감액 계산 및 생산량 조정

- $RQ_{ft}$와 $LQ_{ft}$를 이용하여 생산량 조정 대체안들의 생산비용 절감액을 계산하여 생산비용 절감액이 가장 큰 대체안부터 순차적

으로 $Y_{jt}$와 $Y_{ft}$ 조정

단계 3 : 제품군간 생산량 조정 대체안 탐색

· $Y_{jt}(j \in J)$와 $Y_{ft}(f \in J \setminus \{j\})$간의 생산량 조정에 대응하여 s기(s=1,…,t−1)에 변화되는 제품군 j와 제품군 f의 최대 변화량($MQ_s$) 계산

$MQ_s = \min\{Y_{fs}, Y_{jt}, \min\{TY_{fu} - TD_{fu}, u = s, s+1, \cdots, t-1\}\}$

단계 4 : 제품군간 생산량 조정에 따른 생산비용 절감액 계산 및 생산량 조정

· $MQ_s$를 이용하여 생산비용 변동액을 계산한 후 비용 절감이 가능하면 해당 제품군 j와 제품군 f의 t기 및 s기의 생산량 조정

· 모든 제품군 j에 대해 계산 완료되면 알고리즘 종료

## 3.3 수치 예제

주어진 해법에 따라 다음 〈표 1〉의 예제를 풀이한다. 단, 각 제품군의 기초 재고는 없으며 가동준비비와 재고유지비는 매기 일정하다고 가정한다.

최초해 설정절차

단계 1

· $RX = X'_{11} = 1000$

· $ED_{11} = 185$, $ED_{21} = 135$, $ED_{31} = 495$

· $RX > \sum_j ED_{j1} = 815$, 따라서 1차 할당

$Y_{11} = 185$, $Y_{21} = 135$, $Y_{31} = 495$

· $RX = 1000 - 815 = 185$, 단계 2

단계 2

· RX 중 제품군 j에 추가 할당되는 생산량($RXF_j$) 계산

$RXF_1 = \min\{185, 545 - 185\} = 185$,

$RXF_2 = 160$, $RXF_3 = 185$

· $RXF_j$를 추가 할당함에 따라 발생하는 생산비용 절감액 또는 증가액을 계산한 결과 제품군 j 모두 생산비용($RTC_j$)이 증가되었으며 이를 계산하면

$RTC_1 = 185$, $RTC_2 = 260$, $RTC_3 = 925$

· 따라서 제품군 1에 RX를 추가 할당하면

$Y_{11} = 185 + 185 = 370$

또한 RX=0 이므로 t=2, 단계 1

〈표 1〉 수 치 예 제 자 료

| j \ t | 기별예측수요 ($D_{jt}$) 1 | 2 | 3 | 계 | 가동준비비 ($S_{jt}$) | 재고유지비 ($H_{jt}$) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 185 | 215 | 145 | 545 | 200 | 1 |
| 2 | 135 | 40 | 120 | 295 | 290 | 3 |
| 3 | 495 | 320 | 300 | 1115 | 400 | 5 |
| $X'_{it}$ | 1000 | 550 | 405 | 1955 | | |

〈표 2〉 최초해 설정 결과

| j \ t | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 370 | 175 | 0 |
| 2 | 135 | 55 | 105 |
| 3 | 495 | 320 | 300 |

〈표 3〉 수정해 탐색 결과

| j \ t | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 315 | 230 | 0 |
| 2 | 190 | 0 | 105 |
| 3 | 495 | 320 | 300 |

단계 1

· t=2,3의 경우도 위의 계산 절차와 같은 방법으로 계산하면 〈표 2〉의 최초해 설정 결과를 얻을 수 있다.

수정해 탐색절차

단계 1

· $RQ_{21}=\min\{55,185,370\}=55$, $LQ_{21}=0$

$RQ_{31}=\min\{320,185,495\}=185$, $LQ_{31}=0$

단계 2

· $RQ_{jt}$와 $LQ_{jt}$를 이용한 생산비용의 계산 결과, 절감가능한 대체안은 $RQ_{21}$과 $LQ_{21}$로서 그 절감액은 180

· 따라서 $RQ_{21}$을 이용하여 제품군 1과 제품군 2의 생산량 조정

$Y_{11}=370-55=315$, $Y_{21}=135+55=190$

$Y_{12}=175+55=230$, $Y_{22}=55-55=0$

· 단계 2 이후의 계산절차에서는 모든 제품군 및 모든 계획기에서 생산비용 절감이 불가능한 것으로 나타나 〈표 3〉의 수정해 탐색 결과를 최종적으로 얻을 수 있다.

위 수치 예제의 경우 최초해는 그 생산비용이 2,845이나 수정해 탐색절차를 통하여 생산비용이 2,665로 개선되었으며 이 수정해는 정수계획법에 의한 최적해와 동일하다.

# 4. 수치 실험

## 4.1 실험방법

§3에서 제시한 제품군 분해해법의 효율성을 검증하기 위하여 다음과 같은 두가지 실험을 실시한다.

실험 1

본고의 분해해법에 의한 해가 최적해와 비교할 때 어느 정도의 정확도를 가지는가를 살펴보고, 분해해법에 의한 해와 최적해를 구하는데 소요되는 CPU 경과시간을 각각 측정하여 상호 비교한다.

본 실험에 사용되는 실험문제는 〈표 4〉에 주어진 문제 규모와 데이터 생성방법에 따라 모두 115개의 문제($P_F$)를 발생시켜 구한다.

115개 실험문제에 대한 최적해는 LINDO 프로그램을 이용하여 도출하며 분해해법의 해는 QUICK-BASIC으로 작성한 프로그램에 의해 구한다. 실험에 사용한 컴퓨터는 32bit (25MHZ)이다.

문제 규모의 (0-1) 변수 개수는 (제품군의 수(N)×계획대상기간(T))을 뜻하며, (0-1) 변수 개수가 비교적 적은 이유는 문제 규모가 커질 경우 NP-hard 속성을 가진 문제($P_F$)를 풀어 최적해를 구하기가 어려우므로 비교적 짧은 시간내에 최적해를 구하여 그 결과를 비교하고자 하기 때문이다.

### 실험 2

제품군과 계획대상기간의 규모(N,T)가 증가함에 따라 분해해법에 의한 해 도출 경과시간의 증가상태를 파악하기 위하여 다음 실험을 실시한다.

#### 실험 2-1

N의 증가(T는 고정)에 따른 해 도출 경과시간을 측정한다. 단, T는 3기, 5기, 7기의 3가지 경우로 고정시키고 T의 각 경우에 대하여 N을 10회의 실험에 걸쳐 2k+1(k=1,2,…,10회)로 증가시킨다.

#### 실험 2-2

T의 증가(N은 고정)에 따른 해 도출 경과시간을 측정한다. 단, N은 3개, 5개, 7개의 3가지 경우로 고정시키고 N의 각 경우에 대하여 T를 3기에서 부터 12기 까지 10회의 실험에 걸쳐 매회 1기씩 증가시킨다. (T는 속성상 12기를 초과할 수 없기 때문에 12기까지만 실험하도록 한다.)

실험 2-1과 실험 2-2의 실험 case는 각각 3×10 가지로 총 60 case가 되며 각 case별로 10개의 실험문제를 발생시킨다. 따라서 총 실험문제는 600개가 되며 600개 실험문제에 필요한 데이터는 〈표 4〉의 데이터 생성방법에 따라 발생시키고 각 실험 case의 해 도출 경과시간의 측정은 각 실험 case에 대해 발생시킨 10개의 실험문제를 풀어 그 경과시간의 최대값과 최소값을 제외한 나머지 8개 측정치의 절사평균으로 구한다.

〈표 4〉 실험문제의 문기 규모와 데이터 생성방법

| 문 제 규 모 | | $D_{jt}$ | $S_{jt}$ | $H_{jt}$ |
|---|---|---|---|---|
| (0-1)변수개수 | 문제수 | | | |
| 9-15 | 30 | 이산적 균등분포에 따른 [30,850]의 정수 무작위 추출 | 이산적 균등분포에 따른 [80,600]의 정수 무작위 추출 | 이산적 균등분포에 따른 [1,15]의 정수 무작위 추출 |
| 16-19 | 25 | | | |
| 20-23 | 30 | | | |
| 24-27 | 30 | | | |

## 4.2 실험 결과

실험 1

실험 1의 상세한 실험 결과는 부록에 수록되어 있으며 이 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 분해해법에 의한 해의 정확도 실험 결과를 살펴 보면 〈표 5〉와 같다.

〈표 5〉에 나타난 바와 같이 분해해법에 의한 해의 정확도는 전체 실험문제 115개 중 82%에 해당하는 94 문제에서 최적해와 일치하는 결과를 보였으며 평균 최적해 편차도 0.19%로 아주 낮게 나타나 분해해법에 의한 해의 정확도는 매우 높다고 볼 수 있다.

둘째, 분해해법과 최적해의 해 도출 경과시간에 대한 비교실험 결과는 다음 〈표 6〉과 같다.

(0-1) 변수 개수는 (N×T)이며 경과시간은 해당 (0-1) 변수 개수를 갖는 문제들의 평균 경과시간으로 측정하였다.

〈표 6〉에 따르면 최적해의 경과시간이 갖는 변동 폭에 비해 분해해법의 경과시간이 갖는 변동 폭이 보다 적으며 115개 전체 문제에 대한 평균 경과시간도 각각 0.64초와 241초로 측정되어 두 방법간에 현격한 차이를 보이고 있다. 분해해법에 의한 해와 최적해를 도출하는데 소요된 최대 경과시간은 각각 1.86초와 1634초로 나타났다.

〈표 5〉 해 정확도 실험 결과

| 실험 문제수 | 최적해와 동일한 문제수 | 평균 최적해 편차 | 최대 최적해 편차 |
|---|---|---|---|
| 115 문제 | 94 문제 | 0.19% | 3.66% |

(최적해 편차=(분해해법해－최적해)·100%/최적해)

〈표 6〉 해 도출 경과시간의 비교

| (0-1)변수개수 | 문 제 수 | 경 과 시 간 (초) | |
|---|---|---|---|
| | | 분 해 해 법 | 최 적 해 |
| 9-15 | 30 | 0.30 | 25 |
| 16-19 | 25 | 0.49 | 83 |
| 20-23 | 30 | 0.72 | 185 |
| 24-27 | 30 | 1.01 | 644 |
| 평 균 경 과 시 간 | | 0.64 | 241 |

실험 2

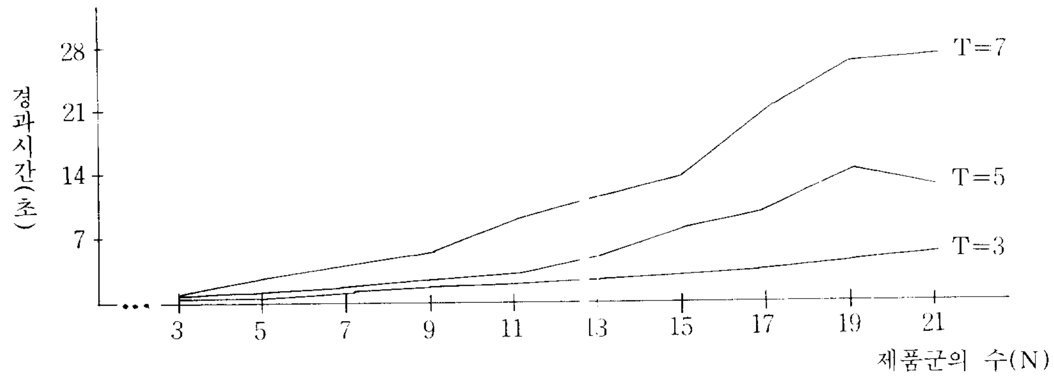
실험 2-1과 실험 2-2를 통하여 측정한 각 실험 case의 해 도출 경과시간의 증가상태를 그림으로 나타내면 각각 [그림 2], [그림 3]과 같다.

[그림 2]에서 볼 때 N의 증가에 따른 해 도출 경과시간의 증가상태는 고정된 T의 규모에 따라 그 변화 정도에 다소의 차이는 있으나 대체적으로 거의 선형에 가까운 상태를 가진다고 볼 수 있다. 또한 [그림 3]의 T의 증가에 따른 해 도출 경과시간의 증가상태도 [그림 2]의 결과와 유사한 결론을 얻을 수 있다. 따라서 제품군과 계획대상기간의 규모가 증가함에 따라 분해해법의 해 도출 경과시간의 증가 상태는 거의 선형에 가깝다고 볼 수 있다.

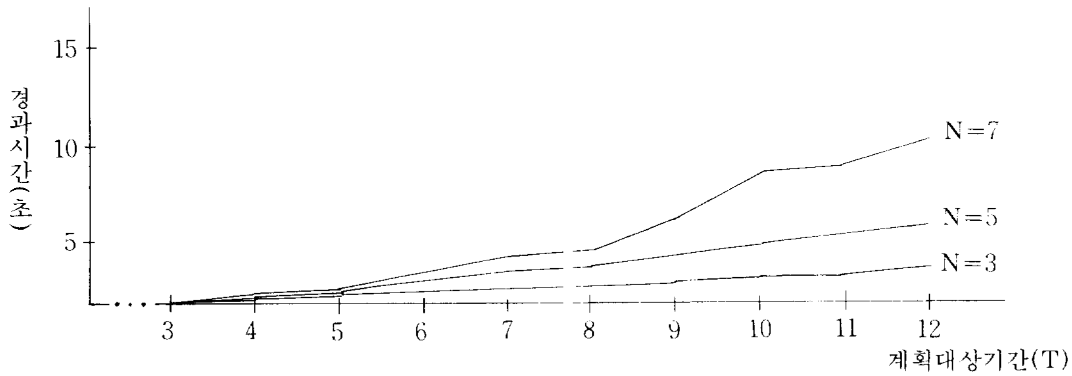
## 5. 결 론

본고는 복잡하고 규모가 큰 생산계획 문제를 보다 쉽게 해결하기 위하여 생산계획 전체문제를 몇 개의 계층별 문제로 분해시켜 각 계층별 문제를 순차적으로 해결해 나가는 계층적 생산계획의 해법 개발에 관한 연구이다.

전체 생산제품을 생산계획과 관련되는 비용




[그림 2] 실험 2-1의 측정 결과




[그림 3] 실험 2-2의 측정 결과

요인을 고려하여 제품류, 제품군, 제품의 세 계층으로 나누어 각 계층에 대응되는 생산계획을 수립할 경우 제품군의 생산계획 문제는 NP-hard가 되어 문제의 규모가 커지면 그 최적해 도출이 사실상 불가능해진다. 따라서 제품류의 생산량을 제품군으로 분해시키는 제품군 생산계획의 수립을 위하여 효율적인 제품군 분해해법의 개발이 요구된다.

본고에서 개발한 제품군 분해해법은 최초해를 구하는 절차와 이를 개선시키는 수정해 탐색절차로 구성되어 있으며 각 절차의 기본적 접근방법은 다음과 같다.

첫째, 최초해 설정절차에서는 각 제품군의 유효수요를 계산하여 이를 각 제품군에 우선 할당한 후 그 나머지 잔여할당량을 각 제품군에 추가 할당한다.

둘째, 수정해 탐색절차에서는 설정된 최초해에 대한 각 제품군의 계획기별간 개선 가능성과 제품군 상호간의 생산량 조정에 따른 생산비용의 절감가능성을 검토한다.

개발된 제품군 분해해법의 효율성을 검증하기 위하여 본고에서 실시한 두가지의 실험 결과는 다음과 같다.

첫째, 분해해법에 의한 해의 정확도와 해 도출 경과시간을 측정한 결과 전체 115개 실험문제 중 94 문제에서 최적해와 동일한 해를 구할 수 있었고 전체 문제의 평균 최적해 편차는 0.19%로 나타났다. 또한 LINDO 프로그램에 의한 최적해 도출 평균 경과시간이 241초인데 반해 분해해법에 의한 해 도출 평균 경과시간은 0.64초로 측정되었다.

둘째, 문제 규모의 증가에 따른 분해해법의 해 도출 경과시간의 증가상태를 검토해 본 결과 거의 선형에 가까운 상태를 유지하면서 증가되고 있음을 알 수 있었다.

# 부 록

## 실험 1의 실험 결과

| 제품군생산계획 문제번호 | 문제규모 (N×T) | 분해해법해 | 최 적 해 | 최적해편차 (%) | 경 과 시 간 (초) | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 분해해법 | 최 적 해 |
| 001 | (2×7) | 18940 | 1894 | 0.00 | 0.27 | 18 |
| 002 | 〃 | 9180 | 918 | 0.00 | 0.32 | 29 |
| 003 | 〃 | 10575 | 1057 | 0.00 | 0.27 | 49 |
| 004 | 〃 | 20270 | 2027 | 0.00 | 0.32 | 44 |
| 005 | 〃 | 24550 | 2455 | 0.00 | 0.27 | 18 |
| 006 | (2×8) | 11270 | 1127 | 0.00 | 0.38 | 85 |
| 007 | 〃 | 28500 | 2850 | 0.00 | 0.32 | 13 |
| 008 | 〃 | 32870 | 3287 | 0.00 | 0.32 | 9 |
| 009 | 〃 | 22555 | 2255 | 0.00 | 0.27 | 120 |
| 010 | 〃 | 19525 | 1952 | 0.00 | 0.38 | 78 |
| 011 | (2×9) | 14610 | 1461 | 0.00 | 0.32 | 54 |
| 012 | 〃 | 13620 | 1362 | 0.00 | 0.54 | 118 |
| 013 | 〃 | 17920 | 1792 | 0.00 | 0.38 | 147 |
| 014 | 〃 | 30005 | 3000 | 0.00 | 0.38 | 55 |
| 015 | 〃 | 15580 | 1558 | 0.00 | 0.54 | 116 |
| 016 | (2×10) | 35430 | 3543 | 0.00 | 0.71 | 50 |
| 017 | 〃 | 22930 | 2293 | 0.00 | 0.71 | 205 |
| 018 | 〃 | 32590 | 3259 | 0.00 | 0.71 | 49 |
| 019 | 〃 | 28920 | 2892 | 0.00 | 0.76 | 208 |
| 020 | 〃 | 23230 | 2317 | 0.26 | 0.54 | 54 |
| 021 | (2×11) | 61110 | 6111 | 0.00 | 0.87 | 59 |
| 022 | 〃 | 39750 | 3975 | 0.00 | 0.82 | 121 |
| 023 | 〃 | 41800 | 4180 | 0.00 | 0.32 | 57 |
| 024 | 〃 | 15965 | 1596 | 0.00 | 0.71 | 88 |
| 025 | 〃 | 16660 | 1666 | 0.00 | 0.54 | 450 |
| 026 | (3×3) | 5830 | 583 | 0.00 | 0.16 | 5 |
| 027 | 〃 | 7000 | 700 | 0.00 | 0.27 | 12 |
| 028 | 〃 | 8190 | 819 | 0.00 | 0.10 | 9 |
| 029 | 〃 | 2855 | 283 | 0.88 | 0.16 | 11 |
| 030 | 〃 | 4110 | 411 | 0.00 | 0.16 | 8 |

실험 1의 실험 결과

| 제품군생산계획 문제번호 | 문제규모 (N×T) | 분해해법해 | 최적해 | 최적해편차 (%) | 경과시간 (초) | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 분해해법 | 최적해 |
| 031 | (3×4) | 9605 | 9605 | 0.00 | 0.27 | 14 |
| 032 | 〃 | 14240 | 14240 | 0.00 | 0.21 | 16 |
| 033 | 〃 | 7080 | 7080 | 0.00 | 0.38 | 29 |
| 034 | 〃 | 11720 | 11720 | 0.00 | 0.38 | 15 |
| 035 | 〃 | 6205 | 6205 | 0.00 | 0.27 | 15 |
| 036 | (3×5) | 26480 | 26190 | 1.11 | 0.49 | 12 |
| 037 | 〃 | 42940 | 42940 | 0.00 | 0.49 | 21 |
| 038 | 〃 | 20770 | 20770 | 0.00 | 0.60 | 111 |
| 039 | 〃 | 18765 | 18765 | 0.00 | 0.43 | 29 |
| 040 | 〃 | 17800 | 17800 | 0.00 | 0.32 | 31 |
| 041 | (3×6) | 25150 | 25150 | 0.00 | 1.04 | 128 |
| 042 | 〃 | 22860 | 22770 | 0.40 | 0.65 | 202 |
| 043 | 〃 | 27590 | 27590 | 0.00 | 0.38 | 211 |
| 044 | 〃 | 27130 | 26640 | 1.84 | 0.54 | 62 |
| 045 | 〃 | 15650 | 15650 | 0.00 | 0.60 | 54 |
| 046 | (3×7) | 23205 | 23205 | 0.00 | 0.98 | 214 |
| 047 | 〃 | 46970 | 46540 | 0.92 | 0.54 | 114 |
| 048 | 〃 | 16460 | 16460 | 0.00 | 0.76 | 244 |
| 049 | 〃 | 20705 | 20705 | 0.00 | 0.71 | 146 |
| 050 | 〃 | 42560 | 42560 | 0.00 | 0.82 | 389 |
| 051 | (3×8) | 18590 | 18330 | 1.42 | 1.86 | 435 |
| 052 | 〃 | 20150 | 20150 | 0.00 | 1.15 | 592 |
| 053 | 〃 | 22790 | 22790 | 0.00 | 1.15 | 472 |
| 054 | 〃 | 18165 | 18165 | 0.00 | 0.98 | 335 |
| 055 | 〃 | 31360 | 31360 | 0.00 | 0.93 | 238 |
| 056 | (4×3) | 3970 | 3970 | 0.00 | 0.27 | 12 |
| 057 | 〃 | 5700 | 5700 | 0.00 | 0.21 | 11 |
| 058 | 〃 | 3720 | 3720 | 0.00 | 0.27 | 12 |
| 059 | 〃 | 7585 | 7585 | 0.00 | 0.16 | 9 |
| 060 | 〃 | 5150 | 5150 | 0.00 | 0.27 | 9 |
| 061 | (4×4) | 12890 | 12890 | 0.00 | 0.54 | 65 |
| 062 | 〃 | 12845 | 12790 | 0.43 | 0.49 | 33 |
| 063 | 〃 | 16720 | 16720 | 0.00 | 0.76 | 59 |

## 실험 1의 실험 결과

| 제품군생산계획 문제번호 | 문제규모 (N×T) | 분해해법해 | 최적해 | 최적해편차 (%) | 경과시간 (초) | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 분해해법 | 최적해 |
| 064 | (4×4) | 13985 | 13985 | 0.00 | 0.54 | 40 |
| 065 | 〃 | 12315 | 12315 | 0.00 | 0.38 | 47 |
| 066 | (4×5) | 13175 | 13165 | 0.08 | 0.93 | 201 |
| 067 | 〃 | 20935 | 20935 | 0.00 | 0.76 | 174 |
| 068 | 〃 | 17540 | 16920 | 3.66 | 0.43 | 154 |
| 069 | 〃 | 20260 | 20260 | 0.00 | 0.65 | 98 |
| 070 | 〃 | 20890 | 20890 | 0.00 | 0.76 | 192 |
| 071 | (4×6) | 14580 | 14580 | 0.00 | 0.76 | 121 |
| 072 | 〃 | 13710 | 13710 | 0.00 | 0.87 | 277 |
| 073 | 〃 | 11520 | 11320 | 1.77 | 0.38 | 424 |
| 074 | 〃 | 15760 | 15210 | 3.62 | 0.82 | 528 |
| 075 | 〃 | 20435 | 20435 | 0.00 | 1.37 | 430 |
| 076 | (5×3) | 6015 | 6015 | 0.00 | 0.21 | 49 |
| 077 | 〃 | 10620 | 10620 | 0.00 | 0.38 | 46 |
| 078 | 〃 | 7345 | 7325 | 0.27 | 0.21 | 26 |
| 079 | 〃 | 10995 | 10985 | 0.09 | 0.43 | 31 |
| 080 | 〃 | 9925 | 9685 | 2.48 | 0.32 | 59 |
| 081 | (5×4) | 27775 | 27615 | 0.58 | 0.60 | 67 |
| 082 | 〃 | 22300 | 22300 | 0.00 | 0.54 | 62 |
| 083 | 〃 | 15360 | 15285 | 0.49 | 0.60 | 123 |
| 084 | 〃 | 23840 | 23840 | 0.00 | 0.49 | 56 |
| 085 | 〃 | 18135 | 18135 | 0.00 | 0.82 | 101 |
| 086 | (5×5) | 15260 | 15260 | 0.00 | 1.70 | 1634 |
| 087 | 〃 | 14605 | 14605 | 0.00 | 0.87 | 318 |
| 088 | 〃 | 21455 | 21335 | 0.56 | 1.04 | 1518 |
| 089 | 〃 | 26260 | 26260 | 0.00 | 1.59 | 1201 |
| 090 | 〃 | 13780 | 13780 | 0.00 | 1.09 | 815 |
| 091 | (6×3) | 9045 | 9045 | 0.00 | 0.93 | 116 |
| 092 | 〃 | 6530 | 6530 | 0.00 | 0.43 | 53 |
| 093 | 〃 | 7250 | 7235 | 0.21 | 0.27 | 59 |
| 094 | 〃 | 8185 | 8185 | 0.00 | 0.43 | 88 |
| 095 | 〃 | 6320 | 6320 | 0.00 | 0.49 | 69 |
| 096 | (6×4) | 31875 | 31875 | 0.00 | 1.20 | 641 |

실험 1의 실험 결과

| 제품군생산계획 문제번호 | 문제규모 (N×T) | 분해해법해 | 최적해 | 최적해편차 (%) | 경과시간 (초) | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 분해해법 | 최적해 |
| 097 | (6×4) | 37780 | 37525 | 0.68 | 0.49 | 431 |
| 098 | 〃 | 17905 | 17905 | 0.00 | 0.82 | 968 |
| 099 | 〃 | 24315 | 24315 | 0.00 | 0.93 | 310 |
| 100 | 〃 | 32310 | 32310 | 0.00 | 0.60 | 434 |
| 101 | (7×3) | 10995 | 10980 | 0.14 | 0.54 | 405 |
| 102 | 〃 | 8855 | 8855 | 0.00 | 0.98 | 353 |
| 103 | 〃 | 11250 | 11250 | 0.00 | 1.26 | 457 |
| 104 | 〃 | 12700 | 12700 | 0.00 | 0.82 | 409 |
| 105 | 〃 | 18100 | 18100 | 0.00 | 0.93 | 264 |
| 106 | (8×3) | 18210 | 18210 | 0.00 | 0.93 | 557 |
| 107 | 〃 | 21045 | 21045 | 0.00 | 0.93 | 406 |
| 108 | 〃 | 23145 | 23145 | 0.00 | 0.98 | 368 |
| 109 | 〃 | 11610 | 11610 | 0.00 | 1.26 | 626 |
| 110 | 〃 | 18365 | 18365 | 0.00 | 0.87 | 578 |
| 111 | (9×3) | 16185 | 16185 | 0.00 | 1.20 | 1221 |
| 112 | 〃 | 20140 | 20140 | 0.00 | 0.76 | 663 |
| 113 | 〃 | 27525 | 27525 | 0.00 | 1.20 | 653 |
| 114 | 〃 | 21510 | 21510 | 0.00 | 0.87 | 941 |
| 115 | 〃 | 20265 | 20265 | 0.00 | 0.93 | 1189 |

# 참 고 문 헌


[1] 김창대, "계층적 생산계획모델의 확장:M.I.T.의 모델을 중심으로," 「경영학 연구」, 한국경영학회, 제22권, 제1호, 1992, pp. 297-337.

[2] 임석현, 「생산·운영관리」, 삼영사, 1991, pp.469-471.

[3] Bitran, G. R., E. A. Haas and A. C. Hax, "Hierarchical Production Planning:A Single Stage System," *Operations Research*, Vol.29, No.4(1981), pp.717-743.

[4] Bitran, G. R., E. A. Haas and A. C. Hax, "Hierarchical Production Planning:A Two Stage System," *Operations Research*, Vol.30, No.2(1982), pp. 231-251.

[5] Bitran, G. R. and A. C. Hax, "On the Design of Hierarchical Production Planning Systems," *Decision Sciences*, Vol.8(1977), pp.28-55.

[6] Bitran, G. R. and A. C. Hax, "Disaggregation and Resource Allocation Using Convex Knapsack Problems with Bounded Variables," *Management Science*, Vol.27, No.4(1981), pp.431-441.

[7] Erschler, J., G. Fontan and C. Merce, "Consistency of the Disaggregation Process in Hierarchical Planning," *Operations Research*, Vol.34, No.3 (1986), pp.464-469.

[8] Florian, M., J. K. Lenstra and A. H. G. Rinnooy Kan, "Deterministic Production Planning:Algorithms and Complexity," *Management Science*, Vol.26, No.7(1980), pp.669-679.

[9] Graves, S. C., "Using Lagrangean Techniques to Solve Hierarchical Production Planning Problems," *Management Science*, Vol.28, No.3(1982), pp. 260-275.

[10] Holstein, W. K., "Production Planning and Control Integrated," *Harvard Business Review*, Vol.46, No.3(1968), pp.121-140.

[11] Leong, G. K., M. D. Oliff and R. E. Markland, "Improved Hierarchical Production Planning," *Journal of Operations Management*, Vol.8, No.2 (1989), pp.90-114.

[12] Silver, E. A. and R. Peterson, *Decision Systems for Inventory Management and Production Planning*, John Wiley and Sons Inc., 1985.

[13] Wagner, H. M. and T. M. Whitin, "A Dynamic Version of the Economic Lot Size Model," *Management Science*, Vol.5, No.1(1958), pp.89-96.