

Aplanat조건과 Achromat조건에 Gauss괄호 표현과 Telephoto형 망원경 대물렌즈의 설계

임천석 · 조영민 · 김종태 · 이상수

한국과학기술원 물리학과

(1993년 7월 15일 받음)

두개의 모듈(module)로서 이루어진 telephoto형 망원경 대물렌즈의 각각의 모듈에 대해 Seidel 1차 수차중 구면수차계수와 코마계수를 영으로 하고, 또 종색수차계수를 영으로 하는 조건을 Gauss괄호를 써서 표현하고, 이어서 이들 연립방정식의 해를 구함으로서 눈으로 직접 관찰하는데 쓰이는 조준용광학계의 최초설계가 유도되었다. 이어서 눈의 분해능에 걸맞게 최적화 수치계산을 수행하여서 최종설계를 얻었다. Aplanat조건을 만족하고 색수차가 제거된 telephoto형 망원경 대물렌즈의 $f/\#$ 와 half field angle은 각각 8.5, 0.3° 이고 초점거리와 telephoto ratio는 각각 30 cm, 0.839이었다.

I. 서 론

먼곳에 있는 물체를 확대해서 사진을 찍고자 하면 초점거리가 긴 사진렌즈를 써야 한다. 그러나 초점거리가 길어지면 경통길이가 길어지므로 제한된 경통길이일 가지는 광학계에서 문제가 발생한다. 이와 같이 제한된 길이를 가지는 광학계에서 초점거리가 길어야 하는 필요성에 의해 telephoto lens가 개발되었다.^[1,2,3,4,5] 본 연구의 목표는 망원경 광학계를 구성할 때 맨 앞부분을 차지하는 대물렌즈의 설계이다. 이때 망원경 광학계의 전체길이를 작게 할 목적으로 telephoto형 대물렌즈를 채택했다. 두개의 module로 이루어 지는 telephoto-lens에서 제 2 주요점(2nd principal point)이 흔히 렌즈의 첫면 앞으로 나와 있기 때문에 초점거리가 경통길이 보다 길다는 특징을 지니고 있다. 그러므로 telephoto형 망원경 대물렌즈는 통상의 망원경 렌즈보다 경통길이가 짧다.^[6,7,8] 본 논문에서 설계한 telephoto형 망원경 대물렌즈는, module 1이 양의 이중 렌즈이고 module 2가 음의이중 렌즈로 구성된 telephoto-lens이다. 반사광학계의 설계에 있어서 Gauss괄호를 사용하여 광수차를 표현하고, 또 이들 수차계수가 영이되는 수치해를 구하고 이어서 vignetting등 광학계의 물리적인 특성들을 고려하여 최적화를 하는 방법이 보고된 바 있다.^[9,10,11] 그러나 굴절광학계에 대해서는 위의 방법으로 설계된 것이 아직 보고된 바 없다.

본 논문에서는 telephoto형 망원경 대물렌즈를 Gauss괄호를 사용하여 Seidel 1차수차 중 구면수차계수와 coma계수, 그리고 종색수차계수를 해석적으로 표현하고 각 수차계수를 영으로 하는 해영역(solution domain)을 module별로 구했다. 렌즈 설계의 안정성을 위해 해영역 중 중심 근방에서 초기해를 선택하였고, 또 눈의 분해능을 고려하여 최적화를 하였다. 최종 설계된 telephoto형 망원경 대물렌즈의 $f/\#$ 와 반시계각은 각각 8.5, 0.3° (10^3 m의 물체거리에서 길이 10 m 물체에 대응)이고 초점거리와 telephoto ratio는 각각 30 cm, 0.839이었다.

II. Telephoto형 망원경 대물렌즈에 대한 achromatism과 aplanat 조건의 Gaussian bracket

그림 1의 module 1에서 설계 변수로는 각 면의 곡률 c_1, c_2, c_3 와 각면 사이의 거리 d_1, d_2 로서 표현된다. (이때 각 면 사이의 굴절매질은 SCHOTT사의 SK-11와 SF-19로 미리 정했다.) 그러면 module 1의 경우 총 설계 변수는 5개가 된다. Module 2의 경우 설계변수는 각면의 곡률 c_4, c_5, c_6 와 module 1과 module 2 사이의 거리 d_3 , 각 면 사이의 거리 d_4, d_5 로서 표현된다.(이때 각 면 사이의 굴절매질은 SCHOTT사의 SK-11와 SF-19로 미리 정했다.) 그러면 module 2의 경우 총 설계 변수는 6개가 된다. 광학계의 Seidel 1차 수차 계수는 광축상의 물점을 출발하여 광학계의 조리개(stop)의 가장자리 끝을 스치는

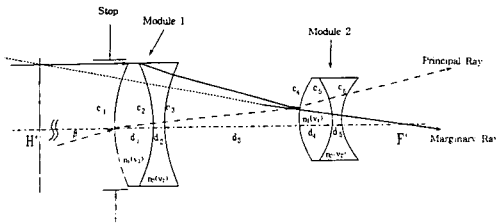


그림 1. Typical configuration of the telephoto type telescope objective.

주변광선(marginal ray)과 비축상의 물점을 출발하여 조리개의 중심을 지나는 주광선(principal ray)의 광선 추적치들로부터 구할 수 있다. 다시 말해서 구면 광학계의 Seidel 제 1 차 수차인 구면수차계수와 coma수차계수, 종색수차계수는 입사면에서 주변광선에 대한 근축 입사고 h , 근축각 u , 굴절률변량 A , 그리고 주광선에 대한 굴절률변량 B 들로부터 다음과 같이 근사적으로 표현된다.^[12]

$$\text{구면수차} \quad S_I = \sum_j A_j^2 h_j \Delta \left(\frac{u}{n} \right)_j,$$

$$\text{단, } \Delta \left(\frac{u}{n} \right)_j = \left(\frac{u}{n} \right)_j - \left(\frac{u}{n} \right)_{j-1},$$

$$\text{Coma} \quad S_{II} = \sum_j A_j B_j h_j \Delta \left(\frac{u}{n} \right)_j,$$

$$\text{종색수차계수} \quad C_L = \sum_j A_j h_j \Delta \left(\frac{\delta n}{n} \right)_j,$$

$$\text{단, } \Delta \left(\frac{\delta n}{n} \right)_j = \frac{\delta n_j}{n_j} - \frac{\delta n_{j-1}}{n_{j-1}}$$

렌즈 계에서는 파장에 따라 굴절능, $K = n'/f'$,이 변하므로 색수차가 발생하게 된다. 망원경과 같은 관측용 기기에 대해서는 Fraunhofer F-line($\lambda = 4,861 \text{ \AA}$, H) 과 C-line($\lambda = 6,563 \text{ \AA}$, H)에 대해 색수차를 보정해 주어야 한다.^[6] 이때 Fraunhofer D-line($\lambda = 5,893 \text{ \AA}$, Na)을 기준으로 단색광에 관한 수차들을 표현한다. 조리개의 위치는 제 1 면에 두고 수차계수를 Gauss괄호^[13]를 사용하여 표현하면 다음 식과 같이 표현된다(그림 1). 수차계수를 각 모듈에 대해서 표현했고, 먼저 module 1에 대해 구면수차계수(S'_I , f 는 front module), coma계수(S'_{II}), 종색수차계수(C'_L) 및 module 1의 굴절능(K')을 표현하면 다음과 같다.

$$S'_I = h_1^4 \{ N_1 g_1^3 + (N_2 g_3 - N_3 g_1)^2 (N_5 g_3 - N_4 g_1) g_2 + (N_6 g_5 - N_7 g_3)^2 g_4 (g_5 - N_5 g_3) \}. \quad (1)$$

$$S'_{II} = \beta h_1^3 \{ -N_8 g_1^2 + (N_2 g_3 - N_3 g_1)(N_2 j_2 - N_3) g_2 (N_5 g_3 - N_4 g_1) + (N_6 g_5 - N_7 g_3)(N_6 j_4 - N_7 j_2) g_4 (g_5 - N_5 g_3) \}. \quad (2)$$

$$C'_L = h_1^2 \left\{ N_{10} g_1 + (N_2 g_3 - N_3 g_1) g_2 N_9 + \frac{1}{u_2} \left(g_5 - \frac{g_3}{n_2} \right) g_4 \right\} \quad (3)$$

$$K' = \left[k_1, -\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3 \right] \quad (4)$$

여기서

β : 반시계각(half field angle)

$$N_1 = \frac{1}{(n_1 - 1)^2 n_1^2}, \quad N_2 = \frac{n_1}{n_2 - n_1}, \quad N_3 = \frac{n_2}{n_2 - n_1},$$

$$N_4 = \frac{1}{n_1^2}, \quad N_5 = \frac{1}{n_2^2}, \quad N_6 = \frac{n_2}{1 - n_2}, \quad N_7 = \frac{1}{1 - n_2},$$

$$N_8 = \frac{1}{(n_1 - 1)n_1^2}, \quad N_9 = \frac{n_2 - 1}{n_2 u_2} - \frac{n_1 - 1}{n_1 u_1},$$

$$N_{10} = \frac{n_2 - 1}{n_1 u_1}, \quad N_{11} = \frac{n_1 - 1}{n_2 u_2}$$

이고,

$$g_1 = [k_1], \quad g_2 = \left[k_1, -\frac{d_1}{n_1} \right], \quad g_3 = \left[k_1, -\frac{d_1}{n_1}, k_2 \right],$$

$$g_4 = \left[k_1, -\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right], \quad g_5 = \left[k_1, -\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3 \right],$$

$$j_1 = \left[\frac{d_1}{n_1} \right], \quad j_2 = \left[-\frac{d_1}{n_1}, k_2 \right],$$

$$j_3 = \left[\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right], \quad j_4 = \left[-\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3 \right],$$

$$\text{단, } k_j = c_j (n_{j+1} - n_j)$$

이다.

식 (4)를 k_3 에 대하여 풀면 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$k_3 = \frac{(K' - k_2) - j_2 k_1}{j_3 k_1 + \left[k_2 - \frac{d_2}{n_2} \right]}. \quad (5)$$

윗식 (5)를 식 (3)에 대입하여 정리하면 다음식을 얻는다.

$$q_1 k_1^2 + q_2 k_1 + q_3 = 0. \quad (6)$$

같은 방법으로 식 (5)를 식 (2)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$s_1 k_1^5 + s_2 k_1^4 + s_3 k_1^3 + s_4 k_1^2 + s_5 k_1 + s_6 = 0 \quad (7)$$

그리고 식 (6)과 식 (7)로 주어지는 연립 방정식을 k_1 에 대하여 풀면 다음과 같다.

$$\text{즉, } k_1 = \frac{p_{20} + p_{21}}{p_{17} + p_{18} + p_{19}} \quad (8)$$

식(6), (7), (8)에서 계수 q_i , s_i , p_i 는 설계변수 d_1 , k_2 , d_2 의 함수이다(Appendix 참조). Module 1이 색수차가 보정되고 aplanat조건을 만족하기 위해서는 식 (1), (5), (6), (7)이 동시에 만족되어야 한다. 실제로 module 1에 대해서 4개의 연립 방정식의 해를 구하는 과정에서 식 (6)과 식 (7)대신 식 (6)과 (8) 또는 식 (7)과 식 (8)을 풀어도 되는데, 식 (7)이 식 (6)보다 고차 방정식이므로 식 (6)과 식 (8)을 선택하는 것이 유리하다.

Module 2에 대해 구면수차계수(S_I'), coma계수(S_{II}'), 종색수차계수(C_L') 및 module 2의 굴절능(K')을 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_I' &= h_1^4 \{ (M_1 G_7 - M_2 G_5)^2 G_6 (M_3 G_7 - G_5) \\ &\quad + (M_5 G_9 - M_6 G_7)^2 G_8 (M_4 G_9 - M_3 G_7) \\ &\quad + (M_7 G_{11} - M_8 G_9) G_{10} (G_{11} - M_4 G_9) \} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} S_{II}' &= \beta h_1^3 \{ (M_1 G_7 - M_2 G_5) (M_1 J_6 - M_2 J_4) G_6 (M_3 G_7 - G_5) \\ &\quad + (M_5 G_9 - M_6 G_7) (M_5 J_8 - M_6 J_6) G_8 (M_4 G_9 - M_3 G_7) \\ &\quad + (M_7 G_{11} - M_8 G_9) (M_7 J_{10} - M_8 J_8) G_{10} (G_{11} - M_4 G_9) \} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} C_L' &= h_1^2 \{ (M_1 G_7 - M_2 G_5) G_6 N_9 + (M_5 G_9 - M_6 G_7) G_8 M_{10} \\ &\quad - (M_7 G_{11} - M_8 G_9) G_{10} M_{11} \} \end{aligned} \quad (11)$$

$$K' = \left[k_4, -\frac{d_4}{n_1}, k_5, -\frac{d_5}{n_2}, k_6 \right] \quad (12)$$

여기서

$$M_1 = \frac{1}{n_1 - 1}, \quad M_2 = \frac{n_1}{n_1 - 1}, \quad M_3 = \frac{1}{n_1^2}, \quad M_4 = \frac{1}{n_2^2},$$

$$M_5 = \frac{n_1}{n_1 - n_1}, \quad M_6 = \frac{n_2}{n_1 - n_1}, \quad M_7 = \frac{n_2}{1 - n_2}, \quad M_8 = \frac{1}{1 - n_2},$$

$$M_9 = \frac{n_1 - 1}{n_1 u_1}, \quad M_{10} = \frac{n_2 - 1}{n_2 u_2} - \frac{n_1 - 1}{n_1 u_1}, \quad M_{11} = \frac{n_2 - 1}{n_2 u_2} \quad \text{이고,}$$

$$G_1 = [k_4], \quad G_2 = \left[k_4, -\frac{d_4}{n_1} \right], \quad G_3 = \left[k_4, -\frac{d_4}{n_1}, k_5 \right],$$

$$G_4 = \left[k_4, -\frac{d_4}{n_1}, k_5, -\frac{d_5}{n_2} \right], \quad G_5 = \left[k_1, -\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3 \right],$$

$$G_6 = \left[k_1, -\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3, -d_3 \right],$$

$$G_7 = \left[k_1, -\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3, -d_3, k_4 \right],$$

$$G_8 = \left[k_1, -\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3, -d_3, k_4, -\frac{d_4}{n_1} \right],$$

$$G_9 = \left[k_1, -\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3, -d_3, k_4, -\frac{d_4}{n_1}, k_5 \right],$$

$$G_{10} = \left[k_1, -\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3, -d_3, k_4, -\frac{d_4}{n_1}, k_5, \frac{d_5}{n_2} \right],$$

$$G_{11} = \left[k_1, -\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3, -d_3, k_4, -\frac{d_4}{n_1}, k_5, \frac{d_5}{n_2}, k_6 \right],$$

이고,

$$J_1 = \left[-\frac{d_1}{n_1} \right], \quad J_2 = \left[-\frac{d_1}{n_1}, k_2 \right], \quad J_3 = \left[-\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right],$$

$$J_4 = \left[-\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3 \right], \quad J_5 = \left[-\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3, -d_3 \right],$$

$$J_6 = \left[-\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3, -d_3, k_4 \right],$$

$$J_7 = \left[-\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3, -d_3, k_4, -\frac{d_4}{n_1} \right],$$

$$J_8 = \left[k_1, -\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3, -d_3, k_4, -\frac{d_4}{n_1}, k_5 \right],$$

$$J_9 = \left[-\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3, -d_3, k_4, -\frac{d_4}{n_1}, k_5, -\frac{d_5}{n_2} \right],$$

$$J_{10} = \left[k_1, -\frac{d_1}{n_1}, k_2, -\frac{d_2}{n_2}, k_3, -d_3, k_4, -\frac{d_4}{n_1}, k_5, -\frac{d_5}{n_2}, k_6 \right],$$

이다.

식 (12)를 k_6 에 대하여 풀면 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$k_6 = \frac{K' - G_3}{-\left(\frac{G_3}{n_2}\right)d_5 + G_2} \quad (13)$$

윗 식 (13)을 식 (11)에 대입하여 정리하면

$$Q_1 d_5^2 - Q_2 d_5 + Q_3 = 0. \quad (14)$$

같은 방법으로 식 (13)을 식 (10)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$J_1 d_5^4 - J_2 d_5^3 + J_3 d_5^2 - J_4 d_5 + J_5 = 0 \quad (15)$$

그리고 식 (14)와 식 (15)로 주어지는 연립 방정식을 d_5 에 대하여 풀면 다음과 같다.

$$d_5 = -\frac{P_3 P_2 + P_5}{P_3 P_1 + P_4}. \quad (16)$$

식 (14), (15), (16)에서 계수 Q_i, J_i, P_i 는 설계변수 d_3, k_4, d_4, k_5 의 함수이다(Appendix 참조). 따라서 telephoto형 망원경 대물렌즈의 module 2가 색수차가 보정되고 aplanat 조건을 만족하기 위해서는 식 (9), (13), (14), (16)을 만족한다.

일반적으로 고차 연립 방정식의 해를 구하는 데에는 optimization 기법이 적절하므로^[10] 본 연구에서는 식 (1), 식 (6) 또는 식 (9), 식 (14)로 주어지는 연립 방정식의 수치해를 optimization 기법으로 computer를 이용하여 구하였다.

III. Optimization 기법에 의한 해의 유도

본 논문에서 해석적인 해를 구하는데 사용한 최적화 기법은 multiplicative damped least square method^[14]이다. Module 1에 대해서 해석적인 해를 구하는 과정은 먼저 설계변수 d_1 을 자유롭게 정해주며, 임의의 초기치 k_2, d_2 에 대해 식 (8)로부터 k_1 을 구하고, 식 (1)과 식 (6)으로 merit function을 정의하고 merit function을 최소화(merit function < 10⁻¹³)하는 k_2, d_2 를 iteration을 통해 결정한다. 그러면 식 (5)에 의해서 k_3 가 결정된다. Module 2에 대해서도 위와 같은 과정을 거쳐 자유설계변수 d_3 와 d_4 에 대해 나머지 설계변수 k_4, k_5, d_5, k_6 가 결정된다. Module 1의 5개의 설계변수 중 임의의 값 d_1 에 대해 식 (1), (5), (6), (8)을 만족하도록 k_1, k_2, d_2, k_3 를 결정하면 module 1은 색수차가 보정되고 aplanat 조건을 만족한다. 색수차가 보정되고 aplanat 조건을 만족하는 module 1을 다룰 때 물리적으로 타당한 범위안에서 조사하여야 한다.

Telephoto형 망원경 대물렌즈의 전체 굴절능을 $K=1/30$, BFL=15 cm, 그리고 telephoto ratio=0.8로 두고 module 1과 module 2의 굴절능을 Gauss광학으로 구했다. 이때 $K'=0.055555$ 이고 $K'=-0.044444$ 이다. Module 1의 굴절능(K')을 0.1로 scaling하면 module 2의 굴절능(K')은 -0.08이 된다. 그리고 d_1 은 $0 < d_1 \leq 1.5$ cm 사이에서 0.01 cm 간격으로 해를 조사하였다. 그 결과 색수차가 보정되고 aplanat 조건을 만족하는 module 1의 해가 존재하는 d_1 의 범위는 $0.67 \text{ cm} \leq d_1 \leq 1.13 \text{ cm}$ 이고 그림 2의 (a)에 나타내었다.

마찬가지로 module 2의 설계변수 중 임의의 d_3, d_4 에 대해 식 (9), (13), (14), (16)을 만족하도록 k_4, k_5, d, k_6 을 결정하면 module 2는 색수차가 보정되고 aplanat 조건을 만족한다. 본 연구에서는 module 1의 해영역중 d_1 이 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1 cm에 대해 색수차가 보정되고 aplanat 조건을 만족하는 module 2의 해가 존재하는 범위를 다음과 같이 조사하였다.

(1) Gauss광학을 이용하여 module 2의 굴절능(K')은 -0.08이다.

(2) Module 2의 굴절능이 -0.08인 광학계를 얻기 위하여, module 1과 module 2 사이의 거리 d_3 는 $0 < d_3 \leq 15$ cm 사이에서 0.1 간격으로 해를 조사하였다.

(3) 제 4 면과 제 5 면 사이의 거리 d_4 는 $0 < d_4 \leq 1.5$ cm 사이에서 0.01 간격으로 해를 조사하였다.

이러한 과정을 통해 얻어진 설계 변수에 대한 값은 수학적 해에 불과하므로 다음의 추가적인 조건을 만족하는 해만 취하였다.

- $d_5 > 0$,
- BFL > 0,
- $0.75 \leq \text{telephoto ratio} \leq 0.85$,
- $d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 < 30 \text{ cm}$.

d_1 의 값이 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1 cm에 대해서 색수차가 보정되고 aplanat 조건을 만족하는 module 2의 해가 존재하는 범위를 그림 2의 (b), (c), (d)에 나타내었다. d_1 의 값이 0.7, 0.8, 0.9 cm에 대해서만 위의 조건 a)에서 d)가 만족하는 module 2의 해가 존재하였다. Seidel 1차 수차 내에서 구면 수차와 coma가 잘 보정된 수치 해를 구한후 최적화를 할때, 렌즈 설계의 안정성(stability) 위하여 해영역중 중심 근방에 있는 해를 선택하는 것이 유리하다. 표 1에 최적화의 초기설계자료(해 영역중 중심 근방)가 제시되어 있고, 그림 3에 해영역중 중심 근방이 표시되어 있다.

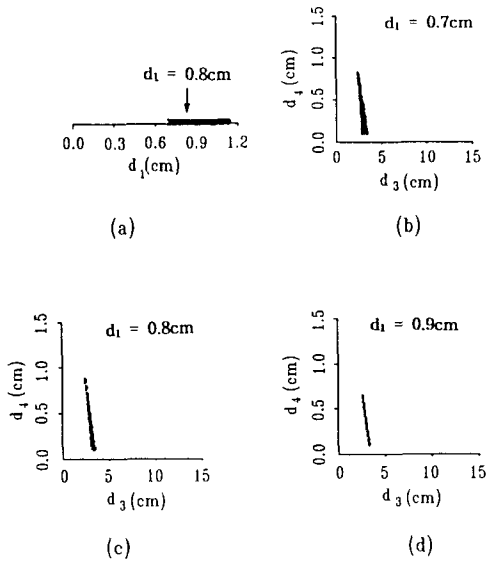


그림 2. Analyses of the aplanatic and achromatic telephoto type telescope objective. (a) Region where the useful front systems exist. (b) Region where the useful rear systems exist for $d_1=0.7$ cm. (c) Region where the useful rear systems exist for $d_1=0.8$ cm. (d) Region where the useful rear systems exist for $d_1=0.9$ cm.

표 1. Initial design data of the aplanatic and achromatic telephoto type telescope objective before optimization.

Curvature (1/cm)	Thickness (cm)	Material
	0.000000	entrance pupil
0.159476	0.800000	SK-11
-0.245103	0.206472	SF-19
-0.054154	2.800000	air
0.142233	0.400000	SK-11
0.361679	0.738621	SF-19
0.317910	9.062120	air

ELF=16.528 cm

Telephoto ratio=0.848

IV. 눈의 분해능을 기준으로 하는 광학계 설계의 최적화.

Seidel 1차 수차 이론에 의해 구한 초기 설계 자료가 지니고 있는 잔류수차(residual aberration)는 damped

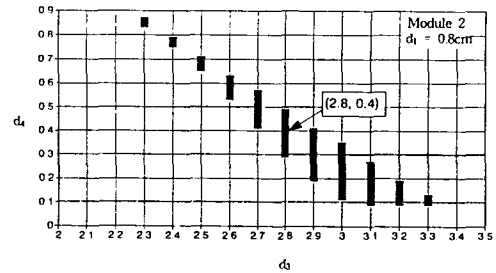


그림 3. Region of the aplanatic and achromatic telephoto type telescope objective for $d_1=0.8$ cm.. The arrow indicates about center of solution.

표 2. Final design data of the aplanatic and achromatic telephoto type telescope objective.

Curvature (1/cm)	Thickness (cm)	Diameter (cm)	Material
	0.000000	3.54	entrance pupil
0.097107	1.456508	3.54	SK-11
-0.109168	0.375910	3.54	SF-19
-0.011564	5.097780	3.54	air
0.125364	0.728254	2.44	SK-11
0.222999	1.344760	2.44	SF-19
0.223420	16.184493	2.44	air

least square method에 의한 최적화 과정을 통하여 최대한 제거하여 광학계의 성능을 향상시킨다. 이 과정을 마친 뒤, 색수차가 보정되고 aplanat 조건을 만족하는 telephoto형 망원경 대물렌즈에 대한 최종 설계를 표 2에 제시했다. 표 2에 주어진 광학계의 제원은 초점거리가 30 cm, $f/\#$ 가 8.5, telephoto ratio가 0.839이다. 최종 설계된 telephoto형 망원경 대물렌즈와 유한 광선 수차 특성이 그림 4와 그림 5에 제시되어 있다. Telephoto형 망원경 대물렌즈의 구면수차와 OSC의 크기를 최적화 하기 전후를 비교해 보면 최적화한 후 $f/8.5$ 에서 구면수차와 OSC는 각각 약 29분의 1, 14분의 1로 감소했다. 그리고 최적화 하기 전후의 색수차의 크기를 비교해보면 최적화한 후 $f/8.5$ 에서 색수차의 크기는 약 25분의 1로 감소했다. 최종 설계의 평가로서 유한광선 수차 분석 이외에도 spot diagram analysis를 실시하였다. 상면의 미소 이동에 따르는 spot diagram이 변하는 양상은 그림 5에 나타나 있으며, 그림에 나타난 동그라미($R=0.01$ mm)는 망원경 대물렌즈에 의해 결상되는 상을 10배 확대해서 볼 경우의 Fraunhofer D 선($\lambda=5,893 \text{ \AA}$, Na)에

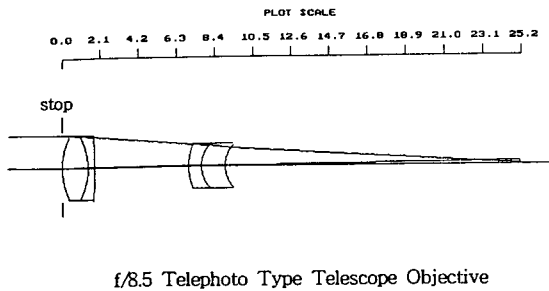


그림 4. Configuration of the aplanatic and achromatic telephoto type telescope objective. The stop of the system lies at the first surface.

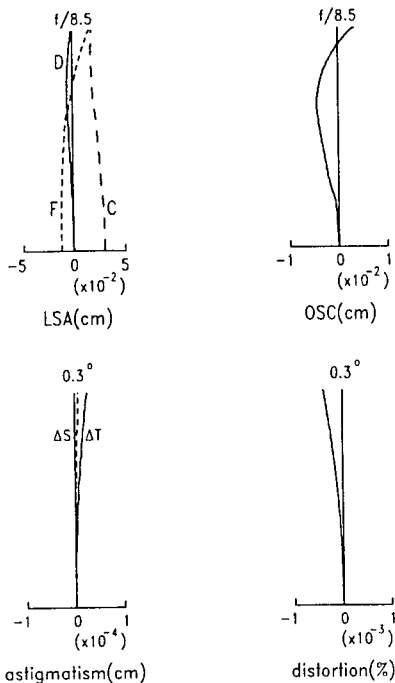


그림 5. Finite ray aberrations of the final system. (LSA: longitudinal spherical aberration, OSC: offence against sine condition.).

대한 눈의 분해능이다.^[15] (눈의 분해능의 한계는 명시 거리(25 cm)에서 0.1 mm이고, eyepiece의 배율은 $25/f_e' = 25/2.5 = 10$ 을 전제한다.) 유한광선수차와 spot diagram을 비교설명하면, spot diagram상에 나타나는 구면수차의 효과는 TSA이고, TSA는 LSA와 상공간의 N.A.와의 곱으로 근사할 수 있으므로 spot diagram상에 나타나는 구면수차의 크기는 10^{-4} order이다. 그리고 coma는 망

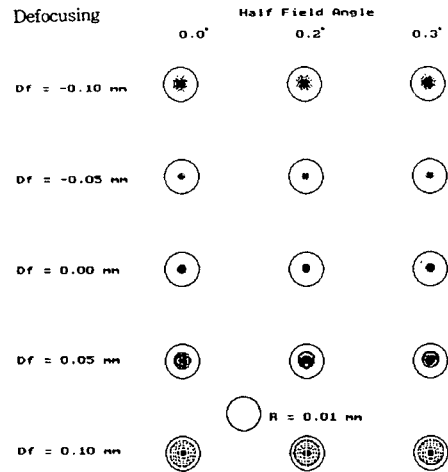


그림 6. Spot diagrams of the telephoto type telescope objective (f/8.5) for D-line. ($R = 0.1 \text{ mm} \times \frac{f_e'}{25} = 0.1 \text{ mm} \times \frac{2.5}{25} = 0.01 \text{ mm}$)

원경 광학계에서 OSC와 N.A.를 곱한 양으로 근사할 수 있으므로,^[16] spot diagram상에 나타나는 coma의 효과는 매우 작음을 알 수 있다(즉 coma의 크기는 10^{-4} order이다).

V. 결 론

색수차가 보정되고 aplanat조건을 만족하는 telephoto형 망원경 대물렌즈를 Seidel 1차 수차 내에서 해석적으로 다루고, 그 수차해를 구하였다. 또한 최적화 기법을 이용하여 잔류 고차 수차를 제거하여 광학계의 성능을 향상시켰다. $f/\#$ 와 반시계각은 각각 8.5와 0.3° 이고 초점거리와 telephoto ratio는 각각 30 cm와 0.839이 되었다. 그리고 본 논문과 같은 배치를 가지는 telephoto형 망원경 대물렌즈의 설계예^[17]를 제시하면, $f/\#$ 와 반시계각은 각각 11.7과 0.75° 이고 초점거리와 telephoto ratio는 각각 40 cm, 0.801이다. 그의 대물경의 수차(LSA, TSA, OSC)는 본 연구에서 개발된 telephoto계의 수차 값들과 비슷하다.

참 고 문 헌

- [1] Y. Arai, "Large Aperture Telephoto Lens", (U.S. Patent 4447137, 1984).
- [2] Y. Horikawa, "Telephoto Lens System", (U.S. Pa-

- tent 4435049, 1984).
- [3] M. H. Kreitzer, "Internal Focusing Telephoto Lens", (U.S. Patent 4359272, 1982).
- [4] S. Matsui, "Telephoto Lens System", (U.S. Patent 4338001, 1982).
- [5] T. Tanaka, "Lens System", (U.S. Patent 4575198, 1986).
- [6] 이상수, 기하광학, (교학연구사, 서울, 1985).
- [7] Robert R. Shannon and James C. Wyant, *Applied Optics and Optical Engineering 3.*, (Academic Press, London, 1965) pp. 98-112.
- [8] D. Malacara, *Geometrical and Instrumental Optics*, (Academic Press, London, 1988) pp. 86-89.
- [9] 나승유, 연속적으로 아플라난 조건을 만족하고 비점수차가 수정된 비구면 4반사경 줌 광학계, 한국과학기술원 박사학위 논문, 1989(서울).
- [10] 박성찬, UV Submicron Lithography를 위한 4반사광학계의 설계 및 수차해석, 한국과학기술원 박사학위 논문, 1991(서울).
- [11] 김종태, 극 자외선 마이크로 리소그래피를 위한 4반사경 광학계의 수차해석, 한국과학기술원 박사학위 논문, 1993(대전).
- [12] H. H. Hopkins, *Wave Theory of Aberrations*, (Clarendon Press, Oxford, 1950) pp. 96-118.
- [13] M. Herzberger, *Modern Geometrical Optics*, (Interscience Publisher, New York, 1985) pp. 457-462.
- [14] 이종웅, 2계 미분계수를 감쇄계수로 한 감쇄최소자승법에 의한 광학계의 설계, 한국과학기술원 석사학위 논문, 1985(서울).
- [15] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, (Pergamon Press, New York, 1989) pp. 233-245.
- [16] W. T. Welford, *Aberrations of the Optical System*, (Adam Hilger Ltd., Bristol and Boston, 1986) pp. 130-152.
- [17] M. Laikin, *Lens Design*, (Marcel Dekker Inc., New York, 1991) pp. 73-77.

Gaussian Bracket Expressions of Aplanatic and Achromatic Conditions for Telephoto Type Telescope Objective Derived from the Numerical Solution

Cheon Seog Rim, Young Min Cho, Jong Tae Kim and Sang Soo Lee
Department of Physics, Korea Advanced Institute of Science and Technology
Taejeon 305-701, Korea

(Received: July 15, 1993)

We have derived Gaussian bracket expressions of aplanatic and achromatic conditions and obtained the numerical solutions for each of two modules of the telephoto type telescope objective free from the Seidel first order spherical aberration, coma, and longitudinal chromatic aberration. The system which is for use in sighting a target is optimized within the resolution of eyes. The objective lens satisfying the aplanatic and achromatic condition has $f/8.5$ with the half field angle 0.3° , and the telephoto ratio is 0.839 with the focal length of 30 cm.

Appendix

I. Module 1

$$q_1 = (n_2 j_2 - N_3) j_1 N_9 - N_{11} j_2 j_3,$$

$$q_2 = N_{10} + (N_2 j_2 - N_3) + N_2 k_2 j_1 N_9$$

$$+ \left(\frac{K'}{v_2} - N_{11} k_2 \right) j_3 - N_{11} j_2 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right],$$

$$q_3 = N_2 k_2 N_9 \left(\frac{K_f}{v_2} - N_{11} k_2 \right) \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right],$$

$$s_1 = v_1 j_1 w_{16} + w_{11} w_{21},$$

$$s_2 = N_8 j_3 + w_1 j_1 w_{17} + w_1 w_{16} + w_{11} w_{22} + w_{12} w_{21},$$

$$s_3 = -2j_3 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right] N_8 + w_1 j_1 w_{18} + w_1 w_{17} + w_{11} w_{23} + w_{12} w_{22},$$

$$s_4 = -N_8 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right] + w_1 j_1 w_{19} + w_1 w_{18} + w_{11} w_{24} + w_{12} w_{23},$$

$$s_5 = w_1 j_1 w_{20} + w_1 w_{19} + w_{11} w_{25} + w_{12} w_{24}, \quad s_6 = w_1 w_{20} + w_{12} w_{25}.$$

□□□□

$$w_1 = N_2 j_2 - N_3, \quad w_2 = N_5 j_2 - N_4, \quad w_3 = N_6 j_2 - N_7 j_2,$$

$$w_4 = N_6 k_2 - N_7 k_2, \quad w_5 = j_2 - N_5 j_2, \quad w_6 = k_2 - N_5 k_2,$$

$$w_7 = w_1 N_5 k_2 + w_2 N_2 k_2, \quad w_8 = -N_6 j_3 j_2 + w_3 j_3,$$

$$w_9 = N_6 j_3 (K' - k_2) + w_3 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right] w_4 j_3 - N_6 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right] j_2,$$

$$w_{10} = w_4 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right] + N_6 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right] (K' - k_2),$$

$$w_{11} = -N_6 j_3 j_2 + w_3 j_3,$$

$$w_{12} = N_6 j_3 (K' - k_2) + w_3 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right], \quad w_{13} = -j_3 j_2 + w_5 j_3,$$

$$w_{14} = j_3 (K' - k_2) + w_5 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right] + w_6 j_3 - j_2 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right],$$

$$w_{15} = (w_6 + K' - k_3) \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right],$$

$$w_{16} = w_1 w_2 j_3^2, \quad w_{17} = 2 w_1 w_2 j_3 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right] + w_7 j_3^2,$$

$$w_{18} = w_1 w_2 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right]^2 + 2 w_7 j_3 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right] + N_2 N_5 k_2^2 j_3^2,$$

$$w_{19} = w_7 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right]^2 + 2 N_2 N_5 k_2^2 j_3 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right],$$

$$w_{20} = N_2 N_5 k_2^2 \left[k_2, -\frac{d_2}{n_2} \right], \quad w_{21} = w_8 w_{13},$$

$$w_{22} = w_8 w_{14} + w_9 w_{13}, \quad w_{23} = w_8 w_{15} + w_9 w_{14} + w_{10} w_{13},$$

$$w_{24} = w_9 w_{15} + w_{10} w_{14}, \quad w_{25} = w_{10} w_{15},$$

$$p_1 = q_2/q_1, \quad p_2 = q_3/q_1, \quad p_3 = s_1 p_1^4, \quad p_4 = s_1 p_1^2 p_2, \quad p_5 = 2 s_1 p_1 p_2^2,$$

$$p_6 = s_1 p_2^2, \quad p_7 = s_2 p_1^3, \quad p_8 = 2 s_2 p_1 p_2, \quad p_9 = s_3 p_1^2, \quad p_{10} = s_3 p_2,$$

$$p_{11} = s_4 p_1, \quad p_{12} = s_1 p_1^3 p_2, \quad p_{13} = s_2 p_1^2 p_2, \quad p_{14} = s_2 p_2^2, \quad p_{15} = s_3 p_1 p_2,$$

$$p_{16} = s_4 p_2, \quad p_{17} = p_3 - 3 p_4, \quad p_{18} = p_7 - p_8,$$

$$p_{19} = p_9 + p_{10} + p_{11} - p_{12} + s_5, \quad p_{20} = -p_{13} + p_{14} - p_{15},$$

$$p_{21} = -p_{16} + p_{17} - s_6 + p_6.$$

II. Module 2

$$Q_1 = \frac{T_3 G_9^2}{n_2^2} + \frac{T_3 G_3 G_9}{n_2^2}$$

$$Q_2 = \frac{(T_1 + T_2) G_3}{n_2^2} + \frac{2 T_3 G_8 G_9}{n_2^2} + \frac{T_4 G_3 G_8}{n_2^2} + \frac{T_4 G_9 G_2}{n_2^2},$$

$$Q_3 = (T_1 + T_2) G_2 - T_3 G_8^2 - T_4 G_2 G_8.$$

□□□□

$$T_1 = (M_1 G_7 - M_2 G_5) G_6 M_9, \quad T_2 = (M_5 G_9 - M_6 G_7) G_8 M_{10},$$

$$T_3 = M_7 (K' - G_3) M_{11}, \quad T_4 = (M_7 G_9 - M_8 G_9) M_{11}.$$

$$J_1 = W_{12},$$

$$J_2 = W_{13} + W_3 \frac{G_3^3}{n_2^2}$$

$$J_3 = W_{14} + \frac{3 W_3 G_3^3 G_2}{n_2^2},$$

$$J_4 = W_{15} + \frac{3 W_3 G_2^2 G_2}{n_2},$$

$$J_5 = W_{16} + W_3 G_2^3.$$

□□□□

$$W_1 = (M_1 G_7 - M_2 G_5) (M_1 J_6 - M_2 J_4) G_6 (M_3 G_7 - G_5),$$

$$W_2 = (M_5 G_9 - M_6 G_7) (M_5 J_8 - M_6 J_6) G_8 (M_4 G_9 - M_3 G_7),$$

$$W_3 = W_1 + W_2, \quad W_4 = \frac{M_7 G_9 (K' - G_3)}{n_2} + \frac{(M_7 G_9 - M_8 G_9) G_3}{n_2},$$

$$W_5 = M_7 G_8 (K' - G_3) + (M_7 G_9 - M_8 G_9) G_2,$$

$$W_6 = \frac{M_7 J_8 (K' - G_3)}{n_2} + \frac{(M_7 J_8 - M_8 J_8) G_3}{n_2},$$

$$W_7 = M_7 J_7 (K' - G_3) + (M_7 J_8 - M_8 J_8) G_2,$$

$$W_8 = \frac{G_9 (K' - G_3)}{n_2} + \frac{(G_9 - M_4 G_9) G_3}{n_2},$$

$$W_9 = G_8 (K' - G_3) + (G_9 - M_4 G_9) G_2,$$

$$W_{10} = W_4 W_7 + W_5 W_6, \quad W_{11} = \frac{G_9 W_9}{n_2} + G_8 W_8,$$

$$W_{12} = \frac{W_{10} G_9 W_8}{n_2}, \quad W_{13} = W_4 W_6 W_{11} + \frac{W_4 W_6 G_9 W_8}{n_2}$$

$$W_{14} = W_4 W_6 G_8 W_9 + W_{10} W_{11} + \frac{W_5 W_7 G_9 W_8}{n_2},$$

$$W_{15} = W_{10} G_8 W_9 + W_5 W_7 W_{11}, \quad W_{16} = W_5 W_7 G_8 W_9.$$

$$P_1 = Q_2 / Q_1, \quad P_2 = Q_3 / Q_1, \quad P_3 = J_1 P_1^2 - J_2 P_1,$$

$$P_4 = 2J_1 P_1 P_2 - J_2 P_2 + J_3 P_1 - J_4, \quad P_5 = J_1 P_2^2 + J_3 P_2 + J_5.$$