

확률론적 피로균열진전 (Stochastic Fatigue Crack Propagation, SFCP)

윤 장 호

〈삼성중공업 연구소 선임연구원〉

1. 개 요

‘균열이 반복하중하에서 주어진 기간 동안에 어느 정도 전파될 것인가?’ 또는 ‘균열이 성장해서 한계 균열 길이 까지 이르는 데는 얼마만큼의 기간이 소요될 것인가?’ 하는 의문의 답은 설계자들이 구조물을 설계하는데 있어서 필수적인 정보이다. 이러한 정보는 구조물의 안전성을 유지하기 위한 최적의 검사 간격을 결정하거나, 균열이 발견되었을 경우 어떠한 수리 방법을 택할 것이냐를 결정하는데 있어서도 반드시 필요하다. 그러나 불행하게도 반복하중에 의한 피로균열진전(fatigue crack propagation)은 정확한 이론적인 해석이 불가능할 뿐만 아니라, 여러가지 불확정 요인을 내포하고 있어, 임의의 시간이 경과한 후 균열의 크기는 확정적인 값이 아니라 변동성을 갖게 된다. Fig.1은 동일한 하중하에서, 동일한 시편으로 한 사람이 수행한 피로균열진전 실험결과로 균열진전에 있어서의 변동성을 보여주고 있다. 피로균열진전에 있어서 대표적인 불확정 요인은 다음과 같다.

- 1) 초기균열 : 크기, 형상, 갯수 등
- 2) 재료 : 균열진전 법칙의 재료상수, 파괴인성치 등
- 3) 하중

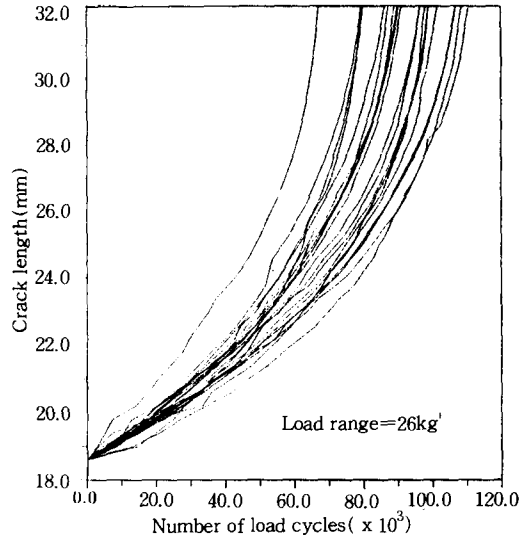


Fig. 1 Experimental results for fatigue crack growth

위와 같은 불확정 요인을 정량화하여 합리적으로 피로균열진전 거동을 해석하는 방법을 확률론적 피로균열진전(Stochastic Fatigue Crack Propagation, SFCP)해석법이라 한다. 이러한 SFCP는 파괴역학에 기초한 확정론적 균열진전법칙을 배경으로 하고 있으며, 확정론적 균열진전법칙은 균열의 전진률과 균열크기와의 관계를 나타내는 것으로 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{da}{dt} = F(a) \tag{1}$$

여기서, da/dt 는 균열의 진전률, a 는 균열 크기를 나타내며, $F(\cdot)$ 는 파괴역학의 개념인 응력강도 계수(stress intensity factor)를 포함한 임의의 함수를 나타낸다.

SFCP에 관한 연구로는 Virkler 등(1979)이 균열 진전 수명의 확률 분포에 관하여 연구를 수행한 이래로, 다음의 4가지로 대별하여 수행되어져 왔다. 첫째는 균열의 진전 과정을 연속 Markov 과정(continuous Markov process)으로 가정하여 식(1)의 균열 진전 법칙으로부터, 잘 알려져 있는 Fokker-Planck 방정식을 유도하고 이것의 해를 구함으로써 균열의 진전 거동을 해석적으로 구하는 방법이다. 이때, Fokker-Planck 방정식은 시간의 경과에 따른 균열크기의 확률밀도함수의 지배 방정식이다. 둘째는 균열의 진전 과정을 이산화 Markov과정(discrete Markov process)으로 가정하여 시간과 균열 크기를 이산화하고 그에 따른 천이확률행렬(transition probability matrix)을 구성하여 시간의 경과에 따른 균열의 진전을 해석하는 방법으로, Markov 연쇄를 이용하는 방법이다. 세번째 방법으로는, 균열의 진전이 균열 크기(위치)에 따라 변하는 확률 과정, 즉 확률장(random field)이라는 가정에서 접근하는 방법이다. 그리고 네번째는 앞의 세가지 방법 이외의 것으로 식(1)의 $F(\cdot)$ 의 각 계수를 확률 변수로 취급하는 것이 가장 일반적이다. 여기에서는 각 방법의 개요를 간략하게 설명하고, 앞으로의 연구방향에 관하여 기술한다.

2. SFCP 해석법

2.1 연속 Markov 과정으로 가정하는 방법

이 방법은 앞서 언급한 상미분 방정식형태의 확정론적 균열진전법칙을 확률 미분방정식으로 취급하여, SFCP를 해석적으로 구하는 방법이다. 균열의 진전률이 시간에 따라 변하는 확률과정이라는 가정하에서, 식 (1)에 시간에 따른 확률과정(stochastic process) $X(t)$ 를 도입하면, 다음과 같은 확률 미분방정식이 얻어진다.

$$\frac{da(t)}{dt} = F(a(t)) \cdot X(t) \quad (2)$$

여기서, 균열 길이 $a(t)$ 를 연속 Markov 과정으로 가정하고, 시각 t_0 에서 초기 균열 길이가 a_0 로 주어졌을 때, 임의의 시각 t 에서의 균열 길이의 확률밀도 함수, $f_A(a, t | a_0, t_0)$,는 다음과 같은 Fokker-Planck 방정식을 만족한다.

$$\frac{\partial f_A}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial a} [\mu(a)f_A] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial a^2} [\sigma^2(a)f_A] \quad (3)$$

여기서, μ 와 σ^2 는 각각 균열이 a_0 에서 a 까지 성장하는 동안의 미소 평균과 분산을 나타낸다. 이와 같은 Fokker-Planck 방정식은 일반적인 전파 문제에 적용되는 방정식으로, 유도하는데는 많은 수학적 기법이 요구되며 여기에서는 언급하지 않는다. 이 방정식의 해는 임의의 시각 t 에서의 균열길이의 확률밀도함수를 나타낸다. 이러한 수학적인 시도는 시간의 경과에 따른 균열길이의 분포를 해석적으로 구할 수 있는 장점은 있으나, 균열의 진전률이 임의의 값이 되는 것과 같은 물리적으로 불가능한 결과를 내포하는 등의 문제점을 갖고 있다.

이에 관련된 연구로는 Lin & Yang(1985), Sobczyk(1986), Ishikawa & Tsurui(1984, 1985, 1986, 1987, 1989, 1990), Newby(1990)등이 있다.

2.2 Markov 연쇄를 이용하는 방법

균열진전과정을 이산화 Markov과정으로 가정을 하여, Markov 연쇄 모델을 이용하여 SFCP를 해석하는 방법이다. 이 방법은 시간과 손상 상태(균열길이)모두를 이산화시켜 천이확률행렬을 구성하게 되는데, i 번째 손상상태에 있던 균열이 k 번째 손상상태로 천이할 확률을 p_{ik} 라 놓으면, 천이확률행렬은 다음식과 같이 표현된다.

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \cdot & \cdot & P_{16} \\ P_{21} & P_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{31} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{b1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & P_{bb} \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서, $\sum_{k=1}^b p_{ik} = 1.0$ for $i=1, 2, \dots, b$ (5)

또, b 는 이산화된 손상 상태의 수를 나타낸다. 그리고 초기 손상 상태 확률 vector를 $A(0)$ 로 다음과 같이 놓고,

$$A(0) = \{a_1(0), a_2(0), \dots, a_b(0)\} \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^b a_j(0) = 1.0 \quad (7)$$

균열 진전 과정을 정상(stationary)으로 가정했을 때, 임의시각 n 에서의 손상 상태 확률 vector $A(n)$ 은 다음과 같이 간단한 행렬연산으로 구해진다.

$$A(n) = A(0) P^n \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^b a_j(n) = 1.0 \quad (9)$$

Fig.2는 도식적으로 Markov 연쇄에 의한 SFCP를 보여 주고 있다. 이 방법은 일단 천이확률행렬만 구성이 되면 간단한 행렬 연산만으로 균열 진전의 변동성을 추정할 수 있으며, 균열진전에 영향을 주는 제요소의 변동성을 고려하기가 쉽다는 장점을 갖고 있다. 그러나, 천이확률행렬을 구하기 어렵다는 단점을 갖고 있다. 이 방법은 Bogdanoff & Kozin(1981, 1985)에 의해서 처음 제안 되었으며, 관련 연구가 Shimada 등(1983, 1984), Yuasa (1989), Lassen(1991), Gansted(1991)등, 양 & 윤 (1991(a), 1991(b))등에 의해서 수행되어 졌다.

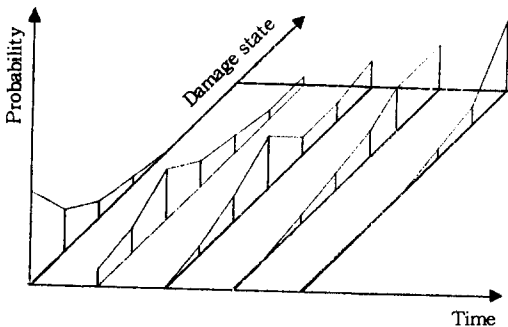


Fig. 2 Illustration of SFCP by Markov Chain Model

2.3 확률장 이론을 이용하는 방법

균열의 진전률이 균열 길이(위치)에 따라 변동성을 갖는다라는 가정하에서, 확정론적 균열진전 법칙에 확률 과정(확률장) $X(a)$ 을 도입하면, 식 (1)의 균열 진전법칙은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{da}{dn} = F(a) \cdot X(a) \quad (10)$$

식(10)을 적분함으로써 피로균열진전의 변동성을 추정할 수 있다. 그러나, 피적분함수에 확률과정이 포함되어 있어 확률적분을 수행해야하는 어려움이 있다. 이에 관련된 연구로는 Ortiz & Kiremidjian(1986, 1988), Itagaki 등(1987), 윤 & 양(1992, 1993) 등의 연구가 있다.

2.4 기타

일반적인 방법은 균열진전법칙의 재료계수를 확률변수(random variable)로 취급하는 방법으로, Paris식의 재료계수 C 와 m 을 확률변수로 가정하는 방법이 가장 널리 적용되고 있으며, Ichikawa(1987) 등의 연구가 있다.

또한, Gonem & Dore(1987)는 SFCP을 손상 상태만을 이산화시킨 Markov 과정으로 취급하는 방법을 제안하고 있다.

Payne(1971)은 초기균열의 변동성만을 고려한 일정수명(constant life)모델을 제안하고 있는데, 극히 제한적이긴 하나 SFCP의 범주에 든다고 할 수 있다.

그리고, SFCP에 가장 많은 영향을 미치는 하중의 변동성에 국한된 많은 연구가 수행되어 왔는데, Whrshing(1980), Kam & Dover(1989), Zhao(1989) 등의 연구가 있다.

3. 전 망

현재까지 SFCP 해석법은 기초 단계에 있으며, 아직도 정립된 방법이 없는 것이 사실이다. 따라서, 이 분야에는 많은 개선을 필요로 하고 있다. 이와같은 개선은 이론적인 연구뿐만이 아니라, 실험적인 연구가 바탕이 되어야 하며, 동시에 SFCP

에 영향을 주는 초기균열의 변동성, 하중의 변동성 등을 정확한 모델링 방법에 대한 연구가 병행되어야 한다. 그리고 더 나아가서 실제 구조물에서 피로파괴에 영향을 주는 중요한 요소인 잔류응력, 부식 등의 고려하는 방법에 관한 연구가 수행되어야 할 것이다. 또한, 지금까지의 연구가 주로 구조부재에 하나의 균열이 존재한다는 가정을 내포하고 있는데, 실구조물에 적용하기 위해서는 여러개의 균열이 동시에 존재하는 경우에 대한 연구와 균열이 성장하면서 합체(coalescence)하는 경우에 대한 연구도 수행되어야 한다.

이와 같은 연구가 꾸준히 진행되어 소기의 성과를 거둬으로써, 구조물의 피로파괴확률을 정확하게 추정할 수 있을 것이며, 이에따라 합리적인 설계가 가능해질 것이다.

참 고 문 헌

- [1] Virkler D.A., Hillberry B.M. and Goel P.K., "The Statistical Nature of Fatigue Crack Propagation", Trans. of the ASME, Vol.101, 1979.
- [2] Lin Y.K. & Yang J.N., "On Statistical Moments of Fatigue Crack Propagation", AIAA, Vol.23, No.1, 1985.
- [3] Sobczyk K., "Modelling of Random Fatigue Crack Growth", Engineering Fracture Mechanics, Vol.24, No.4, 1986.
- [4] Ishikawa H. and Tsurui A., "A Stochastic Model of Fatigue Crack Growth in Consideration of Random Propagation Resistance", Trans. of JSME, Vol.50, No.454, 1984.(in Japanese)
- [5] Ishikawa H. and Tsurui A., "Theoretical Study on the Distribution of Fatigue Crack Propagation Life under Stationary Random Loading", Trans. of JSME, Vol.51, No.461, 1985. (in Japanese)
- [6] Tsurui A. and Ishikawa H., "Application of the Fokker-Planck Equation to a Stochastic Fatigue Crack Growth Model", Structural Safety, Vol.4, 1986.
- [7] Ishikawa H., Tsurui A. and Kimura H., "Stochastic Fatigue Crack Growth Model and Its Wide Applicability in Reliability-based Design", Current Japanese Materials Research, Vol.2 Elsevier, 1987.
- [8] Tanaka H. and Tsurui A., "Stochastic Propagation of Semi-Elliptical Surface Cracks", ICOSSAR '89, pp.1507-1514, 1989.
- [9] Tsurui A., Tanaka H. and Tanaka T., "Probabilistic Analysis of Fatigue Crack Propagation in Finite Size Specimens", Probabilistic Engineering Mechanics, Vol.4, No.3, 1990.
- [10] Newby M., "Likelihood Methods and the Analysis of Fatigue Crack Growth", Engineering Fracture Mechanics, Vol.37, No.3, 1990.
- [11] Kozin F. and Bogdanoff J. L., "A Critical Analysis of Some Probabilistic Models of Fatigue Crack Growth", Engineering Fracture Mechanics, Vol.14, 1981.
- [12] Bogdanoff J. L. and Kozin F., "Probabilistic Models of Cumulative Damage", John-Wiley and Sons, 1985.
- [13] Shimada Y., Nakagawa T. and Tokuno H., "Reliability Analysis of Fatigue Crack Propagation Life by Markov Chain", JSMS, Vol.33, No.367, 1983.(in Japanese)
- [14] Shimada Y., Nakagawa T. and Tokuno H., "Application of Markov Chain to the Reliability Analysis of Fatigue Crack Propagation Process with Nondestructive Inspection", JSMS, Vol.34, No.378, 1984.(in Japanese)
- [15] Yuasa M., Nakagawa T. and Tokuno H., "Analysis of Fatigue Crack Propagation under Random Loading by Markov Chain", ICOSSAR '89, 1989.
- [16] Lassen T., "Markov Modelling of the Fatigue Damage in Welded Structures under in-Service Inspection", International Journal of Fatigue, Vol.13, No.5, 1991.
- [17] Gansted L., Brincker R. and Hansen L. P., "Fracture Mechanical Markov Chain Crack Growth Model", Engineering Fracture Mechanics, Vol.38, No.6, 1991.
- [18] 양영순, 윤장호, "Markov Chain Model을 이용한 구조물의 피로 신뢰성 해석에 관한 연구", 대

한조선학회논문집, 제28권, 제2호, 1991(a).

- [19] 양영순, 윤장호, "Morkov Chain Model의 추이 확률행렬의 추정 및 피로 신뢰성 해석에의 응용", 한국항공우주학회지, 제19권, 제4호, 1991(b).
- [20] Ortiz K. and Kiremidjian A. S., "Time Series Analysis of Fatigue Crack Growth Rate Data", Engineering Fracture Mechanics, Vol.24, No.5, 1986.
- [21] Ortiz K. and Kiremidjian A. S., "Stochastic Modelling of Fatigue Crack Growth", Engineering Fracture Mechanics, Vol.29, No.3, 1988.
- [22] Itagaki H., Ishizuka I., Hwang P., "Reliability Assessment by Simulation of Fatigue Crack Growth-Data Acquisition and Analysis Method", Journal of SNAJ, Vol. 165, 1989. (in Japanese)
- [23] 윤한용, 양영순, 윤장호, "균일진폭 하중하에서의 확률론적 균열진전 수명해석", 대한기계학회 논문집, 제16권, 제9호, 1992.
- [24] Yoon J.H., Yoon H.Y., Yang Y.S., "A stochastic model for the fatigue crack propagation life considering material inhomogeneity", ICOSSAR '93, 1993. (in

printing)

- [25] Ichikawa M., "Probabilistic Fracture Mechanics Investigation of Fatigue Crack Growth Rate", Current Japanese Material Research, Vol.2, Elsevier, 1987.
- [26] Gohnem H. and Dore S., "Experimental Study of the Constant Probability Crack Growth Curves under Constant Amplitude Loading", Engineering Fracture Mechanics, Vol.27, No.1, 1987.
- [27] Payne A. O., "A Reliability Approach to the Fatigue of Structures", ASTM STP 511, 1971.
- [28] Wirshing P.H., "Fatigue Reliability in Welded Joints of Offshore Structures", International Journal of Fatigue, 1980.
- [29] Kam J. C. P. and Dover W. D., "Mathematical Background for Applying Multiple Axes Random Stress Histories in the Fatigue Testing of Offshore Tubular Joints", Int. J. Fatigue, Vol.11, No.5, 1989.
- [30] Zhao W., "Reliability Analysis of Fatigue and Fracture under Random Loading", Ph.D. Thesis, University of London, 1989.

최근 발간된 국외저명 학술지의 목차입니다.
연구활동에 참고하시기 바랍니다.

Marine Technology
Volume 30, Number 3

- 135 ARCO Tanker Slamming Study
by Peter Lacey and Rod Edwards
- 148 Shipbuilding's Supplier Base : Outlook for
the '90s and Beyond
by D. Scott Stabier, II
- 153 Design and Operational Experience of the
SWATH Ship Navatek
by Ludwig H. Seidl, William F. Clifford,
and James P. Cummings

- 172 An Application of Oil Spill Recovery Techno-
logy to Response Vessel Design-The
Burrard Cleaner No. 9
by D. W. Lerch
- 178 Vapor Recovery on Tankers from Design
to Operation
by Chris Ciement
- 188 Index of SNAME Publications 1988-1992
- 189 Subject Listings
- 190 Publications index : by Subject
- 206 List of Section Papers : by Section