

〈論 文〉

Random하중하의 피로크랙 진전수명에 대한 파라미터의 영향도평가

윤 한 용*

(1992년 5월 18일 접수)

Parameter Sensitivity Study on Fatigue Crack Propagation Life under Random Loadings

Han-Yong Yoon

Key Words : Fatigue Crack Propagation Life(피로크랙 진전수명), Random Loading(랜덤 하중), Sensitivity Study(영향도평가), Rayleigh Distribution(레이리 분포)

Abstract

The sensitivity study to evaluate the effects of parameters on the fatigue crack propagation life under the constant loadings is executed in the previous study of the authors. It is shown that the effect of the crack opening ratio is large comparatively. The purpose of this paper is to evaluate the effects of parameters on the fatigue crack propagation life under the random loadings. A new method of evaluation of the effective stress under the random loadings is developed. The sensitivity study of parameters on the fatigue crack propagation life under the random loadings is executed by using it.

1. 서 론

필자가 포함된 연구팀에서는, 크랙선단의 열림거동을 고려한 피로크랙 진전수명의 평가에 있어서 수명에 미치는 여러 파라미터의 영향을 영향도평가(parameter sensitivity study) 수법을 이용하여 나타냈으며, 그 결과, 크랙열림비의 영향이 재료계수 m 의 영향 다음으로 비교적 크게 나타남을 밝혔다.⁽¹⁾ 본 논문은 Random하중하의 피로크랙 진전수명에 대한 크랙열림비 및 기타인자의 영향을 평가하기 위한 것으로, 이 경우, 유효응력(effective stress)의 수치해석적인 평가가 필요불가결하기 때문에, 본 연구에서는 먼저 하중파형의 극치분포로부터 유효

응력을 구하는 수법을 개발하여, 이를 이용하여 영향도를 평가하기로 한다.

본 논문에서는 실제의 하중에서 관찰되는 경우가 많고, 또한, 이론적 취급이 용이한 협대역(narrow band)파형을 대상으로 했으나, 다른 파형의 경우도 대략적인 경향은 파악할 수 있으리라 생각되며 극치의 확률분포만 주어지면 본 수법과 마찬가지로 동일하게 적용할 수 있다.

2. 극치분포로부터 유효등가응력의 평가

Elber⁽²⁾는 피로크랙의 열림닫힘현상을 바탕으로 하여 피로크랙 진전속도를 다음과 같이 나타냈다.

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K_{eff}^m \quad (1)$$

*정회원, 목포대학교 기계공학과

여기서, a 는 크랙길이, N 은 사이클 수, C 와 m 은 재료계수이며, ΔK_{eff} 는 유효응력확대계수 폭이다. Random하중의 경우는 1파 1파를 선형가산해서 n 파로 구성되는 1주기의 평균 크랙진전속도가,

$$\left(\frac{da}{dN}\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C \cdot \Delta K_{eff,i}^m, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (2)$$

처럼 구해지는 것으로 한다. 단, $\Delta K_{eff,i}$ 는 각 파의 유효응력확대계수이다. 또한, 크랙진전의 제2영역에서는 크랙열림응력이 일정함^(3,4)과 1주기중의 크랙열림응력은 거의 일정하다⁽⁵⁾고 하는 실험결과에 바탕을 두어 본 연구에서도 1주기중의 크랙열림응력은 일정한 것으로 가정한다.

Fig. 1처럼 Random파형응력 $S(t)$ 의 극치를 S_i ($i=1, 2, \dots, n$)라 하고, 일반성을 갖게 하기 위하여 $S(t)$ 의 평균치를 원점(0)으로 한다. 그러면, 현대역파형의 극치는 Rayleigh분포⁽⁶⁾를 가지며 극대치, 극소치는 거의 평균치에 대해 대칭을 이루게 되며, 따라서, 극대치의 분포는 진폭의 분포와 동등하게 된다. S_u 는 시험기의 용량등을 고려한 상한이고, S_{op} 는 크랙열림응력의 하한이다. 이들을 $S(t)$ 의 rms(root mean square)치 $S_{rms}(S_\sigma) = \sqrt{E(S^2(t))}$ 로 기준화해서 $x = S/S_{rms}$, $x_{op} = S_{op}/S_{rms}$, $x_u = S_u/S_{rms}$ 라 한다. 또한, 크랙열림단거동을 고려한 유효응력의 반, 즉, 실효진폭을 Y 로 하면, Random하중하의 피로크랙진전속도는 식(2)로부터 다음과 같이 된다.

$$\left(\frac{da}{dN}\right) = C \cdot \Delta K_{eff}^m = C \cdot (K_{rms} \cdot \Delta x_{eff,eq})^m \quad (3)$$

단, K_{rms} 와 $\Delta x_{eff,eq}$ 은 각각 다음과 같다.

$$K_{rms} = S_{rms} \cdot \sqrt{\pi a} \cdot F(a/W) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Delta x_{eff,eq} &= 2 \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{eff,i}^m \right)^{1/m} \\ &= 2 \left(\int_0^\infty x_{eff}^m \cdot f(x) dx \right)^{1/m} \end{aligned}$$

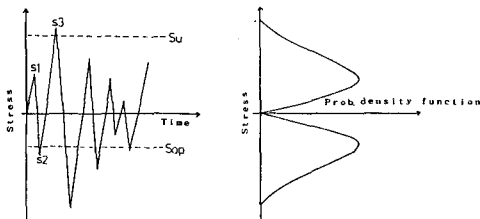


Fig. 1 Schematic diagram of random stress distribution

$$= 2 \left(\int_0^\infty Y^m \cdot f(x) dx \right)^{1/m} \quad (5)$$

식(4)의 $F(a/W)$ 는 하중과 부하형식에 따른 보정계수로서 본계산에서는 계산의 간단화를 꾀하기 위해 1로한다. 식(5)의 $x_{eff,i}/S_\sigma$ 이고, $f(x)$ 는 x 의 확률밀도 함수이다.

Y 와 x 의 환산식은 다음의 3가지 패턴으로 생각할 수 있다. 알기 쉽도록 하기 위하여 파형의 순서를 작은 것 부터 큰 것으로 바꾸어서 생각한다.

Fig. 2로 부터,

(A) $0 \leq x_{op} \leq x_u$ 의 경우

$$Y = \begin{cases} \frac{x - x_{op}}{2} & (x_{op} \leq x \leq x_u) \\ \frac{x_u - x_{op}}{2} & (x \geq x_u) \end{cases}$$

(B) $x_{op} < 0 \leq x_u$ 의 경우

$$Y = \begin{cases} x & (0 \leq x < -x_{op}) \\ \frac{x - x_{op}}{2} & (-x_{op} \leq x < x_u) \\ \frac{x_u - x_{op}}{2} & (x \geq x_u) \end{cases}$$

(C) $x_{op} \leq -x_u < 0$ 의 경우

$$Y = \begin{cases} x & (0 \leq x < x_u) \\ \frac{x + x_u}{2} & (x_u \leq x < -x_{op}) \\ \frac{x_u - x_{op}}{2} & (x \geq -x_{op}) \end{cases}$$

이며, (4)식으로 부터,

$$X_{eff} = S_{eff}/S_{rms} = \frac{1}{2} \Delta x_{eff,eq} \quad (6)$$

라 하면, 식 (7)과 같이 정리될 수 있다.

$$\begin{aligned} X_{eff} &= \left[\int_{x_0}^{x_1} x^m \cdot f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{x - x_3}{2} \right)^m \cdot f(x) dx \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{x_u - x_{op}}{2} \right)^m \cdot f(x) \right]^{1/m} \quad (7) \end{aligned}$$

여기서 $f(x)$ 는 Rayleigh분포를 적용해서 $f(x) = x \cdot \exp(-x^2/2)$ 이며,

(A)의 경우 ; $x_0 = x_1 = x_{op}$, $x_2 = x_u$, $x_3 = x_{op}$

(B)의 경우 ; $x_0 = 0$, $x_1 = x_{op}$, $x_2 = x_u$,

$$x_3 = x_{op}$$

(C)의 경우 ; $x_0 = 0$, $x_1 = x_u$, $x_2 = -x_{op}$,

$$x_3 = -x_u$$

이다.

Y: Effective stress
x: Normalized stress
t: Time

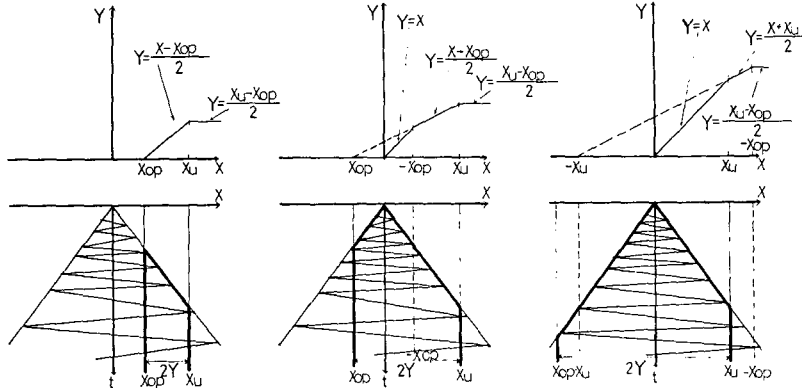


Fig. 2 Relation between effective stress Y and normalized stress x

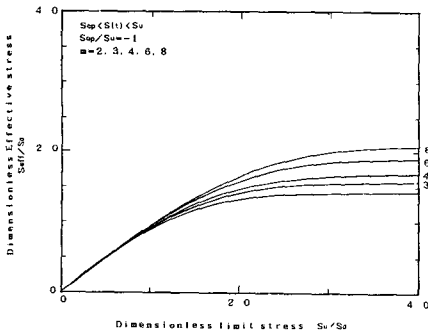


Fig. 3 Variation of effective stress with normalized limit stress S_u/S_σ

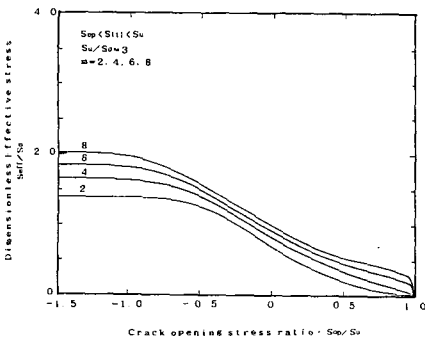


Fig. 4 Variation of effective stress with crack opening stress ratio S_{op}/S_σ

이 (7)식을 수직적분한 결과를 나타낸 것이 Fig. 3과 4이다. Fig. 3은 $S_{rms}(S_\sigma)$ 로 기준화한 유효응력을, $S_{op}/S_u = -1$ 로 고정하고, S_u/S_{rms} 를 0~4의

범위에서 재료계수 m 을 변화시켜 나타낸 것이며, Fig. 4는 S_u/S_{rms} 를 고정하고, S_{op}/S_u 를 $-1.5 \sim 1.0$ 의 범위에서 m 을 변화시켜 나타낸 것이다.

3. 영향도 평가

영향도 평가는 참고문헌 (1)번의 논문과 마찬가지로 영향도지수라 불리는 다음의

$$\alpha_i = \left(\frac{\partial P}{\partial Z} \right) \left(\frac{\bar{Z}_i}{P} \right) \quad (8)$$

를 이용하기로 한다. 여기서, P 는 파괴확률 혹은 수명의 분포를 나타내며, Z 는 P 에 속하는 여러인자를 나타내며 \bar{P}, \bar{Z}_i 는 각각의 평균치를 의미한다.

Random하중의 피로크랙 진전수명은 상기 식 (3)을 임의의 크랙길이 a_1 으로 부터 한계 크랙길이 a_2 까지 적분하므로 해서 식 (9)와 같이 구해진다.

$$N = \frac{2}{C \cdot S_{rms}^m \cdot X_{eff}^m \cdot \pi^{m/2} \cdot 2m} \cdot \frac{1}{2-m} \cdot \frac{1}{(a_2^{1-m/2} - a_1^{1-m/2})} \quad (9)$$

식 (8)의 영향도지수를 식 (9)에 적용하면 다음과 같이 된다.

$$\alpha_{a1} = \frac{\bar{a}_1}{N} \left(\frac{\partial N}{\partial a_1} \right) = \left(\frac{-a_1^{1-m/2}}{a_2^{1-m/2} - a_1^{1-m/2}} \right) \cdot \left(\frac{2-m}{2} \right) \quad (10)$$

$$\alpha_{a2} = \frac{\bar{a}_2}{N} \left(\frac{\partial N}{\partial a_2} \right) = \left(\frac{a_2^{1-m/2}}{a_2^{1-m/2} - a_1^{1-m/2}} \right) \cdot \left(\frac{2-m}{2} \right) \quad (11)$$

$$\alpha_C = \frac{\bar{C}}{N} \left(\frac{\partial N}{\partial C} \right) = -1 \quad (12)$$

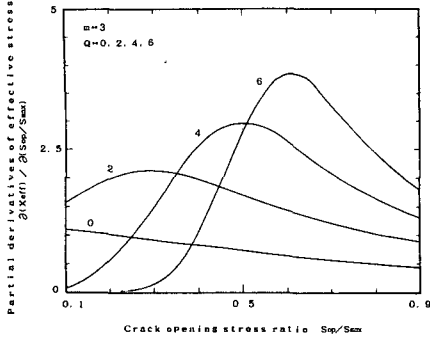


Fig. 5 Variation of $\partial X_{eff}/\partial U'$ with crack opening stress ratio S_{op}/S_{max}

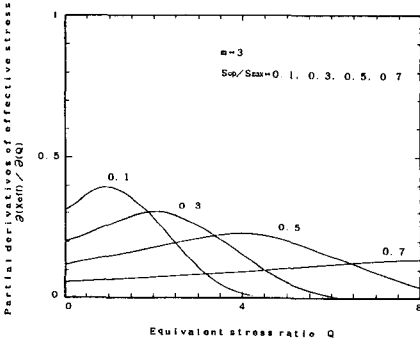


Fig. 6 Variation of $\partial X_{eff}/\partial Q$ with equivalent stress ratio Q

$$\alpha_{S_{rms}} = \frac{\overline{S_{rms}}}{N} \left(\frac{\partial N}{\partial S_{rms}} \right) = -m \quad (13)$$

$$\alpha_m = \frac{\overline{m}}{N} \left(\frac{\partial N}{\partial m} \right) = \left(\frac{-a_2^{2-m} \ln a_2 + a_1^{2-m} \ln a_1}{a_2^{2-m} - a_1^{2-m}} \ln a_1 \right) \cdot m + m \ln \left(\frac{1}{S_{rms} \cdot X_{eff} \cdot 2\sqrt{\pi}} \right) + \frac{2}{2-m} \quad (14)$$

또한, 크랙열림비 U' (S_{op}/S_{max})와 Random하중에서의 등가응력비 Q (S_{rms}/S_{mean})의 영향도는 다음의 식 (15), (16)으로 부터 구할 수 있다.

$$\alpha_{U'} = \frac{\overline{U'}}{N} \left(\frac{\partial N}{\partial U'} \right) = \frac{\overline{X_{eff}}}{N} \left(\frac{\partial N}{\partial X_{eff}} \right) \cdot \frac{\overline{U'}}{X_{eff}} \left(\frac{\partial X_{eff}}{\partial U'} \right) = -m \frac{\overline{U'}}{X_{eff}} \left(\frac{\partial X_{eff}}{\partial U'} \right) \quad (15)$$

$$\alpha_Q = \frac{\overline{Q}}{N} \left(\frac{\partial N}{\partial Q} \right) = \frac{\overline{X_{eff}}}{N} \left(\frac{\partial N}{\partial X_{eff}} \right) \cdot \frac{\overline{Q}}{X_{eff}} \left(\frac{\partial X_{eff}}{\partial Q} \right) = -m \frac{\overline{Q}}{X_{eff}} \left(\frac{\partial X_{eff}}{\partial Q} \right) \quad (16)$$

영향도 α_i 는 윗식들에 데이터 값을 직접 대입하므로 해서 구할 수 있는데, 식 (14), (15), (16)의

X_{eff} , $\partial X_{eff}/\partial U'$, $\partial X_{eff}/\partial Q$ 는 수치계산의 결과를 이용해야 한다. 즉, X_{eff} 는 Fig. 3 또는 4를 이용하면 되고, $\partial X_{eff}/\partial U'$, $\partial X_{eff}/\partial Q$ 는, 각각, U' 과 Q 에 대한 X_{eff} 의 변화율을 계산한 Fig. 5와 6을 이용하면 된다.

4. 계산결과 및 고찰

Table 1에 계산에 적용한 임의의 데이터 값과 그 결과를 나타낸다. Input data가 계산에 적용한 데이터 값이고, α_i 가 계산으로 부터 얻어진 결과이다. 단, α_i 는 기호에 관계없이 절대값으로 사용되므로 계산결과도 절대값으로 나타낸다.

Table 1로 부터 알 수 있듯이, 영향도지수 α 의 값이 가장 큰 것은 m 이고, 그 다음 U' 의 순으로, 수명에 미치는 영향이 가장 큰 것은 재료계수 m 이고, 그 다음이 크랙 열림비 U' 이다. 본 결과가 시사하는 바를 설계의 시점을 예로 해서 거론하면,

Table 1 Parameter sensitivities(Random power)

Parameter	Input data	Sensitivity index $ \alpha_i $
a_1	3(mm)	0.906
a_2	15(mm)	0.406
C		1.0
S_{rms}	1(kg/mm ²)	3.0
Q	4	2.97
U'	0.5	4.83
m	3	5.93

Table 2 Parameter sensitivities(Constant power)

Parameter	Input data	Sensitivity index $ \alpha_i $
a_1	3(mm)	0.906
a_2	15(mm)	0.405
C		1.0
ΔS	3(kg/mm ²)	3.0
R	0.1	0.33
U'	0.5	3.0
m	3	8.313

재료의 선택을 가장 신중히 고려해야 하며, 그 다음 크랙열림용력의 측정, 혹은, 크랙열림비 값의 적용을 정확히 해야 수명예측의 오차를 가능한한 줄일 수가 있다고 하는 것이 된다.

본 계산결과를 일정하중의 경우와 비교하기 위하여 앞의 논문⁽¹⁾에서 제시한 계산식에 Table 1의 데이터값과 동일한 값을 적용하여 얻어진 결과를 Table 2에 나타낸다. 본 논문에서는 중복을 피하기 위하여 계산식은 생략하기로 한다. Table 2에서 R은 응력비(S_{min}/S_{max})이다. 일정하중의 경우와의 비교로부터, 영향의 순서는 대체로 비슷함을 알 수가 있는데, 일정하중에 비해 Random하중의 경우 m 의 영향은 비교적 작고 U 의 영향은 비교적 크게 나타남을 알 수가 있다.

5. 결 론

본 연구는 Random하중하의 피로크랙 진전수명에 미치는 여러인자의 영향도를 평가하기 위한 것으로서, 얻어진 결론은 다음과 같다.

(1) 수치계산을 이용하여 유효등가응력을 평가하는 수법을 제시하였다.

(2) 수치계산으로 부터 얻어진 유효등가응력을 이용하여 영향도를 평가해 본 결과 재료계수 m 의 영향이 가장 크고, 그 다음 크랙열림비 U 의 순으로 나타났으며, 일정하중의 경우와 비교해 본 결과, 영향의 순서는 대체로 비슷한 반면, 일정하중에 비해 Random하중의 경우 m 의 영향은 비교적 작고 U 의 영향은 비교적 크게 나타남을 알 수가 있다.

후 기

본 논문은 1991년도 교육부지원 한국학술진흥재

단의 자유공모(지방대학육성)과제 학술조성비에 의해 연구되었으며 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) 최병기, 윤한용, 박창언, 정태권, 1991, "피로 크랙 진전과정에서의 크랙열림점 평가에 관한 연구(Ⅱ)-수치계산에 의한 크랙열림비의 영향도 평가-", 대한기계학회논문집, 제15권, 제3호, pp. 931~935.
- (2) Elber, W., 1971, "The Significance of Fatigue Crack Closure," ASTM STP 486, pp. 230~242.
- (3) Vazquez, J.A., 1979, "Experimental Results on Fatigue Crack Closure for Two Aluminum Alloys," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 12, pp. 231~240.
- (4) 최병기, 윤한용, 박창언, 정태권, 1991, "피로 크랙 진전과정에서의 크랙열림점 평가에 관한 연구(Ⅰ)-실험에 의한 크랙열림점 측정-", 대한기계학회논문집, 제15권, 제3호, pp. 924~930.
- (5) 菊川眞, 城野政弘, 近藤良之, 1983, "ランダムを含む定常變動荷重下の疲労き裂開閉口挙動とき裂進展速度推定法(第2報, 高進展速度領域への擴張)", 日本機械學會論文集, 第49巻, 第439號, pp. 278~285.
- (6) Okamura, H. and Itagaki, H. 1983, "Statistical Treatment of Strength," Baihukan(Japan), p. 105.