

〈論 文〉

Box-Beam 형상 날개의 동적 등가연속체 모델링에 관한 연구

이우식* · 김영수**

(1993년 2월 22일 접수)

Dynamic Equivalent Continuum Modeling of a Box-Beam Typed Wing

Usik Lee and Young Su Kim

Key Words : Continuum Modeling(연속체 모델링), Aircraft Wing(항공기 날개), Composite Structure(복합구조), Vibration(진동)

Abstract

A simple and straightforward method is introduced for developing continuum beam-rod model of a box-beam typed aircraft wing with composite layered skin based on "energy equivalence." The equivalent continuum structural properties are obtained from the direct comparison of the reduced stiffness and mass matrices for box-beam typed wing with those for continuum beam-rod model. The stiffness and mass matrices are all represented in terms of the continuum degrees-of-freedom defined in this paper. The finite-element matrices for the box-beam type wing are calculated by use of conventional finite-element method. The advantage of the present continuum method is to give every continuum structural properties including all possible coupling terms which represent the couplings between different deformations. To evaluate the continuum method developed in this paper, free vibration analyses for both continuum beam-rod and box-beam are conducted. Numerical tests show that the present continuum method gives very reliable structural and dynamic properties compared to the results by the conventional finite-element analysis

1. 서 론

우리 주변에서 쉽게 볼 수 있는 대부분의 일반구조물은 여러가지 다른 재료와 다른 형태를 갖는 요소부재들의 결합형태로 이루어진 복합구조물(Composite Structure)이며 복합구조물은 일반적으로 규모가 크고 형태가 복잡하기 때문에 이들에 대한 구

조해석과 진동해석을 수행하는 것은 간단한 문제가 아니다. 따라서 이들 구조물에 대한 구조해석과 진동해석을 보다 쉽고 효율적으로 수행하기 위해서는 복합구조물을 보다 쉽게 이해하고 다룰 수 있는 간편한 모델링기법과 해석기법의 개발이 요구되고 있다.

복합구조물의 한 예로서, 항공기와 같은 구조물은 설계단계에서부터 국제적으로 요구되는 엄격한 항공기 규격요건을 충분히 만족시켜야 한다. 그러나, 복합구조물에 대한 구조해석과 진동해석을 해석적으로 수행하기 위해서는 먼저 구조물에 대한

*정회원, 인하대학교 기계공학과

**정회원, 인하대학교 기계공학과 대학원

물성데이터(즉, 강성계수, 질량, 관성모멘트, 진동 감쇠계수 등)가 필요하다. 예로 항공기 날개는 스파(spar), 리브(rib), 스킨(skin) 및 보강재로 구성되어 있는 복잡한 형태의 복합구조물로서 이에 대한 진동해석을 위해서는 직접적인 실험이나 유한요소법(FEM)과 같은 해석방법이 사용되고 있으나, 복잡하고 거대한 복합구조물에 대해 설계 초기 단계에서부터 완벽한 실험이나 유한요소법을 응용하는 것은 매우 비효율적이고 비경제적일 수 있다. 따라서, 복잡한 비연속체 복합구조물을 하나의 단순한 등가 연속체 구조물로 모델링하여 진동현상과 공력탄성현상을 보다 용이하게 예측할 수 있다면 이는 복합구조물의 구조동력학 분야에 커다란 공헌을 할 것으로 믿는다.

비연속체 구조물을 등가 연속체 구조물로 변환시키는 과정을 연속체모델링이라하며 이에 대한 상세한 역사적 배경은 참고문헌[1]에 잘 나타나 있다. 연속체 모델링을 통해 얻을 수 있는 잇점은 비연속체 구조물에 직접 적용시킬 수 없는 기존의 잘 알려진 미분방정식 형태의 구조 방정식과 해를 등가 연속체모델에 쉽게 응용할 수 있으며, 거대한 구조물의 설계초기에 유한요소법을 적용할 경우 감소해야 하는 엄청난 컴퓨터용량과 시간적, 경제적인 비효율성을 극복할 수 있다는 점이다. 따라서 본 논문에서는 굽힘(bending)과 횡축(longitudinal)변형을 갖는 빔형 격자구조물에 대한 기존의 연속체 모델링 기법⁽²⁾을 복합구조물의 하나인 Box-Beam 형태를 갖는 항공기날개에 확장 응용하여: (1) 항공기 날개와 동일한 구조적 및 동적특성을 갖는 등가 연속체구조물(equivalent continuum structures), 즉 Beam-Rod로 모델링하기 위한 기법을 선형역학(linear mechanics) 범위에서 개발하고, (2) 본 연구에서 개발한 모델링기법을 통해 유도한 등가연속체 Beam-Rod에 대한 진동해석을 수행한후 그 결과를 유한요소법을 Box-Beam형태의 항공기날개에 직접 이용하여 얻은 결과와 비교, 검토함으로써 본 연구결과에서 개발된 연속체모델링 기법의 타당성을 검증하였다.

2. 동적 등가연속체 모델링기법

2.1 항공기날개에 대한 유한요소 강성 및 질량 행렬

Fig. 1과 같이 복합재료 스킨을 갖는 Box-Beam

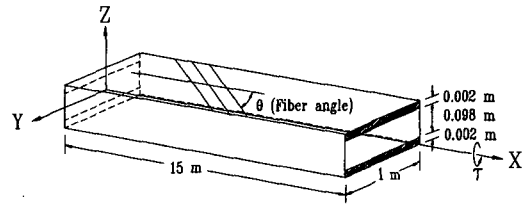


Fig. 1 Box-beam typed aircraft wing model

형태의 항공기날개를 생각한다. 항공기날개에서 가장 중요한 진동모드는 굽힘과 비틀림변형에 의한 진동모드이므로, 항공기날개의 단위 유한요소가 갖는 운동에너지 T 와 포텐셜에너지 V 는 다음과 같이 표현된다.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^1 [\rho A \dot{w}^2 + \rho I \dot{\theta}_b^2 + \rho J \dot{\tau}^2 - 2\rho R \dot{W} \tau] dx$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^1 \{\epsilon\}^T [D] \{\epsilon\} dx \quad (1)$$

여기서

$$\rho A \equiv \iint \rho dz dy, \quad \rho I \equiv \iint \rho z^2 dz dy,$$

$$\rho J \equiv \iint \rho (y^2 + z^2) dz dy, \quad \rho R \equiv \iint \rho y dz dy \quad (2)$$

식(1)에서 변위 w 는 굽힘과 전단변형으로 인한 변위 w_b, w_s 의 합이며 $\theta_b = dw_b/dx$ 이고 τ 는 비틀림각이다. $\{\epsilon\}$ 은 변형률 벡터이며 $[D]$ 는 복합재료 스킨, 보강재, 웨브(Webs)등에 의한 구조 강성계수 행렬로써 참고문헌(3)에 그 유도과정이 잘 설명되어 있다. Box-Beam의 단위유한요소에 대한 변위 w_b, w_s, τ 를 Hermitian 다항식을 이용하여 근사적으로 표현하면 다음과 같다.

$$w_b(x) = N_1 w_{b1} + N_2 w_{b1}' + N_3 w_{b2} + N_4 w_{b2}'$$

$$w_s(x) = N_1 w_{s1} + N_2 w_{s1}' + N_3 w_{s2} + N_4 w_{s2}'$$

$$\tau(x) = N_1 \tau_1 + N_2 \tau_1' + N_3 \tau_2 + N_4 \tau_2' \quad (3)$$

여기서 ()'는 x 에 대한 도함수 d/dx 이고 N_i 는 2차 Hermitian 다항식이며 다음과 같이 표현된다.

$$N_1(x) = 1 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3$$

$$N_2(x) = x - 2\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}$$

$$N_3(x) = 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3$$

$$N_4(x) = -\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2} \quad (4)$$

식(3)을 식(1)에 대입하면 운동에너지와 포텐셜에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{q}\}^T [M] \{\dot{q}\}$$

$$V = \frac{1}{2} \{q\}^T [K] \{q\} \quad (5)$$

여기서, $\{q\}$ 는 연속체 자유도로서 다음과 같이 정의된다.

$$\{q\} = \{w_{b1}, \theta_{b1}, w_{s1}, \theta_{s1}, \tau_1, \tau'_1, w_{b2}, \theta_{b2}, w_{s2}, \theta_{s2}, \tau_2, \tau'_2\}^T \quad (6)$$

식(5)에서 주어지는 유한요소 강성 및 질량행렬 $[K]$ 와 $[M]$ 은 참고문헌 (3)에서 제시한 수치계산 과정을 통해 얻을 수 있다.

2.2 등가 연속체 Beam-Rod에 대한 유한요소 강성 및 질량행렬

본 연구에서는 항공기날개를 굽힘, 비틀림 및 전단변형과 이들 변위간의 연계성을 동시에 고려한 등가연속체 Beam-Rod(Fig. 2)로 모델링하고자 한다. 등가연속체 Beam-Rod의 힘-변위 관계식은 참고문헌 (2)에 제시된 개념에 따라 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} M \\ Q \\ T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EI & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{12} & GA & \eta_{23} \\ \eta_{13} & \eta_{23} & GJ \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta'_b \\ w' - \theta_b \\ \tau' \end{Bmatrix} \quad (7)$$

등가연속체 Beam-Rod의 단위 유한요소가 갖는 운동에너지는 식(1)에 의해 주어지며 포텐셜에너지는 다음식(8)으로 표현된다.

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l \left[\frac{M^2}{EI} + \frac{Q^2}{GA} + \frac{T^2}{GJ} \right] dx \quad (8)$$

식(1)과 식(8)로 표현되는 운동에너지와 포텐셜에너지는 힘-변위 관계식(7)을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

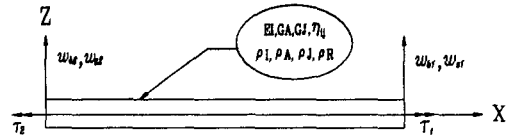


Fig. 2 Equivalent continuum beam-rod model

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \begin{Bmatrix} \dot{w}_b \\ \dot{\theta}_b \\ \dot{w}_s \\ \dot{\tau} \end{Bmatrix}^T [m] \begin{Bmatrix} \dot{w}_b \\ \dot{\theta}_b \\ \dot{w}_s \\ \dot{\tau} \end{Bmatrix} dx$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l \begin{Bmatrix} \theta'_b \\ w' - \theta_b \\ \tau' \end{Bmatrix}^T [a] \begin{Bmatrix} \theta'_b \\ w' - \theta_b \\ \tau' \end{Bmatrix} dx \quad (9)$$

식(9)의 $[m]$ 과 $[a]$ 는 식(2)에서 정의된 질량, 관성모멘트와 식(7)에 보인 강성계수의 함수로 표현되는 행렬로써 Table 1에 나타내었다. 식(9)에 변위함수에 대한 식(3)을 대입하여 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{q}\}^T [M_e] \{\dot{q}\}$$

$$V = \frac{1}{2} \{q\}^T [K_e] \{q\} \quad (10)$$

여기서 $\{q\}$ 는 식(6)에서 정의한 연속체 자유도이고, $[M_e]$, $[K_e]$ 는 등가연속체 Beam-Rod의 단위유한요소에 대한 질량 및 강성행렬로써 다음과 같이 주어진다.

$$[K_e] = \int_0^l [T]^T [a] [T] dx$$

$$[M_e] = \int_0^l [N]^T [m] [N] dx \quad (11)$$

식(11)의 $[T]$ 와 $[N]$ 은 형상함수로 표현되는 행렬로써 Table 2에 나타내었다.

Table 1 Matrices $[a]$ and $[m]$ in Eq.(9)

$[a] = \begin{bmatrix} EI + \frac{\eta_{12}^2}{GA} + \frac{\eta_{13}^2}{GJ} & 2\eta_{12} + \frac{\eta_{13}\eta_{23}}{GJ} & 2\eta_{13} + \frac{\eta_{12}\eta_{23}}{GA} \\ 2\eta_{12} + \frac{\eta_{13}\eta_{23}}{GJ} & GA + \frac{\eta_{12}^2}{EI} + \frac{\eta_{23}^2}{GJ} & 2\eta_{23} + \frac{\eta_{12}\eta_{13}}{EI} \\ 2\eta_{13} + \frac{\eta_{12}\eta_{23}}{GA} & 2\eta_{23} + \frac{\eta_{12}\eta_{13}}{EI} & GJ + \frac{\eta_{13}^2}{EI} + \frac{\eta_{23}^2}{GA} \end{bmatrix}$	$[m] = \begin{bmatrix} \rho A & 0 & \rho A & -\rho R \\ 0 & \rho I & 0 & 0 \\ \rho A & 0 & \rho A & -\rho R \\ -\rho R & 0 & -\rho R & \rho J \end{bmatrix}$
--	--

Table 2 Matrices [T] and [N] in Eq. (11)

$$[T] = \begin{bmatrix} N_1' & N_2' & 0 & 0 & 0 & 0 & N_3' & N_4' & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_3 & N_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_3 & N_4 \end{bmatrix}$$

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_3 & N_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N_1 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_3 & N_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_3 & N_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_3 & N_4 \end{bmatrix}$$

2.3 등가 구조물성치의 계산

유한요소법을 이용해서 Box-Beam 형태의 항공기 날개에 대해 구한 유한요소 강성 및 질량행렬, [K]와 [M]은, 등가에너지개념⁽¹⁾에 의하여 식(11)의 등가 연속체 Beam-Rod에 대한 강성 및 질량행렬과 각각 같게 놓을 수 있다. 즉,

$$[K] = [K_e], [M] = [M_e] \tag{12}$$

[M_e]과 [K_e]는 식(2)와 식(7)에 나타낸 등가연속체 Beam-Rod의 관성 및 구조물성치를 포함하고 있기 때문에 식(12)의 등식관계로부터 이들을 구할 수 있다.

3. 자유진동해석

Hamilton 원리를 적용하여 등가연속체 Beam-Rod의 자유진동에 관한 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dx} \begin{Bmatrix} M \\ Q \\ T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho I & 0 & 0 \\ 0 & \rho A & -\rho R \\ 0 & -\rho R & \rho J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_b \\ \ddot{w} \\ \dot{t} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} Q \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{13}$$

식(12)로부터 등가연속체 Beam-Rod에 대한 관성 및 구조물성치를 구한후 참고문헌 (2)에서 제시한 진동해석기법에 따라 식(13)의 해를 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{Bmatrix} \theta_b \\ w \\ \tau \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Theta_b \\ W \\ T \end{Bmatrix} e^{ax} e^{i\omega t} \tag{14}$$

식(7)과 (14)를 식(13)에 대입하면 고유치 (Eigenvalue)문제를 얻게 되고 이로부터 α²에 대한 3차 대수방정식을 얻는다. 이 식으로부터 6개의 특성치 (characteristic values)와 이에 해당되는 고

유벡터 (eigenvector)는 주어진 진동수에서 계산될 수 있으며 그 일반해는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \theta_b \\ w \\ \tau \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^6 b_k \begin{Bmatrix} \Theta_b \\ W \\ T \end{Bmatrix} e^{a_k x} e^{i\omega t} \tag{15}$$

여기서 b_k는 경계조건으로부터 구해지는 임의의 상수이며 외팔보 형태를 갖는 항공기 날개에 대한 Beam-Rod모델의 경계조건은 다음과 같다.

$$\text{자유단: } \{M, Q, T\} = \{0\} \tag{16a}$$

$$\text{고정단: } \{b, w, \tau\} = \{0\} \tag{16b}$$

식(16a)를 식(13)에 대입하고 식(16b)를 식(15)에 대입하면 다음과 같이 나타낸다.

$$\sum_{k=1}^6 b_k \begin{Bmatrix} \Theta_b \\ W \\ T \end{Bmatrix} = \{0\} \tag{17a}$$

$$\begin{bmatrix} EI & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{12} & GA & \eta_{23} \\ \eta_{13} & \eta_{23} & GJ \end{bmatrix} \sum_{k=1}^6 b_k \begin{bmatrix} \alpha_k & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_k & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Theta_b \\ W \\ T \end{Bmatrix}_k e^{a_k x} = \{0\} \tag{17b}$$

식(17a)와 (17b)를 합하면 다음과 같은 형태의 연립 제차대수방정식을 얻는다.

$$[B(\omega)](b) = \{0\} \tag{18}$$

[B(ω)]는 6×6 행렬로서 그 형태는 다음과 같다.

$$[B(\omega)] = \begin{bmatrix} \Theta_{b1} & \Theta_{b2} & \dots & \Theta_{b6} \\ W_1 & W_2 & \dots & W_6 \\ T_1 & T_2 & \dots & T_6 \\ \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{16} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{26} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \dots & \delta_{36} \end{bmatrix} \tag{19}$$

여기서

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{16} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{26} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \dots & \delta_{36} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} EI & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{12} & GA & \eta_{23} \\ \eta_{13} & \eta_{23} & GJ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & \dots & f_6 \\ g_1 & g_2 & \dots & g_6 \\ h_1 & h_2 & \dots & h_6 \end{bmatrix}$$

$$f_i \equiv \alpha_i \Theta_{bi} e^{\alpha_i x}$$

$$g_i \equiv (\alpha_i W_i - \Theta_{bi}) e^{\alpha_i x}$$

$$h_i \equiv \alpha_i T_i e^{\alpha_i x} \quad (20)$$

식(18)이 유용해를 갖기 위한 조건으로부터 다음의 주파수방정식을 얻을 수 있다.

$$|B(\omega)|=0 \quad (21)$$

반복계산법에 의해 식(21)을 만족하는 고유진동수 ω_N 을 구한 후 식(18)로부터 고유벡터 $\{b\}_N$ 을 구할 수 있다. N 번째 고유진동수 ω_N 과 이에 해당하는 고유벡터성분 b_{kN} 와 α_{kN} 값들로부터 다음과 같이 N 번째 모드벡터를 구성할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \bar{\theta}_b \\ \bar{W} \\ \bar{T} \end{Bmatrix}_N = \sum_{k=1}^6 b_{kN} \begin{Bmatrix} \Theta_b \\ W \\ T \end{Bmatrix}_k e^{\alpha_{kN} x} \quad (22)$$

식(22)로부터 알고자 하는 변위에 대한 모드를 계산할 수 있다.

4. 수치해석 및 검토

본 연구에서 제시한 연속체모델링기법의 타당성을 보이기 위해 등가연속체 Beam-Rod모델(Fig. 2)에 대한 정적구조해석과 자유진동해석 결과를 Box-Beam형태의 항공기날개(Fig. 1)에 유한요소법을 직접 적용하여 구한 기존의 연구결과들⁽³⁻⁴⁾과 비교하였다.

4.1 등가 구조물성치의 계산

본 논문에서는 Castel⁽³⁾과 Bergen⁽⁴⁾이 유한요소법을 사용해서 진동해석을 수행한 바 있는 복합재료 스킨을 갖는 Box-Beam형태의 항공기날개에 대한 등가 연속체 Beam-Rod모델의 등가 관성 및 구조물성치를 식(12)의 등가에너지개념에 의해 구하였다. 복합재료 스킨은 직교성재료(orthotropic material)로 만들어진 하나의 단일방향성 적층(unidirectional layer)이며 이들의 물성치는 다음과 같다. ⁽³⁾ $E_1=6.9 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $E_2=5.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\nu_{12}=0.30$, $G_{12}=1.5 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $\rho=2.71 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. 복합재료 스킨을 갖는 Box-Beam모델의 섬유각도(Fiber Angle)의 변화에 따라 등가 관성 및

Table 3 Structural properties of equivalent continuum beam-rod

Structural Property	Fiber Angle θ (°)			
	0°	30°	60°	90°
EI [$\times 10^6 \text{ N-m}^2$]	0.69007	0.44494	0.15174	0.05001
GA [$\times 10^6 \text{ N}$]	49.9980	49.9980	49.9980	49.9980
GJ [$\times 10^6 \text{ N-m}^2$]	0.60009	0.32950	0.42831	0.60009
η_{12} [$\times 10^6 \text{ N-m}$]	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
η_{13} [$\times 10^6 \text{ N-m}^2$]	0.00000	0.13517	0.11548	0.00000
η_{23} [$\times 10^6 \text{ N-m}$]	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
ρI [Kg-m]	0.93049	0.93049	0.93049	0.93049
ρA [Kg/m]	10.8403	10.8403	10.8403	10.8403
ρJ [Kg-m]	0.02710	0.02710	0.02710	0.02710
ρR [Kg]	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

구조물성치들을 구함으로써 복합재료인 경우에도 등가 구조물성치를 용이하게 구할 수 있다는 것을 보였고 섬유가 기준축에 대해 임의의 각을 가질 경우에 굽힘과 비틀림변형 사이에 연계성이 나타남을 Table 3에 보였다.

4.2 정적 구조해석

등가연속체 Beam-Rod의 끝단에 $P=200\text{N}$ 의 집중하중이 가해질 경우 등가연속체 Beam-Rod의 끝단에서의 수직변위(w)를 식(7)과 (13)의 정적인 문제로부터 섬유각도를 변화시키면서 계산하였고 그 결과를 유한요소법을 Box-Beam에 직접 적용

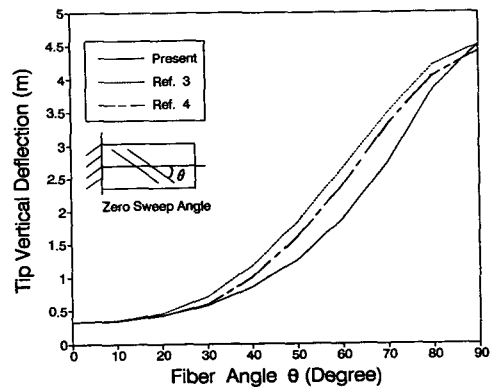


Fig. 3 Static tip vertical deflection(w_b) of equivalent continuum beam-rod(present) and box-beam(refs. 3~4) models

Table 4 Natural frequencies ω (rad/sec) of the box-beam typed wing (0° fiber angle)

Natural Freq. (rad/sec)	Reference ⁽⁴⁾	Equivalent Continuum Beam-Rod
ω_1	3.94	3.94
ω_2	24.69	24.68
ω_3	69.06	69.02
ω_4	84.10(T)	84.10(T)
ω_5	135.29	135.00
ω_6	223.84	222.57
ω_7	252.29(T)	252.29(T)
ω_8	335.30	331.43
ω_9	420.50(T)	420.49(T)
ω_{10}	470.12	461.18

(T) : Torsional modes

하여 구한 결과들⁽³⁻⁴⁾과 비교하였다(Fig. 3). 등가연속체 Beam-Rod에 대한 정적 구조해석결과가 유한요소법을 직접 사용해 구한 결과와 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

4.3 자유진동해석

본 논문에서 사용한 연속체 모델링기법의 타당성을 검토하기 위해 앞에서 계산한 등가 구조물성치를 등가연속체 Beam-Rod에 적용시켜 구한 고유진동수를 유한요소법을 사용해 구한결과⁽³⁻⁴⁾들과 비교하여 Table 4와 Fig. 4에 나타내었다. 본 논문에서 가정한 해가 경계조건을 만족시킨다는 것을 보이기 위해 굽힘 진동 모드를 Fig. 5에 나타내었고 그 결과 본 논문에서 가정한 해가 경계조건을 잘 만족시키고 있음을 알 수 있다. 일단 등가 구조물성치가 구해지면 앞에서 제시한 진동해석기법에 의해 등가연속체 Beam-Rod의 진동특성을 파악할 수 있다.

섬유각도의 변화에 따라 고유진동수를 구한 결과, 본 연구에서 제시한 연속체모델링 기법을 통해 계산된 고유진동수가 기존의 잘 알려진 유한요소해법에 의한 결과와 거의 일치함을 보여주고 있음을 알 수 있다. Fig. 3에서 보듯이 연속체 모델에 대한 수직변위가 유한 요소법을 직접 적용한 경우^(3,4)에 비해 작은 값을 가짐으로써 연속체모델이 유한요소모델에 비해 구조적으로 다소 강해졌음을 알 수 있으며, 이 결과 Fig. 4에서 고유진동수는 일반

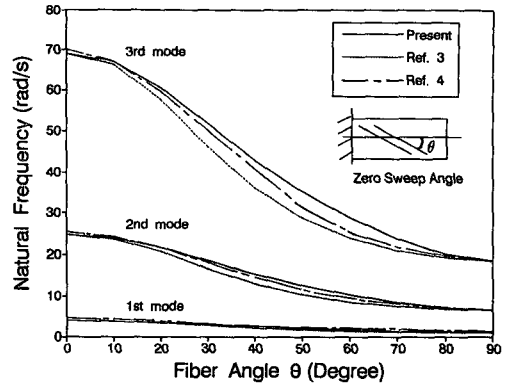


Fig. 4 Natural frequencies of equivalent continuum beam-rod(present) and box-beam(refs. 3~4) models

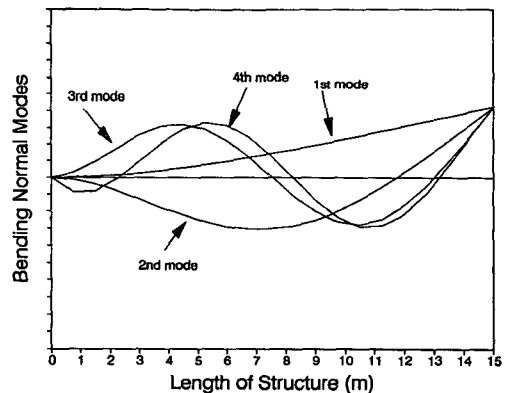


Fig. 5 Lowest four bending normal modes of equivalent continuum beam-rod model

적으로 약간 낮아짐으로써 Fig. 3과 반대되는 경향을 나타내고 있음을 확인할 수 있다. 이러한 경향은 연속체 모델링이 갖고 있는 일반적인 문제점으로 인식되고 있으며,⁽⁹⁾ 이를 극복하기 위한 연구가 본 저자에 의해 현재 진행되고 있다.

5. 결론

복합구조물인 항공기 날개를 등가연속체 Beam-Rod로 모델링하기 위한 간단하면서도 합리적인 모델링기법을 개발하기 위해 복합구조물과 등가연속체모델 사이에 등가에너지개념을 기본원리로 적용하였다. 본 연구에서 제시한 연속체모델은 기존의 유한요소해석으로 수행한 정적 수직변위 및 고

유진동수와 비교해 거의 유사한 결과를 주었다. 본 연구에서 개발한 등가 연속체모델의 구조적인 단순함으로 인해서 일반적인 유한요소법에서 요구되는 막대한 컴퓨터 용량과 전산시간의 어려움을 극복함으로써 보다 신속하고 경제적인 구조해석 및 진동해석을 수행할 수 있을 것으로 생각된다.

후 기

본 연구는 1993년도 인하대학교 연구비 지원에 의하여 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Noor, A. K., Anderson, M. S. and Green, W. H., 1978, " Continuum Models for Beam and Platelike Lattice Structures, " *AIAA Journal*, Vol.16, No. 12, pp. 1219~1228.
- (2) Lee, U., 1990, " Dynamic Continuum Modeling of Beamlike Space Structures Using Finite ~Element Matrices, " *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 4, pp. 725~731.
- (3) Castel, F., Kapania, R. K., 1988, " A Beam Element for Aeroelastic Analysis of Damaged and Undamaged Laminated Wings, " CCMS-88-13, Center for Composite Materials and Structures, Virginia Polytechnic Institute and State University4.
- (4) Bergen, F. D., 1988, " Shape Sensitivity Analysis of Wing Dynamic Aeroelastic Response, " M. S. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University
- (5) Giles, G. L., 1986, " Equivalent Plate Analysis of Aircraft Wing Box Structures with General Planform Geometry, " NASA TM 87697
- (6) Meirovitch, L., 1967, *Analytical Methods in Vibrations*, MacMillan Company
- (7) Cook, R. D., et al., 1988, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons
- (8) Jones, R. M., 1975, *Mechanics of Composite Materials*, Scripta Book Company
- (9) Berry, D. T., Yang, T. Y. and Skelton, R. E., 1985, " Dynamics and Control of Lattice Beams Using Simplified Finite Element Models, " *J. of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 8, pp. 612~619