

(論 文)

모아레 원리를 이용한 스피들의 반경방향 회전정도 측정

박윤창* · 김승우**

(1993년 3월 4일 접수)

Measurement of Radial Error Motions of a Rotating Spindle by Moire Topography

Yoon-Chang Park and Seung-Woo Kim

Key Words : Spindle Accuracy Measurement(스핀들 정도측정), Rotational Accuracy(회전정도), Radial Error Motion(반경방향 오차), Moire Fringe(모아레 무늬), Axis of Rotation(회전축)

Abstract

Moire principles are applied to the measurement of the spindle radial error motion. As opposed to conventional techniques, no master cylinder or ball is needed in the measurement so that the offset and out-of-roundness errors of the master can be inherently eliminated. Two periodic circular gratings are used, one is made on the spindle and the other is held stationary on the reference frame. When the two gratings are seen superimposed during spindle rotation, an interference fringe pattern is observed from which the information on the eccentricity between the two gratings can be extracted with high precision. The optical design and fringe analysis techniques of a prototype measurement system are described in detail with exemplary measurement results.

1. 서 론

스핀들의 회전정도 측정은 1930년대에 G. Schlesinger⁽¹⁾에 의해 제안된 기준실린더(master cylinder)와 다이알게이지(dial gage)를 이용한 방법을 효시로 시작되었다. 이 방법은 작업현장에서 간편하게 응용될 수 있는 장점이 있지만 측정정밀도와 측정속도의 관점에서 많은 문제점을 갖고 있어, 그간 공작기계의 발달과 더불어 스피들 회전정도에 관한 연구가 꾸준히 계속되어 왔다. 이의 결과로 1959년 J. Tlustý⁽²⁾에 의해 비접촉식 변위계와 오실로스코프를 이용한 고속의 공구회전형(tool-rotating type) 스

핀들에 대한 회전정도 측정법이 발표되었으며, 뒤 이어 공작물회전형(work-rotating type) 스피들에 대한 고속 측정법이 1967년에 J. Bryan⁽³⁾에 의해 제시되었다. 그 이후 측정의 정밀도를 향상시키는 방향의 연구가 진행되어 1972년에는 R.R. Donaldson⁽⁴⁾에 의해 기준 구와 실린더의 형상오차를 측정 결과로부터 분리시키는 방법으로 반전법(reversal method)이 제시되었다. 이와 더불어 1973년에는 P. Vanherch와 J. Peters⁽⁵⁾에 의해 광학식 엔코더와 컴퓨터를 이용한 디지털 측정법이 제시되어 측정 데이터의 정밀한 분석을 측정과 더불어 컴퓨터를 이용하여 동시에 수행할 수 있음을 보였다. 1975년과 1976년에는 이제까지 개별적으로 진행되어 오던 스피들 회전정도측정에 관한 연구의 종합화와 표준화를 추구하기 위해 J. Bryan과 P.

*한국과학기술원 정밀공학과

**정회원, 한국과학기술원 정밀공학과

Vanherck등이 중심이되어 스핀들의 회전정도 측정에 관련된 용어와 측정법을 종합적으로 정리하였으며, (6,7) 이의 결과로 최근에는 상용화된 측정시스템이 개발되어 보급되고 있다. (8)

이상에서 살펴본 기존의 회전정도 측정법들에서는 공통적으로 기준구나 기준실린더를 측정의 기준체(reference object)로 의존하고 있다.

이는 스핀들의 회전정도를 스핀들 자체로 부터 직접적으로 측정하지 못하고 기준체의 회전운동으로부터 스핀들의 회전정도를 간접적으로 측정하고 있음을 의미한다. 이러한 이유로 실제 측정에서는 여러가지 문제가 발생되며 정밀도를 저하시키는 문제점으로 편심오차(offset error), 기준체의 형상오차(roundness error), 그리고 동적특성변화오차(dynamic error)를 대표적으로 들수 있다. 편심오차는 기준체를 스핀들에 장착시 불가피하게 발생하는 편심에 따른 한주기성분(fundamental component)을 야기시키고 결과적으로 스핀들 자체의 회전오차를 왜곡시킨다. 기준체의 형상오차는 기준체가 완벽한 원이나 구를 형성하지 못하는 원인에 기인하며 이를 회전정도로 부터 분리시키는 데에는 측정프로브의 수를 증가시킴과 동시에 특별한 수학적 처리가 요구된다. 또한 동적특성변화오차는 장착되는 기준체가 스핀들시스템에 추가질량을 부과하게되어 단순한 불균형힘(unbalanced force)을 야기시킬 뿐아니라 스핀들시스템 전체의 진동모드를 변화시켜 고속회전시 스핀들의 순수한 회전정도만을 측정하기 어렵게 한다. (7)

본 연구에서는 스핀들 정밀도측정에 있어 이제까지의 기준체를 사용하지 않고, 반경방향 회전오차를 스핀들 측상에서 직접적으로 측정하기 위한 광학적 방법을 제안한다. 이는 두개의 유사한 피치를 갖는 동심원형의 광학격자를 이용한다. 두개의 격자중 하나는 회전격자로서 측정하고자하는 스핀들 상에 부착되며, 또 다른 하나는 기준격자로서 공간 상에 고정된다. 이때 회전격자를 기준격자와 중첩하여 관찰하면 격자의 간섭현상에 의하여 모아레 무늬가 발생되며, (9) 이 간섭무늬로 부터 스핀들 회전시 반경방향의 오차운동을 영상처리 기법을 이용하여 직접적으로 측정하게 된다. 본 측정법은 종래의 기준체를 이용할 경우 발생하는 각종 문제점들을 근본적으로 배제할 수 있으며, 또한 전기적인 외부교란의 영향을 받지않고 손쉽게 고분해능측정을 구현할 수 있는 장점을 갖는다.

2. 측정원리

규칙성이 있는 유사한 패턴을 가진 두개의 격자가 겹쳐지면 두 격자간의 간섭현상에 의하여 모아레 무늬가 발생된다. 이 모아레 무늬는 두 격자의 공간 주파수의 차에 해당하는 주파수를 가지며, 두 격자간의 상대 변위 변화에 따라 매우 민감하게 변화한다. (10,11,12) 본 연구에서는 회전하는 스핀들의 반경방향 회전오차를 측정하기 위하여 회전운동에는 둔감(Insensitive)하면서 반경방향 운동에 민감(Sensitive)하게 변하는 모아레 무늬를 발생시키는 동심원 격자를 이용한다. Fig. 1에서 회전격자 G_s 는 N개의 원(circle)로 구성 되어있으며 스핀들의 끝단에 부착된다. 또한 고정격자 G_R 은 회전격자 G_s 와 동일한 반경R을 갖으나 (N-1)개의 동심원으로 구성된다. 기준격자는 공간 상에 고정되어 있고 이의 중심이 스핀들 반경방향오차 측정의 원점으로 설정된다.

기준격자 G_R 의 투과율 분포 S_R 은 (r, θ) 의 극좌표제로 다음과 같은 조화함수 형태로 표현될 수 있다.

$$S_R = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi(N-1)}{R} r \right) \quad (1)$$

또한 회전격자 G_s 의 투과율은 다음과 같다.

$$S_s = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi N}{R} r_s \right) \quad (2)$$

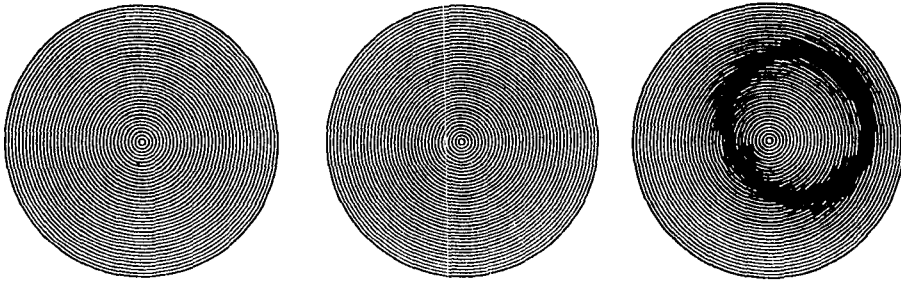
위식에서 r_s 은 회전격자 G_s 의 중심으로부터의 거리이다. 식(1)의 반경 r 과 식(2)의 반경 r_s 와의 관계는 Fig. 1에서와 같이 스핀들 반경방향 회전오차의 방향 ϕ 와 변위 ε 를 고려하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} r_s^2 &= r^2 + \varepsilon^2 - 2r\varepsilon \cos(\theta - \phi) \\ &= [r - \varepsilon \cos(\theta - \phi)]^2 + \varepsilon^2 \sin^2(\theta - \phi) \end{aligned} \quad (3)$$

위 식(3)에서 스핀들 회전오차의 변위 ε 가 충분히 작다고 가정하면 r_s 은 다음과 같이 근사화될 수 있다.

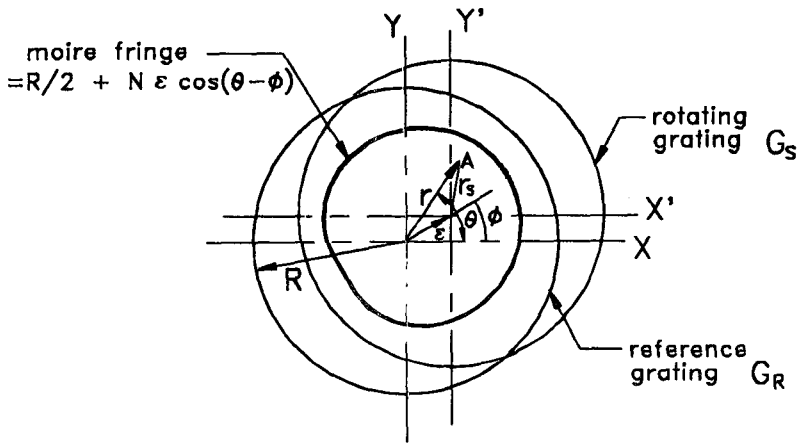
$$r_s \cong r - \varepsilon \cos(\theta - \phi) \quad (4)$$

기준격자와 고정격자가 중첩된 상태에서 균일한 세기 I_0 의 광원으로 조명되면 최종적으로 두 격자를 통과하게 되는 빛의 세기 I 는 다음과 같이 결정된다.



G_S :rotating grating(N) G_R :reference grating(N-1) $G_S \times G_R$

(a) Optical interference



(b) Fringe analysis

Fig. 1 Basic principles of moiré topography of circular grating

$$I = I_o \times S_S \times S_R \quad (5)$$

식(1), (2)와 (4)를 식(5)에 대입하고, 무차원 변수 $r_o (= r/R)$ 과 $\epsilon_o (= \epsilon/R)$ 를 정의하면 식(5)는 다음과 같이 4개의 개별적 조화함수들의 합으로 얻어질 수 있다.

$$I(r_o R, \theta) = \frac{I_o}{4} + \frac{I_o}{4} \cos[2\pi N(r_o - \epsilon_o \cos(\theta - \phi))] + \frac{I_o}{4} \cos[2\pi(N-1)r_o] + \frac{I_o}{8} \cos[2\pi((2N-1)r_o - \epsilon_o N \cos(\theta - \phi))] + \frac{I_o}{8} \cos[2\pi(r_o - \epsilon_o N \cos(\theta - \phi))] \quad (6)$$

위식에서 두번째항과 세번째항의 조화함수는 각각

N 과 $(N-1)$ 의 공간주파수를 가지고 있는 회전격자와 기준격자 자체에 의해 나타나는 강도성분임을 알 수 있다. 네번째 조화함수 성분은 $(2N-1)$ 의 공간주파수로 두 격자의 공간주파수의 합에 해당하는 성분을 의미한다. 마지막항은 1의 공간주파수로 두 격자의 공간 주파수의 차이에 해당하는 낮은 공간주파수를 갖는다. 식(6)의 강도를 적절한 저주파수 필터를 통과시키면 마지막 조화함수의 저주파수 성분만을 얻게되며 이는 모아레 무늬를 구성하는 강도성분이 된다. 최종적으로 얻어지는 모아레 무늬 강도성분은 다음과 같이 표준화(normalizing)하여 나타낼 수 있다.

$$I_m(r_o R, \theta) = \cos[2\pi(r_o - \epsilon_o N \cos(\theta - \phi))] \quad (7)$$

위식을 살펴보면 스피ن들의 회전정도 측정에 대상이

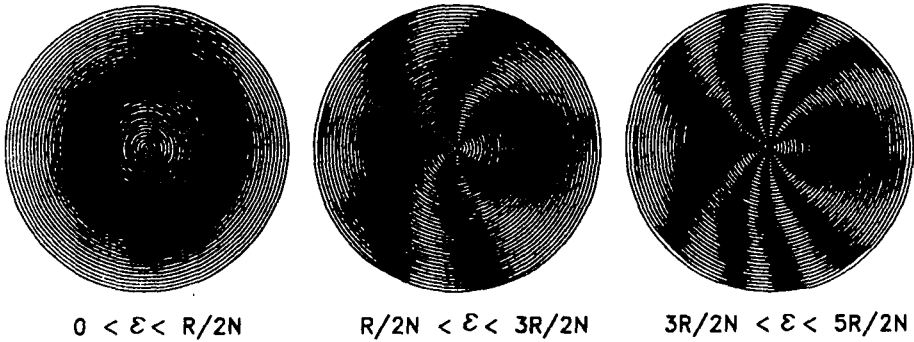


Fig. 2 Moiré fringe variations due to relative position

되는 회전격자 G_s 의 기준좌표계에 대한 이동 변위량 ϵ_o 과 방향 ϕ 은 모아레 무늬상에 반경방향에 대한 위상지연 (phase delay) 향으로 나타나고 있음을 알 수 있다. 그러므로 모아레 무늬의 반경방향 위상 $\psi(\theta)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\psi(\theta) = 2\pi\epsilon_o N \cos(\theta - \phi) \tag{8}$$

또한 식(7)로부터 모아레 무늬의 최저강도 암영점 (darkest point)들은 다음 관계식을 만족하는 위치에서 생긴다는 것을 알 수 있다.

$$2\pi r_o - \psi(\theta) = (2m + 1)\pi \tag{9}$$

여기서 상수 $m(0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$ 은 정수들 의미하며 모아레 무늬의 차수(moiré fringe order)로 정의된다. 따라서, 각 모아레 무늬의 차수에 대한 중심은 다음과 같이 결정된다.

$$r_o = \frac{1}{2} + m + \frac{\psi(\theta)}{2\pi} \tag{10}$$

Fig. 2는 이동량 ϵ 에 따른 모아레 무늬의 변화를 보여주고 있다. 모아레 무늬는 격자 G_s 의 이동방향 ($\theta = \phi$)에 대해서 항상 대칭으로 발생함을 알 수 있고, 대칭축 방향에 대한 회전격자 G_s 의 이동에 따른 모아레 무늬의 이동량에 대한 확대율은 다음과 같이 얻어진다.

$$\frac{\partial r_o}{\partial \epsilon_o} = N, \text{ for } \theta = \phi \tag{11}$$

그러므로 측정의 분해능은 회전격자상의 동심원 수 N 만큼 확대됨을 알 수 있다.

3. 반경방향 변위검출

Fig. 3은 모아레 무늬가 CCD 카메라에 포착된

화상의 한 예를 보여준다. 식(7)에서 보는 바와 같이 모아레 무늬는 임의의 θ 에 대하여 $r_o = 0$ 부터 $r_o = 1$ 까지 한주기의 조화함수임을 알 수 있다. 따라서 임의의 θ 에 대하여 모아레 무늬 강도를 $r_o = 0$ 부터 $r_o = 1$ 까지 n 개의 등간격으로 샘플링 (sampling)한 경우 식(8)의 반경방향 위상에 대한 축적 (wrapped)된 정보 $\psi_w(\theta)$ 는 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\psi_w(\theta) = \tan^{-1} \frac{\sum_{i=0}^{n-1} I\left(\frac{iR}{n}, \theta\right) \sin \frac{2\pi i}{n}}{\sum_{i=0}^{n-1} I\left(\frac{iR}{n}, \theta\right) \cos \frac{2\pi i}{n}} \tag{12}$$

축적된 위상 $\psi_w(\theta)$ 는 위식의 (\tan^{-1}) 연산결과로 인하여 Fig. 4에서와 같이 $-\pi$ 와 $+\pi$ 의 범위의 한정된 값을 갖는다. 실제적인 반경방향 위상 $\psi(\theta)$ 는 $\psi_w(\theta)$ 를 대상으로 다음과 같은 개봉 (unwrapping) 과정을 거쳐 얻을 수 있다.

$$\psi(\theta) = 2\pi n + \psi_w(\theta) \tag{13}$$

즉, 위식에서의 모아레 차수 m 은 개봉된 반경방향 위상이 연속이면서 이의 평균값이 '0'이 되도록 결정된다. Fig. 5는 위식을 통해 얻어진 반경방향 위



Fig. 3 Original moiré fringe

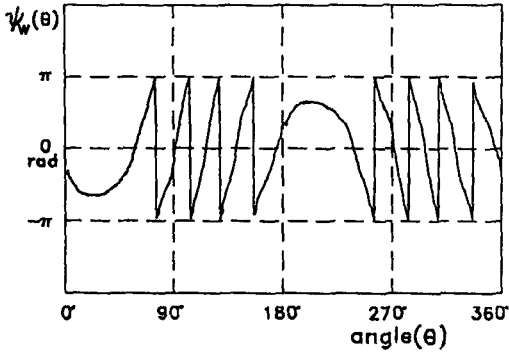


Fig. 4 Wrapped phase

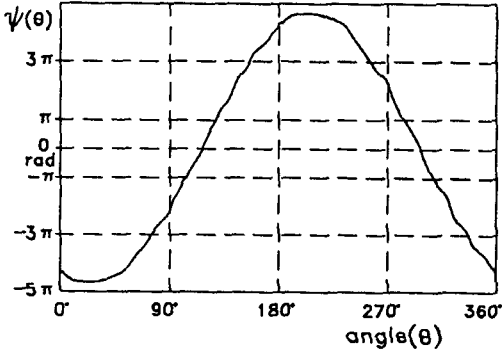


Fig. 5 Unwrapped radial phase

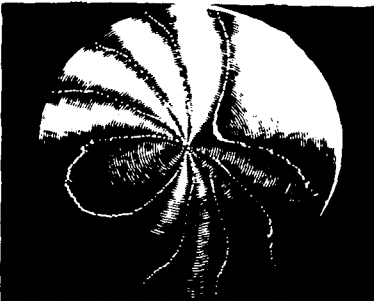


Fig. 6 Fringe skeleton

상 $\psi(\theta)$ 를 나타내고 있으며, 또한 Fig. 6은 식 (10)으로부터 구해진 모아레 무늬의 중심을 표시하고 있다.

최종적으로 회전격자 G_s 의 이동방향 θ 과 이동량 ϵ 는 식(8)로부터 다음과 같이 결정된다.

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\sum_{i=0}^{n-1} \psi\left(\frac{2\pi i}{n}\right) \sin \frac{2\pi i}{n}}{\sum_{i=0}^{n-1} \psi\left(\frac{2\pi i}{n}\right) \cos \frac{2\pi i}{n}} \quad (14)$$

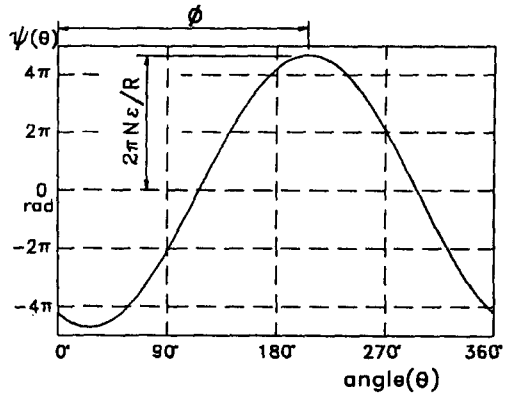


Fig. 7 Regenerated radial phase

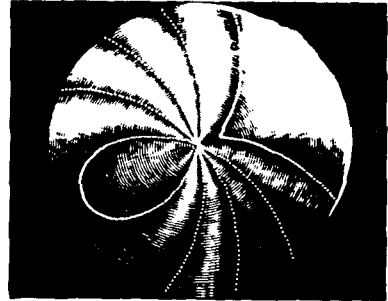


Fig. 8 Regenerated fringe skeleton

그리고

$$\epsilon = \frac{R}{2\pi Nn} \left[\left(\sum_{i=0}^{n-1} \psi\left(\frac{2\pi i}{n}\right) \cos \frac{2\pi i}{n} \right)^2 + \left(\sum_{i=0}^{n-1} \psi\left(\frac{2\pi i}{n}\right) \sin \frac{2\pi i}{n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

Fig. 7와 Fig. 8은 식(14)와 식(15)에서 구해진 θ 와 ϵ 로부터 재구성된 반경방향 위상분포와 모아레 무늬의 중심을 각각 표시하고 있다.

4. 실험

앞에서 기술된 스피들의 반경방향 회전오차 측정을 실제적으로 구현하기 위해 Fig. 9와 같은 측정 시스템을 구성하였다. 여기에 사용된 회전격자 G_s 와 고정격자 G_r 는 유리기판에 크롬을 증착한후 레이저광을 이용한 노광(lithography)기술을 이용하여 피치는 각각 $6 \mu\text{m}$ 와 $24 \mu\text{m}$ 로, 동심원 수는 각각 100개와 99개로 제작되었으며, 광원은 할로겐 램프를 사용하고 광원에서의 발열로 인한 광학계의

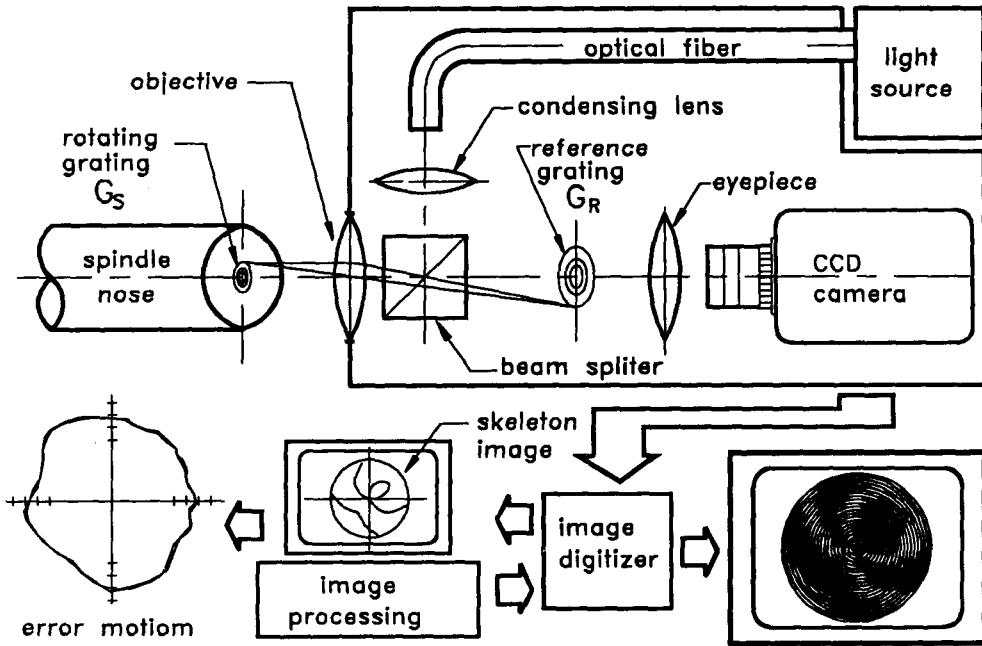


Fig. 9 Configuration of moire topography for measurement of spindle radial error motion

변형을 방지하기 위하여 열흡수용 필터(heat-absorbing filter)와 광섬유로 분리시켰다. 회전격자 G_S 는 스피들의 끝단에 고정되어 현미경용 대물렌즈(microscope objective $\times 4$)를 통하여 기준격자 G_R 과 동일한 크기의 실상을 형성시키고, 그 결상면(image plane)에 기준격자 G_R 가 고정되고 이 격자의 중심이 회전오차 측정의 원점으로 설정된다. 현미경용 대안 렌즈(microscope eyepiece $\times 10$)를 통하여 두 격자의 겹쳐진 허상이 512 \times 512 분해능의 CCD 카메라(charge coupled device camera)에 포착되고, 화상처리 시스템(image digitizer)에서 8bit로 양자화되어 개인용 컴퓨터에 입력되고, 격자 G_S 의 변위방향과 변위량이 각각 식(14)와 (15)에 의해 계산된다.

이 측정 시스템을 방진 테이블에 설치하고 외부로부터의 기계적인 진동을 최대한 억제한 상태에서, 모아레 무늬를 연속적으로 400회 포착하고 각 모아레 무늬의 위치변화를 계산하였다. 이 실험에서 본 측정 시스템의 우연오차는 8 nm(=3 σ)임을 예측할 수 있다.

본 연구에서 개발된 측정시스템에 의해 3차원 측정기용 회전 테이블(rotary table)의 반경방향 회전오차가 측정되었다. 회전 테이블의 스피들에 회

전격자 G_S 를 부착하고 1회전당 등간격으로 64점을 측정하면서 2회전 시켰을때 격자 G_S 의 운동 궤적이 Fig. 10과 같이 얻어졌다. 격자 G_S 가 원운동을 하는 것은 회전격자가 회전중심축(axis average line)으로부터 편심져 있음을 나타내고 있는데, 종래에 기준체를 사용하면서 반경방향으로 설치된 변위계로 측정할때 생기는 heart shape 현상이 회전오차를 왜곡시켜 측정오차의 원인이 되지만, 본 측

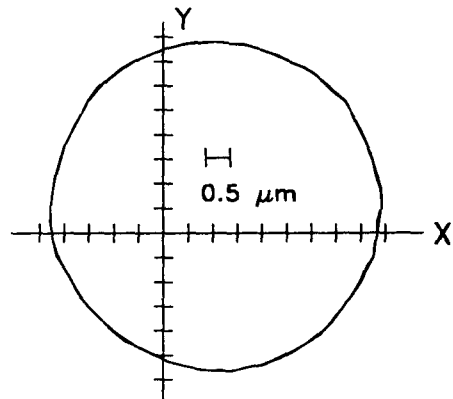


Fig. 10 Trace of grating G_S

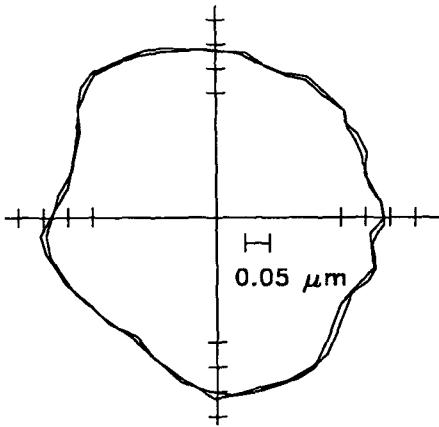


Fig. 11 Radial error motion

정법에서는 편심량이 증가하더라도 회전정도 측정에는 영향을 미치지 않음을 알 수 있다. 128개의 측정점으로 구성된 운동계적의 내접원과 외접원이 동심이면서 반경차이가 최소로되는 중심(minimum radial separation center : MRS Center)⁽⁷⁾을 찾고 이 중심점으로부터 각 측정점까지의 거리변화가 반경방향 회전오차가 된다. Fig. 11은 Fig. 10에 표시된 회전격자 G_s 의 운동계적에서 구해진 MRS Center를 극좌표계의 원점과 일치시켜 반경방향 회전오차를 표시한 것이다.

5. 결 론

본 연구에서는 동심원 격자들간의 간섭현상으로 인한 모아레 무늬로부터 두격자간의 상대변위를 검출하는 방법이 제시되었고, 이 원리를 이용한 스피들의 반경방향 회전오차 측정시스템이 개발되었다. 기존의 측정법에서는 기준체를 사용하여 스피들의 회전오차를 간접적으로 측정하고 있는 반면에, 본 연구에서 제안된 방법은 모아레 원리를 이용한 직접적인 측정법이기에 때문에 기준체의 형상오차와 편심 장착으로 인한 회전오차의 왜곡 및 편심질량으로 인한 스피들의 동특성변화등의 문제를 근본적으로 제거할 수 있었고, 전기적인 비접촉식 변위계가 아닌 광학적인 방법을 이용함으로써, 전기적인 노이즈 영향을 받지않고 $0.01 \mu\text{m}$ 이하의 고분해능이 쉽게 구현되었다.

참고문헌

- (1) Schlesinger, G. "Testing Machine Tools," Machinery Publishing Co.,
- (2) Tlusty, J., 1959, "System and Methods of Testing Machine Tools," Microtechnic Vol. 13 No. 4. pp. 162~178.
- (3) Bryan, J., Clouser, R. and Holland, E. 1967, "Spindle Accuracy," American Machinist. December 4. pp. 149~164.
- (4) Donaldson, R. R., 1972, "A Simple Method for Separating Spindle Error form Test Ball Roundness Error," CIRP Annals. Vol. 21/1. pp. 125~126.
- (5) Vanherck, P. and Pepers, J., 1973, "Digital Axis of Rotation Measurements," CIRP Annals. Vol. 22/1. pp. 135~136.
- (6) Bryan, J. and Vanherck, P., 1975, "Unification of Terminology Concerning The Error Motion of Axes of Rotation," CIRP Annals. Vol. 24/2. pp. 555~562.
- (7) Unification Document Me: "Axes of Rotation," CIRP Annals. Vol. 24/2. 1976. pp. 545~564.
- (8) Chapman, P. D., 1985, "A Capacitance Based Ultra-Precision Spindle Error Analyser," Precision Engineering. Vol. 7 No. 3. pp. 129~137.
- (9) Theocaris, P. S., 1969, Moire Fringes in Strain Analysis. Pergamon Press. 1969. pp. 112~145.
- (10) Szwaykowski, P. and Patorski, K., 1989, "Moire Fringes by Evolute Gratings," App. I. Opt. Vol. 28 No. 21. pp. 4679~4681.
- (11) Heller, D. F., Oded Kafri. and Krasinski, J. 1985, "Direct Birefringence Measurements Using Moire Ray Deflection Techniques," App. I. Opt., Vol. 24 No. 18. pp. 3037~3040.
- (12) Sandler, B., Keren, E., Livnat. A. and Kafri. O. 1987, "Moire Patterns of Skewed Radial Gratings," App. I. Opt., Vol. 26 No. 5. pp. 772~773.