

적응요소분할법에 의한 평면곡선가공의 공구경로 결정*

— 적응요소직선보간과 적응요소포물선보간 및 혼합보간법의 비교 —

현 창 현 *

The Tool Path Determination for Machining the Plane Curve by an Adaptive Mesh Generation Technique

— Comparision among the Adaptive Linear Interpolation, Parabolic Interpolation & Linear-Parabolic Interpolation Method —

Chang-Heon Hyun *

ABSTRACT

An attempt has been made to determination the NC milling machine's tool-path through the adaptive parabolic interpolation method & the adaptive linear-parabolic interpolation method in consideration of the economical machining time. The algorithms for the above-mentioned interpolation methods have been designed and the numerical experiments for these methods have been conducted with the existing adaptive linear interpolation methods for comparision.

1. 서 론

CNC 밀링등의 공작기계로 임의의 곡선을 가공할 경우, 이 주어진 곡선을 그대로 만들어 내도록 가공하는 것은 불가능함으로, CNC 장치에 있는 보간기능을 사용하여 그

곡선을 근사화시킨 후, 그 근사화된 경로를 공구가 따라 가도록 함으로써 주어진 설계 곡선에 대해 근사적인 곡선으로 가공하여 만들어 낸다는 것은 주지의 사실이다. 이러한 보간기능중 실용적인 것들의 종류^{1,2)}는 직선보간, 원호보간, 포물선보간, 3차 스플라인(Cubic Spline)보간법이 보통이다.

이들 중 직선보간 기능은 모든 CNC 장치에 내장되어 공급된다. 어떠한 곡선도 직선

* 이 논문은 '91년도 강원대학교 가성희 학술연구비에 의하여 연구되었음

* 강원대학교 공과대학 기계공학과 부교수

들의 모임을 가지고 근사적으로 나타낼 수 있으므로, 이 기능만 있다면, 임의의 곡선을 원하는 정밀도로 가공이 가능하게 된다. 하지만, 가공하려는 설계곡선이 주어지고 이를 요구하는 공차범위내로 가공하려고 할 때, 공구가 이를 정확히 따라 가도록 하기 위하여 각 직선의 시작과 끝점의 좌표를 계산해서 CNC 장치에게 알려 주어야 한다.

수동프로그래밍시에는, 별도의 계산기나 컴퓨터를 사용하여 필요한 공구경로정보를 계산한 후 프로그래밍에 반영한다. 설계곡선을 근사화하기 위해서 일반적으로 여러개의 직선을 사용해야 됨으로, 이 작업이 매우 번거롭고 시간이 많이 필요할 뿐 아니라, coding-line의 수가 많아 Tape 길이가 너무 길게 된다는가 또는 memory 영역의 제한과 같은 문제가 발생하며, 설계곡선에 따라서는 계산이 복잡하여 실용적으로 생각할 때 불가능한 것으로 여겨지는 일도 생긴다. 한편, 구해지는 직선의 갯수가 지나치게 많아 너무 정밀한 가공을 초래하게 되어 비경제적이게 되는 일이 대부분이다.

자동프로그래밍시는, 자동프로그래밍장치(CAD/CAM장치 포함)의 능력에 따라 다르긴하지만 일반적으로, 초기소요되는 직선의 수를 예측하여 프로그래머가 컴퓨터에 정보로 주변 위의 좌표값을 별도의 컴퓨터 없이 자동프로그래밍장치내에서 계산하고 주어진 공차를 만족하게 되는지의 여부를 알려주게 되고, 만족안되는 경우, 소요되는 직선의 수를 다시 수정하여 입력하여 주는 작업을 반복시행함으로써 주어진 공차를 만족하는 직선들의 모임을 구하게 되나 비경제적으로 너무 정밀한 가공을 초래하게 될 수 있음은 수동프로그래밍과 동일하며, 이 과정 역시 번거롭고 시간이 많이 소요됨이 보통이다.

위에서 언급된 단점중에서, 직선의 수가 많아짐에 따른 Tape의 길이 또는 memory의 영역제한 문제를 극복하기 위하여 나머지

의 3가지 보간기능이 사용되고 있다.

그 중 원호보간 기능은 최근 생산되는 거의 모든 CNC 장치에 내장되어 공급되고 있고, 포물선보간기능과 3차 스피라인 보간기능도 일부 CNC 장치에 채용되고 있다. 이중 후자는 요소마다 각각의 스피라인 곡선으로 결정되는 공구경로가 서로의 연결점에서 미분가능해야 한다는 조건을 만족하기 위한 곡선이다. 이 방법들은 memory가 커야 되고 계산처리속도가 빨라야 하므로, CNC 장치의 가격이 높아진다. 이러한 고급보간기능을 사용하면, 직선보간법의 경우보다 작은 갯수의 근사함수요소(원호, 포물선, 스피라인)로 설계곡선을 근사할 수 있어서 coding-line의 수가 짧아져서 Tape 길이가 짧아지고 또는 memory 영역이 적게 사용되어 일반적으로 계산해야 할 횟수가 작아지게 되는 하나, 수동프로그래밍시는, 작업이 번거롭고 시간이 많이 걸림은 여전하고, 계산된 근사함수요소들의 모임은 대부분 비경제적으로 지나치게 많게 된다. 그리고, 주어진 공차를 만족하는 공구이동경로가 직선보간으로 처리된 것보다 길게 되어서, 공구이송(tool feed)이 일정하다고 하여 생각하면, 가공에 소요되는 시간은 직선보간의 경우보다 더욱 길어진다. 따라서, 제품생산속도가 늦어지게 된다. 이와 같은 고급보간기능을 자동프로그래밍시에 사용할 경우도, 주어진 설계곡선을 최소 몇개의 근사함수요소를 사용하면 요구하는 공차를 만족하도록 가공할 수 있을까하는 등의 문제점들은 여전히 존재하여 이를 해결하는 일이 중요하게 되었고, 직선보간의 경우는, 적용요소분할법으로 처리하는 연구³⁾가 이미 이루어졌다. 원호보간을 포함 그 이외 보간법에는 이와 같은 연구가 아직 없다.

더욱이, 주어진 설계곡선을 유한개의 구간으로 나누었을 때, 직선보간을 채용할 것인가 원호보간을 또는 포물선보간법중 어느 것을 채용할 것인가³⁾를, 합리적인 기준에 근

거하여 선택결정하며 보간해나가는 법에 관한 연구가 있다면, 주어진 공차를 만족시키면서도, Tape의 길이 또는 memory의 사용 제한, 모의실험시의 시간 및 가공에 소요되는 시간을 고려하여 설계곡선의 각 부위에 적절한 보간법을 적용할 수가 있을 것이다.

이러한 필요성에 의하여, 본 연구에서는,

첫째, 적응요소분할법을 채용한 포물선보간법을 고안하고

둘째, 직선보간법과 포물선보간법을 모두 사용할 수 있는 보간법(이하, 혼합보간법이라 명명함)을 고안하되, 가공시간을 고려하여 적절한 법을 선택하도록 하는 혼합보간법을 고안한 후, 임의의 설계곡선에 대하여, 기존의 적응요소직선보간법과 고안된 위의 두 보간법을 함께 수치실험비교 제시함으로써, 향후 더욱 좋은 혼합보간법의 창출을 도모하는 것을 연구의 목적으로 한다.

2. 적응요소포물선보간법과 혼합보간법

기존의 적응요소직선보간법의 알고리즘의 shape function³⁾이 적응요소포물선보간의 경우는 다음과 같이 바뀐다.

가공하려는 설계곡선의 식을 $y=y(x)$ 에 대하여, 임의의 구간 $x \in (x_0, x_2)$ 에서의 보간에 관해 생각할 때, 이 부위의 설계곡선은 포물선에 의해 근사화되므로, 즉, 2차 다항식에 의하여 보간이 된다.

Lagrange's 2차 interpolating polynomial에 의하여 shape function, $N_1(x)$ 은 다음과 같이 표현⁴⁾된다.

$$N_1(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq 1}}^2 \frac{(x-x_j)}{(x_1-x_j)}, \quad x \in (x_0, x_2) \quad (1)$$

여기서 $x_1 = \frac{x_0+x_2}{2}$ 로 정의한다.

이를 이용하여 포물선보간을 나타내는 근사함수 $\phi(x)$ 는 다음과 같이 된다.

$$y(x) \cong \phi(x) = N_0(x) y(x_0) + N_1(x) y(x_1) + N_2(x) y(x_2) \quad (2)$$

적응요소포물선보간법은, 초기에 주어진 각 요소마다 이 식(2)를 이용하여 보간하되 주어진 공차조건을 만족시키지 않게 되면, 고려하는 요소를 2등분하여 생긴 새로운 구간에 대하여 이 식(2)를 가지고 보간하여 만족될 때까지 계속 판정하여 나가도록 고안하였다. 기존 적응요소직선보간법과는 shape function만이 다를 뿐이다.

혼합보간법의 경우는, 두점간의 최단거리는 직선이므로, 설계곡선상의 임의 두점까지 가공을 할 때, 공차가 만족되고 공구이송속도가 동일하다면, 직선보간의 경우가 가장 적은 시간이 걸린다. 따라서, 이 사실에 근거하여, 주어진 요소에서 직선보간을 사용하여도 공차가 만족되는지의 여부를 조사하고 그렇지 않으면 다음에 포물선보간을 적용해 보고 그래도 만족이 되지 않으면 그 요소를 2등분하여 다시 같은 작업을, 새로운 구간에 대해, 반복하여 나가는 알고리즘을 고안하였다. 구체적으로는 다음과 같다.

step 1. 직선보간법을 먼저 적용한 후, 주어진 양측공차를 만족하는지의 여부를 판정하는 판정식

$$G_1(x) \leq y(x) \leq G_2(x) \quad (3)$$

여기서

$G_1(x)$: Lower bound of $y(x)$

$G_2(x)$: Upper bound of $y(x)$

으로 만족여부를 조사한다.

만족되면, step 4로 감. 아니면, step 2로 감.

step 2. 포물선 보간법을 적용하여 보간 함수를 계산하고 이를 다시 위식(3)에 대입하여 비교한다.

만족되면, step 4로 감. 아니면, step 3으로 감.

step 3. 현재 고려하고 있는 구간을 2등분한다. 새로 생긴 두 구간에 대하여 step 1부터 3까지를 수행. 만족되면, step 4로 감. 아니면, step 1로 감.

step 4. 다음 구간으로 넘어가서 step 1부터 다시 시작.
의 알고리즘으로 구성된다.

3. 수치실험

가공하기 위한 설계곡선은 다음의 식으로 주어진다.

$$y = \sin(x), \quad x \in (0, 6.5)$$

시편의 크기는, color-CRT와 VGA graphic card를 가진 IBM Compatible 386-32bit (36MHz) 컴퓨터를 사용하고, Qbasic언어를 이용하여 형성되는 graphic 화면상에도시하도록 하였다. 실제화면의 크기는 24cm×18cm정도이므로, Qbasic언어를 이용하여 graphic화면을 명령어 SCREEN 2로 나타내어 사용하면, 화면의 가로×세로길이 물리적 크기가 640×200화면요소(pixel)모임으로 된다. 따라서, 화면 가로방향의 27, 세로방향의 11 증가에 대하여 실제로는 시편상에서 각각 1cm 증가하게 된다. 이를 또다시 Qbasic 명령어 WINDOW (0, 0) - (6.5, 2.0)으로 변환하여 화면전체를 시편의 크기로 하였다. 이토록 크게 확대한 이유는 실제의 모습을 눈으로 관찰하기가 용이하도록 하기 위함이다. 이는 graphic 화면상의 가상적인 시편이므로, 실제 가공시는 주어진 곡선 위의 모든 부분은, 최소의 절삭여유를 남겨두고는, 황삭작업을 통하여 제거된 상태로 만들어 놓아야 한다. 실험을 위하여 나머지

주어진 조건은 다음과 같다.

<주어진 조건>

요구되는 양측공차 $\delta = \pm 0.1$,
모의실험(simulation)시의 공구이송은 0.1,
가공시의 공구이송은 0.001로 함.
공구반경은 0이라고 함.
이상의 값을 동일하게 하고, 초기에 입력으로 주어지는 요소의 수는 1부터 8까지로 한다.
보간법은 적응요소직선보간, 적응요소 포물선 보간, 혼합보간법을 사용한다.

<실험내용>

각 경우에서 주어진 소요의 공차를 만족하기 위하여,
최종으로 정해진 요소의 수,
초기요소에 대하여 더욱 세분된 구간(step) 수
각 step 마다에서 컴퓨터가 스스로 사용한 보간법의 종류,
설계곡선의 가공이 만족한 결과를 얻을 때까지 모의실험에 소요되는 시간,
가공에 소요되는 시간의 값을 구한다.

주어진 조건항에서, 모의실험시 이송 0.1이란 수치는 사용하는 현재의 컴퓨터 그래픽 화면에 공구경로가 선명하게 보이면서도 가능하면 빨리 그리게 되는 값이라고 생각되어 선정하였다. 가공시의 공구 이송값 0.001의 단위는 고려되지 않았다. 그 이유로서는 가공을 하기 위한 소재의 재료에 따라 또는 생산계획에 따라 이송값의 크기가 여러가지일 수 있음 때문이다. 현재의 이 값은 실제로 공구가 움직이는 느낌을 줄 수 있도록 취하려고 시도한 값일 뿐이다.

4. 결과 및 고찰

적응요소직선보간의 경우는 Table 1, 적

Table 1 Results of the adaptive linear interpolation for the tool path of $y = \sin(x)$, $x \in (0, 6.5)$

No. of initial mesh	initial mesh no.	No. of subdivision	Final mesh	shape function	simulation time (sec)	machining time (sec)
1	1	8	8	1	121.8203	33.07031
2	1 2	4 4	8	1	118.8008	33.07031
3	1 2 3	3 1 3	7	1	107.4316	33.12109
4	1 2 3 4	2 2 2 2	8	1	114.5703	32.74023
5	1 2 3 4 5	2 2 1 2 1	8	1	105.5098	33.40039
6	1 2 3 4 5 6	1 2 1 1 2 1	8	1	90.91016	33.78125
7	1 2 3 4 5 6 7	1 2 1 1 1 1 1	8	1	85.29883	33.94922
8	1 2 3 4 5 6 7 8	1 1 1 1 1 1 1 1	8	1	80.08008	34.2207

용요소포물선보간의 경우는 Table 2, 혼합 보간법의 경우는 Table 3에 그 결과가 있다.

처음에 입력된 초기요소수에 대하여 더욱 세분되는 구간수를 살펴 볼 때, 적응요소직선보간의 경우, 초기에 주어진 요소번호에 대응하는 각 세분수가 Table 1에 보는 바와 같다. 나머지 두 보간법의 경우, 초기요소가 1개인 경우 2개로 세분되는 것을 제외하곤, 초기요소가 2개 이상인 경우는 더 이상 세분되지 않고 있다.

최종요소수는, 각 Table 및 Fig. 1에 보는 바와 같이, 적응요소직선보간법의 경우, 초기 요소수가 3의 경우를 제외하곤 모두 8개이다. 따라서, part programming의 경우 coding-line 수가 동일하여 memory가 소비

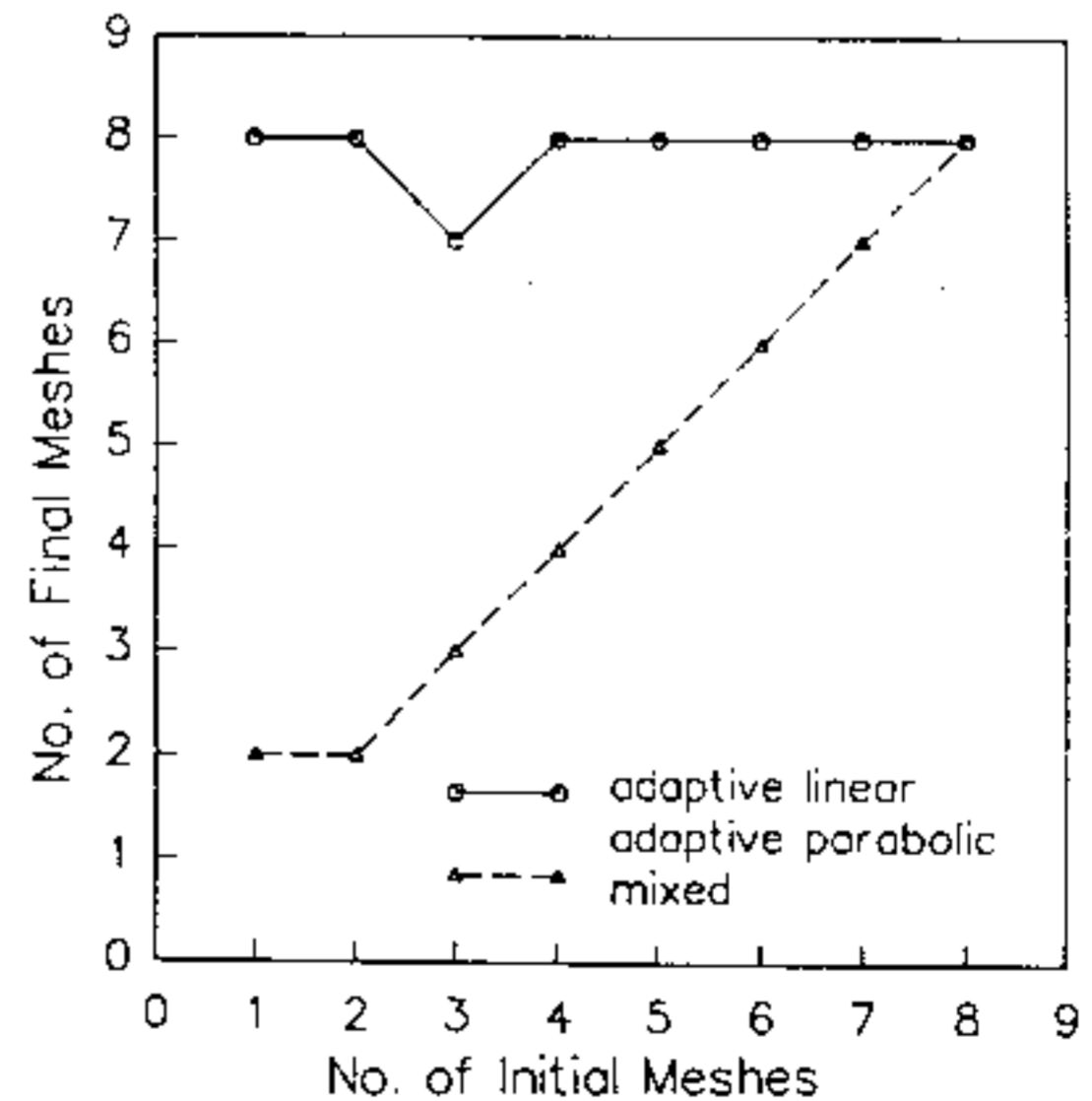


Fig. 1 Final meshes vs. initial meshes

Table 2 Results of the adaptive parabolic interpolation for the tool path of $y = \sin(x)$, $x \in [0, 6.5]$

No. of initial mesh	initial mesh no.	No. of subdivision	Final mesh	shape function	simulation time (sec)	machining time (sec)
1	1	1 2	2	2	114.0801	40.65039
2	1 2	0	2	2	81.73047	41.68945
3	1 2 3	0	3	2	82.7293	42.29883
4	1 2 3 4	0	4	2	82.39063	42.30078
5	1 2 3 4 5	0	5	2	82.0	42.19141
6	1 2 3 4 5 6	0	6	2	82.55078	42.24023
7	1 2 3 4 5 6 7	0	7	2	82.21875	42.24023
8	1 2 3 4 5 6 7 8	0	8	2	82.77148	42.29102

되는 양은 동일하다. 나머지 두 보간법의 경우는 초기요소수가 1개인 경우를 제외하곤 모두 초기 요소수와 동일하다. 즉, 이 보간법들의 경우, 소요의 공차를 만족시키는 가공을 위해서 가능한한 작은 수의 초기요소를 입력함이 memory의 사용을 줄일 수 있어 경제적이다.

모의실험시간은, 각 Table 및 Fig. 2에서 보는 바와 같이, 요소 수가 증가함에 따라, 적용요소직선보간의 경우는 일정한 값으로 감소, 적용요소포물선보간의 경우는 초기요소수가 1인 경우를 제외하곤 거의 일정, 혼합보간의 경우는 초기요소수에 따라 변하며 일정한 값으로 감소하나 그 값이 직선보간의 수렴치보다 크다.

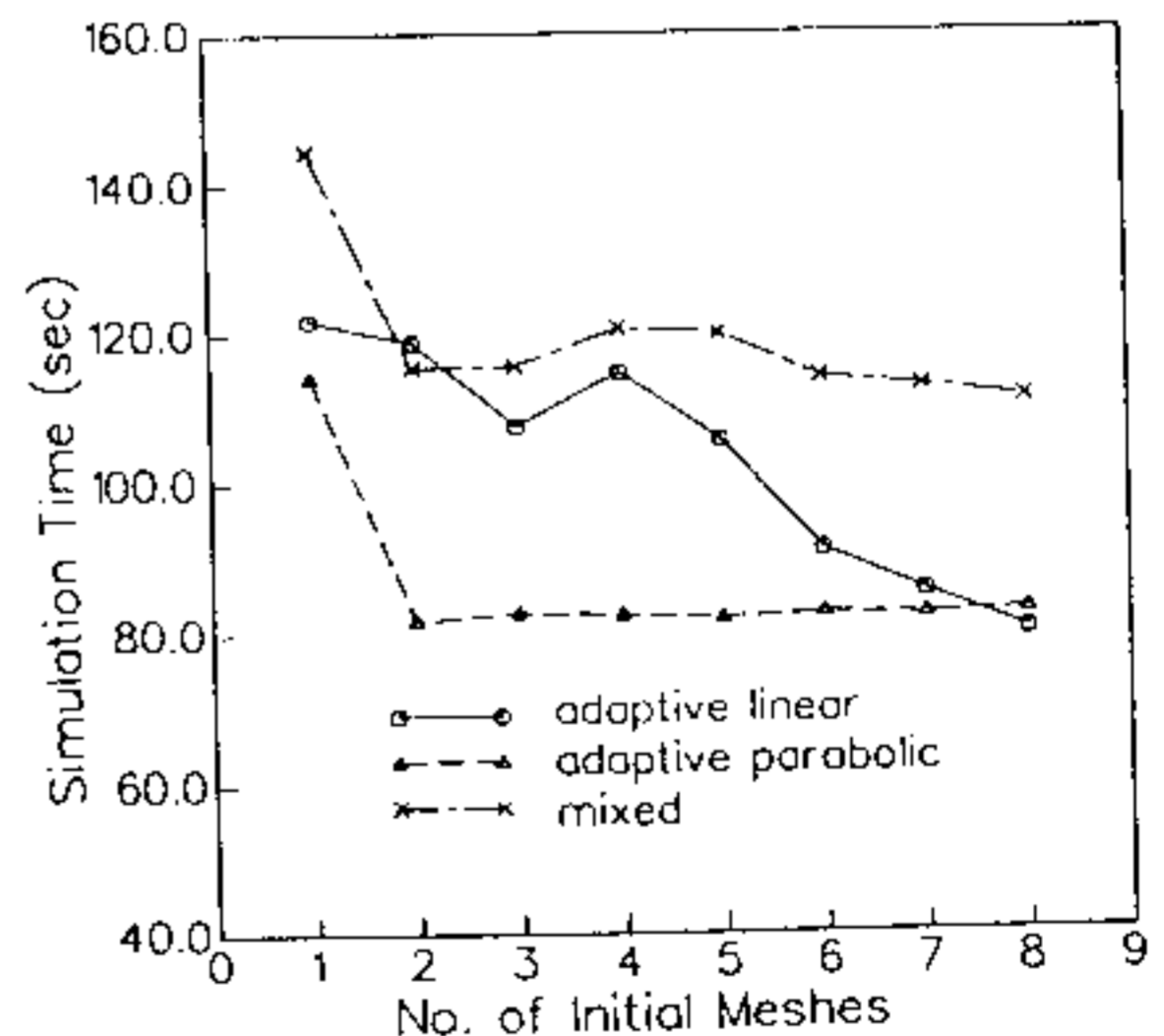


Fig. 2 The required simulation time vs. initial meshes

Table 3 Results of the mixed interpolation method for the tool path of $y = \sin(x)$, $x \in [0, 6.5]$

No. of initial mesh	initial mesh no.	No. of subdivision	Final mesh	shape function	simulation time (sec)	machining time (sec)
1	1	1	2	2	144.5117	40.37109
2	1 2	0	2	2	115.3398	41.79883
3	1 2 3	0	3	2 1 3	115.5098	39.0
4	1 2 3 4	0	4	2 2 2 2	120.5605	41.85156
5	1 2 3 4 5	0	5	2 2 1 2 1	119.791	38.5
6	1 2 3 4 5 6	0	6	1 2 1 1 2 1	113.8594	36.4707
7	1 2 3 4 5 6 7	0	7	1 2 1 1 1 1 1	112.5936	34.89086
8	1 2 3 4 5 6 7 8	0	8	1 1 1 1 1 1 1 1	110.7793	33.7793

가공에 소요되는 시간은, 각 Table 및 Fig. 3에서 보는 바와 같이, 적응요소직선보간의 경우는 가장 적게 소요되고 있으며, 요소의 증가에 따라 거의 일정하다. 주어진 문제에서의 고려되는 가공구간의 길이가 짧은 이유도 있겠으나, 주어진 공차에 대해서는 초기요소수에 관계없이 최종요소의 수는 8개 정도가 필요하고 이들에 대한 공구경로의 합길이는 거의 같음을 의미하고 있다.

적응요소포물선보간의 경우도, 초기요소수에 관계없이 거의 동일하다. 즉, 사용되는 포물선의 갯수가 늘어나고 있지만, 그것은 공구경로의 총 길이에 별 영향을 주지 않고 있음을 나타내고 있다. 하지만, 전자의 직선보간법 경우보다는 많은 시간이 소요되

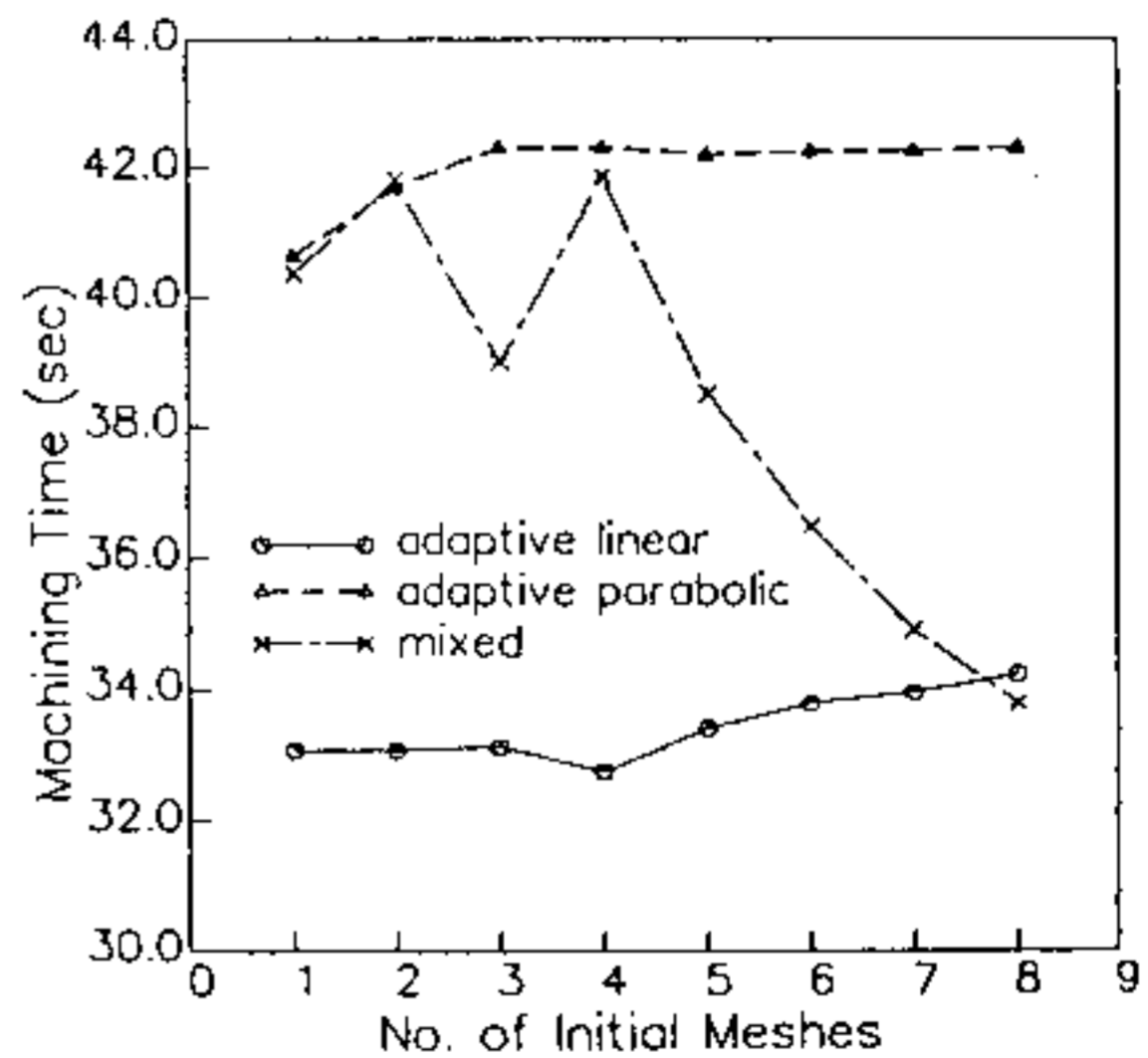


Fig. 3 The required machining time vs. initial meshes

고 있다. 이는 공구이동경로가 언제나 직선보간보다는 길다는 보간법이 갖고있는 단점 때문이다.

혼합법의 경우, 직선보간이 가능한 부위에서는 직선보간이 우선적으로 사용되는 알고리즘의 성격으로 인하여, 초기요소가 3, 5, 6, 7, 8의 경우는 하나 이상의 직선보간이 사용되고 있다. 따라서, 이 경우는 포물선보간만을 사용하는 전자의 경우보다는 가공시간이 덜 걸리고 있고 직선보간만 사용하는 경우보다는 더 많이 걸리고 있다. 혼합법의 경우, 어느 요소에서 직선보간법 또는 포물선보간법이 사용되고 있는가하는 것이 나타나 있는데, 초기요소수가 많이 주어져서 고려하는 구간에 골목이 없어질수록 직선보간만으로 처리되고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

적용요소포물선보간, 가공시간의 절감에 관심을 둔 혼합법보간법을 고안한 후, 기존의 적용요소직선보간과, 초기에 주어진 요소에 대한 최종요소수, 모의실험시간, 가공시간등의 비교를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

Tape길이는 (또는 memory 크기), 적용요소직선보간의 경우가 가장 길고, 초기요소수에 따라 거의 변하지 않는다. 적용요소포물선보간의 경우 초기요소수에 따라 변하며 초기요소수값으로 증가하고 있다. 혼합보간의 경우는 적용요소포물선보간의 경우와 같이 초기요소수와 같은 값으로 증가하고 있다.

모의실험에 소요되는 시간은, 적용요소포

물선보간의 경우가 가장 작고 초기요소 1인 경우를 제외하고는, 초기요소수에 따라 거의 변하지 않는다. 적용요소직선보간의 경우, 요소수에 따라 변하며 감소하고 있다. 혼합보간의 경우는 초기요소수에 따라 변하며 일정한 값으로 감소하나 그 값이 직선보간의 수렴치보다 크다.

가공에 소요되는 시간은, 적용요소직선보간의 경우가 가장 작고 초기요소수에 따라 거의 변하지 않는다. 적용요소포물선보간의 경우가 가장 크고 초기요소수에 따라 거의 변하지 않는다. 혼합보간의 경우는 적용요소포물선보간의 경우의 값에서 적용요소포물선보간의 경우의 값으로 초기요소수에 따라 변하며 감소하고 있다.

참 고 문 헌

1. P. Bezier, "Numerical Control-Mathematics and Applications", John Wiley & Sons, NewYork, p.222(1972)
2. R. S. Pressman and J. E. Williams, "Numerical Control & Computer-aided manufacturing", John Wiley & Sons, NewYork, pp.189 - 238(1977)
3. 현창현, "평면곡선가공을 위한 공구경로 결정(제2보)", 과학기술연구, 제31권, pp.496 - 502(1992)
4. R. L. Burden and J. D. Faires, "Numerical Analysis", 3rd ed, PWS publishers, pp.84 - 86(1985)
5. The Waite Group, "MS-DOS 5 Qbasic Programmer's Reference", Microsoft Co. (1991).