

중학생의 수학적 문제해결 기능 측정을 위한 평가도구의 개발

이 혼 범(충남 강경중학교)
박 배 훈(한국교원대학교)

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

학생들의 수학에 대한 교육적 성취와 능력을 합리적으로 평가하기 위한 이론 및 실제적 연구는 우리 나라 학교의 수학 교육 진흥을 위해 가장 긴급하고도 중요한 과제 중의 하나이다. 더우기 교육의 체제적 특성과 진화 중심적인 한국의 교육 풍토가 상급 학교의 입시와 학교 시험 등의 학력 평가에 파행적인 영향을 미치고 있는 현실을 고려할 때, 학생들의 능력을 정확하게 평가하여 학습 지도에 활용할 수 있도록 하는 일이 수학 교육을 포함한 학교 교육의 당면 과제로 인식되고 있다.

학생들의 능력을 보다 정확하게 평가하기 위해서는 현재 수학 교육이 추구하고 있는 목표와 학생들의 능력을 평가하기 위한 방법상의 문제를 생각하여야 한다. 우선, 수학 교육이 추구하고 있는 중요한 목표 중의 하나는 문제 해결력의 신장이라고 할 수 있다. 학생들의 문제 해결력을 신장시키기 위한 노력은 1980년 이래 수학 교육의 중요한 관심사로서 연구의 초점이 되어 왔다. 그러나 이들 연구들은 주로 문제 해결의 교수 학습에 관한 것이 대부분이고, 학생들의 문제 해결력을 평가하는 방법에 관하여는 상대적으로 관심이 적었다.

다음으로, 학생들의 문제 해결력을 평가하는 방법으로는 ① 관찰 및 질문법 ② 학생 자기 평가자료의 활용 ③ 지필 검사법 등이 다양하게 활용될 수 있다. 그러나 각방법은 나름대로의

장점과 단점을 가지고 있다.

수학 교육을 위한 학생의 평가는 교육 목표의 달성도와 학습의 전후에 학생들의 상태를 진단하여 교수-학습을 보다 효율화하고 교수 학습의 프로그램에 대한 반성의 역할을 동시에 할 수 있어야 한다. 그러면서도 평가의 현실성이라는 측면에서 많은 인원을 동시에 용이하게 평가할 수 있으면서 학생들의 문제 해결력을 정확하게 측정할 수 있어야 한다. 학생들의 학습 상태 진단의 측면과 평가의 현실성을 동시에 고려할 때, 지필 검사 도구를 개발하여 보급할 필요가 있다.

현재까지 우리 나라에서 개발된 문제 해결 과정 평가 도구는 거의 없는 상황이고, 외국의 경우는 과정 평가를 위한 도구가 개발되어 왔지만, 문제 해결 과정 전체에 대하여 단일 점수를 부여하는 것에서 문제 해결의 부분 기능에 점수를 할당하는 평가로 전환된 것은 최근의 일이며 (Charles & Lester, 1984; Charles, Lester, & O'Daffer, 1987; Hofmann, 1986; Malone, Douglas, Kissane, & Mortlock, 1980; Putt, 1978; Schoen & Oehmke, 1980), 현재로서는 문제 해결 과정의 연속적 상황에서 문제 해결의 부분 기능과 전체 과정에 대하여 충분한 정보를 제공하고 신뢰할 만한, 타당한 지필 평가도구의 개발이 미흡한 상태이다.

본 연구의 목적은 우리 나라 중학교 학생들에게 적용 가능하며, 타당도와 신뢰도가 높은 수학적 문제 해결력 측정을 위한 평가 도구를 개발함으로써, 학교 현장에서 진단 및 평가의 자료, 문제 해결 평가 문항을 만들고자 하는 교사

* 이 논문은 첫번째 저자의 1992년도 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문을 요약한 것임.

들에게 문항을 개발하기 위한 증거, 관련 분야의 실험 연구를 수행하려 하는 연구자에게 실험의 효과를 분석하기 위한 도구 등으로 활용할 수 있게 하며, 교육정책 결정자들에게 현행의 교육 과정을 검토하여 새로운 교육 과정을 구성하게 하는 기초 자료로 활용할 수 있게 하는 데 있다.

2. 연구 내용

(1) 문제 해결의 네 단계(문제의 이해, 전략 선택, 해결, 검토와 확장)에 근거하여 문제 해결의 인지적 과정 평가 모형을 구안하고, 문제 해결력 평가 요소를 추출하며, 이들 요소를 기초로 하여 평가 목표를 진술한다.

(2) 비정형 문제의 상황에서 문제 해결의 각 단계에 따른 일련의 질문을 포함하는 형식의 평가 도구를 개발하여 신뢰도와 타당도를 조사하고, 나아가서 개발된 도구가 진단적 도구와 평가적 도구로 이용될 수 있는가를 점검한다.

3. 연구의 제한점

(1) 본 연구에서 개발된 검사가 전국의 중학교 학생에게 적용 가능한 것일지라도, 적용 대상의 추출을 중학교 2학년 학생으로 한정하였기 때문에, 다른 대상에 적용하였을 경우에는 다른 결론이 얻어질 수도 있다.

(2) 본 연구에 포함된 문제 해결 과정 평가 모형, 문제 해결력 평가 요소 등은 여러 학자들의 견해를 토대로 하여 개인적 관점에서 연구자 나름대로 분석하여 정리한 것이므로 해석상의 이견이 있을 수 있다.

(3) 본 연구에서 개발한 평가 도구는 수학적 문제 해결 과정의 인지적 측면 중 지필 선다형 검사로 평가가 가능한 영역에 국한하여 개발한 것이므로, 본 평가 도구를 통하여 피험자의 전반적인 문제 해결력을 측정하는 데는 한계가 있다.

II. 문헌의 검토

본 연구와 관련되는 문헌들을 5개의 단원, 즉 문제 해결의 의미, 문제 해결 과정, 문제 해결의 평가, 문제 해결 평가 도구, 그리고 R & D 사이클로 나누어 검토하였다.

첫째 단원에서는, 문제와 문제해결의 의미를 정보처리 이론가들의 입장에서 살펴보았다. 둘째 단원에서는, 문제해결 과정 평가 모형으로 Polya의 모형, Krulik과 Rudnick의 모형, Schoenfeld의 모형 등을 중심으로 살펴보았고 그들이 제시하는 문제해결 전략과 기능을 종합하여 정리하였다. 셋째 단원에서는, 평가의 의미와 개념, 최근 수학교육 평가의 동향, 문제해결 평가 방법 등에 관하여 알아보았다. 넷째 단원에서는, 국내외에서 현재까지 개발되어온 문제해결 평가도구와 그들이 갖는 장단점에 관하여 언급하였다. 다섯째 단원에서는, 본 연구에 적용한 연구 방법으로 R & D 사이클을 소개하였다.

III. 평가 도구의 개발

1. 개발하고자 하는 평가도구에 대한 기술

(1) 평가 문항의 유형

객관식 4지 선다형 지필 검사로서 하나의 문제 상황에 일련의 4가지의 질문이 부여되는 형식으로 각각의 질문은 문제 해결 과정의 단계에 따라 이해력을 검사하는 질문, 학생들에 의해 선택된 전략을 확인하는 질문, 문제의 해를 요구하는 질문, 문제 해결의 과정과 결과를 검토하거나 문제를 확장하는 능력을 확인하는 질문들로 구성함.

(2) 문항 표본

전략의 유형을 4가지-표 만들기, 규칙성 찾기, 식 세우기, 단순화 및 축소화로 제한하여 추출.

(3) 평가 대상

중학교 2학년 학생으로 제한함

(4) 평가 내용

표준 교과서적인 문제를 탈피하여 다양하고 복잡한 사고력을 요하는 문제의 상황을 부여할 수 있는 비정형 문제로 구성함.

2. 문제 해결력 평가 요소 선정과

평가 목표 진술

1) 문제해결의 인지적 과정 평가모형 구안

본 연구에서는 문제 해결의 인지적 과정 평가 모형으로 Polya의 모형과 Krulik과 Rudnick의 모형을 통합하여 4 단계 모형-① 문제의 이해(understanding the problem) ② 전략 선택(select a strategy) ③ 해결(solve) ④ 검토 및 확장(review and extend)-을 구안하였다(표 III-1).

이 모형에서 문제 해결 부분 기능은 Polya(1957)의 발견술, Krulik과 Rudnick (1984,1987)의 문제 해결 부분 기능을 참고로 하였고, 문제해결 전략은 Polya(1957), Schoenfeld(1985), Krulik과 Rudnick(1984, 1987), Charles와 Lester(1982), Dalton(1985), 강문봉 등(1990)이 제시하고 있는 여러 가지 전략들을 참조하여 정리하였다. 이 모형은 지필 평가 문항을 개발하기 위해 구안한 것으로 문제 해결의 초인지 국면을 포함하지 못하고 있어 문제 해결 과정의 부분 모형에 불과할지라도, 지필 검사로 평가가 가능한 요소들을 포함하고 있기 때문에 평가 도구를 개발하기 위한 준거로서의 역할을 할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

2) 문제 해결력 평가 요소의 선정

본 평가 도구에서 측정할 평가 요소는 지필선 다형 검사로 평가가 가능해야 하고, 중학교 학

생들이 45분 이내에 완성할 수 있도록 평가 문항을 구성해야 하며, 부분적이거나 각 요소별로 학생들의 능력을 진단할 수 있도록 하게 한다는 조건을 만족하는 범위에서 문제 해결의 인지적 과정 평가 모형으로부터 선정되었다(표III-2).

3) 문제해결 과정에 대한 평가목표의 진술

선정한 문제 해결의 부분 기능과 전략을 중심으로 평가하고자 하는 평가 목표를 표 III-3과 같이 진술하였다.

3. 평가 도구의 개발

1) 문제 은행의 개발

16개의 질문을 가진 4개의 문제로 충남 논산군 연산중학교 3학년 20명에게 1차 예비검사를 실시하여 총120개의 질문을 가진 30개의 문제 은행을 개발하였다.

2) 평가 도구의 타당화

개발된 문제은행으로부터, 수학교육 전문가에게 의뢰하여 68문항(17문제)을 선별하여 두가지 유형의 예비 검사(예비 검사 I형, 예비 검사 II형)로 구성하고, 연산중학교 2학년 43명에게 2차 예비검사를 실시하여 기대 난이도와 관찰 난이도 수준의 차를 비교하여 32문항(8문제)을 선정하여 수학적 문제 해결 기능 검사(TMPS)를 구성하였다. 검사의 형식은 표 III-4와 같다.

<p>1.1. 문제의 이해 1.1.1. 핵심 단어의 의미 파악 1.1.2. 주어진 사실의 확인 1.1.3. 요구된 질문의 확인 1.1.4. 정보의 해석</p>	<p>1.3. 해결 1.3.1. 선택한 전략을 통한 해결 1.3.2. 영역 관련 기능의 이용 (계산 기능, 대수적 기능, 기하적 기능, 논리적 기능)</p>
<p>2. 전략 선택 1.2.2.3. 표 만들기 1.2.3. 규칙성 찾기 1.2.6.1. 식 세우기 1.2.7. 단순화 및 축소화</p>	<p>1.4. 검토 및 확장 1.4.1. 결과의 검토 1.4.2. 과정의 검토 1.4.4. 결과와 방법의 활용 1.4.5. 변형된 문제의 해결</p>

표 III-2 본 검사지에 고려된 문제해결력 평가요소

- 1.1. 문제의 이해
 - 1.1.1. 핵심 단어의 의미 파악
 - 1.1.1.1. 문제 속의 중요한 단어를 인식한다.
 - 1.1.1.2. 사용된 단어를 바르게 해석한다.
 - 1.1.2. 주어진 사실이냐 상황의 확인
 - 1.1.2.1. 미지인 것, 기지인 것, 조건은 무엇인가?
 - 1.1.2.2. 조건은 만족될 수 있는가?
 - 1.1.2.3. 조건은 충분한가? 부족한가? 과다한가, 아니면 모순되는가?
 - 1.1.2.4. 문제 상황을 기술하고 행동을 가시화 한다.
 - 1.1.3. 요구된 질문의 확인
 - 1.1.4. 정보의 해석
 - 1.1.4.1. 문제 속의 필요한 정보와 불필요한 정보를 확인한다.
 - 1.1.4.2. 자료를 해석하거나 조직하고 표현한다.
(표, 도표, 그래프, 다이어그램, 대수적 문장 등을 이용)
 - 1.1.4.3. 문제 속에 주어진 견해를 변경하거나 숨겨진 가정을 찾아낸다.
- 1.2. 전략 선택
 - 1.2.1. 그림그리기
 - 1.2.1.1. 문제 상황을 순서대로 그리기
 - 1.2.1.2. 문제의 요소 사이의 관계를 그림으로 나타내기
 - 1.2.1.3. 수형도 그리기
 - 1.2.2. 표나 세무 만들기
 - 1.2.2.1. 자료를 나열하기
 - 1.2.2.2. 자료를 조직하여 분류하기
 - 1.2.2.3. 표나 도표 만들기
 - 1.2.3. 규칙성 찾기
 - 1.2.3.1. 문자나 단어에 의한 규칙성 찾기
 - 1.2.3.2. 수의 배열에 의한 규칙성 찾기
 - 1.2.4. 예상하고 확인하기
 - 1.2.4.1. 시행 착오
 - 1.2.4.2. 반복적인 예상과 확인
 - 1.2.5. 거꾸로 풀기
 - 1.2.6. 식 만들기
 - 1.2.6.1. 식 세우기
 - 1.2.6.2. 공식 창안하기
 - 1.2.7. 단순화 및 축소화
 - 1.2.7.1. 수, 변수의 단순화
 - 1.2.7.2. 문제를 여러 부분으로 나누어 풀기
 - 1.2.8. 문제를 변형하기
 - 1.2.8.1. 일반화하기
 - 1.2.8.2. 특수화하기
 - 1.2.8.3. 유추하기
 - 1.2.9. 관점을 바꾸어 생각하기
 - 1.2.9.1. 풀린 문제로 간주하기
 - 1.2.9.2. 미지인 것과 기지인 것을 바꾸기
 - 1.2.9.3. 모순을 유도하기
 - 1.2.10. 실험 및 실행하기
 - 1.2.10.1. 실험해 보기
 - 1.2.10.2. 문제를 실제로 행하기.
 - 1.2.11. 연산을 사용하기
 - 1.2.12. 알고리즘을 사용하기
 - 1.2.13. 여러 가지 방법으로 풀기
- 1.3. 해결
 - 1.3.1. 선택한 전략을 통한 해결
 - 1.3.2. 내용 영역에 관련된 기능을 이용한 해결
 - 1.3.2.1. 계산 기능
 - 1.3.2.2. 대수적 기능
 - 1.3.2.3. 기하적 기능
 - 1.3.2.4. 논리적 기능
- 1.4. 검토 및 확장
 - 1.4.1. 결과를 점검해 보아라.
 - 1.4.2. 해결 과정을 점검해 보아라.
 - 1.4.3. 다른 방법으로 결과를 유도해 낼 수 있는가?
 - 1.4.4. 문제의 결과와 방법을 다른 문제에 활용할 수 있는가?
 - 1.4.5. 처음 문제에서 일부를 변경시키면 어떻게 될까?

표 III-1 문제 해결의 인지적 과정 평가 모형

문제 해결 단계	평가 목표
문제의 이해	UND-1. 문제 속의 사실, 조건, 상황을 파악할 수 있다. UND-2. 문제 속에 주어진 자료의 해석 및 분석을 통하여, 해를 구하는 데 필요한 정보를 찾아낼 수 있다.
전략 선택	SAS-1. 학생들은 문제를 해결하기 위하여 표의 사용을 선택할 수 있다. SAS-2. 규칙성을 갖는 문제가 주어지면, 문제를 해결하기 위해 규칙성 찾기 전략을 선택할 수 있다. SAS-3. 학생들은 문제해결에 이용될 수 있는 방정식이나 부등식의 사용을 선택할 수 있다. SAS-4. 수나 구조가 복잡한 문제가 주어지면, 수를 단순화하거나 사례의 수를 줄여서 문제를 해결하는 전략을 선택할 수 있다.
해결	SOL-1. 선택한 전략이나 영역 관련 기능 (계산 기능, 대수적 기능, 기하적 기능, 논리적 기능)을 사용하여 문제의 답을 구할 수 있다.
검토 및 반성	RAE-1. 문제해결의 결과와 과정을 검토하기 위해 제시된 질문에 답할 수 있다. RAE-2. 문제해결에 사용된 결과와 방법을 확장된 문제의 해결에 활용할 수 있다. RAE-3. 조건의 일부가 변형된 문제를 해결할 수 있다.

표 III-3 문제해결력 평가 목표

구분	단계	측정의 관점	사용된 전략의 유형			
			표 만들기	규칙성 찾기	식 만들기	단순화 및 축소화
부분검사 (SUB-T)	문제의 이해 (UND)	이해력	1,17번	5,21번	9,25번	13,29번
	전략 선택 (SAS)	계획력	2,18	6,22	10,26	14,30
	해결 (SOL)	실행력	3,19	7,23	11,27	15,31
	검토 및 확장 (RAE)	반성력	4,20	8,24	12,28	16,32
전체검사	문제해결 능력		전	체	문	항 (1번~32번)

표 III-4 검사지의 형식과 문항 구성

IV. 평가 도구의 현장 검증 결과

1. 현장 검증 I

개발된 평가 도구는 중소도시의 남녀 학교별로 한 학급씩 총 102명의 학생에게 투입한 결과에 따라 K-R 20에 의한 신뢰도, 문항의 정답률, 변별도, 문항 반응 분포 등을 중심으로 분석되어 수정·보완되었다.

2. 현장 검증 II

1) 검사 대상의 추출

현장검증 I의 결과 분석을 토대로 수정·보완한 검사의 효율성과 적절성을 알아보기 위해서 전국의 중학교 2학년 학생 모집단으로부터 지역별, 남녀별로 구분하여 총 411명의 학생을 표본 추출하였다.

표본의 추출은 지역에 따른 유층과 학급 단위의 군집을 병행한 유층 군집 표본 추출(stratified and cluster sampling) 방법을 사용하여 대도시 지역에서 남녀 각 2개 학급, 중소도시 지역에서 남녀 각 1개 학급, 읍면 지역에서 남녀 각 1개 학급이 추출되었다.

2) 통계

K-R 20에 의해 전체 검사, 부분 검사, 사용된 전략의 유형에 대한 신뢰도가 지역 수준별로 구해졌다. 문항 분석으로 각 문항의 정답률, 변별도, 문항 반응 분포 등이 역시 지역 수준별로 조사되었다.

3) 신뢰도

현장 검증 II에서 전체 검사와 부분 검사의 신뢰도는 표 IV-1에 제시된 바와 같고 사용된 전략의 유형에 따른 신뢰도는 표 IV-2와 같다. 전반적으로, 부분 검사에 대한 신뢰도와 사용된 전략의 유형에 따른 신뢰도는 문항의 수가 적은 것(8 문항)을 고려할 때 허용 범위에 들어간다고 볼 수 있으나, 읍면 지역의 '검토 및 확장'에 대한 신뢰도는 약간 낮은 편이다. 읍면 지역의 경우 모집단의 대표성이 낮은 표본이 추출되었음을 감안하면, 본 평가 도구를 전국의 중학

교 2학년 학생에게 적용하는데 어려움이 없을 것으로 판단된다.

4) 문항 분석

(1) 문항 난이도

문항의 정답률은 20% 이상 80%의 범위에 있기 때문에 양호한 것으로 나타났으나, 평균 정답률이 53%(대도시:57.9, 중소도시:50.8, 읍면 지역:45.2)로 문항의 난도가 높은 편이다. 이것은 문제의 정의와 특성에 비추어 볼 때 바람직한 현상으로 볼 수 있으며, 바로 이것이 본 연구가 개발하려고 하는 평가 도구의 특성인 것이다. 부분 검사에 대한 정답률은 '해결'과 '검토 및 확장'에서 비교적 어려운 것으로 나타났으며, '이해'와 '전략 선택'의 평가 문항은 비교적 쉬운 것으로 나타났다. 지역 수준별 정답률의 차이는 '문제의 이해'와 '해결'의 단계에서 두드러지게 나타나고 있다. 한편, 사용된 전략의 유형에 따른 정답률은 '표 만들기'와 '식 세우기'에 비해 '규칙성 찾기'와 '단순화 및 축소화'에서 문제가 어려운 것으로 나타났으며, 지역 수준별 정답률의 차에 있어서는 '규칙성 찾기' 전략에서 가장 크게 나타났다.

(2) 문항 변별도

문항 변별도 지수는 전체 학생의 경우에 0.46이며, 지역 수준별로는 대도시가 0.43, 중소도시가 0.53, 읍면 지역이 0.34로 본 도구는 중소도시 학생의 능력을 가장 예리하게 변별하여 주고 있음을 알 수 있다. 전체적으로 볼 때, 문항 변별도 지수의 허용치를 벗어난 문항은 없었고, 지역별로는 대도시 학생의 경우 2개 문항(4, 20번), 읍면 지역 학생의 경우 6개 문항(3, 8, 16, 20, 21, 22번)밖에 없었으며, 그것도 범위를 크게 벗어나지는 않았다.

부분 검사에 대한 변별도 지수는 '문제의 이해'와 '해결'의 단계가 0.51이고 '전략 선택'과 '검토 및 확장'의 단계가 0.41이다. 지역별로는 전반적으로 중소도시가 가장 높고 읍면 지역이 가장 낮다. 한편, 사용된 전략의 유형에 따른 변별도는 전략의 유형에 관계없이 거의 비슷하며,

구 분	지 역	표본수 (명)	평균	표준 편차 (SD)	문항수	신뢰도	
						K-R 20	S-B
T O T - T	대 도시	209	18.51	5.55	32	0.78	
	중소도시	103	16.26	6.80	32	0.86	
	읍면지역	99	14.46	4.54	32	0.66	
	전 체	411	16.97	5.91	32	0.81	
U N D	대 도시	209	5.10	1.92	8	0.61	0.86
	중소도시	103	4.58	2.08	8	0.64	0.88
	읍면지역	99	3.90	1.66	8	0.40	0.73
	전 체	411	4.68	1.95	8	0.60	0.86
S A S	대 도시	209	5.21	1.71	8	0.47	0.78
	중소도시	103	4.57	1.93	8	0.57	0.84
	읍면지역	99	4.44	1.72	8	0.41	0.74
	전 체	411	4.86	1.80	8	0.50	0.80
S O L	대 도시	209	4.25	1.85	8	0.48	0.79
	중소도시	103	3.49	2.19	8	0.68	0.89
	읍면지역	99	2.93	1.63	8	0.36	0.69
	전 체	411	3.74	1.97	8	0.56	0.83
R A E	대 도시	209	3.95	1.63	8	0.30	0.63
	중소도시	103	3.62	2.03	8	0.60	0.86
	읍면지역	99	3.18	1.49	8	0.19	* 0.49
	전 체	411	3.68	1.73	8	0.40	0.72

표 IV-1 현장 검증 II의 평균, 표준편차, 신뢰도
(TOT:전체 검사, UND:문제의 이해, SAS:전략 선택, SOL:해결, RAE:검토 및 확장)

지역별로는 부분 검사의 변별도와 비슷한 양상을 보이고 있으나, 지역간의 격차가 부분 검사의 경우보다 적어 변별도가 더 양호한 편이다.

(3) 문항 반응 분포

오답에 대한 반응 분포를 보면, 대체로 하위

집단에 속하는 학생들이 상위 집단에 속하는 학생들보다 더 많이 반응하고 있어 전반적으로 문항 구성의 조건을 만족하였다. 또한 각 문항의 4개 답지에 대한 피험자 전체의 반응 비율을 분석해 보면 약 50%의 피험자가 정답지에 반응하

고 그 나머지의 피험자가 오답지에 고르게 분산 반응을 나타내고 있기 때문에, 대부분의 답지가

학생의 능력 차를 예민하게 변별하여 주고 오답은 오답으로서의 역할을 제대로 수행하고 있다.

구 분	지 역	표본수 (명)	평균	표준 편차 (SD)	문항수	신뢰도	
						K-R 20	S-B
M A T	대 도시	209	5.05	1.70	8	0.46	0.77
	중소도시	103	4.72	1.94	8	0.59	0.85
	읍면지역	99	4.03	1.61	8	0.34	0.67
	전 체	411	4.72	1.79	8	0.50	0.80
L F P	대 도시	209	4.45	1.94	8	0.55	0.83
	중소도시	103	3.88	2.07	8	0.63	0.87
	읍면지역	99	3.15	1.53	8	0.27	0.60
	전 체	411	4.00	1.96	8	0.56	0.83
W A E	대 도시	209	4.86	1.92	8	0.59	0.85
	중소도시	103	4.25	2.26	8	0.72	0.91
	읍면지역	99	4.03	1.84	8	0.51	0.80
	전 체	411	4.51	2.02	8	0.62	0.87
S A R	대 도시	209	4.15	1.96	8	0.57	0.84
	중소도시	103	3.41	2.06	8	0.63	0.87
	읍면지역	99	3.24	1.75	8	0.45	0.76
	전 체	411	3.75	1.98	8	0.58	0.84

표 IV-2 사용된 전략의 유형에 따른 현장 검증Ⅱ의 평균, 표준 편차, 신뢰도
(MAT:표 만들기, LFP:규칙성 찾기, WAE:식 세우기, SAR:단순화 및 축소화)

V. 개발된 평가 도구에 대한 기술

1. 개발된 평가 도구의 개관

표 V-1의 개관은 TMPS가 중학교 2학년 학생들의 수학적 문제 해결력을 측정하는데 있어서 타당하고 신뢰할만한 증거를 제공하고 있다.

2. 수학적 문제 해결 기능 검사(TMPS)에 대한 기술

본 연구에서 개발한 TMPS는 네 가지 문제해결 전략의 유형에 따라 수학적 문제 해결의 과정 전체와 부분 기능에 대한 프로파일을 볼 수

있는 문제 해결 기능 평가 도구이다. III장에서 기술한 바 있는 평가 요소, 평가 목표와 관련지어 현장 검증 I과 II를 거쳐 수정된 최종 평가 도구의 특성은 표 V-2와 같다. 특히, TMPS는 '해결'의 단계를 측정하는 문항으로 선택한 전략을 통하여 해결할 수 있는 문항 3개(3, 7, 23번), 계산 기능을 이용할 수 있는 문항 3개(11, 15, 27번), 대수적 기능을 이용할 수 있는 문항 2개(11, 27번), 기하적 기능을 이용할 수 있는 문항 1개, 논리적 기능을 이용할 수 있는 문항

1개(18번)를 포함하고 있다.

3. 검사 결과의 활용

1) 진단적 도구로의 활용

TMPS는 각 학생들에게 5가지의 점수-전체점

항 목	내 용	지 역			
		전 체	대도시	중 소 도 시	읍 면 지 역
1. 문제 해결의 단계	4 단계(표 V-1)				
2. 전략의 종류	4 가지(표 V-1)				
3. 문항수	32				
4. 적용대상	중학교 2학년	411명	209명	103명	99명
5. 검사시간	45분				
6. 정답률(%)	평 0 ~ 19	63.0	57.9	50.8	45.2
	20 ~ 39	0문항	0문항	0문항	0문항
	40 ~ 59	1	1	6	13
	60 ~ 79	23	20	18	15
	80 ~ 100	7	10	7	4
7. 변별도 지수(D.I.)	평 0.00 ~ 0.19	0.46	0.43	0.53	0.34
	0.20 ~ 0.39	0문항	2문항	0문항	6문항
	0.40 ~ 0.59	0	11	10	14
	0.60 ~ 0.79	21	16	9	11
	0.80 ~ 1.00	2	3	13	1
8. 신뢰도(K-R 20)		0.81	0.78	0.86	0.66
9. 측정의 표준 오차		2.59	2.60	2.54	2.65

표 V-1 수학적 문제 해결 기능 검사(TMPS)의 특징

사와 각 부분검사가 교사들에게 제공될 수 있기 때문에 진단적 도구로 활용될 수 있다. 즉, 각 문제와 관련된 네 개의 질문 모두 틀린 것에서부터 네 개 모두 맞은 것에 이르는 16개의 가능한 답유형이 있을 수 있다.

2) 평가적 도구로의 활용

이러한 유형의 검사는 동료의 점수와 비교하거나 절대 기준 혹은 준거를 설정함에 의해서 학생들의 성취에 대한 총합 평가나 형성 평가의 도구로 활용될 수 있다. 또한 이 검사는 학생들이 문제해결 장면에서 노출되기 전의 사전 검사와 학생들이 문제 해결 모형에서 학습 활동을 하고

난 후의 사후 검사에 투입하는 교수 과정의 평가적 도구로 활용될 수 있다.

VI. 요약 및 결론

1. 요약

도구 개발의 절차에 따라 문제 해결의 네 단계(문제의 이해, 전략 선택, 해결, 검토 및 확장)를 포함하는 문제 해결의 인지적 과정 평가 모형(표 III-1 참조)을 구안하고 그로부터 검사지에서 측정할 요소를 추출하였으며(표 III-2 참조), 이들 요소를 중심으로 문제 해결 기능 평가 목표를 진술하였다(표 III-3 참조). 이들 평가 목표

단계	U N D			S A S			S O L			R A E		
	문항	평가 요소	평가 목표	문항	평가 요소	평가 목표	문항	평가 요소	평가 목표	문항	평가 요소	평가 목표
MAT	1	1.1.2.	UND- 1	2	1.2.2.3.	SAS- 1	3	1.3.1.	SOL- 1	4	1.4.5.	RAE- 3
	17	1.1.4.	2	18	1.2.2.3.	1	19	1.3.2.	1	20	1.4.5.	3
LFP	5	1.1.2.	1	6	1.2.3.	2	7	1.3.1.	1	8	1.4.4.	2
	21	1.1.2.	1	22	1.2.3.	2	23	1.3.1.	1	24	1.4.4.	2
WAE	9	1.1.4.	2	10	1.2.6.1.	3	11	1.3.2.	1	12	1.4.4.	2
	25	1.1.3.	1	26	1.2.6.1.	3	27	1.3.2.	1	28	1.4.1.	1
SAR	13	1.1.4.	2	14	1.2.7.	4	15	1.3.1.	1	16	1.4.2.	1
	29	1.1.1.	1	30	1.2.7.	4	31	1.3.2.	1	32	1.4.5.	3

표 V-2 평가 요소, 평가 목표와 TMPS 관계

(UND: 문제의 이해, SAS: 전략 선택, SOL: 해결, RAE: 검토 및 확장,

MAT: 표 만들기, LFP: 규칙성 찾기, WAE: 식 세우기, SAR: 단순화 및 축소화)

를 측정하기 위해 비정형 문제의 상황에서 구체화된 문제해결의 네 단계에 따른 일련의 질문을 포함하는 객관식 4지 선다형 평가 도구(TMPS)가 완성되었다. 중학생의 문제 해결력 측정을 위해 고안된 TMPS는 전체로서 문제 해결력을 측정하고 부분으로서 문제 해결의 부분 기능을 측정할 수 있도록 구성되었다.

중학교 2학년 학생에게 투입된 TMPS는 411명의 표본에 대하여 전체 정답률의 평균(즉, 검사 점수의 평균 백분율)이 53.6%, 변별도 지수의 평균이 0.46, 신뢰도(K-R 20)가 0.81, 그리고 측정의 표준 오차가 2.58로 대규모의 집단 검사나 개별 검사의 도구로서 바람직한 것으로 나타났다. 부분 검사와 사용된 전략의 유형에 따른 검사의 정답률, 변별도 지수, 신뢰도 또한 바람직한 것으로 나타났다.

2. 결론

첫째, TMPS는 학교 현장에서 진단적 도구와 평가적 도구로 활용될 수 있다. 교사는 TMPS

로부터 검사 점수 이상의 정보를 얻을 수 있다. 특정 학생의 문제 해결 프로파일을 통하여, 문제 해결 과정에서 어느 부분에 결함을 가지고 있는가를 진단할 수 있다.

둘째, TMPS는 학교에서 이루어지고 있는 교수 학습 및 평가가 문제해결의 과정에 어느 정도 접근하고 있는가를 판단하기 위한 준거로 활용될 수 있다.

셋째, TMPS는 교사들이나 관련 분야의 실험 연구를 실시하려는 연구자에게 문항 개발의 준거나 실험의 효과를 분석하기 위한 도구로 활용될 수 있다.

넷째, TMPS의 부분 검사에 대한 신뢰도 중 전략 선택의 신뢰도가 선행 연구들에 비하여 상당히 높게 나왔는데, 이것은 평가 문항을 구성할 때 사용하는 용어가 학생 수준에서 받아들일 수 있는 용어로 진술되었기 때문이라고 생각된다. 전략 선택을 보다 효율적으로 평가하기 위해서 문제의 진술을 보다 쉽게 하여 학생들이 자신의 활동을 용어화 하는데 어려움이 없도록

하거나 선다형이 아닌 주관식 평가 방법을 병행하여 사용할 필요가 있다는 것을 시사한다.

다섯째, 부분 점사의 신뢰도와 사용된 전략의 유형에 따른 신뢰도를 비교하여 볼 때, 전략의 유형에 따른 신뢰도가 더 고른 값을 가지는 것으로 보아 문제 해결력의 구성 요인이 문제 해결의 단계보다는 문제의 내용이나 전략의 유형에 따라 결정된다는 Hofmann(1986)의 연구 결과를 지지한다. 그러나, 상대적으로 그 차이가 매우 적은 본 연구의 결과로 미루어 볼 때, 평가 문항의 구성 여하에 따라 문제 해결의 단계가 문제 해결력의 구성 요인으로 작용할 수도 있다는 것을 시사한다.

끝으로 본 연구와 관련한 제한점들을 보완하여 보다 신뢰로운 평가도구를 개발하고자 하는 연구자를 위하여 다음과 같은 제언을 한다.

1. 보다 신뢰할 만한 타당한 평가도구를 개발하기 위해서 가능하다면 표본 추출을 무선화하고 표본의 크기를 크게하는 것이 선결 문제라고 생각한다.

2. 본 연구에서 개발한 평가 도구를 중학교 2학년 학생들에게만 적용하였으나, 중학교 1학년과 3학년에게도 적용을 하여 볼 필요가 있으며, 더 나아가서 국민학교 고등학교 학생의 전체를 측정할 수 있는 평가 도구의 개발이 요청된다.

3. 본 연구에서 구안한 문제 해결의 인지적 과정 평가 모형과 평가 요소 관한 이론적 실험적 연구를 통하여 문제 해결 전략과 기능을 좀더 상세화하고 계열화하여, 더 많은 전략과 기능을 포함하는 평가 도구를 개발할 필요가 있다.

4. 학생들의 문제 해결 과정의 인지적 측면뿐 아니라 초인지 국면과 정의적 측면을 다각적으로 평가하기 위해 선다형에 국한하지 않고 완성형 검사, 관찰, 면담, 학생자기 평가 자료, 주관식 방법 등의 다양한 평가 방법을 동원해야 할 것이며, 이를 위해서 컴퓨터 공학을 활용한 평가 방법에 관한 연구가 활발하게 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

강문봉 의.(1990). 수학 문제해결 전략의 상
세화 및 계열화. 수학교육과정과 컴퓨터,
(류희찬 편, 미출간). pp.120-130.

황정규(1984). 학교학습과 교육평가. 서울 :
교육과학사.

Charles, R.L, Lester, F.K. (1984). An
evaluation of a process-oriented
instructional program in mathematical
problem solving on grade 5 and 7.
*Journal of Research in Mathematical
Education*, 15. pp.15-34.

_____, Lester, F. K., & O' Daffer, P. (1987).
*How to evaluate mathematical problem
solving*. Reston, VA: NCTM.

Dalton, L.C. (1985).A plan for incorporating
problem solving throughout the advanced
algebra curriculum. In C.R. Hirsch,& M.J.
Zweng(Eds.), *The secondary school mathe-
matics* (NCTM 1985 yearbook). Reston, V
A: NCTM. PP.134-149.

Hofmann, R.S. (1986). *Construction and valida-
tion of a testing instrument to measure
problem solving skills of students*. Doctoral
Dissertation, Temple University.

Krulik, S., & Rudnik, J.A. (1987). *Problem
solving: A handbook for teachers*. Boston:
Allyn & Bacon.

_____. (1984). *A sourcebook for teaching
problem solving*. Boston: Allyn & Bacon.

Malone, J. A., Douglas, G. A., Kissane, B.
V., & Mortlock, R. S. (1980). Measuring
problem-solving ability. In S. Krulik, & R.
E.Reys(Eds.), *Problem-solving in school,
mathematics* (NCTM 1980 yearbook).Reston,
VA: NCTM. pp.204-215.

Polya, G. (1957). *How to solve it* (2nd ed).
New York: Doubleday.

- Putt, L.J. (1978). An exploratory investigation of two methods of instruction in mathematical problem-solving of fifth grade level (Doctoral Dissertation, Indiana University). *Dissertation Abstracts International*
- Schoen, H. & Oehmke, T. (1980). A new approach to the measurement of problem skills In S.Krulik & R.E.Rey(Eds.), *Problem solving in school mathematics* (NCTM 1980 yearbook). Reston, VA: NCTM, pp. 216-27.
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York : Academic Press.