한국수학교육학회지(수학교육)
1992. 8. 제 31 권 제 3 호 117-133

Journal of the Korea Society of Mathematical Education
Aug. 1992: Vol. 31, No. 3, 117-133

제6차 교육과정의 개정에서 과학고등학교의 수학III 의 위치

최 영한 (한국과학기술원)

내 용.

I. 수학 III 의 교육 과정 구성의 배경

1. 수학 III 의 기본 방향. 과학 고등 학교를 마친 학생들은 거의 대부분 (모두가 아니면) 이 대학의 이공계 학과로 진학할 것이고, 이들은 대학에서 인문계, 실업계, 외국어계 고등 학교 출신과 함께 '미분 적분학과 해석 기하학', '선형 대수학', '미분 방정식', '응용 수학' 등을 필수 과목으로 배우게 된다. 이들이 장차 택할 대학의 전공 학과에 따라 다르겠지만 더러는 더욱 많은 수학 (해석학, 복소수 함수론, 정수론, 대수학, 위상 수학, 미분 기하학 등) 을 배우게 될 것이다. 현재 전국에서는 열 다섯 개의 과학 고등 학교가 있고, 과학고 학생들은 중학교에서 내신 3 과학에 특별히 소질이 있는 학생들 중에서 필기 시험에 의하여 선발하였기 때문에 수학에 소질이 있는 학생이 거의 대부분이다. 이들은 현행 (제 5 차) 교육 과정에서 '일반 수학', '수학 I',

'수학 II' 를 1년 반 2년에 모두 마친다. 과학고 학생들의 25 30 합격하고, 나머지의 대부분은 3 학년에 올라가서 일반 대학 이공계 학과에 진학할 준비를 서두른다. 제 6 차 교육 과정의 총론 (시안) 에 의하면 과학 고등 학교와 인문계 고등 학교의 이과반 학생들은 모두 필수 과목으로 '공통 수학', '수학 I', '수학 II' 를 배우게 된다. 과학 고 학생들은 '수학 III' 을 선택 과목으로 더 배우게 되므로,

공통 수학
↓
수학 I
↓
수학 II — 고교 이과반과 과학고
↓
미분 적분학과 해석 기하학
↓
.
.
. — 대학 이공계

으로 이어지는 주된 흐름에서 '수학 III' 은 모처럼 찾아낸 수학에 소질이 있는 학생들에게 수학에 더욱 흥미를 느끼게 하고, 나아가서는 이들이 장차 수학의 다양한 분야를 각자의 전공에서 직접 또는 간접으로 활용할 수 있도록 할 수 있는 절호의 기회를 부여하는 과목이다. 고교 평준화 이후로 수학에 소질이 있는 학생들이 수학의 다양한 분야를 공부하고 싶어도 기회가 주어지지 않았다. 그러다가 1983 년에 과학고가 생겼으나 1988 년까지는 과학고만의 과목이 없이 인문계 고교의 이과반과 별 차이가 없이 교과 과정이 운영되었다. 1988 년에 제 5 차 교육 과정이 만들어지면서 전문 선택 과목이라 하여 과학고만을 위한 과목이 몇 과목 생겼다. 이 중에 수학 III 도 포함되어 있다. 일상 생활 (크게는 인생)에서 우리들은 크고 작은 여러 가지 문제에 맞닥뜨려 지게 되는 데, 이러한 때 이 문제들을 스스로 풀어 나갈 능력과 태도를 학교 교육에서 배워야 한다. 경우에 따라서는 어렵고, 경우에 따라서는 쉬운 이러한 문제들을 스스로 해결하도록 가르치는 데 가장 좋은 과목이 수학이다. 그 이유는 수학은 오래된 학문으로서 잘 다듬어져 있어 어떤 내용을 가르쳐야 할지 쉽게 알 수 있고, 아주 오래된 이론 (예 : 원주율을 찾는 방법, 피타고라스의 정리 등)일 지라도 문명의 발달, 문화의 발전에 따라 그 방법이나 가치가 크게 변하지 않기 때문이다. 또 수학에서는 누구나 진리라고 믿는 사실에 입각하여 체계적이고, 합리적인 문제의 해결을 강조하고 있다 (Polya [24] 참조). 문제 해결의 능력을 길러 주는 것은 과학계 고등 학교의 교육 목표와도 일치한다 ([6, p. ?], [18, p. 2] 참조). 과학 고등 학교 학생들에게만 아니라 모든 고등 학교 학생들에게 수준 높은 문제 풀기의 능력과 적극적인 문제 풀기의 태도를 가르칠 것을 기대할 수 ([1], [2], [5], [13], [15] 참조) 도 있겠으나 현대 사회에서는 중등 교육을 받는 사람들에게 요구되는 필수 과목 (교육 내용) 이 너무나 많고, 높은

수준의 문제 해결의 훈련은 많은 시간과 고도의 기술이 요구되므로 학생들의 능력, 교사들의 전문성, 인문계 고등 학교의 사정 등을 고려할 때 모든 고등학교 학생들에게 높은 수준의 문제 풀기의 능력을 가르치는 것은 매우 힘든 일이다. 그래서 '공통 수학', '수학 I', '수학 II' 에서는 기본적인 문제 해결에 꼭 필요한 교과 내용만 다루고 한 단계 높은 수준이나 폭 넓은 지식을 필요로 하는 문제의 풀이는 '수학 III' 에서 주로 다루기로 하였다. 제 5 차 교육 과정 개정 때 정해진 수학 III 처럼 굳이 대학에서 배우는 교과 내용이 아니고, 기본적인 원리나 다양한 지식을 더욱 보충하여 까다로운 문제, 여러 단계의 사고를 거친 후에 해결의 실마리를 찾을 수 있는 문제, 복합적 문제 등을 다루는 능력과 태도를 길러 주는 것도 바람직하다.

그러나 '수학 III' 의 내용이 비 과학계 고등 학교에서도 수학에 특히 소질이 있는 학생에게 특별 활동반 등을 통해서 지도할 수도 있을 것이다. 이제까지 수학 특활반에서는 마땅한 교재가 없어 일본 입시 문제점이나 고난도 문제집을 구하여 교재로 써오고 있는 형편이다.

2. 수학 III 의 교육 과정 개정의 필요성.

1988 년에 만들어진 제 5 차 교육 과정의 과학 고등 학교의 '수학 III'은 외견상으로 '수학 II (하)' 의 교과 내용과 별 차이가 없고, 단지 수준에 있어서 이공계 대학의 '미분 적분학과 해석 기하학', '선형 대수학', '미분 방정식' 의 일부분을 그대로 옮겨 놓은 것이다. 그러나 '수학 III' 의 목표는 "수학에 관한 깊은 지식을 가지게 하고, 수학적으로 사고하는 능력을 기르게 하며, 탐구 활동을 통한 창의적인 연구에 흥미와 자신감을 가지게 한다." 로 되어 있다 ([6, p .?]). 이 같이 목표와 교육 과정 내용이 꼭 맞지 않았던 것은 교육 목표대로 운영할 수 없었던 과학 고등 학교의 처지를 많이 참작했기 때문이었다. 당시 우리 나라에서는 거의 대부분의 학생들이 대학에 진학하려면 획일적인 필기 시험 (대입 학력 고사 또는 과기대 입학 시험) 을 쳐야 했다. 더구나 당시 과학고에서는 많은 학생이 2 학년에서 한국과학기술대학 (현 한국과학기술원 학사 과정) 에 진학하였고, 3 학년에서 수학 III 을 실제로 택할 수 있는 학생들은 극히 일부분에 지나지 않았다. 그리고 과학고 3 학년 학생들은 수학 III 을 택할 수 있지만 대학 입시를 염두에 두지 않을 수 없는 형편이었다. 그래서 수학 II (하) 와 공통 부분이 많은 미분과 적분을 주 내용으로 삼았다. 극한의 e - d 논법, 연립 방정식의 가우쓰··· 조르단 소거법, 로피탈의 법칙, 대수 함수의 적분, 함수의 테일러 급수 전개 등 수학 II (하) 의 범위를 벗어나는 내용도 들어 있지만 이러한 개념들은 객관식의 학력 고사에서 문제 풀기의 시간을 줄이는 데 많은 도움이 되었기 때문에 학생들에게 별 저항이 없었다.

이와 같이 현실을 많이 고려한 수학 III 이었지만 많이 선택되지 않았다. 하나의 이유로 교과서의 부재를 들고 있으나 제 5 차 교육 과정의 수학 III 은 많은 대학의 교양 과목으로써의 수학 교재와 거의 일치하므로 교과서의 부재 (교육부에서는 과학 고등 학교 수학 교사들에게 교재 선택의 자율성을 주었음) 가 타당한 이유가 되지 않는다.

한편 한국과학기술원 학사 과정에서는 강의를 듣지 않고도 학점을 얻을 수 있는 학점 인정 시험 제도가 있어 현행의 수학 III 을 배운 학생들에게 혜택이 있도록 하였으나 학점 인정 시험으로 '미분 적분학과 해석 기하학' 을 이수하는 학생의 수도 매년 줄어 들었고, 1992 년에는 한 사람도 없었다. 고등 학교 수학 교사나 학생들은 당장 눈 앞에 닥친 대학 입시 때문에 대학

진학 후의 학점 인정 시험에 대해서는 별로 신경을 쓰지 않았다. 그러나 이제 한국과학기술원의 학사 과정에서도 그 정원의 30 받은 사람들에게는 필기 시험을 면제하여 주고 있기 때문에 상황이 달라지고 있다. 또 앞으로 1994 년 부터 대학 입시가 자율화되면 더욱 많은 대학에서 본 고사를 치루지 않고 신입생 (전체 또는 일부) 를 선발할 것이므로 우리는 수학 III 의 본래의 목표에 충실하여야 할 것이다.

해방 이후 이제까지는 미국, 일본 등을 통하여 주로 신대륙에서 발달한 교육 철학과 교육 이론을 많이 받아들였다. 제 4 차 교육 과정 개정 때 듀이의 교육 철학에서 완전히 벗어났다고 하나 아직도 수학은 과학이나 공학을 하기 위한 도구 과목으로만 생각하고 수학의 실용성, 응용성만을 강조하는 사람이 많다. 이제까지 신대륙에서는 풍부한 자원과 광활한 자연, 상대적으로 낮은 인구 밀도 때문에 부지런하고, 이론보다 실천이 앞서는 것이 그들의 생활 방식이었고, 그들의 생활 철학이었다. 따라서 교육에서도 일상 생활과 밀접한 관계가 있는 분야에서 폭 넓은 지식을 갖고 짧은 순간에 몇 가지의 선택 중에서 최선의 결정 (경우에 따라서는 양자 택일) 을 할 수 있는 능력을 길러 주어야만 되었다. 그러나 천연의 자원이 부족하고, 기후 등 생활 조건이 나쁘고, 상대적으로 인구 밀도가 높은 구대륙 (아시아, 유럽) 에서는 이러한 지식의 양적인 팽창만으로는 응용이나 실용에 한계가 있고, 문화의 발전과 문명의 발달이 더욱 고도화 됨에 따라 많은 사물이 단순한 원리에서 출발하였더라도 여러 단계의 변화를 거친 후에 어떤 성과가 이루어 지는 것을 깨닫게 되었다. 따라서 교과 내용도 기본적인 원리에서 출발하여 이론을 중시하고, 문제의 풀기에 있어서도 좀 더 깊이가 있고, 여러 단계의 응용을 거치는 방향으로 바뀌어 가야 한다고 생각하였다. 최근에 수학이나 기초 과학이 다시 각광을 받는 것도 이 때문이다.

이번 개정에서는 과학 고등 학교 학생들이 장래에 우수한 수학자·과학자· 공학자가 될 수 있도록 여러 가지 능력을 갖추게 하는 데, 그 중에서도 특히 문제 해결의 능력과 태도의 함양에 중점을 두어 여러 각도로 생각하고 여러 단계를 거쳐야 해결되는 문제를 많이 다루도록 하였다. 그래서 학생들이 새로운 문제에 부딪쳤을 때도 침착하게 올바른 방향으로 풀어 나갈 수 있는 태도를 길러 주도록 최대한 배려하였다. Polya [24] 의 주장에 따르면 문제 풀기의 중요한 방향은 주어진 문제를 우선 이해하고, 그 다음 단계로 작전을 세워서 이 문제의 해결 방안을 모색하고, 그 다음은 실제로 문제의 풀이를 구성하고, 마지막으로 찾아낸 풀이가 주어진 문제에 알맞는 것인지 점검 (음미) 하는 것이라고 하였다. 이를 위하여 수학의 다양한 분야 (체계화 된 분야와 체계화 되지 않은 분야를 고루 섞어서) 중에서 조합 수학 (Combinatorics) 과 그래프 이론을 포함한 이산 수학 (Discrete Mathematics), 정수론, 평면 및 입체 기하학, 벡터와 복소수의 기하학에의 응용 등을 새로이 도입하고, 미분법, 적분법, 도함수의 활용, 정적분의 응용, 편미분과 중적분 등 현행 수학 III 의 교과 내용도 그대로 포함되도록 하였다.

3. 수학 III 의 목표.

(1) 목표 설정의 배경

1988년에 개정된 제 5 차 교육 과정의 과학 고등 학교의 수학 III의 목표는

> 장래 우수한 과학자가 될 수 있도록 수학에 관한 깊은 지식을 가지게 하고,
> 탐구 활동을 통한 흥미와 자신감을 가지게 한다.

로 되어 있다. 새 교육 과정 구성에서도 이러한 기본적인 목표에는 큰 변화를 둘 수 없다. 그러나 (1) 은 제 5 차 교육 과정에서도 제 6 차 교육 과정에서도 변함이 없는 과학계 고등 학교의 모든 과목에 적용되는 교육 목표이다 ([6, p. ?], [18, p. 21]). 여기에 과학계 고등 학교의 교육 목표를 적어 보면 다음과 같다.

과학 및 수학에 소질과 적성이 있는 학생들에게 적절한 교육을 실시함으로써 적성과 능력을 최대한 계발하여 장차 우수한 과학자가 될 수 있는 소양을 기른다.

1) 탐구 과정을 통하여 과학과 수학의 개념을 체계적으로 이해하게 한다.
2) 문제 해결 활동을 통하여 과학 연구에 필요한 기초 능력을 신장시킨다.
3) 창의적인 연구 활동에 접할 수 있는 기회를 제공하여, 과학 발전에 공헌할 수 있다는 자신감을 가지게 한다.
4) 다양한 봉사 및 협동 활동을 통하여 사회 발전에 공헌하려는 태도를 가지게 한다.

우리는 이 교육 목표를 구태여 제 6 차 교육 과정의 개정에서도 수학 III 의 목표에 중복되게 넣을 필요는 없다고 본다. 제 5 차 교육 과정의 개정에서도 인문계 고등 학교의 과목별 (일반 수학, 수학 I, 수학 II) 의 목표는 매우 구체적으로 기술되어 있다 ([7,p 134-136])

한편 일본의 문부성에서 펴낸 '고등 학교 학습 지도 요령 해설 - 수학편·이수편에서도 과목별 (수학 I, 수학 II, 수학 III, 수학 A, 수학 B, 수학 C, 이수 수학 I, 이수 수학 II) 의 목표는 매우 구체적으로 기술되어 있다 ([8] 참조). 우리도 구체적으로 적는 것이 좋을 것 같다.

교과 내용의 단순한 이해, 공식과 법칙의 단순한 적용 (이제까지 말로는 창의력, 탐구력을 강조하였지만 실제로는 많은 공식을 암기하여 이것을 일차적으로 대입하도록 지도하였다.) 보다는 새로운 문제 (사실은 좀 더 까다롭고 여러 단계의 사고를 거치는 문제) 를 대하였을 때라도 문제를 쉽게 포기하지 않고, 이미 알고 있는 지식 (간단한 원리 또는 직관으로 알 수 있는 법칙이라도) 을 유효 적절하게 이용하여 논리에 맞게 이치에 따라 문제를 해결하는 능력과 태도 (경우에 따라서는 스스로 정리를 만들고 이를 이용하여 문제를 푸는 능력과 태도) 를 부여하도록 하는 구체적인 목표를 두어야 할 것이다. 수학 III 에서 무엇보다도 중요한 것은 0-10 단위 내에서 학생들의 요구, 교사들의 준비, 학교의 사정에 따라서 선택의 자율이 주어진 것이다. 이것은 이 때까지 싫든 좋든 처음부터 끝까지 택하여야 하였던 종전의 과목들과 다른 점이다.

(2) 목표

과학고 학생들 중에서 수학에 소질이 있어 공통 수학, 수학 I, 수학 II 를 빨리 배우고 수학의 여러 영역에 대하여 알고 싶어 하는 학생들에게 수학의 다양한 분야에서 기초가 되는 지식을 보충하여, 문제의 풀기에서 여러 단계의 사고와 복합적인 적용을 할 수 있는 능력과 논리적으로 사고하는 태도, 표현력 등을 익히게 하여 수학에 지속적인 흥미를 갖도록 한다.

4. 현행 교육 과정과 새 교육 과정의 비교. 1988 년 제정된 제 5 차 교육 과정의 수학 III 은 이공계 대학의 교양 및 기초 과목인 '미분 적분과 해석 기하', '선형 대수', '미분 방정식' 의 일부 내용을 그대로 옮겨 놓은 것이다. 새 교육 과정의 수학 III 은 수학 II 와 중복되는 내용을 많이 줄이고 정수에 관한 문제, 이산 수학, 조합 수학, 그래프 이론 등 현대 수학에서 기초가

되는 내용을 많이 첨가하였으며, 1950 60 년대에 다루었던 논증 기하를 다시 부활시켰다. 이는 영재 교육에 앞서 있는 동 유럽의 여러 나라 (폴란드, 헝가리, 루마니아, 옛 소련 등) 에서 가르치고 있는 교과 내용을 많이 참작하였다. 헝가리의 에오트보스 경시 대회는 대학 1학년 1학기에 고등 학교 수학 교육이 잘 되었는가를 시험하는 것이었지만 미적분학은 들어 있지 않았다 ([26], [27] 참조).

해방 이후 수학 교육학에서도 일본·미국을 통하여 실용 주의의 영향을 받아 이론적인 것보다는 일상 생활 또는 공학에 직접적으로 응용할 수 있는 분야를 차츰 많이 다루어 왔다. 그러나 근래에 와서 이러한 일차적인 응용만으로는 한계가 있다고 생각하고 다시 정수론, 논증 기하 등 기본적이고 이해하기 쉬운 이론에서 출발하여 조합 수학, 그래프 이론 등 여러 단계의 사고를 거치는 복합적인 문제까지 다루는 경향이 있다. 특히 영재 교육의 핵심 과목이 되는 과학 고등학교의 수학 III 은 이러한 새로운 경향을 잘 반영하여야 하리라 생각한다. 다음 신·구 교육 과정 비교표에서 보듯이 수학의 구조나 체계에 더 치중하는 대수, 기하 및 수학 기초를 교과 내용에 넣었다.

신·구 교육 과정 비교표 (수학 III)

내 용	현 행	새 과정
1. 선형 대수 2. 해석 기하	간단히 다루었음	좀 더 어려운 문제를 다룰 수 있도록 영역을 확장하였음
3. 미분 4. 적분	이공계 대학의 한 학년 분량을 다루었음	수학 II 와 중복되는 내용을 많이 줄이고 기본 개념과 문제 풀이에 치중
5. 확률 및 통계	없 음	*
6. 정수에 관한 문제 7. 이산 수학 8. 논증 기하 9. 부등식	없 음	개념과 기본적인 정리에 중점을 두고 문제 해결 능력에 치중함

* 1992. 5. 14. 수학 III 의 제 1 차 교육 과정 심의회에서 확률 및 통계를 교과 내용에 포함하기로 하였으나 구체적인 내용은 정하여 지지 않았음

II. 수학 III 의 교육 과정안

1. 과목의 성격. 과학 고등 학교의 전문 선택 과목 (수학 III, 고급 물리, 고급 화학, 고급 생물, 고급 지구 과학, 컴퓨터 과학 II, 과학 철학, 개인 연구 II 등) 이야말로 과학 고등 학교의

성격을 나타내는 과목이다. 수학 III 은 그 중에서도 과학 고등 학교를 영재 교육 기관으로써의 특성을 지어 주는 핵심 과목이다.

제 6 차 교육 과정의 개정의 총론 (시안) 에 나타난 편제 중에서 수학에 관한 것만 골라서 표를 만들면 다음과 같다.

공통 필수 (교육부)	과정 필수 (시 · 도 교육청)		과정 선택 (학교)	비 고
		→ 실용 수학 (8)	*	• 실업계, 비 과학계 문과반
공통 수학 (8) →	수학 I (10) →	수학 II (10)	*	• 비 과학계 이과반
		→ 수학 II (10) →	수학 III (0 – 10)	• 과학고

* 과정 필수 과목에서 제외된 과목 중에서 해당 과정에 적합한 과목을 선택함

'공통 수학', '수학 I', '수학 II' 는 과학 고등 학교와 비 과학계 고등 학교의 이과반이 다 함께 다루는 과목으로 이들 과목의 지도에서 다른 점이 있다면 과학 고등 학교는 이 세 과목을 비 과학계 고등 학교보다 조금 빠른 진도로 가르칠 것이다. 지금의 추측으로는 1 년 반 2 년 동안에 이 세 과목을 모두 마칠 것이다. 과학 고등 학교에서는 한결 같이

$$\text{공통 수학} \rightarrow \text{수학 I} \rightarrow \text{수학 II} \rightarrow \text{수학 III (선택)} \qquad (1)$$

의 경우를 택할 것이고, 상황에 따라서는 좀 더 어려운 문제를 많이 추가하여 지도할 것이다. 한편 비 과학계 고등 학교의 문과반에서는

$$\text{공통 수학} \rightarrow \text{수학 I} \rightarrow \text{실용 수학}$$

으로 이어지는 선택을 하게 될 것이고, 이과반에서는

$$\text{공통 수학} \rightarrow \text{수학 I} \rightarrow \text{수학 II}$$

으로 이어지는 선택을 할 것이며, 이를 모두 다루는 데 대개 3 년이 걸릴 것이다.

과학고 학생들 중에서 많은 학생들은 수학 III 을 3 학년에 배우게 되겠지만, 더러는 2 학년에서, 더러는 1 학년 때 부터 공부하는 수도 있을 것이다. 또 중학생이나 비 과학계 고등 학교

학생이라도 수학에 특히 취미나 소질이 있는 학생은 독학으로 수학 III 을 공부하거나, 특별 활동 (수학반) 에서 수학 III 을 교재로 하여 공부할 수 있을 것이다.

학교의 사정, 교사들의 준비 및 전문성, 학생들의 소질과 능력에 따라 수학 III 을 일부만 다룰 수 있다. 따라서 각 단원 사이의 유기적인 연관보다는 각 단원이 독자적인 분야로 다루어져 과목을 채택하는 데 융통성을 두어야 할 것이다. 사실 이러한 점은 현행 고등 학교 수학 II (상) 전체와 수학 II (하) 의 뒷 쪽 (미분, 적분을 제외한 부분) 에서도 나타나 있지만 고등 학교에서는 일률적으로 차례 대로 가르치고 있다. 수학 III 도 이처럼 단원 하나 하나를 다른 단원에 구애받지 않고 다룰 수 있도록 교재가 만들어져야 한다. 사실 수학 II 와 수학 III 의 전체 내용은 학교의 사정에 따라서 순서를 바꾸어서 다루어도 괜찮다. (1) 을 모두 다루고도 시간이 남는다면 (아니면 중간 중간에서) 종합적인 문제를 다루어 문제 풀기의 실력을 올리는 것도 한 방법이다.

2. 내용의 체계.

영 역		내 용
대수	정수	소인수 분해, 합동과 합동식, 오일러의 정리, 페르마의 정리, 정수의 활용
	선형 대수	행렬과 그 연산, 역행렬, 행렬식, 연립 일차 방정식의 풀이, n 차원 벡터, 벡터의 내적과 외적, 선형 변환
	현대 대수	군과 체
	부등식	절대 부등식, 조건 부등식, 코쉬 · 슈바르쯔 부등식, 여러 가지의 부등식, 여러 변수의 부등식
이산 수학		세기, 순열과 조합, 그래프와 알고리즘, 게임 이론, 이산 확률
기하	논증 기하	추론, 기본 도형과 변환, 기본적인 정리, 정리의 확장, 작도 자취, 공간 도형 (직선, 평면, 구), 기하 부등식
	해석 기하	공간 좌표, 직선과 평면의 방정식, 벡터 함수, 공간 도형의 방정식, 극좌표, 곡선의 극 방정식, 복소수 (선형 변환 포함), 복소수와 극형식 (드 므아브르의 정리와 원시근)
해석	미분	함수의 연속성과 극한, 미분과 증분, 평균값의 정리와 로피탈의 정리, 무한 급수와 그 수렴, 테일러의 급수 전개, 편미분, Gradient 와 접평면, 2 변수 함수의 극값, 라그랑쥬의 배수법
	적분	부정 적분과 정적분, 유리 함수의 적분, 곡선의 길이, 체적와 회전체의 표면적, 이중 적분과 그 응용
	미분 방정식	간단한 미분 방정식, 미분 방정식의 응용

3. 단원별 교과 내용. 단원 1 : 선형 대수

1 일반 행렬과 그 연산
2 역 행렬
3 행렬식
4 연립 1 차 방정식의 풀이 (Underdetermined 방정식 포함)
5 벡터 공간
6 선형 변환

단원 2 : 해석 기하

1 벡터 함수
2 여러 가지 공간 도형의 방정식
3 극좌표
4 곡선의 극 방정식
5 복소수와 선형 변환
6 드 므아브르의 정리와 원시근

단원 3 : 미분

1 여러 가지 함수의 미분
2 평균값의 정리, 로피탈의 정리
3 무한 급수와 그 수렴
4 테일러 급수의 전개
5 편미분
6 그레디언트 (Gradient) 와 접평면
7 2 변수 함수의 극값
8 라그랑쥬의 배수법

단원 4 : 적분

1 여러 가지 함수의 적분
2 곡선의 길이
3 회전체의 체적과 표면적
4 이중 적분
5 이중 적분의 응용
6 미분 방정식

단원 5 : 확률 및 통계 (구체적인 내용은 정하여 지지 않았음)

단원 6 : 정수

1 정수
2 합동과 합동식

3 오일러의 정리
4 페르마의 정리
5 정수의 활용 (비둘기 집의 원리)

단원 7 : 이산 수학

1 세기 (Counting)
2 순열과 조합
3 그래프 이론과 알고리즘
4 게임 이론
5 이산 확률 (Discrete Probability)
6 군과 체

단원 8 : 논증 기하

1 추론
2 기본적인 정리
3 작도
4 자취
5 공간 도형 (직선, 평면, 구)

단원 9 : 부등식

1 절대 부등식
2 조건 부등식
3 코쉬 · 슈바르쯔 부등식
4 여러 가지 부등식
5 여러 변수의 부등식
6 기하 부등식

4. **방법.** (1) 교수 방법

수학 III 의 지도에서 특히 강조되는 것은 학생들 스스로 문제를 풀고, 경우에 따라서는 문제 풀기에 필요한 기초가 되는 이론을 스스로 찾아야 할 것이다. 각자가 연구할 것을 동료 학생들에게 발표하고, 필요에 따라서는 여럿이 분담하여 세미나 식으로 이끌어 가는 것도 좋을 것이다. 아직 시청각 재료가 많지 않으나 이 교육 과정이 시행되는 1994 년까지는 미국× 일본 등에서 개발되어 상품화 되어 있는 시청각 교재 (Video Tape, 컴퓨터 프로그램 등) 를 참고로 하여 우리의 실정에 맞는 것을 만들어지리라 생각한다. 특히 수학에 소질이 있는 학생들에게 계속적으로 흥미를 갖게 하는 컴퓨터 프로그램이나 영상 자료들을 계발하여야 할 것이다. 또 수학 III 의 내용을 더욱 깊이 공부하려는 학생들을 위하여 Topic 별의 참고 서적도 많이 갖추어 두어야 하리라 생각한다. 이 부분은 과학고 교사들에게 연구비를 지급하여 자체 개발하도록 하는 것도 한 방법일 것이다.

(2) 내용 지도의 유의점

수학 III 의 지도에서는 융통성을 최대한으로 발휘하여야 한다. 이수 단위에서도 1 10 단위를 기본으로 구성하였고, 사정이 허락한다면 10 12 단위로도 운용할 수 있어야 한다. 또 이 교육 과정을 토대로 하여 교재를 만들 때는 인문계 고등 학교에서는 특별 활동반의 교재로도 사용할 수 있게 교재가 만들어져야 한다.

수학 III 의 내용 중 일부분은 이 때 까지의 중·고등 학교나 대학의 교양 및 기초 과정에서 다루지 않은 부분이 많기 때문에 이의 지도에는 예상외로 많은 준비가 따른다. '단원 3 → 단원 4' (2 3 단위) 를 제외하고 모두 1 단위씩으로 하여 일곱 개의 독립된 분야로 각각의 단원을 만들었다. 따라서 수학 III 전체는 9 10 단위이지만 학교의 사정과 학생 개개인의 능력에 따라 1 10 단위로 운용할 수 있으며, 여러 가지 문제의 풀이를 더 붙임으로써 10 12 단위로까지로 확장할 수 있다. 굳이 구성 체계의 표를 그린다면 다음 네 단원의 지도에서 선형 대수와 해석 기하를 미분과 적분에 앞서 다루는 것이 좋지만 필수적인 것은 아니다.

$$1.\ \text{선형 대수} \rightarrow 2.\ \text{해석 기하} \rightarrow 3.\ \text{해석 I} \rightarrow 4.\ \text{해석II} \tag{1}$$

과학 고등 학교의 학생이라도 그 소질이 다양할 것이므로 9 10 단위를 모두 택할 수 없을 때는 선택을 하여야 할 것이다. 예로서 4 단위의 '대수·기하반' 을 구성한다면

$$6.\ \text{정수} \rightarrow 7.\ \text{이산 수학} \rightarrow 8.\ \text{논증 기하} \rightarrow 9.\ \text{부등식} \tag{2}$$

으로 이어지는 지도를 할 수 있고, 4 단위의 '해석반' 을 둔다면 위의 (1) 과 같이 택하는 방법이 있겠다. 만약 중학생이나 비 과학고 학생들 중에서 수학에 흥미가 있어 혼자 힘으로 공부를 하거나 특활반에서 여럿이 함께 공부할 때는 (2) 의 순서를 따르는 것이 좋겠으나 꼭 그렇게 해야 되는 것은 아니다.

가. 선형 대수의 지도 : 주로 직관을 통하여 3×3 행렬 또는 일반적인 $n \times n$ 행렬에 관한 성질을 지도한다. 역 행렬과 행렬식의 계산에도 익숙하도록 한다. 가우쓰·조르단 (Gauss - Jordan) 의 소거법과 크래머 (Cramer) 의 법칙을 이용한 다원 연립 일차 방정식의 해법과 다른 해법과의 차이점을 지도하고, 특히 미지수의 갯수와 방정식의 갯수가 일치하지 않는 예 (underdetermined 방정식) 를 많이 다루어 해집합을 나타내는 방법의 지도에 중점을 둔다. 또 2 차원 또는 3 차원 공간에서 이 해집합이 무엇을 나타내는 지 기하학적인 해석도 설명하여야 할 것이다. 쉽게 구할 수 있는 참고 문헌은 [4] 이다.

나. 해석 기하의 지도 : 현재 우리나라 고등 학교 학생들이 해석 기하를 이해하는 수준은 굉장히 높다. 이 점을 충분히 활용하여 공간 도형의 이해와 함께 지도하고, 이것을 응용하여 복잡한 도형 문제에 적용하도록 하는 것이 좋다. 또 벡터 함수의 지도에서는 물리량과 벡터, 평면상의 운동과 벡터 함수 등 고급 물리, 고급 화학에서 배운 개념과 연관하여 지도하는 것이 좋다. 뒷 쪽의 복소수의 극 형식만 따로 떼어서 가르쳐도 좋으나 모두 함께 지도하는 것이 수학의 여러 분야 사이의 연관을 이해하는 데 도움이 될 것이다. 복소수의 극형식은 간혹 어려운 문제에

쉽게 도전할 수 있는 실마리를 제공한다. 국제 수학 올림피아드 1963 년 문제 3 과 1990 년 문제 6 은 좋은 예이다.

다. 미분과 적분의 지도 : 이공계 대학의 교양 및 기초 과정의 '미분 적분학과 해석 기하학'의 내용과 중복이 된다. 학교의 사정, 또는 학생들의 원에 의하여 해석만을 가르쳐야 할 때는

1. 선형 대수 → 2. 해석 기하 → 3. 해석 I → 4. 해석 II

의 순으로 가르칠 수 있다. 이 방향은 현행 수학 III 과 별로 다를 바가 없다. 이 경우에도 기술적인 것보다는 앞 부분의 극한, 함수의 연속성 등에 중점을 두고, 많은 예를 통하여 함수의 미분 가능성과 연속성의 관계를 이해하게 한다. $\varepsilon - \delta$ 의 논법을 소개하고 시청각 자료를 통하여 개념을 명확하게 하는 것도 도움이 된다. 또 리만 적분의 정의를 직관적으로 다루어 이것을 면적, 곡선의 길이 또 회전체의 부피와 표면적 등으로 자연스럽게 유도해 간다.

미분과 적분의 지도에서는 'The Calculus Toolkit', 'MathCAD', 'MathPRO' 등 컴퓨터 용 프로그램이 다양하게 개발되어 있으며 학교 전산실에 이러한 프로그램들을 비치하여 두고 학생들에게 수시로 활용하게 하는 것도 좋은 방법이다. 또 문제를 만들기 위하여 교사용 프로그램 'Computerized Test Generator (AW Test)' 등을 이용하면 한결 수월할 것이다.

라. 확률 및 통계의 지도 : 내용이 정하여지지 않았으므로 구체적인 지도 방법을 제시할 수 없으나 이 단원은 앞으로 대학의 이공계로 진학하는 학생들에게 통계 처리 능력을 키워 주는 것이므로 거기에 합당한 지도가 필요할 것이다.

마. 정수의 지도 : 소인수 분해의 유일성, 합동과 합동식, 오일러의 f 함수 등 이제까지 고등학교에서 다루지 않던 새로운 개념이 도입되었다. 가장 쉽게 이해되지만 문제가 조금만 바뀌어도 어려워지므로 학생들이 쉽게 포기하려는 경향이 있다. 학생들에게 기본적인 개념을 익히게 함으로써 앞으로 더욱 복잡하고, 까다로운 문제에 도전할 수 있으며, 어려운 수학의 체계도 쉽게 이해할 수 있다는 자신감을 길러 주어야 한다. 정수의 활용, 페르마의 정리, 오일러의 정리, 중국인의 나머지 정리 등을 이해하는 것도 중요하지만 이들을 이용하여 여러 가지 문제를 풀 수 있는 능력과 태도를 길러 주어야 한다. 또 '비둘기 집의 원리' 같은 간단한 원리도 많은 경우 복잡한 문제를 푸는 데 요긴하게 쓰임을 강조한다. 쉽게 구할 수 있는 참고 서적은 [3] 이다.

바. 이산 수학의 지도 : 이 단원에서도 여러 가지의 이산 수학에 관한 기본적인 정리, 그에 수반되는 개념을 지도하고, 스스로 정리를 만들어 그것을 이용하여 문제를 해결하는 능력을 기르도록 한다. 최근에 많은 각광을 받는 조합 수학 (Combinatorics), 그래프 이론 등이 포함되어 이산 수학의 분야는 다양하기 때문에 각 분야에 관한 좀 더 깊은 지식을 공부하는 것도 이 단원의 지도에 도움이 될 것이다. [20] 와 [22] 가 좋은 참고 서적이 된다.

사. 논증 기하의 지도 : 이 단원에서도 1950 1960 년대 우리 나라 고등 학교 교육 과정에서 크게 다루었으나 (그 때는 '고등 학교 기하' 라는 별도의 교재가 있었다.) 그 후 축소되어 이제 거의 다루지 않는 논증 기하를 다시 도입하였다. 옛날 교과서 (예 : 이 성헌 지음 고등 학교 기하, 대동문화사 발행, 1956) 를 구하여 참고하는 것도 도움이 되고, 참고 문헌의 [9], [11], [12],

[25] 등을 참고로 하는 것도 좋을 것이다. 도형의 기본적인 성질, 간단한 정리를 이해하면 차츰 난이도를 높여 점차 까다로운 개념과 정리, 문제의 풀이를 지도한다.

아. 부등식의 지도 : 수학 I, 수학 II 에 나타나는 부등식보다 좀 더 까다로운 문제를 다룬다. 부등호와 함께 등호가 성립하는 것과 성립하지 않는 것의 차이점의 지도도 중요하다. 기하 부등식은 도형의 성질에서 나타나는 간단한 부등식에서 시작하여 코쉬 ·슈바르쯔 부등식, 볼록 함수의 성질 등을 이용하여 문제를 여러 단계에 거쳐서 해결해 나가도록 지도한다. 앞으로 1994 년에는 이 부분의 좋은 참고 서적들이 많이 출간될 것이라 생각된다.

III. 수학 III 의 지도에서 나타날 문제점과 해결 방안

1. 교수 및 학습 방법의 문제점과 해결 방안. 새 교육 과정의 수학 III 은 교수 방법에서 많은 어려움이 따르게 될 것이다. 1988 년에 개정된 현행 수학 III 의 교과 내용은 현재 우리 나라의 이공계 대학에서 교양 과목 또는 기초 과목으로 개설되어 있는 '미분 적분학과 해석 기하학', '선형 대수학', '미분 방정식' 의 일부를 그대로 옮겨 놓은 것이기 때문에 대학 과정에서 수학 또는 수학 교육을 전공한 교사라면 쉽게 그 내용을 파악할 수 있었고, 교수 방법도 대학에서 다루는 방법을 따르면 되었다.

그러나 새 교육 과정의 수학 III 의 교과 내용은 앞서도 이야기 한 것처럼 많은 수학 교사들에게 생소한 내용이 포함되어 있으며, 교수 방법도 여러 단계를 거치는 까다로운 문제의 풀기, 특히 그 과정과 태도를 중시하여 학생 스스로 문제를 이해하게 하고, 작전을 세워서 풀어 나가고, 음미하도록 지도하여야 한다. 자연히 학습.방법도 교사가 풀이르 제시할 것이 아니라 학생들에게 충분한 시간을 주어서 학생 각자가 새로운 방법을 찾도록 습관과 태도를 길러 주어야 한다. 또 교사는 학생들의 독창적인 해법을 빨리 이해하고, 그들을 격려하여 주어야 한다.

2. 평가의 문제점과 해결 방안. 수학 III 의 학습이 성공하느냐 실패하느냐 하는 것은 평가 문제의 선택에 크게 좌우 된다. 수학 III 의 목표 중 중요한 것의 하나가 문제를 종합적으로 해결하는 것이기 때문에 새로운 문제를 찾아내고 이것을 내용과 난이도에 따라 분류하여 두고, 필요한 시간에 필요한 곳에 활용하여야 한다. 이를 위하여는 과학 고등 학교의 수학 교사 전체가 공동으로 평가 문제와 평가 방법을 연구하는 것도 한 방법일 것이다.

새 교육 과정의 수학 III 의 지도에서 가장 어려운 부분은 평가이다. 학생들의 창의력과 사고력, 새로운 아이디어를 점수화 하는 것은 쉬운 일이 아니다. 또 학생들의 창의적인 사고를 측정하기 위해서는 항상 학생들의 능력에 알맞는 새로운 문제를 찾아내고 만들어야 한다. 문제는 교과서나 참고서에서 흔히 볼 수 있는 문제가 되어서는 안된다. 그 동안 우리 나라에서는 학력 고사 위주의 실력 평가를 하여 왔기 때문에 교사들은 창의성을 판단할 수 있는 문제를 만드는 데 익숙하지 않다. 그동안 외국의 경시 대회나 영재 교육에 관한 자료가 많이 소개되어 있지 않았기 때문에 평가 자료를 구하기도 여간 어려운 일이 아니었다. 과학 고등 학교 수학 교사들이 모임을 구성하고, 서로 서로 자료를 교환하며, 그 동안의 성과에 관한 의견을 나누어야 할 것이다. 가능하다면 재 교육 등을 통하여 특별한 훈련을 받아야 하리라 생각된다. 뜻이 있는 곳에

항상 길은 있게 마련이다. 참고 문헌에 나타난 [10], [14], [17], [19], [21], [22], [26], [27] 등이 다소 도움이 될 것이다.

국내외의 경시 대회 문제, 국제 수학 올림피아드의 문제를 연구하고 실제로 이와 버금가는 문제들을 만들어 보는 것은 큰 도움이 될 것이다.

평가는 꼭 주관식만 고집할 필요가 없다. 객관식과 주관식의 비율을 20 : 80 또는 30 : 70 으로 하는 것이 무난할 것이다. 그러나 개념, 원리, 이해력, 적용 능력, 문제 해결의 태도 등을 다각도로 평가하여야 한다.

부록

1.목표

장래 우수한 과학자가 될 수 있도록 수학에 관한 폭 넓은 지식을 가지게 하고 수학적으로 사고하는 능력을 기르게 하며, 탐구활동을 통한 창의적인 연구에 흥미와 자신감을 가지게 한다.

2. 내용

(1) 대수

(1) 군
(2) 벡터
(3) 행렬
(4) 행렬식
(5) 선형변환

(2) 논증기하

(1) 추론
(2) 중요한 정리
(3) 작도
(4) 자취

(3) 해석기하

(1) 극좌표
(2) 곡선의 극방정식
(3) 복소수
(4) 복소수의 극형식 (드므와브르의 정리와 원시근)
(5) 간단한 이차곡면

(4) 미분법

(1) 여러가지 함수의 미분법
(2) 평균값의 정리와 로피탈의 정리
(3) 테일러의 급수전개

(4) Gradient 와 접평면
(5) 두 변수 함수의 극값

(5) 적분법

(1) 여러가지 함수의 적분법
(2) 곡선의 길이
(3) 부피, 회전체의 겉넓이
(4) 이중적분
(5) 이중 적분의 응용
(6) 미분방정식

(6) 확률과 통계

(1) 확률및 조건부 확률
(2) 마르코프 연쇄와 그 응용
(3) 확률 분포
(4) 기대값
(5) 여러 가지 확률분포
(6) 여러 가지 통계량과 추정
(7) 가설 검정

3. 교과 내용 지도의 유의점
다음과 같은 점에 유의하여 교육과정을 운영한다.

(1) 이수 단위수, 학생의 요구와 능력등을 고려하여 수학III 의 내용중에서 일부를 발췌하여 지도할 수 있다.
(2) 수학I, II 에서 학습한 내용을 바탕으로 좀 더 일반화된 조건과 결론 및 새로운 개념과 전개방법을 이해하게 하는데 중점을 두되 기본적인 원리의 적용을 통하여 수학적 문제를 해결하는 능력을 신장시키도록 지도한다.
(3) 학습지도 내용은 다음과 같은 점에 유의하여 지도한다.
(1)
1) 군은 기본적인 구조와 유한군만을 지도한다.
(2)
2) 벡터에서는 n 차원 벡터와 외적도 지도한다.
(3)
3) 가우스 소거법을 이용하여 방정식의 개수와 미지수의 개수가 다른 연립일차방정식을 푸는 방법을 지도하고, 이 소거법을 이용하여 역행렬을 구하는 방법을 지도한다.
(4)
4) 선형변환에서는 도형의 변환도 지도한다.
(5)

5) 논증기하에서는 도형의 기본적인 성질, 여러 가지 정리를 취급하면서 수학적 사고력과 창의력을 육성하게 한다.

(6)

6) 극좌표와 곡선의 극방정식은 2차원 공간에서 지도한다.

(7)

7) 이차곡면에 대해서는 표준형만을 간단히 다루어, 이들 곡면의 모양을 직관적으로 이해하게 한다.

(8)

8) 미분은 n 차 고계도함수까지 소개하고 초월함수의 미분은 로그함수, 지수함수, 삼각함수 및 간단한 역삼각함수를 지도한다.

(9)

9) 적분에서는 3중적분은 다루지 않고 초월함수의 적분은 로그함수, 지수함수, 삼각함수 및 간단한 역삼각함수를 지도한다. 또 간단한 특이 적분도 지도한다.

(10)

10) 미분방정식은 일계동차, 일계일차 등 간단한 것을 지도한다.

(11)

11) 확률의 뜻에서는 공정하지 않은 동전을 다루기 위하여 $P(H) = p,\ P(T) = 1 - p$ 인 확률도 지도한다.

(12)

12) 조건부 확률에서는 전확률정리, Bayes 의 정리도 지도한다.

(13)

13) 마르코프 연쇄와 유한상태 공간만을 지도한다.

(14)

14) 확률분포에서는 결합확률분포도 지도한다.

(15)

15) 여러 가지 확률분포에서는 균일분포, 이항분포, 포아송분포, 이항분포의 정규 근사, 중심극한 정리, 지수 분포 등을 지도한다.

(16)

16) 여러 가지 통계량과 추정에서는 카이 제곱 분포, 구간추정 (모평균, 모비율) 도 지도한다.

(17)

17) 가설 검정에서는 단측검정, 카이제곱 검정도 지도한다.

참 고 문 헌

1. 강 완, '수학적 능력 및 발견 ··· 발명의 사고 과정과 수학 교육', 석사 학위 논문, 서울대학교, 서울,, 1984.
2. 김 용태 · 박 승안, '정수론',, 제 3 판, 경문사, 서울,, 1991.

3. ________, '선형 대수학',, 청문각, 서울,, 1991.

4. 김 철환, '문제 해결력과 수학 문제의 분류 관점에 관한 연구', 석사 학위 논문, 한국교원대학교, 청주,, 1987.

5. 문교부, 고등 학교 수학과 교육 과정 해설, 문교부 고시 제 88 - 7 호, 문교부, 서울,, 1988.

6. 문부성 (일본), '고등 학교 학습 지도 요령 해설 - 수학편 · 이수편' *(일본어)*,, 문부성 (일본), 東京,, 1989.

7. 미야하라 시게로 (宮原 繁), '평면 도형' *(일본어)*,, Mathematics Monograph 23, 科學信興社, 東京,, 1988.

8. 박 승동, '한국 수학 올림피아드',, 가서원, 서울,, 1991.

9. 서울 과학 고등 학교 수학 올림피아드 반, 평면 기하의 아이디어, 서울 과학 고등 학교, 서울,, 1991.

10. 세이미아 토시오 (清宮 俊雄), 기하학 - 발견적 연구법 *(일본어)*,, 2nd Ed., Mathematics Monograph 26, 科學信興社, 東京,, 1988.

11. 신 현성, 문제 해결의 연구 동향,, 대한수학회 수학 교육 논총 4 (1984), 39-61.

12. 양 승갑 · 윤 옥경, 수학 올림피아드 종합 문제집 수학 올림피아드 시리즈 *1*,, 재능 교육, 서울,, 1992.

13. 윤 명중, 문제 해결을 통한 사고력 신장에 관항 연구, 1992 년 충청수학회 발표 논문, Preprint.

14. 타카하시 마사아키 (高橋 正明), 벡터 *(일본어), 3rd Ed.*,, Mathematics Monograph 7, 科學信興社, 東京,, 1989.

15. 한국교육개발원, 과학계 고등 학교 교육 과정 시안 연구 개발, 연구 보고 *RR 87-14*,, 한국교육개발원, 서울, 1987.

16. 피터 프랑클 · 아마야끼 찐, 국제 수학 올림피아드, *1984 -1991' (한 경혜 옮김)*,, 수정 증보 판, 가서원 서울,, 1991.

17. 한국교육 개발원 과학 연구부, 과학계 고등 학교 교육 과정 총론 시안, *Preprint.*

18. S. L.Greitzer, *International Mathematical Olympiads 1959 - 1977*,, The Mathematical Association of America, Washington, D. C.,, 1978.

19. R. Johnsonbaugh, *Discrete Mathematics, 2nd Ed.*,, Macmillian Publ. Co., New York,, 1990.

20. M. S. Klamkin, *International Mathematical Olympiads, 1978 - 1985*,, The Mathematical Association of America, Washington, D. C.,, 1986.

21. 수학 올림피아드 미국편' *(한 경혜 옮김)*,, 가서원, 서울,, 1991.

22. R. J. McLiece et al., *Introduction to Discrete Mathematics'*,, McGraw - Hill Book Company, New York,, 1989.

23. G. Polya, *How to Solve It' (우 정호 역 : 어떻게 풀 것인가)*,, 천재 교육, 서울,, 1986.

24. Y. Sortais · R. Sortais, *La Géométrie du Triangle - Exercices Resolus*,, Hermann, Paris,, 1987.

25. E. Rapaport, *Hungarian Problem Book I*,, Math. Assoc. Amer., Washington,, 1963.

26. ________, *Hungarian Problem Book II*,, Math. Assoc. Amer., Washington,, 1963.

27. 김 수환, 고등학교 수학 교육과정에서의 이산 수학, 청람수학교육 2 (1992), 119-138.

28. 한국교육개발원, 과학계 고등 학교 교육 과정 시안 연구 개발, 연구 보고 *RR 87-14*,, 한국교육개발원, 서울,, 1987.

29. 한국교육개발원, 제 *6*차 교육 과정 각론 개정 연구 - 초· 중 · 고등학교 수학과, 연구 보고 *RR 92-6*,, 한국교육개발원, 서울,, 1992.