

문제 해결에 있어서의 지식

정 창현 (한국교원대학교)

신 성균 (한국교육개발원)

1. 서론

제5차 수학과 교육 과정에 이어서 제6차 수학과 교육 과정에서도 문제 해결력의 개발을 보다 중시한다고 하였다(한국교육개발원, 1992). 이는 방법적 지식을 강화하려는 교육적 활동의 측면에서 문제 해결을 중요시 여기기 때문이다. 또한 문제 해결에 대한 교육적 활동의 강화를 위하여 교육학자, 인지심리학자, 교육공학자, 교과교육전문가들은 문제 해결 인지 과정의 기계(mechanism), 발견적 교수법(heuristics)과 같은 문제 해결 교수-학습 지도 전략의 개발, LOGO와 같은 문제 해결력 신장을 위한 언어 및 소프트웨어의 개발에 대한 많은 연구를 수행하여 왔다(Polya, 1957; Newell & Simon, 1972; Papert, 1980; Tuma, 1980; Silver, 1981; Sternberg, 1982; Mayer, 1983; Shoenfeld, 1985; Gagn, 1985).

이러한 연구의 궁극적인 목적은 어떻게 하면 학생들의 문제해결력을 신장시킬 수 있을 까로 귀결된다고 할 수 있다.

지금까지 문제 해결에 관한 우리의 연구는 주로 문제 해결 전략(보조 전략)의 탐색, 문제의 분류, 문제 해결 과정 등을 소개하는 정도가 그 주류를 이루고 있다하여도 과언이 아니다. 좀더 근원적으로 문제 해결자의 입장에서 서서 문제 해결자에게 필요한 최소한 것이 무엇인가를 깊이 탐구하여야 할 것이다.

다시 말해서 문제 해결을 보다 엄격히, 보다 효과적으로 지도하기 위해서는, 주어진 문제를 해결하고자 할 때, 문제 해결자가 가지고 있어야 할 일반적인 지식은 무엇이며, 문제 해결 과정에서 그 지식은 어떤 역할을 수행하는가라는 질문에 답하여야 할 것이다.

이 글에서는 위의 질문의 답에 접근하기 위하여 문제 해결에 필요한 지식을 이론적으로 고찰하고자 한다.

어떤 주어진 문제에서 문제 공간의 특성에 관계없이 한 개인이 문제를 해결하는 동안에는 동일한 과정이 일어난다. 이 동일한 과정을 몇몇 학자들은 일련의 단계로 구분하였다.(Ernst & Newell, 1966; Krulik & Rudnick, 1987; Schoenfeld, 1980; Polya, 1957)

이 구분된 것을 종합하면 문제 해결 과정은 대체로 문제의 이해, 탐색, 실행, 해결의 과정으로 수행된다고 할 수 있다.

인지 심리학자들은 정보 처리 이론에 따라 문제 해결 과정을 탐색(search)이라는 말로 표현하였고, 문제 해결자는 문제를 해결할 때 목표에 도달하기 위하여 주어진 조건과 목표의 표상

에 대하여 생각하고 해결을 찾기 위한 탐색 과정을 거친다고 하였다. 또한, 문제 해결자가 문제 해결을 완수하거나 포기할 때까지 탐색을 계속 수행한다고 하면서, 이 과정을 다음과 같이 설명하고 있다.(Andre, 1986)

- (1) 문제의 목표와 주어진 조건을 분석한다.
- (2) 기억 속에 목표와 조건에 대하여 초기의 표상을 형성한다.
- (3) 목표와 조건의 차이를 줄이기 위하여 주어진 조건과 목표의 표상을 다른 표상으로 바꾸면서 조작한다. 이 때 문제 해결자는 장기 기억에 저장된 지식이나 여러 가지 전략을 활용한다.

이처럼 문제 해결 과정에서 문제의 이해 단계와 해결 전략을 탐색, 수립 및 점검하는 단계가 중요한 것이다. 그렇다면 우리는 이 중요한 단계에서 필요한 지식은 무엇인가를 살펴 보아야 한다.

2. 문제 이해에 필요한 지식

문제 표상은 문제를 재구성하는 것이며, 이것은 곧 문제에 대한 이해로 간주된다. 인지 심리학자들은 이해가 문제 해결자의 내적인 문제 표상과 밀접하게 관련되어 있다고 본다. 문제에 대한 적절한 표상을 형성하기 위하여 문제의 목표, 주어진 조건, 방법, 제한점 등을 표상하여야 하며, 이러한 표상 과정을 구성하는 것이 이해 과정이다.(Hayes, 1989)

Greeno(1978)는 문제의 이해를 문제에서 제시된 정보들의 표상을 구성하는 과정으로 보았다. 그는 문제 이해의 결과는 이해되어야 할 문제의 요소들간의 관계를 표상하는 구조를 형성한다고 주장하였다.

인지주의적 정보 처리 입장에서의 문제 해결은 과제 상황과 문제 공간의 개념을 중요시 여긴다. 여기서 과제 상황이란 문제를 구성하는 사실과 개념 및 그들 사이의 상호 관계, 곧 구조를 말하며, 문제 공간은 문제 해결자가 과제 상황을 받아들여 형성된 정신적 표상이다. 이 때, 표상은 외부의 정보가 우리의 기억 안으로 이동될 때 어떠한 형식을 갖추는 것에 관련되는 것으로, 그 형식 자체를 의미한다.(Newell & Simon, 1972)

표상은 주어진 정보에 대하여 마음 속에 만들어진 상이며, 우리들은 표상을 처리하고 조작함으로써 대상을 인지한다. 문제에 대한 이해는 주어진 문제에 대한 표상에서 비롯된다. 표상은 크게 내적인 표상(internal representation)과 외적인 표상(external representation)의 두 가지 의미로 구별된다. 내적인 표상이란 외적으로 제시된 문제의 대상과 관계에 일치하는 것을 머리 속에 그려 보는 상을 말하며, 외적인 표상은 내적인 표상의 각 부분에 일치하도록 외적인 기호 또는 방정식으로 표현하기, 목록 만들기, 스케치 하기, 다이어그램 그리기 등의 활동을 통하여 생겨지는 상을 말한다.

문제 공간에 대한 표상은 문제를 해결하는 데 있어 결정적인 영향을 미친다. 이는 주어진 문제의 공간을 부정확하고 불완전하게 표상하면 문제를 해결하기 어렵게 하거나 불가능하게 하기 때문이다. 즉, 문제를 잘 풀고 못 푸는 것은 문제를 어떻게 표상하는가에 크게 좌우된다.

문제를 잘 못 푸는 학생은 문제의 표면 구조에 관심을 기울이며 문제를 잘 푸는 학생은 기본적인 원리에 주목하는 경향이 있다.

인지심리학자들은 문제 해결을 더욱 풍부하고 더욱 정선된 문제의 표상을 계속적으로 확립하는 과정으로 설명하고 있다(Mayer, 1983; Behr, Lesh & Post, 1985).

문제 해결자들은 우선 표상부터 시작한다. 그 때 문제 해결자들은 해결을 위해 충분하고 최종적인 문제의 표상을 얻을 때까지 표상을 차례로 정성들여 고치고 다듬는다. 이에 대해 Lesh(1985)는 문제 해결자는 안정된 모델에 도달할 때까지 문제의 불안정한 표상적 모델을 세우고, 고르며, 그리고 나서 버린다는 대안적인 표상(alternative representation)에 대해 말하였다.

많은 연구자들이 각기 다른 입장을 취한다고 할지라도 문제에 대한 표상들을 문제 해결 과정에서 중요한 위치를 차지하는 것으로 여기며, 표상이 문제 해결에 미치는 영향에 대하여 많은 연구를 하고 있다. 이와 관련되어 문제 해결에 적게 성공한 사람들(novice problem solvers)이 형성한 표상들과 문제 해결에 많이 성공한 사람들(expert problem solvers)이 형성한 표상들이 어떤 면에서 다른지를 알아보기 위해 연구하기도 하였다.

문제의 표상은 문제 해결에 있어 핵심적인 활동의 하나로 볼 수 있다. 왜냐하면 문제 표상의 질이 문제 해결의 질에 영향을 미치기 때문이다(Gagne, 1985). 이와 관련하여 Willis와 Fuson(1988)은 문제 해결, 특히 문장제 해결은 적어도 문제의 표상, 전략 선택, 해답을 얻기 위한 전략의 사용 등의 세 가지 측면을 포함한다고 하면서 문제의 표상은 전략의 선택, 전략의 사용에 영향을 미치게 되므로 중요하다고 하였다.

또한, Hayes와 Simon(1977)은 문제의 이해를 위하여 (i) 문제의 문장을 읽고 문법적, 어휘적 분석을 통해 정보를 유출해 내어야 하고 (ii) 유출해 낸 정보로부터 그 문제의 해결에 적합한 문제 표상을 형성하여야 한다고 말하였다. 그리고 문제 해결을 위한 과정은 이해 과정과 해결 과정의 두 과정으로 이루어져 있다고 말하면서, 이해 과정은 주어진 문제의 조건을 해석하고 문제 공간을 구성하는 과정이며, 해결 과정은 문제 공간이 형성된 후에 문제 해결을 위한 계획을 수립하기 위하여 문제 공간을 탐색하게 되므로 해결 과정은 전적으로 이해 과정에 의존한다고 말하였다.

문제 해결에 있어 주어진 문제에 대한 내적인 표상은 우리 기억 속에 있는 지식을 활성화시키는 역할을 한다(Hayes, 1989). 때때로 사람들은 내적인 표상만을 이용하여 문제를 해결하기도 한다. 예를 들어 " $5 + 6 =$ " 라는 문제에 대하여 대부분의 사람들은 단지 머리 속에서만 계산하여 해결한다. 그렇지만 많은 문제들은 내적인 표상만으로 해결하기는 어렵고 외적인 표상의 도움이 필요하다. 그래서 외적인 표상은 종종 어려운 문제를 해결하는데 많은 도움을 준다. 외적인 표상은 정보를 기억하고 문제에서 새로운 관계에 주지할 수 있도록 도와 준다.

또한, 외적인 표상은 내적인 표상이 형성되지 않는다면, 문제 해결에 아무런 도움을 주지 않는다. 즉, 좀더 복잡한 사고를 필요로 하는 문제를 해결하기 위해서는 내적인 표상과 외적인 표상이 모두 필요하다.(Hayer, 1989)

문제의 표상은 문제의 이해에 직접적으로 영향을 미치며, 문제의 이해 과정은 문제 해결 과

정과 직결되고, 문제 해결 성공의 결정적인 역할을 한다. 그러므로 성공적인 문제 해결자를 기르기 위하여 문제의 이해력, 문제의 표상 능력을 증진시키는 것이 중요하며, 문제의 표상을 용이하게 할 수 있는 교수 전략이 필요하다.

Paige와 Simon(1966)은 문제의 외적인 표상이 문제 해결을 수행하는 데에 미치는 영향에 대하여 연구한 결과, 외적인 표상의 하나인 다이어그램을 이용하여 문제를 표상한 학생이 그렇지 않은 학생보다 사실에 대한 기억이 더 잘되고 문제의 각 부분의 관계를 더 잘 이해한다는 것을 발견하였다.

이는 학생들이 스스로 문제의 외적인 표상을 사용하여 문제를 해결하는 경우인데, 반대로 다이어그램이나 관련된 그림을 이용하여 문제 상황을 제시하여 주면, 외적인 표상을 더욱 용이하게 하여 문제의 각 부분의 관계를 더 잘 이해하게 해 줄 것이다. 이 외적인 표상은 내적인 표상에 영향을 주며, 외적인 표상과 내적인 표상간의 상호 작용으로 문제를 이해하게 되고 이는 바로 문제 해결의 성공에 많은 영향을 주게 된다. 뿐만아니라 이미 외적인 표상이 제시된 문제를 해결하게 하므로써, 학생들에게 문제를 해결할 때 외적인 표상의 유용성을 알게 해 주고 외적인 표상의 사용 능력을 길러 줄 수 있다.

문제 해결에 있어 문제의 표상의 중요성을 강조하면서, Mayer(1983)는 연습에 의하여 문제 표상 능력을 증진시키는 가능한 방법을 다음과 같이 제시하고 있다.

- (1) 문제 해결 수행은 학생들이 문제의 유형을 인식하는 연습(예를 들면, 문제를 분류하는 것)이 이루어진다면 증가할 것이다.
- (2) 인식 전략은 연습이 같은 절차로 해결할 수 있는 모든 문제보다는 오히려 문제 유형이 복잡적으로 포함될 때 증진된다.
- (3) 문제 해결 수행은 문제의 제시 형태에 따른 연습(구체적이거나, 그림, 기호, 언어에서)이 주어진다면 증가할 것이다.
- (4) 문제 해결 수행은 학생들에게 문제에서 적절한 혹은 부적절한 정보 선택에 대한 연습을 통하여 증가할 것이다.

Rubinstein 과 Firstenberg(1987)는 문제 표상을 위하여 사실을 파악하고, 장애가 나타날 때는 표상했던 것을 바꿀 줄 알아야 할 것이며, 필요한 지식을 끌어내기 위하여 올바른 질문을 할 줄 알아야 하고, 올바른 표상 형태를 택할 줄 알아야 한다고 하였다. 표상 형태는 언어적 표상, 시각적 표상, 청각적 표상 등 다양하게 사용될 수 있으며, 그 표상 방법에 따라 문제 해결이 쉬워지기도하고 어려워지기도 한다.

그리고 때로 문제 표상은 학습자가 사전에 갖고 있는 지식이나 경험으로 인해 편견을 갖고 이루어지거나, 고정된 형태로 이루어질 수 있다.(Anderson, 1990)

이상을 요약하면 문제의 해결은 문제의 이해에서 부터 시작되어 해결 과정으로 연결되며, 문제의 이해는 문제의 표상을 통하여 이루어진다. 문제에 대한 표상은 내적인 표상과 외적인 표상으로 구별되며, 내적인 표상은 외적인 표상에, 외적인 표상은 다시 내적인 표상에 영향을 준다. 그러므로 외적인 표상을 용이하게 할 수 있는 전략, 즉 문제의 각 부분에 대한 관계를 나타내어 주는 도식, 기호, 다이어그램의 사용, 문제에

대한 사고 과정을 이끌 수 있는 발견술의 사용을 통하여 문제의 제시 형태를 달리 하는 전략은 궁극적으로 문제 해결의 성공에 긍정적인 영향을 미친다고 할 수 있다.

3. 문제 해결 탐색에 필요한 지식

일단 문제가 자신에게 이해하기 쉽고 문제 해결에 적절한 상태로 표상되고 나면, 그 다음으로 주어진 문제를 해결하기 위하여 최적의 길 즉, 전략을 탐색하는 일이 중요하다.

문제 해결 탐색에 필요한 지식에 대한 인지심리학자들의 주장을 요약하면 다음과 같다.

Norman 등(1972)은 문제를 해결할 때 사용되어지는 지식의 형태를 사실(facts), 알고리즘(algorithms), 발견술(heuristics)로 구별하고, 이 중에서 문제를 해결할 때 사용되는 전략을 발견술이라고 하면서 이를 행동의 일반적인 계획(general plans of actions), 또는 실용적인 방법(rules of thumb) 또는 전략(strategies)이라고 정의하였다.

마찬가지로 Andre도 문제를 해결해 가는 탐색 과정에는 발견술, 알고리즘, 확산적 사고 등이 포함된다고 하면서, 발견술은 문제 해결자가 발견해 왔던 유용한 실용적인 방법이라고 하였다. 또한, 그는 발견술을 다양한 영역에 사용할 수 있는 일반적인 발견술(general heuristics)과 특정한 지식 영역에서만 사용할 수 있는 특정한 발견술(specific heuristics)로 구분하였다(Andre, 1986).

Gagn, E.D.(1985)는 발견술이라는 말 대신에 전략이라는 말을 사용하여, Andre와 마찬가지로 문제를 해결할 때 사용되는 전략을 크게, 주어진 상황의 내용과는 상관 없이 적용 가능한 일반적인 문제 해결 전략(general strategy)과 특별한 내용 분야에서만 적용 가능한 특정한 해결 전략(domain-specific strategy)으로 나누고 있다.

일반적인 문제 해결 전략 또는 발견술은 모든 문제와 영역에 광범위하고 다양하게 적용 된다는 강점이 있는 반면, 단지 해결을 얻을 수 있는 방향을 지시할 뿐 해결을 보증하지 못하는 단점이 있다.

일반적인 전략에는 수단 성과 분석(means-ends analysis)과 거꾸로 풀기(working backward), 대안적인 표상 찾기, 시행 착오, 가설 추론, 유추 문제 찾기(looking for analogous problem) 등이 있다. 이 중에서 가장 대표적인 전략이 수단 성과 분석과 거꾸로 풀기 전략이다. 수단 성과 분석을 사용하는 문제 해결은 현재 상태와 목표 상태를 비교하고 그 사이의 간격을 줄여 나간다. 거꾸로 풀기 전략을 사용하면, 문제 해결자는 목표 상태에서부터 시작하고 현재 상태에 도달할 때까지 단계적으로 전략을 변경한다.

특정한 문제 해결 전략은 특정한 영역의 개념, 사실, 원리 등을 이용하는 것이다. 특정한 전략은 문제를 해결할 때 필요한 관련 지식(domain-specific knowledge)의 하나이며, 관련 지식에는 문제를 인식하는 0적인 구조, 좀더 복잡한 알고리즘, 특정한

발견술 등이 포함된다. 이들은 문제 해결자가 주어진 문제를 해결할 때 필요한 지식을 제공하여 문제를 풀 수 있도록 도와 주고, 단지 그 영역내에서만 다른 문제 상황으로 전이가 가능하다.

Greeno(1978)는 그가 분류한 문제의 특성과 관련하여 문제를 해결하기 위하여 필요한 기능을 다음과 같이 제안하였다.

- (1) 구조 유도 문제를 해결하기 위해서는 관계를 이해하고 그 관계의 규칙을 표상할 수 있어야 한다.
- (2) 변형 문제를 해결하기 위해서는 이용할 수 있는 조작(operators)을 알고 있어야 하며, 이를 활용하여 성취될 수 있는 목표에 터하여 상황을 분석하고 계획을 세울 수 있어야 한다.
- (3) 배열과 구성 문제를 해결하기 위해서는 부분적인 해(partial solution)를 찾을 수 있어야 하며, 그 부분적인 해를 찾기 위하여 사용되었던 유용한 요소를 점검할 수 있어야 한다. 또한, 정답을 찾을 수 있도록 부분적인 해의 형태를 규명할 수 있어야 한다.

또한, 그는 새로운 상황에서 개념과 절차를 만들기 위하여 사용된 과정은 일반적인 문제 해결 기능과 일치한다고 하면서, 제시된 문제의 분석에 필요한 능력은 어떤 하나의 능력이라기보다는 이해하고 계획하며 구성할 수 있는 종합적이고 일반적인 기능이라고 하였다. 이에 따라, 구조 유도 문제의 해결을 위한 일반적인 기능은 주어진 상황의 개념과 요소들 간의 일반적인 관계를 이해하는 능력을 포함하고, 변환 문제의 해결을 위한 일반적인 능력은 특정한 문제 영역에서 얻은 경험과 최소한의 정보를 적용하여, 분석하고 계획하는 일반적인 절차를 포함하며, 배열과 구성 문제의 해결을 위한 일반적인 능력은 개인이 특별 하게 경험하지 않은 영역에서 해결의 요소를 구성하고 점검하기 위한 절차를 만드는 능력을 포함한다고 하였다.

Gagn, R.M.(1989)는 문제 해결에 필요한 지식을 지적 기능(intellectual skill), 언어적 지식(verbal knowledge), 인지 전략(cognitive strategy)으로 보고 있다. 지적 기능이란 인간이 기호를 수반한 절차를 실행하는 것을 가능하게 하는 장기 기억에 저장된 능력이며 이 기능의 소유는 "knowing that"이 아닌 "knowing how"를 의미하고, 언어적 지식은 명제적 지식 즉, "knowing that"을 말한다. 인지 전략은 인간이 자기 학습이나 사고의 과정을 조절하는 능력이다. 또한 그는 훌륭한 문제 해결자를 만드는 것이 문제 해결 지도의 목표라고 하면서, 문제의 표상에 대한 지식, 해결 절차에 대한 지식, 전략에 관한 지식 등이 포함된 지식을 지도하여야 한다고 하였다.(Gagn, R.M., 1979)

또한, Rubinstein 등(1987)은 한 개인의 문제 해결은 그 개인이 가지고 있는 인지 기술과 지식에 의존한다고 하였다. 이는 모두 Gagn의 의견과 일맥상통한다.

Mayer(1983)는 특정한 영역을 위하여 필요한 지식으로, 특히, 수학적인 문장제 해결을 위하여 필요한 관련 지식을 다음과 같이 분류하고 있다.

- (1) 언어적 지식(linguistic knowledge): 단어의 인식, 문장의 문법적인 설명

- (2) 구문적 지식(semantic knowledge): 문제에 관련된 적절한 지식
- (3) 도식적 지식(schematic knowledge): 문제 유형에 대한 지식
- (4) 절차적 지식(procedural knowledge): 문제 해결을 위하여 필요한 알고리즘에 대한 지식
- (5) 전략적 지식(strategic knowledge): 지식과 발견술을 사용, 점검할 수 있는 기술

정보 처리 접근에 터하여 그는 문제의 해결 과정에서 요구되는 인지 과정은 두 가지 주요 단계, 즉 문제의 표상(주어진 단어들을 이용하여 문제를 어떤 내적인 표상으로 유도)과 문제 해결(적절한 순서로 적절한 연산자의 적용)의 두 단계로 구분될 수 있다고 하면서, 문제의 표상 단계는 해석(각 문장의 이해)과 통합(문장들을 일관된 또는 의미있는 표상으로 변형하는 것)으로 구분되어지고, 문제의 해결 단계는 계획 및 점검(적용할 연산자와 활용할 시기를 결정하는 것)과 실행(산술적, 수학적 연산을 성공적으로 수행하는 것)으로 나누어 질 수 있다고 하였다. 이에 터하여 문제 해결 기능에 대한 교수 학습 활동으로 변형 훈련(translating training), 도식 훈련(schema training), 전략 훈련(strategy training), 알고리즘 자동화(algorithm automaticity) 훈련 등 네 가지의 문제 해결 학습 양상을 제안하고 있다.(Mayer, 1987)

- (1) 변형 훈련: 각 문제의 문장을 내적인 표상으로 이동시키는 방법에 대한 교수 학습 활동으로, 언어적 지식(linguistic knowledge)과 대상이나 사실에 대한 사실적인 지식을 대상으로 한다.
- (2) 도식 훈련: 정보를 적합한 표상으로 통합하는 방법에 대한 교수 학습 활동으로, 문제의 유형에 관한 지식, 즉 도식적 지식(schematic knowledge)을 대상으로 한다.
- (3) 전략 훈련: 해결 계획을 구안하고 이를 점검하는 방법에 대한 교수 학습 활동으로, 문제를 부분으로 나누는 방법과 다음에 할 일을 말할 수 있는 방법과 같은 전략적인 지식(strategic knowledge)을 대상으로 한다.
- (4) 알고리즘 자동화: 산술적이고 대수적인 절차를 효율적으로 사용하도록 지도하는 교수 학습 활동으로, 산술적인 계산 과정을 알고 있는 것과 같은 알고리즘적 지식(algorithm knowledge)을 대상으로 한다.

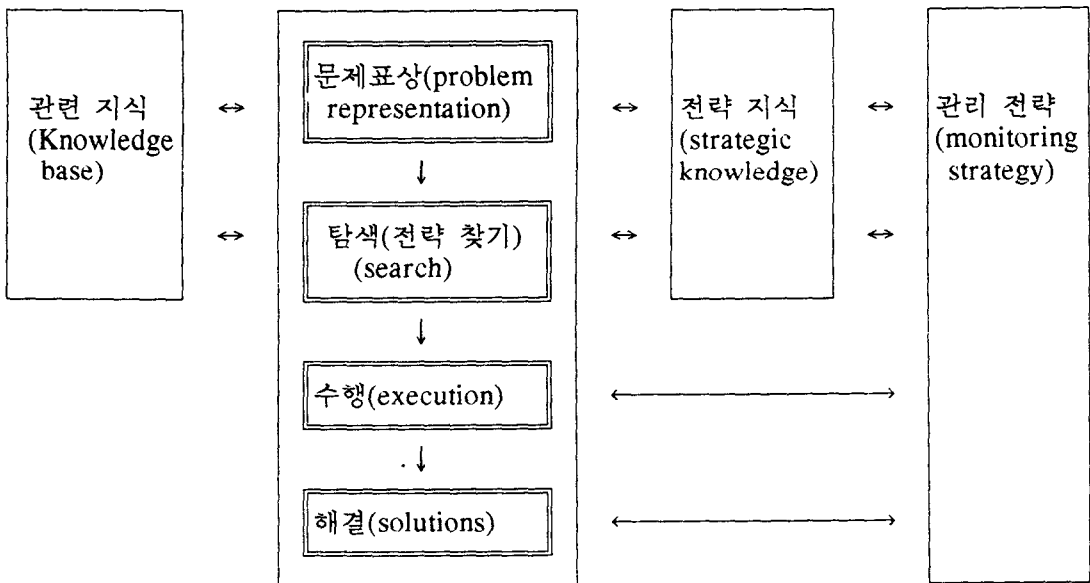
Sternberg(1988)는 인간 지적 능력에 관한 이론(triarchic theory of intelligence)에서 지적 능력의 정보 처리적 요소를 3가지의 내적 과정인 상위 요소(metacomponent), 수행 요소(performance component), 지식 획득 요소(knowledge acquisition component)로 보고, 이들이 서로 조화를 이룰 때 문제 해결과 같은 지적 행동을 할 수 있다고 하였다. 상위 요소란 문제가 무엇인가를 파악하고, 문제 해결에 필요한 지식, 전략, 수단 등을 표상하는 일련의 과정을 수행할 수 있는 기능을 말한다. 즉, 문제의 정의, 해결 전략 계획 수립, 점검, 평가 하는데 사용되는 수행 과정(execution processes)이다. 수행 요소란 상위 요소 상위 요소에서 수립한 계획을 실행하는 과정이다. 지식 획득 요소란 문제 해결자 자신의 지식 구조에 알맞게 새로운 지식을 의미있게 학습할 수 있도록 하는 과정이다. 이 이론에 의하면 문제 해결에 필요한 지식은 문제 해결의

상위 인지 기능, 특정 문제 관련 지식 및 전략, 일반적 해결 전략 등이다.

4. 문제 해결에 필요한 지식

이상의 논의에서 문제 해결은 과정적인 측면과 그 과정에 깔려 있는 지식의 측면으로 나누어 생각해 볼 수 있다. 과정적 측면에서 중요한 것은 문제의 이해를 위한 표상과 그 바탕위에 올바른 문제 해결의 경로를 찾는 일이다(Newell & Simon, 1972). 또한 이러한 일련의 과정은 주어진 문제 영역과 관련된 지식, 그리고 그 지식을 활용, 점검하는 전략적 지식(strategic knowledge)에 의존한다고 볼 수 있다. 이외에도 이 모든 과정을 관리하고 점검하는 관리 전략(monitoring strategy)이 필요하다.

김 동식(1992)은 이러한 문제 해결의 과정적인 측면과 기본 지식들의 관계는 문제를 해결하는 데 있어 상호 밀접히 관련되어 있어서 서로간에 뚜렷이 구분되지 않는다고 하면서 이를 다음 그림과 같이 도식하였다.



문제 해결에 필요한 지식은 크게 두 가지로 대별할 수 있다. 하나는 주어진 문제와 관련된 영역 특수적인 지식이며 나머지 하나는 그 지식을 활용하는 것과 관련된 전략적 지식이다.(Mayer, 1983; Heller & Hungate, 1985)

여기서 영역 특수적인 지식이란 주어진 문제의 교과 영역에서 특수하게 요구되는 개념, 원리, 법칙 등을 말한다. 학습자가 갖고 있는 이러한 지식은 문제를 표상하는 데 중요한 요인이 된다(Gagne, 1985).

전략적 지식이란 Mayer(1983)가 말하였듯이 문제 해결자가 목표에 이르기 위해서 어떻게 계획을 세우고 이를 관리하는가에 대한 지식을 말한다. 전략적 지식에는 문제

해결의 전 과정에서 진행 상황을 관리하고 점검하는 즉, 관리 전략에 대한 지식이 포함된다.

Sternberg(1982)에 의하면 문제 해결자는 이제까지 무엇을 완료했으며, 현재하고 있는 것이 무엇이며, 완전한 해결에 이르기까지 아직 무엇을 더 해야 할 필요가 있는지에 대하여 끊임없이 모니터링함으로써 문제 해결을 성공적으로 이룰 수 있다. 이러한 모니터링 작업은 메타인지적 기능을 요구한다. 즉, 이것은 문제 해결자가 대상 문제에 요구되는 사항을 이해하고, 이를 수행하는데 필요한 자신의 지식 수준이 어느 정도인지, 필요하다면 어떻게 부족한 부분을 보충하거나 도움을 받을 수 있는지를 분석, 판단, 실행할 수 있는 능력을 요구하는 것이다. 또한 이러한 문제 요구 사항과 문제 해결자 자신의 지식 상태에 대한 지속적인 모니터링과 이에 따른 수정작업은 또 다른 측면의 메타 인지적 기능 조절 작업을 요구한다. 즉, 해결자의 인지 과정과 단계별 산출물에 대하여 적절한 지식 또는 전략이 선택, 사용되고 있는지 등을 검증, 통제하는 것이다. 결국 성공적인 문제 해결은 메타 인지적 기능을 수반한 모니터링 전략 즉, 관리 전략의 알맞은 사용에 따른다고 볼 수 있다.

전략적 지식은 학습 전략으로서 영역 특수적인 지식의 습득을 향상시키기 위하여 작용 될 수 있다고 흔히 가정한다. 즉, 학습자가 만약 영역 특수 지식을 습득하는데 전략적 지식을 효과적으로 사용한다면 그 영역 특수적인 지식의 습득 및 문제 해결에 더 효율적으로 대처할 수 있으리라는 것이다.

이러한 영역 특수 지식과 전략적 지식 사이의 상호 관련 현상은 학습자의 특성, 교수 전달 방법, 학습 환경 등의 제 요소에 민감하게 작용하지만 특히 학습자가 가지고 있는 전략적 지식과 영역 지식에의 능력 정도가 학습이 일어나는 과정에서 중요한 영향을 미치는 것으로 보인다. 이것은 문제 해결 과정에서도 마찬가지일 것이다.

참 고 문 헌

1. 김동식, *CAI 프로그램 개선을 위한 기초 연구*, 미간행, 1992.
2. 아론하임, R., *시각적 사고*, 김정오(역), 서울: 이화여자대학교 출판부, 1983..
3. 한국교육개발원, *수학과 문제 해결력 신장을 위한 수업 방법 개선 연구*, 연구 보고 RR85-9, 서울: 한국교육개발원, 1985a.
4. ———, *제6차 교육과정 각론 개정 연구*; 초, 중, 고등학교 수학과, 연구 보고 RR92-6, 서울, 한국교육개발원, 1992.
5. Anderson, J. R., *Cognitive psychology and its implications(3rd)*, W. H. Freeman and Company., 1990.
6. Andre, T., *Problem Solving and Education, COGNITIVE CLASSROOM LEARNING: Understanding, Thinking, and Problem Solving*, eds., G. D. Phye & T. Andre, N.Y.: Academic Press, Inc., 1986.
7. Gagn , E. D., *THE COGNITIVE PSYCHOLOGY OF SCHOOL LEARNING*, Boston: Little, Brown and Company., 1985.

8. Gagn , R. M., *Learnable Aspects of Human Thinking*, The Psychology of Thinking and Creativity, ed. A. E. Lawson, Columbus, O.H.: ERIC., 1979.
9. _____, *Learnable Aspects of Problem Solving*, vol. 15, Educational Psychologist,, 1980, pp. 84-92.
10. _____, *INSTRUCTIONAL TECHNOLOGY: FOUNDATIONS*, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Pub., 1987.
11. _____, *STUDIES OF LEARNING: 50 Years of Research*, Florida: Learning Systems Institute., 1989.
12. Glaser, R., *Problem-Solving Ability*, HUMAN ABILITIES: AN INFORMATION PROCESSING APPROACH, ed. R. J. Sternberg, N.Y.: W. H. Freeman and Company,, 1985, pp. 227-50.
13. Greeno, J. G., *Nature of Problem Solving Abilities*, Handbook of Learning and Cognitive Process (vol.5): Human Information Processing, ed. W. K. Estes, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Pub., pp. 239-70, 1978a.
14. _____, *Understanding Procedural Knowledge in Mathematics Instruction*, vol. 12,, Educational Psychologist,, 1978b, pp. 262-83..
15. Hayes, J. R. & Simon, H. A., *Psychological Differences among Problem Isomorphs*, Cognitive Theory(Vol. 2), eds. N. J. Castellan, D. B. Pisoni & G. R. Potts, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Pub., 1977, pp. 21-41.
16. Hayes, J. R., *THE COMPLETE PROBLEM SOLVER*, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Pub., 1989.
17. Jerman, M. E., *Problem Length as a Structural Variable in Verbal Arithmetic Problems*, vol. 5, Educational Studies in Mathematics,, 1974, pp. 109-23.
18. Krulik, S. & Rudnick, J. A., *PROBLEM SOLVING: A HANDBOOK FOR TEACHERS*, 2nd ed., M.A.: Allyn and Bacon, Inc., 1987.
19. Lesh, R., *Conceptual Analysis of Problem Solving Performance*, Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives, ed. E. A. Silver, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Pub., 1985, pp. 309-30.
20. Lesh, R., Landau, M. & Hamilton, E., *Conceptual Models and Applied Mathematical Problem-Solving Research*, Acquisition of Mathematics Concepts and Processes, eds. R. Lesh & M. Landau, Florida: Academic Press, Inc., 1983, pp. 295-344.
21. Lindsay, P. H. & Norman, D. A., *Human Information Processing*; An Introduction to Psychology, N.Y.: Academic Press., 1972.
22. Mayer, R. E., *THINKING, PROBLEM SOLVING, COGNITION*, N.Y.: W. H. Freeman and Company., 1983.
23. _____, *Learnable Aspects of Problem Solving: Some Examples*, APPLICATIONS OF COGNITIVE PSYCHOLOGY: Problem Solving, Education, and Computing, eds. D. E. Berger, K. Pezdek & W. P. Banks, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Pub., 1987, pp. 109-20.
24. Newell, A. & Simon, H. A., *HUMAN PROBLEM SOLVING*, N.J.: Prentice-Hall, Inc., 1972.
25. Paige, J. M. & Simon, H. A., *Cognitive Processes in Solving Algebra Word Problems*, Problem Solving: Research, Method and Theory, ed. B. Kleinmumtz, N.Y: John Wiley

- & Sons Inc., 1966.
26. Papert, S., *Mindstorms*, N.J.: Basic Books, Inc., 1980.
 27. Polya, G., *How to Solve it*, 2nd ed., N.Y.: Doubleday & Company, Inc., 1957.
 28. Reitman, W. R., *Cognition and Thought: An Information Processing Approach*, N.Y.: Wiley, 1965.
 29. Rubinstein, M. F., *Tools for Thinking and Problem Solving*, N.J.: Prentice-Hall, Inc., 1986.
 30. Rubinstein, M. F. & Firstenberg, I. R., *Tools for Thinking*, New Directions for Teaching and Learning Series, ed. K. E. Edle, San Francisco: Jossey-Bass Inc., 1987, pp. 24-36.
 31. Schoenfeld, A. H., *Can heuristics be taught?*, Cognitive Process Instruction: Research on Teaching Thinking Skills, eds. J. Lochhead, & J. Clement, P.A.: Franklin Institute Press., 1979.
 32. ———, *Teaching Problem Solving Skills*, vol. 8, The American Mathematical Monthly. 1980, pp. 798-805.
 33. ———, *MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING*, London: Academic Press, Inc., 1985.
 34. Silver, E. A. & Thompson, A. G., *Research Perspectives on Problem Solving in Elementary School Mathematics*, vol. 84, The Elementary School Journal, 1984, pp. 529-45.
 35. Simon, H. A., *The Structure of Ill-Structured Problem*, vol. 4, Artificial Intelligence, 1973, pp. 181-202..
 36. ———, *Models of Thought(Vol.)*, Yale University Press., 1989.
 37. Sternberg, R. J. & Smith, E. E., *The Psychology of Human Thought*, N.J.: Cambridge University Press., 1988.
 38. Sternberg, R. J., *ADVANCES IN THE PSYCHOLOGY OF HUMAN INTELLIGENCE(Vol. 2)*, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Pub., 1982.
 39. Tuma, D. T. & Reif, F., *PROBLEM SOLVING and EDUCATION: ISSUES in TEACHING and RESEARCH*, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Pub., 1980.
 40. Willis, G. B. & Fuson, K. C., *Teaching Children to Use Schematic Drawing to Solve Addition and Subtraction Word Problems*, vol. 80, Journal of Educational Psychology, 1988, pp. 192-201.