

非線形 定常波의 Fourier級數 解析 Fourier Approximation of Nonlinear Standing Waves

全仁植* · 安熙道*

In Sik Chun* and Hee Do Ahn*

要 旨 : 二次元 非線形 定常波의 波浪포텐셜과 水面 波型曲線을 任意 係數를 갖는 Fourier 級數로 代치하고 그 係數를 支配方程式 및 境界條件으로부터 비롯되는 非線形 연립방정식의 Newton 解法에 의하여 결정하는 방법을 제시하였다. 해석결과와 有效性을 검증하기 위하여 本 數值解析을 在來의 4次 微少值 攝動技法과 비교하였으며, 또한 波型과 波壓을 관측하기 위한 水理實驗을 실시하여 그 결과를 數值解析結果와 비교·검토했다. 검토했던 결과, 本 解析 技法은 水深條件에 관계없이 비교적 큰 波形 傾斜에서도 精確한 解를 주는 것으로 나타났으며 또한 非線形性이 강한 定常波에서 波壓曲線의 波峯部分에 일반적으로 나타나는 二重 突出部를 잘 豫測함으로써 그 妥當性을 立證하였다.

Abstract □ A numerical method using the truncated Fourier series is presented to predict the wave potential and water surface profile for two dimensional nonlinear standing waves. The unknown coefficients of the series are to be determined through the Newton solution of nonlinear simultaneous equations given by the governing equation and boundary conditions of the problem. In order to prove the effectiveness of the present method, an existing Stokes-like perturbation method is considered together, and a hydraulic experiment for measuring water surface profile and wave pressure is performed as well. The results are such that the present method can generally give exact solutions even for relatively big wave stiffness regardless of the water depth condition. It also demonstrates its validity by showing double humps in the crest of temporal wave pressure profile which normally appear in strongly nonlinear standing waves.

1. 緒 論

케이슨식 混成防波堤와 커텐식 防波堤를 비롯한 直立壁을 가진 海岸構造物 전면에는 完全 또는 部分 定常波가 形成되는 것이 일반적인 現象이다. 발생된 定常波는 직립벽에 一定 方向의 힘과 모멘트를 작용시키며 동시에 벽면에서의 쳐올림 및 越波特性을 결정하기 때문에 構造物의 設計를 위해서는 발생가능한 정상파와 適切한 해석 및 豫測이 필요하다. 또한, 定常波 屬性의 精確한 해석은 海岸構造物의 水理模型 實驗時 많이 사용되는 波壓計의 성능을 파악하는 데 에도 중요하게 이용될 수 있다. 波壓計 補正에 있어서 靜水壓을 이용한 靜의 補正이 경우에 따라서는 多少 未洽할 수 있으며 定常波下에서의 波壓計 시그널을 理論値와 비교함으로써 보다 效果的인 波壓計 보정을

기할 수 있다.

任意 進行波의 경우와 마찬가지로 定常波 역시 波 形傾斜와 水深條件에 따라 非線形性이 달라지며 非 線形性이 클 場合에 結果하는 波形과 波壓特性은 線形 정상파 이론의 豫測値와 상당한 차이를 보일 수 있다. 非線形波浪의 解析은 進行波의 場合 Stokes 展開와 Cnoidal 전개 등을 포함하는 微少值 攝動(Perturbation)技法과 Fourier 級數를 利用하여 波形을 표현하 는 數值解析 기법 등이 多樣하게 발전되어 왔다. 微 少值 攝動技法이 波形傾斜와 水深條件에 따라 제한된 適用範圍를 갖는 반면, 수치해석 기법은 碎波限界 이내의 全 파랑조건에 대하여 비교적 精確한 結果를 출 수 있는 것으로 指摘되었다(Horikawa, 1988). 非 線形 定常波 解析에 대한 연구는 進行波에 비해 상 당히 미진한 감이 있으며 解의 存在에 대한 精確한

*韓國海洋研究所 海洋工學研究室 (Ocean Engineering Laboratory, Korea Ocean Research and Development Institute, P.O. Box 29, Ansan 425-600, Korea)

기준도 완전히 確立되지 않은 상태이다(Schwarz and Fenton, 1982). 그러나 進行波 해석기법을 導入, 응용한 몇가지 技法들이 개발되었으며 이들은 아직은 有效性을 입증할 수 있는 충분한 實驗의 부족으로 인하여 實用性은 다소 떨어지지만 각자 發展科程에서의 중요한 의미를 지니고 있다. 波形傾斜를 微小值로한 미소치 攝動技法이 Penney and Price(1915)와 Tadjbakhsh and Keller(1960) 등에 의해 研究되었다. 定常波 문제가 進行과 문제와는 달리 時間 依存性(Time dependency)을 갖고 있기 때문에 數式 展開가 상당히 복잡하며 現存하는 3次 以上の 전개에 결과는 정확도 상에 多少 문제가 있을 것으로 판단된다. Goda(1967)는 이 技法을 4次解까지 전개하였으며 그 결과를 多數의 실험결과와 並行하여 混成防波堤의 波壓公式을 導出하는데 이용한 바 있다. Fourier 展開를 이용한 수치해석 기법은 Vanden-Broeck & Schwartz(1981)에 의해 唯一하게 시도되었는데 波形傾斜가 클수록 Fourier 係數의 收斂速度가 매우 떨어지는 短點이 著者들에 의해 지적되었다.

本 稿에서는 上記 Fourier 展開 技法을 보완하여 큰 波形傾斜에서도 비교적 短時間내에 解를 줄 수 있는 數值解析 技法을 提示하였으며 그 결과를 微小值 攝動技法의 결과와 比較하였다. 아울러, 二次元 水槽에 直립벽을 설치하고 直立壁에서의 波形과 波壓을 동시에 測定하는 水理實驗을 실시함으로써 數值解析의 결과를 檢證하였다.

2. 定常波의 支配方程式 및 境界條件

Fig. 1과 같은 座標界와 두개의 鉛直壁에 腹(Antinode)을 갖는 半 波長(L/2)의 定常波를 고려할 때 이 定常波의 支配方程式 및 境界條件은 다음과 같다.

$$\nabla^2\phi=0 \text{ in } 0\leq x\leq\frac{L}{2}, -h\leq y\leq\eta(x,t) \tag{1}$$

$$g\eta+\phi_t+\frac{1}{2}(\phi_x^2+\phi_y^2)=0 \text{ on } y=\eta(x,t) \tag{2}$$

$$\phi_y-\eta_t-\phi_x\eta_x=0 \text{ on } y=\eta(x,t) \tag{3}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial n}=0 \text{ on } x=0, x=\frac{L}{2}, y=-h \tag{4}$$

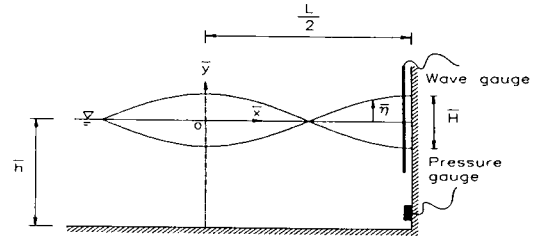


Fig. 1. Definition of coordinate system and experimental configuration.

$$\int_0^L\eta(\bar{x},t)d\bar{x}=0 \tag{5}$$

$$\eta(0,0)-\eta(L/2,0)=\bar{H}=2\bar{a} \tag{6}$$

여기에서, g , n 와 \bar{H} 는 각각 重力加速度, 法線벡터와 波高를 의미한다. 式 (2)와 (3)은 水面境界條件, 式 (4)는 바닥과 側面境界조건이며 式 (5)는 平均水面이 $\bar{y}=0$ 임을 나타내고 式 (6)은 波高를 규정한다. \bar{x} , \bar{y} 방향의 速度成分은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$u=\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial\bar{x}}, v=\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial\bar{y}} \tag{7}$$

週期 T 인 波에 대하여 波數 $\bar{\kappa}$ 와 周波數 σ 를 각각 $2\pi/L$ 와 $2\pi/T$ 로 정의하고 이들을 이용하여 各 物理量을 $x=\kappa\bar{x}$, $y=\kappa\bar{y}$, $h=\kappa\bar{h}$, $\eta=\frac{\eta}{a}$, $\varepsilon=\kappa a$, $t=\sigma t$, $n=\frac{n}{a}$, $\omega=\sigma/\sqrt{g\kappa}$, $\phi=\sigma\phi/(ag)$ 와 같이 無次元化하여 式 (1)-(7)을 나타내면,

$$\nabla^2\phi=0 \text{ in } 0\leq x\leq\pi, -h\leq y\leq\varepsilon\eta(x,t) \tag{8}$$

$$\eta+\omega\phi_t+\frac{1}{2}\varepsilon(\phi_x^2+\phi_y^2)=0 \text{ on } y=\varepsilon\eta(x,t) \tag{9}$$

$$\phi_y-\omega\eta_t-\varepsilon\phi_x\eta_x=0 \text{ on } y=\varepsilon\eta(x,t) \tag{10}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial n}=0 \text{ on } x=0, x=\pi, y=-h \tag{11}$$

$$\int_0^\pi\eta(x,t)dx=0 \tag{12}$$

$$\eta(0,0)-\eta(\pi,0)=2 \tag{13}$$

와 같다. 上記 式들은 進行波의 경우와 恰似하나 式 (11)이 定常波 조건을 규정하고 있다. 自由水面 境界

조건인 式 (9)와 (10)을 볼 때 定常波解析이 역시 非線形문제이며 微少值 ϵ 에 依存하고 있음을 알 수 있다. $\epsilon=0$ 일 때 上記式들은 단순히 線形定常波 문제로 바뀌며 그 解는 다음과 같다(Tadjbakhsh and Keller, 1960).

$$\eta_0 = \cos t \cos x \tag{14}$$

$$\phi_0 = \frac{-\omega_0}{\sinh h} \sin t \cos x \cosh(y+h) \tag{15}$$

$$\omega_0^2 = \tanh h \tag{16}$$

3. 非線形 方程式의 解析

3.1 Fourier 級數의 導入

支配方程式 및 경계조건에서 式 (9), (10)을 제외한 나머지식들을 만족시키는 波浪 포텐셜과 水面變位를 Fourier 級數를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta(x, t) = \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=1}^N b_{n,k} \cos nx \cos(k-1)t \tag{17}$$

$$\phi(x, y, t) = a_0 t + \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{N-1} \left[a_{n,k} \sin kt \cos(n-1)x \cdot \frac{\cosh\{(n-1)(y+h)\}}{\cosh\{(n-1)h\}} \right] \tag{18}$$

式 (18)에서 $\cosh\{(n-1)(y+h)\}$ 가 n 에 대하여 指數的 增加性向을 보이므로 數值解析上에 불필요한 誤差를 수반할 수 있기 때문에 이를 상쇄시키기 위하여 분모에 $\cosh\{(n-1)h\}$ 를 도입하였다. 이 기법은 큰 水深 또는 無限水深에 대한 本 수치해석의 效率性을 높이기 위한 것이며 既 進行波의 수치해석연구에서도 指摘된 바 있다(Rienecker and Fenton, 1981). 定常波의 對稱性으로 인하여 $n+k$ 가 짝수일 때 Fourier 計數 a 와 b 는 0이 되며(Tadjbakhsh and Keller, 1960), 未知數는 a 와 b 各各 $N(N-1)/2$ 와 a_0, ω 를 합하여 도합 $N(N-1)+2$ 個임을 알 수 있다. 未知數를 구하기 위하여 N 을 임의의 짝수로 취하고 다음과 같이 (x, t) 平面上의 Grid 점을 設定한다.

$$x_i = \pi \frac{i-0.5}{N-1}, \quad i=1, \dots, N-1 \tag{19}$$

$$t_j = \pi \frac{j-0.5}{N}, \quad j=1, \dots, N/2 \tag{20}$$

式 (17), (18)를 式 (9)와 (10)에 代入하고, $(x, t)=(0, 0)$ 을 式 (9)에, 式 (17)을 式 (13)에 各各 代入하면 다음과 같이 未知數와 同數인 總 $N(N-1)+2$ 개의 方程式을 構成할 수 있다.

$$\left[\eta + \omega \phi_t + \frac{1}{2} \epsilon (\phi_x^2 + \phi_y^2) \right]_{x_i, t_j, \eta(x_i, t_j)} = 0 \tag{21}$$

$$[\phi_y - \omega \eta_t - \epsilon \phi_x \eta_x]_{x_i, t_j, \eta(x_i, t_j)} = 0 \tag{22}$$

$$\left[\sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=1}^N b_{n,k} + \omega \left\{ a_0 + \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{N-1} k a_{n,k} \cdot \frac{\cosh(n-1)(\epsilon \eta(x, t) + h)}{\cosh(n-1)h} \right\} \right]_{\eta(x, t), \eta(0, 0)} = 0 \tag{23}$$

$$\sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=1}^N b_{n,k} (1 - \cos n\pi) = 2 \tag{24}$$

3.2 Newton 方法의 適用

非線形 聯立方程式 (21)-(24)는

$$f_p(a_{n,k}, b_{n,k}, a_0, \omega) = 0, \quad p=1, \dots, (N-1)N+2 \tag{25}$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기서, $p=1, \dots, N(N-1)/2$ 는 式 (21)에 의한 것이며, $p=N(N-1)/2+1, \dots, N(N-1)$ 는 式 (22), $p=N(N-1)+1$ 는 式 (23), $p=N(N-1)+2$ 는 式 (24)에 의한 것이다. 式 (25)의 未知數를 벡터 $\{Z\} = \{z_l, l=1, \dots, N(N-1)+2\}$ 로 表示하여 다시쓰면 다음과 같다.

$$\{F\} = \{f_p(\{Z\}), p=1, \dots, (N-1)N+2\} = 0 \tag{26}$$

Newton 方法에 의하면 $m+1$ 번째 反復計算의 $\{Z\}$ 값, $\{Z\}^{m+1}$ 은 $\{Z\}^m$ 을 이용하여 다음 式에 의하여 계산할 수 있다.

$$[A](\{Z\}^{m+1} - \{Z\}^m) = -\{F\}^m \tag{27}$$

행렬 $[A]$ 는 다음과 같이 $\{F\}$ 의 $\{Z\}$ 에 대한 偏微分 値이며

$$[A] = \{a_{pq}\} = \left\{ \frac{\partial f_p(Z^m)}{\partial z_q}, p, q=1, \dots, (N-1)N+2 \right\} \tag{28}$$

식 (21)-(24)에서 쉽게 결정할 수 있다. 예를 들어, $p=$

$1, \dots, N(N-1)/2$ 일 때 a_{pq} 는 다음과 같다.

$$a_{pq} = \left[\omega \frac{\partial \phi_i}{\partial z_q} + \frac{1}{2} \varepsilon \left(\phi_x \frac{\partial \phi_x}{\partial z_q} + \phi_y \frac{\partial \phi_y}{\partial z_q} \right) \right]_{x_i, t_j}, \quad (29)$$

$$q = 1, \dots, N(N-1)/2$$

$$a_{pq} = \left[\frac{\partial \eta}{\partial z_q} + \omega \frac{\partial \phi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z_q} + \varepsilon \left(\phi_x \frac{\partial \phi_x}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z_q} + \phi_y \frac{\partial \phi_y}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z_q} \right) \right]_{x_i, t_j}, \quad (30)$$

$$q = N(N-1)/2 + 1, \dots, N(N-1)$$

$$a_{pq} = \omega, \quad q = N(N-1) + 1 \quad (31)$$

$$a_{pq} = [\phi_i]_{x_i, t_j}, \quad q = N(N-1) + 2 \quad (32)$$

式 (29)-(32)에서 첨자 p 는 x_i, t_j 의 첨자 i, j 로부터 다음과 같이 결정된다.

$$p = (N-1)(j-1) + i, \quad i = 1, \dots, (N-1), \quad j = 1, \dots, N/2 \quad (33)$$

任意 주어진 波形傾斜 ε_r 에 대한 계산 節次는 線形解釋($\varepsilon=0.0$)에서 ε_r 까지 ε 의 값을 逐次的으로 0.01씩 增加시켜가며 앞의 계산결과를 다음 계산의 初期値로 사용하는 式으로 하였다. 每 ε 에 대한 計算은 $\{Z\}$ 가 收斂할 때까지 反復遂行하였으며 여기에서는 $\{Z\}$ 와 $\{F\}$ 共히 이전값과 比較하여 그 차이의 絶對값이 10^{-5} 보다 작을 때 까지로 하였다.

4. 水理實驗

上記 수치해석의 결과를 檢證하기 위하여 水理實驗을 실시하였다. 水理實驗은 53.3 mL×1.25 mH×1.0 mW 規模의 二次元 波浪-흐름 複合水槽를 이용하였다(韓國海洋研究所, 1991). 造波機로부터 35m 떨어진 지점에 直立壁을 설치하고 직립벽에 雙線 抵抗式 파고계와 직립벽 水面下 33 cm 지점에 스트레인 게이지型 파압계를 各各 설치하여 직립벽에 形成되는 定常波의 波形과 波壓의 時間的 變化를 計測하였다(Fig. 1 참조). 水深은 43.2 cm로 유지하였으며 實驗波浪은 進行波의 波高가 5-15 cm인 週期 1.8-1.0 sec.인 數個의 規則波를 이용하였다. 실험데이터 측정間隔을 파고계는 20 Hz, 파압계는 50 Hz로 하였으며 實驗持續 시간은 各 실험과 모두 조파기 稼動後 60秒로 하였다.

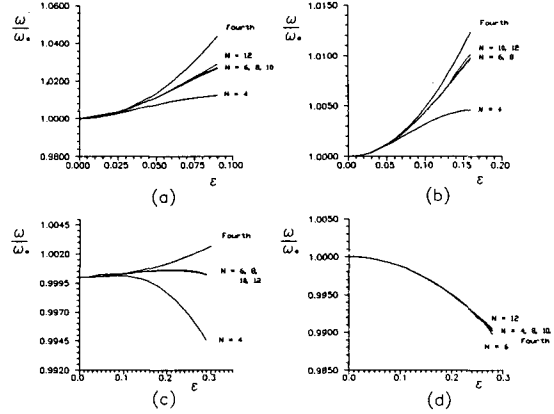


Fig. 2. Variation of the relative wave frequency, ω/ω_0 with respect to wave stiffness, ε ; (a) $d=0.4$, (b) $d=0.7$, (c) $d=1.0$, (d) $d=5.0$.

데이터 분석은 各 파형기록을 관찰하여 造波板에 의한 再反射波의 影響이 직립벽에 나타나기 시작하는 시간까지의 데이터를 對象으로 하였다.

5. 結果分析 및 討議

定常波 해석도 進行波의 경우와 마찬가지로 相對水深 d 와 波形傾斜 ε 에 依存한다. 따라서, 여기에서는 水深, 波形傾斜, 調和數(Harmonic number) N 등을 變化시켜가며 無次元 周波數 ω , 波形, 파압 변화 등을 계산하여 그 결과를 Goda(1967)의 4次 攝動技法(Perturbation method)과 上記 水理實驗의 結果와 比較하였다. Fig. 2는 $d=0.4, 0.7, 1.0, 5.0$ 에 대하여 파형 경사에 대한 相對周波數의 變化양상을 보여준다. 여기에서 相對周波數는 계산된 주파수 ω 를 同一 수심, 파 週期에 대한 線形波 주파수(ω_0)로 나누어 준 값을 의미한다. 전반적으로 調和數가 증가하면서 解가 일정한 값으로 收斂하며 深海波조건($d=5.0$)에서는 調和數에 關係없이 本 解析技法과 4차 攝動技法의 結果가 잘 일치하는 反面, 淺海波 조건으로 갈수록 이들간의 隔差가 커짐을 알 수 있다. 또한, Vanden-Broeck & Schwartz(1981)가 指摘한 것처럼 相對周波數, ω/ω_0 가 $d \leq 1.0$ 일 때 波形傾斜가 증가함에 따라 증가성향을 보이는 反面, $d \geq 1.0$ 일 때는 이와는 반대 성향을 보임을 알 수 있다. 여기에서, 각 수심에 대한 X축의 限界값은 解가 安定的인 경향을 보이는 ε 의 最大값으로 하였으며 대략적으로 水深이 증가할수록

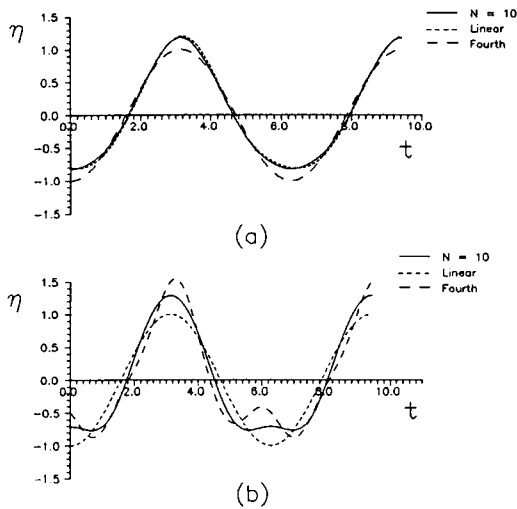


Fig. 3. Comparison of the present theory to the linear and fourth order perturbation theories for nondimensional wave profiles $\eta(t)$ at $x=\pi$; (a) $d=1.0$, $\epsilon=0.2$, (b) $d=0.4$, $\epsilon=0.07$.

증가하는 것으로 나타났다. 이 한계값은 원칙적으로碎波限界와 일치해야 하나 현재로서는 정상파의碎波條件이 명확히 연구된 바가 없으며(Schwartz & Fenton, 1982), 본 해석기법으로도 정확한豫測이 곤란하기 때문에上記와 같이 대략적으로 취하였다.

Fig. 3은 $d=1.0$, $\epsilon=0.2$ 와 $d=0.4$, $\epsilon=0.07$ 에 대하여本解析技法($N=10$),線形解析과4次攝動技法을 각각 적용하여 계산한無次元 파형을 나타내고 있다. 여기에서도,淺海波 조건일수록 이들 세가지 波形들의 차이는 증가되는 것으로 나타났는데 4次攝動技法은 타 두가지 파형과 달리多少의非對稱성을 보이고 있다. 이 비대칭성은淺海波에서 더욱더顯著하게 나타나고 있으며 波峯에서 약간의 비대칭 突出을 보이고 있다.波峯에서의 突出은本 해석기법($N=10$)에서도 나타남을 알 수 있는데 그 대칭성으로 인해 4次攝動技法보다 더物理적으로 合當한 것으로 판단된다.

波形과 波壓에 대하여本 해석기법에 의한理論値와水理實驗 結果를 비교하였다. 수리실험의 결과 중에서實驗波浪의 波形이無次元 水深과 파형경사에 따라多少 不規則적으로 나타나는 경우가 있음을觀察하였다. 이 不規則성은實驗波의 직립벽에서의定常波碎波限界가 초과되었거나 또한水槽에서淺海波조건과 큰 파형경사에서卓越하게 발생하는造波機 Free

Table 1. Experimental wave conditions and the comparison of linear wave numbers ($\bar{\kappa}_0$) and their nonlinear correspondents ($\bar{\kappa}$).

Condition	T(sec.)	\bar{H} (cm)	$\bar{\kappa}_0$ (cm^{-1})	$\bar{\kappa}$ (m^{-1})
1	1.8	27.05	1.8605	1.8420
2	1.6	25.72	2.1535	2.1443
3	1.2	20.86	3.1805	3.2242

wave(Flick and Guza, 1980)의 重疊에 의한 것이라고 판단된다. 따라서,上記 비교에서는 直立壁에서의定常波形이 시간적으로 안정하며 파형경사가 비교적 큰實驗波중에서 대표적으로 세가지만 抽出하여 사용하였다(Table 1 참조). 波壓은本 수치해석에 의하여 결정된 波浪포텐셜과 周波數를 이용하여 다음과 같이 Bernoulli 公式에 의하여 계산하였다.

$$\bar{P} = -\frac{1}{\kappa} \left\{ \epsilon \omega \phi_t + \frac{1}{2} \epsilon^2 (\phi_x^2 + \phi_y^2) \right\} \quad (34)$$

各 실험과 週期和 정상파고에 대한 파형과 파압의理論値를 계산하기 위하여 計算初期에 相對水深과 파형경사가 주어져야 하는데 이 두物理量이 실험과에 의하여 形成되는定常波의 波數(Wave number), κ 에 의존하므로 정확한 값들이 事前에 入力되지 않는 문제점이 있다. 따라서, 여기에서는 初期에 각 週期の線形解에 의한 波數를 사용하여 d 와 ϵ 를 계산하고 이들을本 수치해석에 入力하여無次元 주파수 ω 를 결정된 다음, ω 에서 새 κ 를 計算하여 다음 반복계산에 入力시키는 방법을 택하였다. Table 1은上記 세 실험 정상파의 初期線形解 波數와 最終 波數를 보여주며, 이들 사이에 약간의 차이가 있음을 알 수 있다. Fig. 4는上記 세가지 實驗 定常波의 이론치와 실측치를 비교한 것이다. 波形과 파압의 비교에서 이론치와 실측치가 상당히 잘 近似함을 알 수 있다. 파압비교에서 波峯부분에 微少하지만 두개의 極이 存在하는데 이는 큰 파형경사에서 일반적으로 발견되는非線形定常波의 特性으로서(Goda, 1967),本 해석기법에 의하여 잘 豫測되고 있음을 알 수 있다. 파압의 波谷 부분에서 이론치와 實測值간의 약간의 차이는 波壓計의 感도에 관련된 것으로 計測限界(Measuring range)가 작으며 感도가 銳敏한 파압계를 사용함으로써 향상시킬 수 있다.

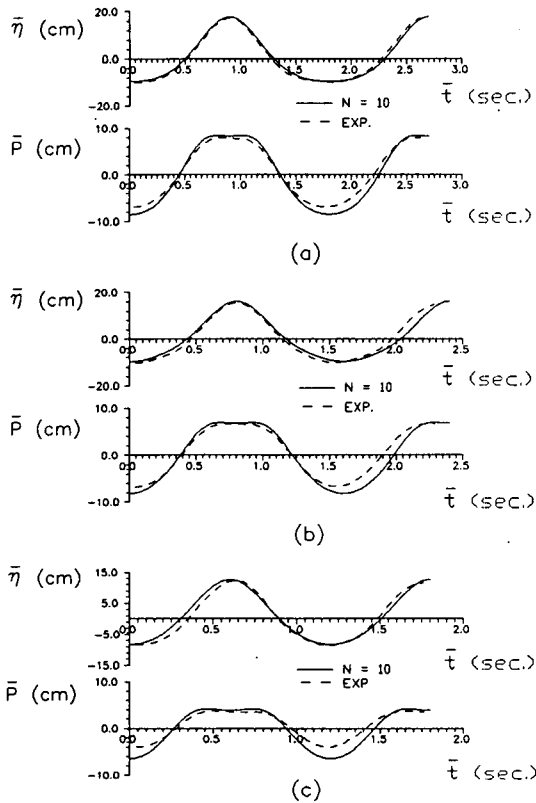


Fig. 4. Comparison of the present theory to experimental results for wave profile $\bar{\eta}(t)$ and wave pressure $\bar{P}(t)$: (a) Condition 1, (b) Condition 2, (c) Condition 3.

6. 結 論

二次元 非線形 정상파의 波浪포텐셜과 水面 파형 곡선을 任意 계수를 갖는 Fourier 級數로 代置하고 그 계수를 支配方程式 및 境界조건을 이용하여 결정하는 방법을 제시하였다. 본 기법의 有效性을 檢證하기 위하여 波形傾斜의 증가에 따른 정상파 無次元 주파수의 變化樣相을 계산하여 在來의 微少值 攝動技法과 비교하였다. 본 기법은 全 水深條件에서 Fourier 급수의 調和數가 증가하면서(6 이상) 일정한 값으로 收斂하였으며 深海條件에서는 미소치 교란법의 결과와 잘 일치하는 反面, 淺海條件으로 갈수록 이들의 차이가 증가하는 것으로 나타났다. 水深條件에 따른 이들의 차이 樣相은 無次元 波型曲線에서도 마찬가지로이며 천해파 조건에서는 차이가 상당히 크며, 본 解析技法의 결과가 波形的 波谷에서 대칭성 突出

部를 보이는 反面, 攪亂技法은 非對稱性 돌출을 갖는 차이를 보여주었다. 본 해석기법의 결과를 水理實驗 결과와 비교하였으며 波型에 대해서는 이들 결과가 상당히 잘 일치하는 것으로 나타났다. 定常波 右端 (Antinode) 波壓에 대해서는 定常波의 非線形性이 강할 時 波壓의 時間변화 곡선의 波峯부근에 나타나는 두개의 對稱性 돌출부가 본 해석기법에 의하여 잘 豫測됨을 보여주었다.

定常波 문제가 時間依存性을 갖고 있기 때문에 微少值 攝動技法의 展開가 進行과의 경우보다 훨씬 복잡하며 많은 계산을 요구한다. 현재까지 文獻上에는 4차까지의 전개 결과가 발표되었으나 실지로는 3차 이상의 전개 결과는 그 正確度면에서 있어서 多少의 문제가 있을 것으로 판단된다. 본 연구결과에서도 攝動技法은 특히 파형경사가 큰 淺海波조건에서 본 Fourier 展開技法의 결과와 많은 차이를 보여주었으며 波型曲線의 波谷에서 物理적으로 성립이 불가능한 非對稱 突出部를 보여주었다. 이에 反해, 본 Fourier 전개기법은 水深條件에 관계없이 비교적 큰 波型傾斜에서도 精確한 解를 주는 것으로 나타났다. 다만, 각 수심조건에 대한 對象 波型傾斜은 파형경사가 일정값 이상으로 增加할때 解가 單調變化 양상에서 벗어나 不安定性을 보이기 시작하는 領域까지로 하였다.

參考文獻

- 韓國海洋研究所, 1991. 波浪-흐름 複合水槽 및 計測器機의 性能試驗, BSPE 00199-376-2.
- Flick, R.E. and Guza, R.T., 1980. Paddle generated waves in laboratory channels. *J. waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.* **106**(WW1), 79-97.
- Goda, Y., 1967. The Fourth Order Approximation to the Pressure of Standing Waves. *Coastal Engineering in Japan*, **10**: 1-11.
- Horikawa, K., 1988. Nearshore Dynamics and Coastal Processes. University of Tokyo Press, pp. 34.
- Penney, W.G. and Price, A.T., 1952. Finite periodic stationary gravity waves in a perfect fluid. *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A*, **244**: 254-284.
- Rienecker M.M. and Fenton, J.D., 1981. A Fourier approximation method for steady water waves. *J. Fluid Mech.*, **104**: 119-137.
- Schwartz, L.W. and Fenton, J.D., 1982. Strongly nonlinear waves. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **14**: 39-60.
- Tadjbakhsh, I. and Keller, J.B., 1960. Standing surface waves of finite amplitude. *J. Fluid Mech.*, **8**: 442-451.
- Vanden-Broeck, J. and Schwartz, L.W., 1981. Numerical calculation of standing waves in water of arbitrary uniform depth. *Phys. Fluids*, **24**(5): 812-815.