

線形 淺水方程式의 ADI 有限差分法 ADI Finite Difference Method of Linear Shallow Water Wave Equation

李鍾贊* · 徐承男*

Jong Chan Lee* and Seung Nam Seo*

要 旨 : 淺水方程式의 有限 差分에 많이 利用되는 ADI 方法에 다른 Factorization 方法을 適用하여 各 方法에 의한 模型을 比較 檢討하였다. 各 模型을 解析解가 存在하는 線形 一次元 問題에 適用하여 水深, 저면마찰 및 時間間隔에 따른 模型의 正確性을 分析하였다. 2次元 問題의 境遇 線形 淺水 方程式의 解析解를 구하여, 이 解析解와 各 模型의 數值 結果를 比較 檢討하였다. 線形 淺水 方程式의 境遇 本 研究에서 提示한 ADI 方法이 既存 ADI 方法보다 正確하고 安定된 結果를 얻었다.

Abstract □ An ADI model for linearized shallow water equation is modified using the method of factorization. In order to show its validity, the computational results are compared both with the analytical solution and with those from existing models, for a rectangular domain with constant and varying amplitudes at the open boundary. It is shown the accuracy of numerical solutions depends on the size of time step, depth and bottom friction. The modified ADI model is shown to be superior to the existing models such as Leendertse (1971), Butler (1980) and Sheng (1983).

1. 緒 論

河口나 沿岸海域에서의 海水流動은 根本的으로 時間에 따라 變하는 3次元 現象이나 流速의 垂直變化가 거의 없는 境遇 2次元 問題로 다룰 수 있다. 이러한 水深積分된 2次元 水動力學的 數值模型은 過去の 研究을 통해 實際 海面變化를 滿足할 만큼 算定할 수 있음이 立證되었으며, 潮位의 變化推定 및 暴風海溢을 豫報하는 體系에까지 널리 利用되어 왔다.

그러나 海水流動의 外力이 바람 또는 密度差인 境遇 海水流動은 垂直的으로 均一하지 못하며, 또한 저층 마찰력의 影響이 크거나 成層度가 뚜렷한 境遇는 垂直構造가 매우 複雜하다. 이러한 境遇는 3次元 數值模型을 使用하는 것이 보다 바람직하며, 이러한 現象의 再現을 위한 努力이 最近 活潑히 進行되고 있다.

3次元 數值模型에는 接近 方法에 따라 여러가지가 있으며, 이중의 하나인 모드 分離技法은 垂直的인 變化를 無視한 모드(external mode or barotropic

mode)와 垂直的인 變化를 考慮하는 모드(internal mode or baroclinic mode)로 나누어 諸變數를 計算하며, 이 境遇 external mode는 垂直 積分된 2次元 數值模型과 거의 같다.

이와 같이 3次元 數值模型의 境遇라도 水深積分된 또는 이와 類似하게 각 level에 대해 積分된 方程式의 差分化의 正確度에 따라 그 結果가 左右된다. 따라서 2次元 數值模型의 正確度 및 安定性 檢討는 3次元 模型의 開發 및 既存 2次元 模型의 數值誤差를 體系的으로 評價함에 있어 매우 必要하다.

既存 2次元 數值模型으로는 陰解法인 ADI 뿐만 아니라 陽解法인 Hansen 模型, Heaps 模型(1975) 등이 있으나, 本 研究에서는 ADI에 局限하여 Leendertse 方法(1967, 1971), Stabilizing correction方法 (Butler(1980); Sheng(1983))과 既存 ADI의 改善된 方法에 대해 선형 마찰항을 포함하는 線形 淺水 方程式의 解析解와 比較 檢討하였다. 이길성 등(1989)은 ADI 方法을 비롯하여 Hansen 方法, Heaps 方法, Ri-

*韓國海洋研究所 海洋環境工學研究室(Ocean Environmental Engineering Laboratory, Korea Ocean Research and Development Institute, Ansan P.O. Box 29, 425-600, Korea)

chtmyer 方法 등 여러가지 有限差分法을 淺水方程式에 適用하여 각 差分法의 特性을 밝혔으며 比較에 使用된 ADI 方法은 Leendertse(1967, 1971)과 거의 같다.

線形 淺水 方程式의 解析解로 Lynch 와 Gray(1978)는 直交座標系 뿐만 아니라 球形 座標系에서도 1次元 問題와 2次元 問題의 解析解를 구하였으나, 2次元 問題의 境遇 Lynch와 Gray의 解析解는 不完全하여 本 研究에서는 보다 一般의인 解를 提示하였고, 이 解析解와 위의 方法에 의한 數值模型의 結果를 比較 檢討하였다. 本 研究에서는 위에서 言及된 Leendertse (1971) 方法(LDR)과 Stabilizing correction 方法(SCM) 및 改善된 ADI 方法(STD)에 대해 線形 淺水 方程式의 解析解와 比較 檢討하여 各 方法의 特性 및 長短點을 分析하였다.

2. 基本 方程式 및 差分化

2.1 基本 方程式

2次元 連續 方程式과 運動方程式은 海水 密度가 均一하다는 假定下에 直交座標系에서 다음과 같이 記述할 수 있다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = \\ -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + A_H \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{ux} - \tau_{bx}}{\rho H} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + fu = \\ -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + A_H \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{vy} - \tau_{by}}{\rho H} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 x, y는 水平 直交座標系, t는 時間, ζ는 海面 變位, h는 靜水面下 水深, H=h+ζ(總水深), f는 地球의 偏向力 係數, u, v는 東向 및 北向의 水深 平均된 流速으로 (u, v)=1/H ∫(u', v')dz로써 (u', v')는 水深 z에서의 速度 成分, A_H는 水平(運動量) 擴散係數, τ_{ux}, τ_{wy}, τ_{bx}, τ_{by}는 各各 x, y 方向의 바람에 의한 海面應力 및 해저면 마찰 應力, ρ는 海水密度이다.

2.2 有限 差分化

差分化에는 陽解法 또는 陰解法 等の 여러 數值技法이 適用될 수 있으나 여기서는 ADI(Alternating Directional Implicit) 만을 考慮하였다. 여러가지 陰解法이 어떻게 誘導되는지를 보기 위해 다음의 簡略化된 方程式을 考慮하자.

$$U_t + AU_x + BU_y = 0 \quad (4)$$

$$U = \begin{bmatrix} \zeta \\ u \\ v \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & h & 0 \\ g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & h \\ 0 & 0 & 0 \\ g & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

陰解法을 얻기 위해 式 (4)에 Crank-Nicolson 方法을 적용하면 式 (5)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} (U^{n+1} - U^n) + \frac{1}{2} \left(\frac{A}{\Delta x} \delta_x + \frac{B}{\Delta y} \delta_y \right) \cdot \\ (U^{n+1} + U^n) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 δ_x, δ_y는 中央 差分 演算子이다. 式 (5)을 정리하면

$$(I + \lambda_x + \lambda_y)U^{n+1} = (I - \lambda_x - \lambda_y)U^n \quad (6)$$

$$\text{여기서 } \lambda_x = \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} A \delta_x, \quad \lambda_y = \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta y} B \delta_y,$$

式 (6)을 factorization 하기 위해 λ_xλ_y(Uⁿ⁺¹-Uⁿ)을 더하여 정리하면

$$(I + \lambda_x)(I + \lambda_y)U^{n+1} = (I - \lambda_x)(I - \lambda_y)U^n \quad (7)$$

Weare(1979)에 의하면 이 항의 追加는 1/4Δt² ∂U/∂x∂y∂t의 truncation 誤差를 追加한 것과 같다.

중간 값 U*를 導入하면 式 (7)은 다음과 같은 two-step 演算으로 分離할 수 있다.

$$\begin{aligned} (I + \lambda_x)U^* &= (I - \lambda_y)U^n \\ (I + \lambda_y)U^{n+1} &= (I - \lambda_x)U^* \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} (I + \lambda_x)U^* &= (I - \lambda_x - 2\lambda_y)U^n \\ (I + \lambda_y)U^{n+1} &= U^* + \lambda_y U^n \end{aligned} \quad (8b)$$

$$\begin{aligned} (I + \lambda_x)U^* &= (I - \lambda_x)(I - \lambda_y)U^n \\ (I + \lambda_y)U^{n+1} &= U^* \end{aligned} \quad (8c)$$

結局 ADI 方法은 2次元 問題를 相應하는 2個의 1次元 問題로 置換한 것으로서, 每時間 間隔마다 x方

向과 y方向的 計算을 통해 해를 구하는 方法이다. 즉 n에서 n+1/2의 計算은 x方向에 대하여 u와 ζ를 陰解法으로 v는 陽解法으로 표현하여 ζ, u, v를 計算하며, n+1/2에서 n+1의 計算은 y方向에 대하여 v와 ζ를 陰解法으로 u는 陽解法으로 表現하여 ζ, u, v를 計算하는 것이다.

式 (8a)에 의한 STD 差分 模型의 誘導를 簡略히 記述하면 다음과 같다. 連續 方程式(式 1)과 運動 方程式(式 2, 式 3)의 移流項, coriolis 項, 마찰항 및 運動量 擴散項을 無視한 式에 위의 方法을 適用하여 整理하면

$$\zeta^* + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \delta_x(hu^*) = \zeta^n - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta y} \delta_y(hv^n) \quad (9a)$$

$$u^* + \frac{1}{2} g \frac{\Delta t}{\Delta x} \delta_x(\zeta^*) = u^n \quad (9b)$$

$$v^* = v^n - \frac{1}{2} g \frac{\Delta t}{\Delta y} \delta_y(\zeta^n) \quad (9c)$$

$$\zeta^{n+1} + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta y} \delta_y(hv^{n+1}) = \zeta^* - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \delta_x(hu^*) \quad (10a)$$

$$u^{n+1} = u^* - \frac{1}{2} g \frac{\Delta t}{\Delta x} \delta_x(\zeta^*) \quad (10b)$$

$$v^{n+1} + \frac{1}{2} g \frac{\Delta t}{\Delta y} \delta_y(\zeta^{n+1}) = v^* \quad (10c)$$

本 研究에서는 Leendertse의 時間 平均 概念과는 달리 式 (9), (10)로부터 explicit한 過程을 省略한 ADI 方法을 사용하였으며, 이 過程은 다음과 같다. 式 (9b)과 式 (10c)으로부터 $u^* = (u^n + u^{n+1})/2$ 을 얻어 이것을 式 (9a, 10a)에 代入하고, (9c)式을 式 (10b)에 代入하여 staggered-grid 上의 差分化 形態로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\zeta_i^* - \zeta_i^n}{(\Delta t/2)} + \frac{1}{2} \frac{\delta_x(hu^{n+1} + hu^n)}{\Delta x} + \frac{\delta_y(hv^n)}{\Delta y} = 0 \quad (11a)$$

$$\frac{u_{i+1/2}^{n+1} - u_{i+1/2}^n}{\Delta t} + g \frac{\delta_x(\zeta^*)}{\Delta x} = 0 \quad (11b)$$

$$\frac{\zeta_i^{n+1} - \zeta_i^*}{(\Delta t/2)} + \frac{1}{2} \frac{\delta_x(hu^{n+1} + hu^n)}{\Delta x} + \frac{\delta_y(hv^{n+1})}{\Delta y} = 0 \quad (12a)$$

$$\frac{v_{j+1/2}^{n+1} - v_{j+1/2}^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} g \frac{\delta_y(\zeta^{n+1} + \zeta^n)}{\Delta y} = 0 \quad (12b)$$

같은 方法으로 SCM (式 8b)에 대한 結果式을 쓰면

$$\frac{\zeta_i^* - \zeta_i^n}{(\Delta t/2)} + \frac{\delta_x(hu^{n+1} + hu^n)}{\Delta x} + 2 \frac{\delta_y(hv^n)}{\Delta y} = 0 \quad (13a)$$

$$\frac{u_{i+1/2}^{n+1} - u_{i+1/2}^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} g \frac{\delta_x(\zeta^* - \zeta^n)}{\Delta x} = 0 \quad (13b)$$

$$\frac{\zeta_i^{n+1} - \zeta_i^*}{(\Delta t/2)} + \frac{\delta_y(hv^{n+1} + hv^n)}{\Delta y} = 0 \quad (14a)$$

$$\frac{v_{j+1/2}^{n+1} - v_{j+1/2}^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} g \frac{\delta_y(\zeta^{n+1} + \zeta^n)}{\Delta y} = 0 \quad (14b)$$

이와는 달리 式 (8a)과 (8b)를 直接 計算한 것이 Leendertse(1967)의 方法이며, 以後 Leendertse(1971)는 時間 平均 概念을 導入하여 위의 explicit 한 計算을 省略하여 다음과 같은 差分化를 使用하였다.

$$\frac{\zeta_j^{n+1/2} - \zeta_i^n}{(\Delta t/2)} + \frac{\delta_x(hu^{n+1})}{\Delta x} + \frac{\delta_y(hv^n)}{\Delta y} = 0 \quad (15a)$$

$$\frac{u_{i+1/2}^{n+1/2} - u_{i+1/2}^{n-1/2}}{\Delta t} + \frac{1}{2} g \frac{\delta_x(\zeta^{n+1/2} + \zeta^{n-1/2})}{\Delta x} = 0 \quad (15b)$$

$$\frac{\zeta_i^{n+1} - \zeta_j^{n+1/2}}{(\Delta t/2)} + \frac{\delta_x(hu^{n+1/2})}{\Delta x} + \frac{\delta_y(hv^{n+1})}{\Delta y} = 0 \quad (16a)$$

$$\frac{v_{j+1/2}^{n+1} - v_{j+1/2}^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} g \frac{\delta_y(\zeta^{n+1} + \zeta^n)}{\Delta y} = 0 \quad (16b)$$

本 研究에서는 既存 ADI 方法에서 explicit한 計算을 省略한 方法(STD), Leendertse(1971) 方法(LDR) 및 Stabilizing correction 方法(SCM)의 3가지 差分 方法에 의한 數值 模型 結果와 다음에 구할 解析解와 比較 檢討하였다.

3. 解析解

本 節에서는 線形化된 淺水 方程式의 解析解를 구하고자 한다. 이 線形 淺水 方程式은 式(1)~(3)의 移流項, 運動量 擴散項 및 地球 自轉效果를 無視하고, 海水面 變位가 全體 水深에 비해 작다고 假定하고 線形化된 마찰식을 사용하면 基本 方程式은 다음과

같다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot (h\nu) = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial \nu}{\partial t} + g\nabla \zeta + \tau\nu = 0 \quad (18)$$

式 (17)을 時間으로 微分하고 여기에 式 (18)를 代入하여 整理하면

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + \tau \frac{\partial \zeta}{\partial t} - g\nabla \cdot (h\nabla \zeta) = 0 \quad (19)$$

이 式 (19)와 適切한 境界 條件으로부터 海面變位와 流速을 구할 수 있다.

한면($x=x_2$)이 트이고 나머지 세면($x=x_1, y=0, y=L$)이 막힌 直四角形 區域에 대한 境界值 問題를 整理하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + \tau \frac{\partial \zeta}{\partial t} - g\nabla \cdot (h\nabla \zeta) = 0 \quad (20)$$

$$x=x_1, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \quad (20a)$$

$$x=x_2, \quad \zeta(x_2, y, t) = \text{Re}\{\zeta_0(y)e^{i\omega t}\} \quad (20b)$$

$$y=0, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0 \quad (20c)$$

$$y=L, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0 \quad (20d)$$

Gray와 Lynch는 $h=H_0$ x^n 인 境遇 $n=-2, 0, 1, 2$ 인 境遇의 解析解를 제시하였으나, 여기서는 水深이 一定한 한쪽이 開境界인 2次元 問題(Fig. 1)의 解만을 提示한다.

式 (19)을 풀기위해, 解를 形態로 假定하여 式 (19)에 代入, 整理하면

$$X'' + (\beta^2 - k^2)X = 0 \quad (21)$$

$$Y'' + k^2Y = 0 \quad (22)$$

여기서 $\beta^2 = (\omega^2 - i\omega\tau)/gH_0$, k 는 分離常數이다.

式 (21)과 式 (22)를 $k=0$ 인 境遇와 $k \neq 0$ 인 境遇로 分離하여 풀면

$$\begin{aligned} \hat{\zeta}(x, y) = & (A_3 \cos\beta x + A_4 \sin\beta x) \cdot (B_3 y + B_4) \\ & + (A_1 \cosh\sqrt{k^2 - \beta^2}x + A_2 \sinh\sqrt{k^2 - \beta^2}x) \\ & (B_1 \cos ky + B_2 \sin ky) \end{aligned} \quad (23)$$

式 (23)에 境界條件을 使用하면 $y=0, y=L$ 에서 $\partial \zeta / \partial y = 0$ 으로부터 $B_2 = B_3 = 0, \sin(kL) = 0$ 이므로 $k = m\pi/L (m=1, 2, 3, \dots)$ 을 얻으며, $A_3 A_4 = A$ 와 같이 새로운 未定係數를 使用하여 整理하면

$$\hat{\zeta}(x, y) = A \cos\beta x + B \sin\beta x + \cos ky [C \cosh\sqrt{k^2 - \beta^2}x + D \sinh\sqrt{k^2 - \beta^2}x] \quad (24)$$

$x=x_1$ 에서 $\partial \zeta / \partial x = 0$ 을 式 (24)에 代入하면 $B = A \tan(\beta x_1)$, $D = -C \tanh\{(k^2 - \beta^2)^{1/2} x_1\}$ 을 얻으며, 이를 式 (24)에 代入하고, 線形 方程式이므로 重疊原理를 適用하면

$$\begin{aligned} \hat{\zeta}(x, y) = & \sum_{m=1}^{\infty} [C_m \cos k_m y \cosh\{\sqrt{k_m^2 - \beta^2}(x - x_1)\}] \\ & + A \cos\beta(x - x_1) \end{aligned} \quad (25)$$

마지막으로 $x=x_2$ 에서의 境界條件을 代入하면 A 와 C_m 이 決定된다.

$$A = \frac{\int_0^L \hat{\zeta}_0(x_2, y) dy}{L \cos\beta(x_2 - x_1)} \quad C_m = \frac{\int_0^L \hat{\zeta}_0(x_2, y) \cos k_m y dy}{L/2 \cosh\sqrt{k_m^2 - \beta^2}(x_2 - x_1)}$$

따라서 式 (19)의 解는

$$\zeta(x, y, t) = \text{Re}\left\{ A \cos\beta(x - x_1) + \sum_{m=1}^{\infty} C_m \cos k_m y \cosh\sqrt{k_m^2 - \beta^2}(x - x_1) \right\} e^{i\omega t} \quad (26)$$

水深이 x 의 1次函數 또는 2次函數인 境遇에도 解析解가 存在한다. Lynch와 Gray는 直交 座標系 뿐만 아니라 球形 座標系에서도 解析解를 求하였으나 本研究의 $k=0$ 境遇와는 다른점을 고려하여야 할 것이다. Gray와 Lynch의 1次元 問題의 해는 正確하다. 그러나 2次元 問題의 解는 級數 展開를 $k=0$ 인 境遇까지 擴張하였으나, $k=0$ 인 境遇 다른 形態의 解가 나온다는 點을 看過한 것으로 思料된다. 이 問題의 境遇 $k=0$ 인 境遇가 중요하다.

4. 解析解와 數值模型 結果와의 比較 檢討

本節에서는 解析解가 存在하는 境遇에 대하여 解

Table 1. Summary of numerical test case

	Depth	Open Boundary
case 1	h=10m	$\zeta(x_2, t)=0.2 \cos(\omega t)$
case 2	$h=2 \times 10^{-7}x^2$	$\zeta(x_2, t)=0.2 \cos(\omega t)$
case 3	h=10m	$\zeta(x_2, y, t)=0.4(1-y/L) \cos(\omega t)$
case 4	h=10m	$\zeta(x_2, y, t)=0.4 \cos(\pi y/2L) \cos(\omega t)$
case 5	h=10m	$\zeta(x_2, y, t)=0.2 \sin(\pi y/L) \cos(\omega t)$

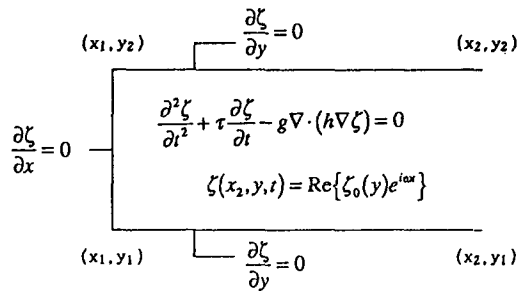


Fig. 1. Summary of boundary value problem.

解析解와 2절에서言及한 3가지 方法에 의한 數值模型의 結果들을 比較檢討하였다. 1次元의 境遇에는 水深, 저면 地質 및 時間 間隔의 變化에 따른 各 模型의 結果를, 2次元의 境遇에는 開境界에서 y方向의 變化가 있는 境界條件을 使用한 結果를 解析解와 比較 檢討하였다.

解析解와 比較될 數值實驗은 表 1과 같다. 境遇 1, 2는 水深의 變化에 따른 海面變位 및 流速의 變化를 보기 위한 것이며, 境遇 3, 4, 5는 水深이 一定한 境遇 開境界 形態에 따른 海面變位 및 流速의 變化를 보기 위한 것으로서, 이는 沿岸의 觀測된 潮位資料를 內插하는 方法에 따라 海面變位 및 流速이 어떻게 變하는 가를 推定하는 데 쓰일 수 있다.

사용된 基本 方程式은 式 (17)과 (18)이며, 저면 地質의 처리는 모두 計算된 流速과 計算될 流速의 平均을 취하여 陰解法으로 處理하였으며, 計算된 結果는 모두 초기값이 0인 條件(cold start) 下에서 얻어진 것으로 使用된 境界條件 및 適用 대상 海域의 諸元은 다음과 같다.

$$(x_1, y_2) \quad (x_2, y_2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + \tau \frac{\partial \zeta}{\partial t} - g \nabla \cdot (h \nabla \zeta) = 0$$

$$\zeta(x_2, y, t) = \text{Re}\{\zeta_0(y)e^{i\omega t}\}$$

여기서 $x_1=5000\text{m}$, $x_2=10000\text{m}$, $y_1=0\text{m}$, $y_2=2500\text{m}$ ($m=L$), $\omega=0.01(\text{rad/sec})$ 이다.

解析解와 計算된 數值解를 比較하기 위하여 다음과 같이 정의되는 RMS(Root mean square) 誤差를 比較하였으며, 比較에 使用된 값은 각 주기에 대하여 1/4주기값($t=1/4T, 2/4T, 3/4T, T$)을 使用하였다.

$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (A_k - C_k)^2} \quad (27)$$

여기서 A_k 는 解析解이며 C_k 는 計算된 數值解이고 N 은 格子點의 갯수이다.

4.1 水深變化에 따른 海面變位 및 流速의 變化

4.1.1 水深이 一定할 境遇($h=H_0=10\text{m}$, $\zeta_0=0.2 \cos(\omega t)$)

이 境遇의 式 (19)에 대한 解析解는 다음과 같다.

$$\zeta = \text{Re}\left[\zeta_0 \frac{\cos\beta(x-x_1)}{\cos\beta(x_2-x_1)} e^{i\omega t}\right] \quad (28a)$$

$$u = \text{Re}\left[-\zeta_0 \frac{i\omega}{\beta H_0} \frac{\sin\beta(x-x_1)}{\cos\beta(x_2-x_1)} \cdot e^{i\omega t}\right] \quad (28b)$$

$$\text{여기서 } \beta^2 = (\omega^2 - i\omega\tau)/gH_0$$

Fig. 2는 저면지질계수 τ 를 0.0016, 0.0040, 0.0100인 境遇의 解析解를 1/4주기 間隔으로 圖示한 것으로서, τ 의 값에 따라 海面變位와 流速이 變하는 것을 알 수 있다. 表 2는 各 週期에 대해 τ 와 Δt 를 變化시킨 各 模型의 結果와 解析解의 RMS 誤差를 나타낸 것이다 (각 列의 값은 RMS誤差 $\times 10^3$ 이다).

表 2에서 보는 바와 같이 各 模型의 結果는 解析解와 거의 一致한다. 저면지질이 작은 境遇는 初期의 攪亂 狀態가 消滅되는데 많은 時間이 所要되는 것과 Δt 가 클수록 誤差도 커지는 것을 알 수 있다.

4.1.2 水深이 x의 二次函數인 境遇($h=4 \times 10^{-7}x^2$, $\zeta_0=0.2 \cos(\omega t)$)

이 境遇의 解析解는 다음과 같다.

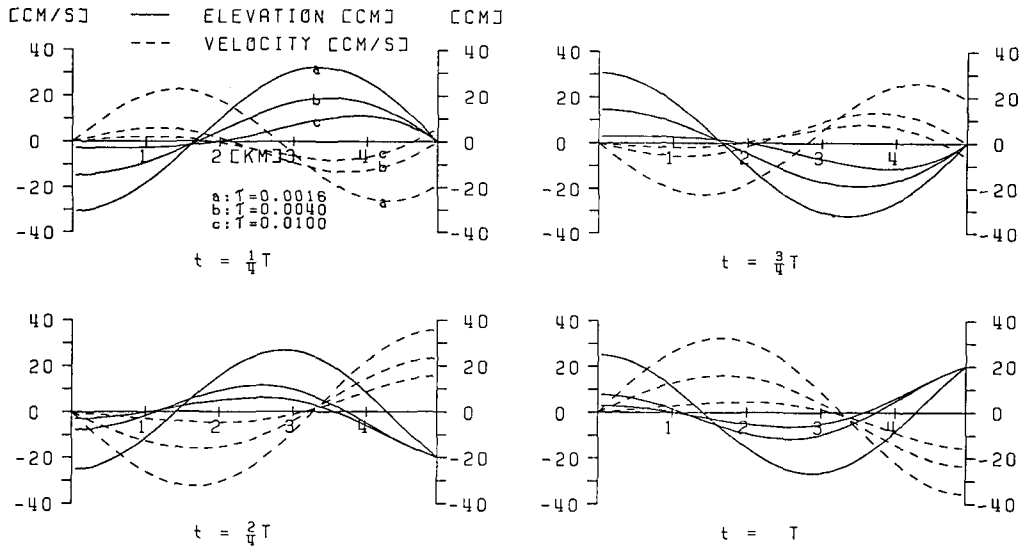


Fig. 2. Profiles of elevation and velocity for a constant depth ($h=10m$): 해석해

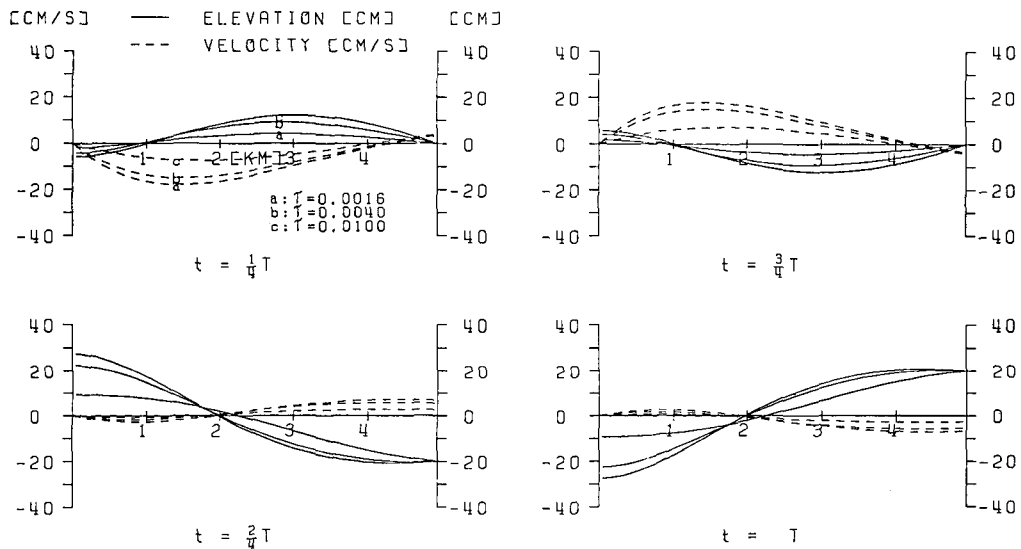


Fig. 3. Profiles of elevation and velocity for a quadratic depth ($h=2 \times 10^{-7}x^2$): 해석해

$$\zeta = \text{Re} \left[\zeta_0 \frac{\alpha_2 x_1^{q_2} \cdot x^{\alpha_1} - \alpha_1 x_1^{q_1} \cdot x^{\alpha_2}}{\alpha_2 x_1^{q_2} \cdot x_2^{\alpha_1} - \alpha_1 x_1^{q_1} \cdot x_2^{\alpha_2}} e^{i\omega t} \right] \quad (29a)$$

$$u = \text{Re} \left[\frac{\zeta_0 i \omega}{\beta H_0 \sqrt{x}} \frac{\alpha_1 \alpha_2 x_1^{q_2} \cdot x^{\alpha_1-1} - \alpha_1 \alpha_2 x_1^{q_1} \cdot x^{\alpha_2-1}}{\alpha_2 x_1^{q_2} \cdot x_2^{\alpha_1} - \alpha_1 x_1^{q_1} \cdot x_2^{\alpha_2}} e^{i\omega t} \right] \quad (29b)$$

여기서 $\alpha_{1,2} = -1/2 \pm (1/4 - \beta^2)^{1/2}$

Fig. 3는 저면마찰계수 τ 를 0.0016, 0.0040, 0.0100

인境遇의 解析解를 1/4週期 間隔으로 圖示한 것이며, 表 3은 海面變位와 流速의 RMS 誤差를 나타낸 것이다.

Fig. 2, 3의 $t=T$ 인境遇의 解析解에서 보는 바와 같이 $h=H_0x^2$ 인境遇가 $h=H_0$ 인境遇보다 $\zeta=u=0$ 인 cold start에 近接해 있음을 알 수 있고, 이 初期의 攪亂이 數值模型의 結果에 影響을 미친 것으로 判斷된다. 즉 表 2, 3의 $\tau=0.0016$ 인境遇이 初期의 影響이

Table 2. RMS error of ζ, u for a constant depth($h=10m$)a) $\Delta t=2\pi$, RMS error $\times 10^3$

Cycle	$\tau=0.0016$						$\tau=0.0040$						$\tau=0.0100$					
	STD		LDR		SCM		STD		LDR		SCM		STD		LDR		SCM	
	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u
1	623	570	623	569	623	570	240	200	240	201	241	202	73	66	73	69	75	68
2	358	362	358	351	353	357	62	61	62	57	60	59	4	3	4	6	5	3
3	207	225	207	207	199	216	16	18	16	14	14	15	1	0	1	7	4	3
4	120	137	120	115	110	126	4	4	4	10	5	5	0	0	0	7	4	3
5	72	79	72	55	62	67	1	1	1	13	7	6	0	0	0	7	4	3
6	44	43	44	26	36	33	1	0	1	14	7	7	0	0	0	7	4	3
7	25	23	25	22	22	18	1	1	1	14	7	7	0	0	0	7	4	3
8	14	12	14	28	19	17	1	1	1	14	7	7	0	0	0	7	4	3
9	9	8	9	32	18	19	1	1	1	14	7	7	0	0	0	7	4	3
10	7	7	7	33	19	20	1	1	1	14	7	7	0	0	0	7	4	3

b) $\Delta t=5\pi$, RMS error $\times 10^3$

Cycle	$\tau=0.0016$						$\tau=0.0040$						$\tau=0.0100$					
	STD		LDR		SCM		STD		LDR		SCM		STD		LDR		SCM	
	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u
1	624	570	624	568	624	572	242	202	242	205	245	205	76	70	76	75	79	73
2	356	361	356	337	343	350	64	63	64	57	59	58	6	5	6	16	11	8
3	203	222	203	183	183	202	17	19	17	29	19	18	2	1	2	18	10	9
4	115	130	115	82	89	104	6	5	6	33	17	16	1	1	1	17	10	9
5	64	71	64	30	42	43	4	4	4	36	19	19	1	1	1	17	10	9
6	36	33	36	48	31	24	4	4	4	37	20	20	1	0	1	17	10	9
7	20	17	20	66	36	35	4	4	4	37	20	20	1	0	1	17	10	9
8	16	16	16	17	43	45	4	4	4	37	20	20	1	0	1	17	10	9
9	17	18	17	82	47	49	4	4	4	37	20	20	1	0	1	17	10	9
10	19	19	19	84	49	51	4	4	4	37	20	20	1	0	1	17	10	9

c) $\Delta t=12.5\pi$, RMS error $\times 10^3$

Cycle	$\tau=0.0016$						$\tau=0.0040$						$\tau=0.0100$					
	STD		LDR		SCM		STD		LDR		SCM		STD		LDR		SCM	
	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u
1	630	571	630	576	629	578	253	210	253	224	257	217	92	85	92	96	94	87
2	351	355	351	316	328	331	76	75	76	87	72	66	24	24	24	46	31	26
3	182	206	182	173	155	172	38	38	38	92	56	53	15	15	15	47	30	26
4	83	105	83	134	64	83	30	31	30	99	58	58	11	11	11	47	29	26
5	57	56	57	174	96	97	29	29	29	102	61	62	9	9	9	47	29	26
6	62	65	62	211	123	121	26	28	26	103	61	62	8	8	8	47	29	26
7	80	82	80	233	147	154	26	26	26	103	61	62	7	7	7	47	29	26
8	89	92	89	243	157	164	25	25	25	103	61	62	7	7	7	47	29	26
9	95	97	95	246	162	169	24	25	24	103	61	62	6	6	6	47	29	26
10	97	96	97	246	163	169	24	23	24	103	61	62	6	6	6	47	29	26

Table 3. RMS error of ζ, u for a quadratic depth($h=2 \times 10^{-2}x^2$)

a) $\Delta t=2\pi$, RMS error $\times 10^3$

Cycle	$\tau=0.0016$						$\tau=0.0040$						$\tau=0.0100$					
	STD		LDR		SCM		STD		LDR		SCM		STD		LDR		SCM	
	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u
1	340	284	340	286	342	285	208	201	208	203	212	202	94	84	94	86	97	85
2	214	163	214	161	213	162	71	52	71	52	71	51	8	4	8	8	10	6
3	141	97	141	94	139	95	21	12	21	12	18	11	1	0	1	6	6	3
4	89	54	89	60	92	56	7	5	7	12	12	8	1	0	1	6	6	3
5	45	37	45	31	41	34	3	2	3	9	8	5	1	0	1	6	6	3
6	29	22	29	28	31	25	2	1	2	9	8	5	1	0	1	6	6	3
7	21	14	21	15	24	13	2	2	2	9	8	5	1	0	1	6	6	3
8	11	7	11	12	10	8	2	1	2	9	8	5	1	0	1	6	6	3
9	7	5	7	13	12	8	2	1	2	9	8	5	1	0	1	6	6	3
10	6	5	6	11	9	6	2	1	2	9	8	5	1	0	1	6	6	3

b) $\Delta t=5\pi$, RMS error $\times 10^3$

Cycle	$\tau=0.0016$						$\tau=0.0040$						$\tau=0.0100$					
	STD		LDR		SCM		STD		LDR		SCM		STD		LDR		SCM	
	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u
1	346	285	346	289	349	285	216	203	216	207	222	205	102	87	102	90	106	89
2	220	173	220	169	214	171	80	60	80	60	80	58	18	12	18	18	21	12
3	149	101	149	93	139	94	32	21	32	24	23	16	9	5	9	15	16	8
4	96	63	96	77	100	67	20	14	20	27	25	17	5	3	5	15	16	8
5	57	46	57	33	46	35	14	10	14	23	20	13	4	2	4	15	16	8
6	40	29	40	43	39	32	11	7	11	24	20	13	3	2	3	15	15	8
7	34	21	34	30	38	20	9	6	9	24	20	13	2	1	2	15	15	8
8	23	16	23	26	20	16	8	5	8	24	20	13	2	1	2	15	15	8
9	21	13	21	29	25	17	7	4	7	24	20	13	2	1	2	15	15	8
10	18	13	18	27	23	15	6	4	6	24	20	13	2	1	2	15	15	8

c) $\Delta t=12.5\pi$, RMS error $\times 10^3$

Cycle	$\tau=0.0016$						$\tau=0.0040$						$\tau=0.0100$					
	STD		LDR		SCM		STD		LDR		SCM		STD		LDR		SCM	
	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u	ζ	u
1	371	289	371	305	370	291	245	210	245	224	252	215	130	98	130	105	131	99
2	262	207	262	189	271	191	126	85	126	93	130	80	53	32	53	44	50	28
3	168	112	168	87	123	87	63	47	63	58	49	35	38	24	38	40	44	24
4	125	96	125	129	130	102	54	41	54	67	59	41	31	20	31	40	43	23
5	102	74	102	68	94	53	49	35	49	63	57	37	27	17	27	40	43	23
6	71	56	71	71	54	46	43	33	43	63	56	36	24	15	24	40	43	23
7	74	48	74	78	73	49	42	28	42	63	55	36	22	14	22	40	43	23
8	65	47	65	69	63	43	38	27	38	63	55	36	20	12	20	40	43	23
9	54	42	54	68	54	38	36	26	36	63	55	36	18	12	18	40	43	22
10	55	41	55	72	61	43	34	24	34	63	55	36	17	11	17	40	42	22

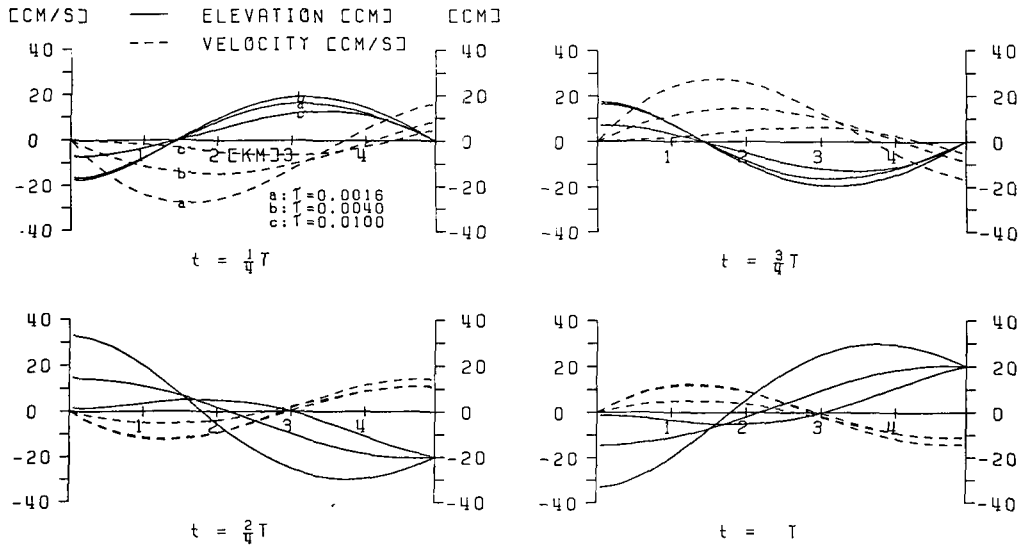


Fig. 4. Profiles of elevation and velocity for a linear depth ($h=2 \times 10^{-3}x$): STD 모형

어느 정도 持續됨을 알 수 있으며(즉 $h=H_0x^2$ 인 境遇가 解析解에 더 近接해 있음.) $\tau=0.0100$ 인 境遇 初期의 影響보다는 Δt 의 影響이 더 큼을 알 수 있다 (이는 $h=H_0x^2$ 인 境遇가 $h=10$ 인 境遇보다 水深이 항상 깊기 때문에 Δt 에 더 많은 制約을 받는 것으로 解析할 수 있다).

以上の 結果로부터 SCM 方法은 水面變位에 있어서는 Leendertse(LDR)의 結果보다 나쁘나 流速에 있어서는 더 좋은 結果를 보이고 있음을 알 수 있고, 本 研究에서 제시한 ADI 方法이 水面變位와 流速을 가장 正確하게 再現함을 알 수 있다(水面變位에 있어서는 既存 Leendertse(LDR)의 結果와 恒常 一致 한다).

4.1.3 水深이 x 의 一次函數인 境遇($h=2 \times 10^{-3}x$, $\zeta_0 = 0.2 \cos(\omega t)$)

이 境遇의 解析解는 다음과 같다.

$$\zeta = \text{Re} \left[\zeta_0 \frac{Y_1(2\beta\sqrt{x_1})J_0(2\beta\sqrt{x}) - J_1(2\beta\sqrt{x_1})Y_0(2\beta\sqrt{x})}{J_0(2\beta\sqrt{x_2})Y_1(2\beta\sqrt{x_1}) - J_1(2\beta\sqrt{x_1})Y_0(2\beta\sqrt{x_2})} e^{i\omega t} \right] \quad (30a)$$

$$u = \text{Re} \left[\frac{\zeta_0 i \omega}{\beta H_0 \sqrt{x}} \frac{-Y_1(2\beta\sqrt{x_1})J_1(2\beta\sqrt{x}) + J_1(2\beta\sqrt{x_1})Y_1(2\beta\sqrt{x})}{J_0(2\beta\sqrt{x_2})Y_1(2\beta\sqrt{x_1}) - J_1(2\beta\sqrt{x_1})Y_0(2\beta\sqrt{x_2})} e^{i\omega t} \right] \quad (30b)$$

여기서 J, Y 는 각각 제 1종 및 제 2종 Bessel 函數이다.

마찰을 무시할 境遇는 real argument Bessel 函數이므로 解析解의 計算이 可能하나, 이 境遇의 cold start 數値模型 結果는 마찰이 없기 때문에 初期의 攪亂을 消滅시키지 못하고 이 攪亂을 異常한 形態로 再分配시킬 것으로 判斷되어 數値實驗은 하지 않았다. Fig.4는 저면마찰계수의 變化에 따른 STD 模型의 結果로부터 ζ, u 를 圖示한 것이다.

表 2와 表 3에서 보는 바와 같이 水深이 깊어짐에 따라 水面變位와 流速의 變化 幅이 減少함과 마찰항의 相對的 重要性이 減少함을 알 수 있다.

4.2 開境界에 따른 海面變位 및 流速의 變化

이제까지는 開境界에서의 水位가 y 方向에 대해 一定한 1次元 問題를 다루었으나 여기서는 水深은 一定하나 開境界에서의 水位가 y 方向에 대해 변하는 2次元 問題를 3장에서 求한 解析解와 比較 檢討하였다. 1次元 問題에서와 같이 $\tau, \Delta t$ 의 變化에 따른 水面變位の RMS 誤差를 各 週期에 대해 比較 檢討하였다.

4.2.1 $\zeta(x_2, y, t) = 0.4 \left(1 - \frac{y}{L}\right) \cos \omega t$ 인 境遇

이 境遇의 式 (26)의 積分項은 다음과 같다.

$$A' = \frac{1}{L} \int_0^L \zeta(x_2, y) dy = 0.4 \times \frac{1}{2} \quad (31a)$$

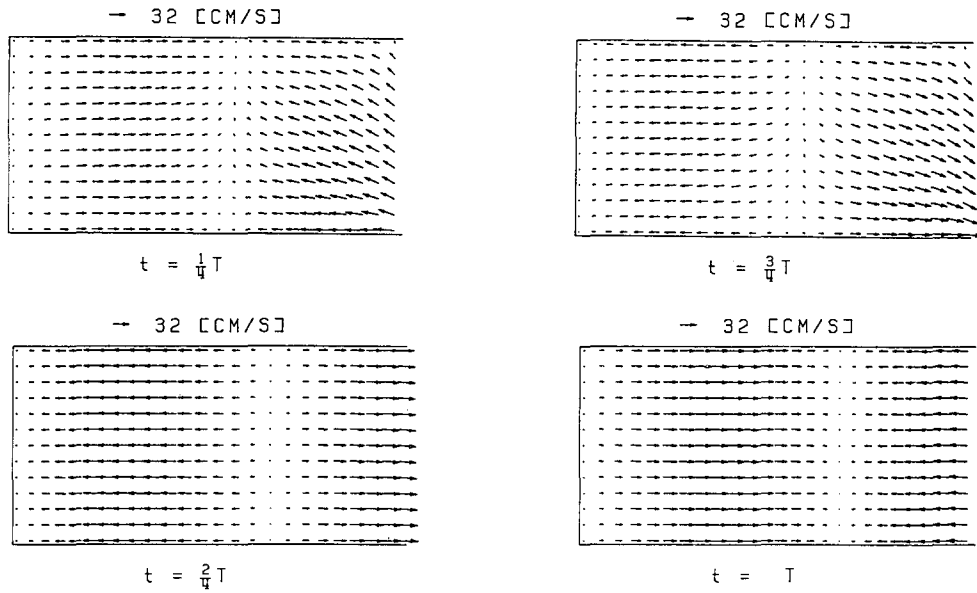


Fig. 5. Plots of velocity vector for $\zeta(x_2, y, t) = 0.4 (1 - y/L) \cos(\omega t)$: STD 모형

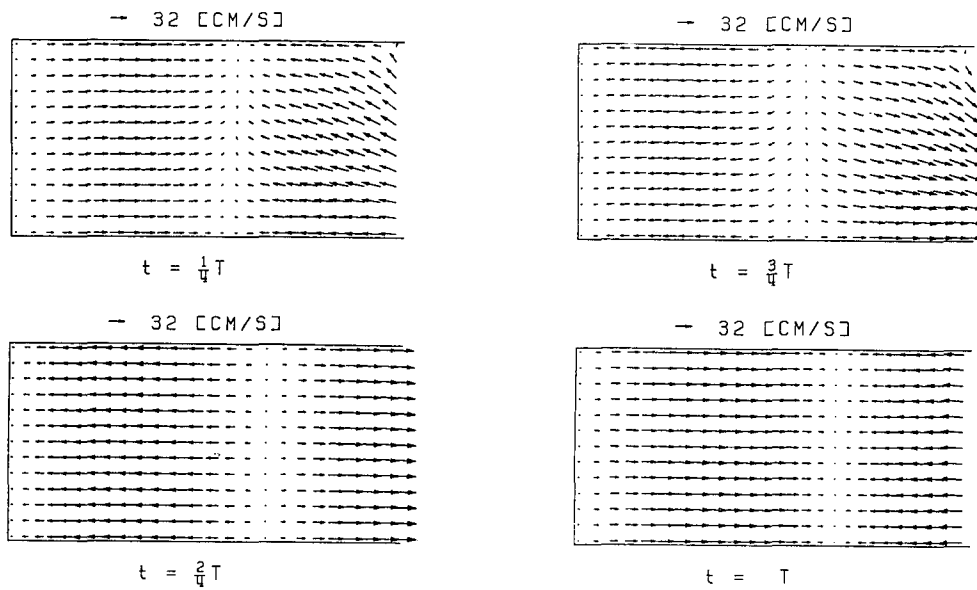


Fig. 6. Plots of velocity vector for $\zeta(x_2, y, t) = 0.4 \cos(\pi y/2L)$: STD 모형

$$C'_m = \frac{2}{L} \int_0^L \zeta(x_2, y) \cos k_m y \, dy = 4 \sum_m \frac{\cos k_m y}{(m\pi)^2},$$

$$m = 1, 3, 5, \dots \quad (31b)$$

Fig. 5는 STD 모형의 結果로부터 $\tau = 0.0016$ 인 境遇의 流速을 圖示한 것이며, 表 4는 Δt 에 따른 水面

變位の RMS 誤差를 나타낸 것으로(各 列의 값은 RMS 誤差 $\times 10^4$ 이다.), $h = 10$, $\zeta = 0.2 \cos(\omega t)$ 인 境遇에 비해 初期의 攪亂이 全體領域으로 빨리 消滅함을 알 수 있다.

4.2.2 $\zeta(x_2, y, t) = 0.4 \cos\left(\frac{\pi}{2L} y\right) \cos \omega t$ 인 境遇

Table 4. RMS error of elevation for $\zeta(x_2, y, t) = 0.4(1 - y/L) \cos(\omega t)$

a) $\Delta t = 2\pi$, RMS error $\times 10^4$

Cycle	$\tau = 0.0016$			$\tau = 0.0040$			$\tau = 0.0100$		
	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM
1	1574	1574	1574	617	617	621	195	195	199
2	906	906	893	163	163	158	10	10	15
3	526	526	506	43	43	40	4	4	12
4	306	306	280	11	11	13	2	2	11
5	185	185	159	2	2	18	1	1	11
6	111	111	93	2	2	19	0	0	11
7	65	65	58	3	3	19	0	0	11
8	37	37	49	3	3	19	0	0	11
9	22	22	47	3	3	19	0	0	11
10	18	18	48	3	3	19	0	0	11

Table 5. RMS error of elevation for $\zeta(x_2, y, t) = 0.4 \cos(\pi y/2L) \cos(\omega t)$

a) $\Delta t = 2\pi$, RMS error $\times 10^4$

Cycle	$\tau = 0.0016$			$\tau = 0.0040$			$\tau = 0.0100$		
	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM
1	1997	1997	1998	779	779	784	244	244	249
2	1149	1149	1133	205	205	198	13	13	19
3	667	667	641	54	54	49	5	5	15
4	388	388	355	13	13	17	2	2	14
5	234	234	202	3	3	22	1	1	14
6	142	142	119	3	3	24	1	1	13
7	83	83	74	3	3	24	1	1	13
8	48	48	63	3	3	24	1	1	13
9	29	29	60	3	3	24	1	1	13
10	23	23	62	3	3	24	1	1	13

b) $\Delta t = 5\pi$, RMS error $\times 10^4$

Cycle	$\tau = 0.0016$			$\tau = 0.0040$			$\tau = 0.0100$		
	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM
1	1577	1577	1576	624	624	630	205	205	212
2	903	903	870	169	169	157	17	17	32
3	516	516	467	48	48	54	6	6	29
4	294	294	229	17	17	44	3	3	29
5	165	165	112	12	12	50	3	3	28
6	93	93	82	10	10	51	2	2	28
7	54	54	93	10	10	51	2	2	28
8	42	42	110	10	10	51	2	2	28
9	44	44	119	10	10	51	2	2	28
10	48	48	123	10	10	51	2	2	28

b) $\Delta t = 5\pi$, RMS error $\times 10^4$

Cycle	$\tau = 0.0016$			$\tau = 0.0040$			$\tau = 0.0100$		
	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM
1	2001	2001	2000	788	788	796	256	256	265
2	1146	1146	1104	212	212	196	21	21	40
3	654	654	591	60	60	67	7	7	36
4	371	371	289	21	21	55	4	4	36
5	209	209	140	15	15	63	3	3	36
6	118	118	103	13	13	65	3	3	36
7	69	69	118	13	13	65	3	3	35
8	54	54	140	13	13	65	3	3	35
9	56	56	151	13	13	65	3	3	35
10	61	61	157	12	12	65	3	3	35

c) $\Delta t = 12.5\pi$, RMS error $\times 10^4$

Cycle	$\tau = 0.0016$			$\tau = 0.0040$			$\tau = 0.0100$		
	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM
1	1590	1590	1587	654	654	661	248	248	249
2	893	893	831	207	207	190	70	70	86
3	469	469	396	106	106	146	44	44	81
4	223	223	170	84	84	149	33	33	80
5	157	157	247	79	79	156	26	26	79
6	166	166	313	71	71	156	22	22	79
7	207	207	370	68	68	157	20	20	79
8	228	228	395	65	65	156	19	19	79
9	241	241	408	62	62	156	18	18	79
10	245	245	409	62	62	156	18	18	79

c) $\Delta t = 12.5\pi$, RMS error $\times 10^4$

Cycle	$\tau = 0.0016$			$\tau = 0.0040$			$\tau = 0.0100$		
	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM
1	2019	2019	2016	825	825	835	309	309	312
2	1131	1131	1053	257	257	239	86	86	107
3	592	592	501	131	131	184	55	55	101
4	279	279	213	105	105	188	40	40	99
5	195	195	312	99	99	198	33	33	99
6	208	208	397	89	89	198	28	28	98
7	261	261	471	86	86	198	26	26	98
8	289	289	503	82	82	198	24	24	98
9	305	305	519	78	78	198	23	23	98
10	311	311	520	78	78	198	23	23	98

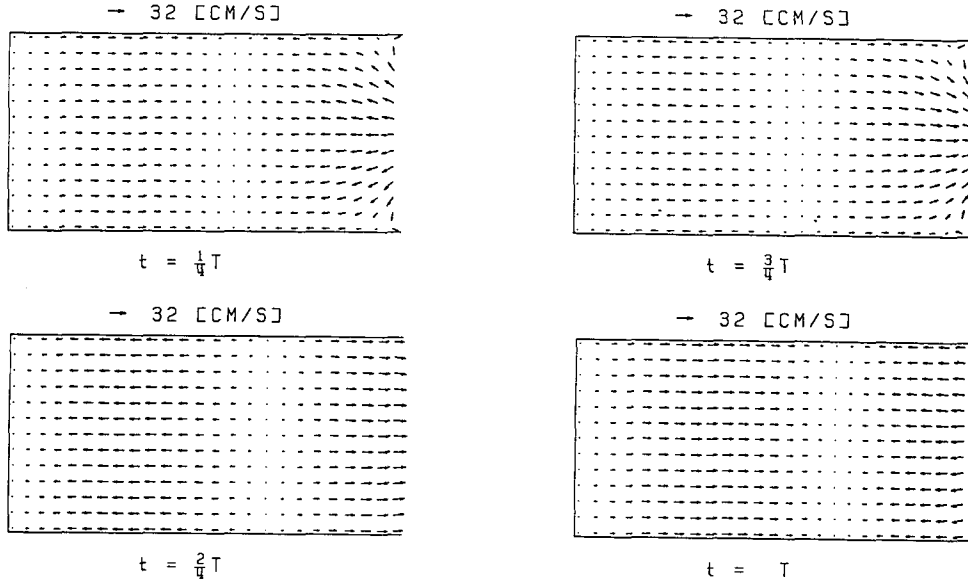


Fig. 7. Plots of velocity vector for $\zeta(x_2, y, t) = 0.2 (\pi y/L) \cos(\omega t)$: STD 모형

이境遇의式(26)의積分項은 다음과 같다.

$$A' = \frac{1}{L} \int_0^L \zeta(x_2, y) dy = 0.4 \times \frac{2}{\pi} \quad (32a)$$

$$C'_m = \frac{2}{L} \int_0^L \zeta(x_2, y) \cos k_m y dy = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1} \cos k_m y}{m^2 - \frac{1}{4}} \quad (32b)$$

Fig. 6은 STD 모형의 결과로부터 $\tau = 0.0016$ 인境遇의流速을圖示한 것이며, 表 5는 水面變位の RMS 誤差를 나타낸 것이다. 表 4와 比較하여 보면 Δt 에 無關하게 誤差의 比는 A' 의 比와 關係있음을 알 수 있다. 즉 y 方向의 變化를 나타내는 項이 y 方向에 無關한 項에 比해 작기 때문에 水面變位の RMS 誤差는 開境界 水面變位の 平均과 關係있음을 알 수 있다.

4.2.3 $\zeta(x_2, y, t) = 0.2 \sin\left(\frac{\pi}{L}y\right) \cos \omega t$ 인 境遇

이境遇의式(26)의積分項은 다음과 같다.

$$A' = \frac{1}{L} \int_0^L \zeta(x_2, y) dy = 0.2 \times \frac{2}{\pi} \quad (33a)$$

$$C'_m = \frac{2}{L} \int_0^L \zeta(x_2, y) \cos k_m y dy = -\frac{4}{\pi} \sum_m \frac{\cos k_m y}{m^2 - 1}, \quad m = 2, 4, 6, \dots \quad (33b)$$

Fig. 7은 STD 모형의 결과로부터 $\tau = 0.0016$ 인境遇의流速을圖示한 것이며, 이境遇의開境界條件은 $L/2$ 지점에 對稱임에도 불구하고 表 6에서 보는 바와 같이 海面變位の RMS 誤差는 各境遇의 A' 의 比와 거의 一致하고 있으며, 誤差에 대한 開境界 形態의 影響은 매우 微弱함을 보이고 있다.

이와는 달리 式(26)에서 알 수 있는 바와 같이 海面變位 및 流速은 開境界 形態의 平均값(즉 A')에 따라 많은 差異를 보이고 있으며, 이는 開境界 값의 內插에 有用하게 쓰일 수 있다.

5. 결론 및 제언

本 研究에서는 1次元의 境遇, 線形 마찰항을 包含하는 線形 淺水 方程式의 解析解와 ADI 模型들의 結果가 比較 檢討되었다. 2次元의 境遇 線形 淺水 方程式의 解析解를 求하였으며, 이 解析解와 各 模型의 結果가 比較 檢討되었다.

比較 檢討는 水深, 저면마찰력, 時間 間隔 및 開境界

Table 6. RMS error of elevation for $\zeta(x_2, y, t) = 0.2 \sin(\pi y/2L) \cos(\omega t)$

a) $\Delta t = 2\pi$, RMS error $\times 10^4$

Cycle	$\tau=0.0016$			$\tau=0.0040$			$\tau=0.0100$		
	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM
1	993	993	994	384	384	386	119	119	121
2	571	571	563	100	100	97	6	6	9
3	331	331	318	26	26	24	2	2	7
4	192	192	176	6	6	8	1	1	6
5	116	116	100	1	1	11	0	0	6
6	70	70	58	1	1	12	0	0	6
7	41	41	37	1	1	12	0	0	6
8	24	24	31	1	1	12	0	0	6
9	14	14	30	1	1	12	0	0	6
10	11	11	30	1	1	12	0	0	6

b) $\Delta t = 5\pi$, RMS error $\times 10^4$

Cycle	$\tau=0.0016$			$\tau=0.0040$			$\tau=0.0100$		
	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM
1	995	995	995	388	388	392	124	124	128
2	569	569	548	104	104	96	10	10	19
3	325	325	293	29	29	32	4	4	18
4	184	184	143	10	10	27	2	2	17
5	103	103	68	7	7	31	2	2	17
6	58	58	50	7	7	32	2	2	17
7	34	34	58	6	6	32	2	2	17
8	27	27	70	6	6	32	2	2	17
9	28	28	75	6	6	32	2	2	17
10	30	30	78	6	6	32	2	2	17

c) $\Delta t = 12.5\pi$, RMS error $\times 10^4$

Cycle	$\tau=0.0016$			$\tau=0.0040$			$\tau=0.0100$		
	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM	STD	LDR	SCM
1	1004	1004	1003	406	406	411	150	150	151
2	561	561	523	125	125	117	43	43	52
3	293	293	248	65	65	91	28	28	50
4	137	137	104	52	52	93	21	21	49
5	96	96	154	50	50	98	18	18	48
6	103	103	198	45	45	98	16	16	48
7	130	130	235	43	43	98	15	15	48
8	144	144	251	41	41	98	14	14	48
9	152	152	259	40	40	98	14	14	48
10	155	155	260	40	40	98	13	13	48

條件의 變化에 따른 數值模型의 正確性과 安定性에 대해 이루어졌으며, 以上の 結果를 綜合하면 다음과

같다.

1) 比較에 使用된 3가지 模型 (STD, LDR, SCM) 모두 解析解와 거의 一致 하는 結果를 보이고 있으며, Stabilizing Correction 方法(SCM)이 Leendertse 方法(LDR)보다 流速은 더 正確하나 水面變位는 덜 正確하다.

2) 本 研究에서 提示된 方法 (STD)이 水面變位와 流速을 가장 正確하게 再現하였으며, 水面變位는 Leendertse(LDR)의 結果와 一致하였다.

3) 水深이 깊어짐에 따라 저면 마찰항의 相對의 重要性은 減少한다.

4) 水面變位の RMS 誤差는 開境界 水面變位の 平均과 거의 比例하며, 開境界 水面變位の 形態에는 거의 無關하다.

本 研究에서는 線形 淺水 方程式에 대한 比較 檢討만이 이루어졌으나, 實際의 基本 方程式이 包含하는 非線形 項들의 影響, 地球自轉 效果 및 저면 마찰 계수의 選定 등에 관한 研究가 必要하다.

參考文獻

- 이길성, 강주환, 1989. 淺水方程式의 有限差分 特性, 대한 토목회 논문집, 9(1).
- Butler, H.L., 1980. Evolution of a numerical model for simulating long-period wave behavior in ocean-estuarine systems, in Estuarine and Wetland Processes, edited by P. Hamilton and K. B. MacDonald, Plenum Press, New York.
- Falconer, R.A., 1980. Numerical modeling of tidal circulation in harbors, Proc. of ASCE, Vol.106(WW1).
- Flather, R.A. and Heaps, N.S., 1975. Tidal computations for Morecambe Bay, Geophys. J.R. astr. Soc.42.
- Leendertse, J.J., 1967. Aspects of a computational model for long-period water-wave propagation, The Rand Corporation, Santa Monica, Calif., RM-5294-PR.
- Leendertse, J.J. and Gritton, E.C., 1971. A water quality simulation model for well mixed estuaries and coastal seas: Vol.II, Computation Procedures, The Rand Corporation, New York, R-708-NYC.
- Lynch, D.R., and Gray W.G., 1978. Analytic solutions for computer flow model testing, ASCE, 104(10).
- Sheng, Y.P., 1983. Mathematical modeling of three-dimensional coastal currents and sediment dispersion, A.R. A.P. Report 486; also Technical Report CERC-83-2, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Mississippi.
- Weare, T.J., 1979. Error arising from irregular boundaries in ADI solutions of the shallow-water equations, Int. J. for Numerical Methods in Engineering, 14.