

吹送流 再現을 위한 3次元 스펙트랄모형 開發 A Three-dimensional Spectral Model for the Computation of Wind-induced Flows in a Homogeneous Shelf Sea

蘇在貴* · 鄭景太* · 李光秀* · 承永鎬**

Jae Kwi So*, Kyung Tae Jung*, Kwang Soo Lee* and Young Ho Seung**

要 旨 : Heaps(1972)가 사용한 淺海均質流에 대한 線形 基本方程式을 水深平均流速과 海水面變異를 계산하는 External mode와 수심변이 유속을 계산하는 Internal mode로 분리시킨 다음, Internal mode식에 Galerkin Method를 적용하였다. Internal mode 유속을 水平座標, 시간에 따라 변하는 係數와 垂直座標에 따라 변하는 Basis function들의 곱의 형태로 線形展開하며, 亂流擴散係數를 포함하는 2次微分項으로부터 해수면에 Homogeneous boundary condition과 海底面에 Sheared boundary condition이 가해지는 Sturm-Liouville system을 구성, Eigenfunctions 解를 구하여 Basis function으로 사용하였다. 모델의 성능을 검토하기 위하여 수립된 모델을 定常均一風이 가해지는 1次元 水路에 적용하여 Cooper and Pearce(1977)가 제시한 海底面 非滑動條件下的 無限 및 有限水路 鉛直流速分布에 대한 解析解와 비교하였으며, North Sea 규모의 等水深 長方形 Basin(Heaps' Basin)에 적용하여 定常均一風에 대한 Heaps(1972)의 계산결과와 비교하였다.

Abstract □ A numerical formulation is developed to solve the linear three-dimensional hydrodynamic equations which describes wind induced flows in a homogeneous shelf sea. The hydrodynamic equations are at the outset separated into two systems, namely, an equation containing the gradient of sea surface elevation and the mean flow (external mode) and an equation describing the deviation from the mean flow (internal mode). The Galerkin method is then applied to the internal mode equation. The eigenvalues are determined from the eigenvalue problem involving the vertical eddy viscosity subject to a homogeneous boundary condition at the surface and a sheared boundary condition at the sea bed. The model is tested in a one-dimensional channel with uniform depth under a steady, uniform wind. The analytical velocity profile by Cooper and Pearce (1977) using a constant vertical eddy viscosity in channels of infinite and finite length is chosen as a benchmark solution. The model is also tested in a homogeneous, rectangular basin with constant depth under a steady, uniform wind field (the Heaps' Basin of the North Sea scale).

1. 緒 論

최근 海洋 및 沿岸의 海流循環을 연구하는 데 있어서 數值모형 技法이 널리 활용되고 있다. 이 중에서 현재 가장 많이 사용되고 있는 水深積分 2차원 수치모형을 적용하는 경우(Choi, 1980; Kang *et al.*, 1991 등) 海流의 鉛直分布를 계산할 수 없으며, 海底摩擦을 계산하는 데 있어 海底面流速 대신 水深平均 流速을 사용하기 때문에 海水面을 정확히 再現하기 어려운

단점을 갖고 있다.

本 研究에서 사용한 Galerkin 函數 이용 모형은 垂直座標上的 水平流速成分을 水平座標, 시간에 따라 변하는 係數와 水深에 따라 변하는 函數群의 곱의 형태로 線形展開하며, 계수의 값은 Galerkin method를 써서 구한다.

Heaps(1972)는 최초로 수평방향적분에서 有限差分 技法(Finite difference method)을, 수직방향적분에서 函數展開 기법을 이용하는 混成技法의 3차원 수치모

*韓國海洋研究所 沿岸工學研究室(Coastal Engineering Laboratory, Korea Ocean Research and Development Institute, Ansan P.O. Box 29, 425-600, Korea)

**仁荷大學校 海洋學科(Department of Oceanography, Inha University)

형을 개발하였다. Basis function으로는 垂直亂流擴散係數를 포함하는 2次微分項의 Eigenfunction을 택하였으며, 수직난류확산계수는 일정한 값을 취하였다. 해저면에서 Linear friction law가 사용되었으며, Eigenfunction 결정시 Stress boundary condition이 정확히 만족되는 境界條件이 사용되었다.

Heaps(1972) 이후에 Eigenfunction 외의 다른 함수들을 Basis function으로 사용하는 연구가 활발하게 전개되었다. Davies(1977)는 Basis function으로 Piecewise function인 B-spline function을 사용하여 x-z 2차원 모형을 개발하였으며, Davies and Owen(1979)은 Global function인 Chebyshev polynomial, Legendre polynomial 등 일반적인 함수를 Basis function으로 사용하였다. Davies(1983)는 수직난류확산계수의鉛直分布가 任意的인 형태일 때, 數值的인 방법으로 Eigenfunction을 계산하는 기법을 도입한 바 있으며, Furnes(1983)는 임의의 수직난류확산계수 연직분포에 대한 Eigensystem을 Iteration method의 일종인 Runge-Kutta-Merson Method를 사용하여 계산하였다. Galerkin 함수 이용모형의 經濟性 提高를 위한 모우드分離기법에 대한 연구로는 Gordon(1982)이 海底面滑動條件(Bottom slip condition)에 Legendre function을 Basis function으로 사용하는 경우에 자연적으로 External mode와 Internal mode가 분리될 수 있음을 보였으며, Davies(1982, 1985)는 임의의 Basis function에도 모우드분리가 가능함을 보였다.

本 研究은 Heaps(1972)가 사용한 수치모델 기법에 External mode와 Internal mode를 구분하는 모우드 분리기법을 추가하였다. 海水面變異와 水深平均流速을 계산하는 External mode와 유속의鉛直分布만을 계산하는 Internal mode를 분리하여 계산하는 경우, Internal mode는 CFL 조건에 따른 計算時間의 제한을 받지 않기 때문에 계산시간 간격을 크게 잡을 수 있어(즉, Time splitting method의 채택이 가능하여) 경제적인 면에서 유리할 뿐만 아니라 Internal mode에서는 해수면변이에 관계없이 유속의 연직분포만을 별도로 고찰할 수 있는 잇점이 있다. Sturm-Liouville 解 決定時 Homogeneous Neumann boundary condition을 사용하는 경우 자연적으로 모우드 분리가 일어나나(Davies, 1980; 崔, 1984), Nonhomogeneous Neumann boundary condition을 사용하는 경우에는 애초부터 基本式을 모우드분리 형태로 바

꾸지 않는 한 자연적인 모우드분리가 되지 않는다. 그리고 본 연구에서 난류확산계수를鉛直으로 일정하다고 가정하여 Eigenfunction을 이론적으로 구하였으나, Davies(1983), Furnes(1983)의 기법을 이용할 경우 任意的인 연직변화 고려가 가능하다.

樹立된 수치모형을 檢證하는 데 있어서 가장 좋은 방법은 수치모형에서 사용한 假定과 동일한 조건이 가해진 상황에서 발생하는 現象을 실제로 觀測하여 모델계산 결과와 비교하는 것이다. 그러나, 실제 海洋에서 바람應力, 해수면유속, 해저면마찰 등을 정밀하게 관측한다는 것은 매우 어려운 일이며, 앞으로도 많은 연구가 이루어져야 할 분야이기 때문에 관측을 통한 수치모형의 검증은 현재로서는 사실상 불가능하다고 할 수 있다. 따라서, 이상적인 상황에 대한 解析解 및 既存의 수치모형연구 결과와 비교, 검토하는 것으로 모델검증 과정을 대신하였다.

本 論文의 第 2節에서는 모우드분리 기법, Galerkin 기법을 이용, 基本方程式을 전개하여 External mode, Internal mode 방정식을 誘導하는 과정을 소개하였으며, 第 3節에서는 모우드분리된 방정식들에 數值計算 기법을 적용하는 과정을 記述하였다. 第 4節에서는 樹立된 수치모형을 1次元水路에 적용하여 Cooper and Pearce(1977)의 해석해와 비교하는 과정을 기술하였고 第 5節에서는 2차원 長方形 水槽에 대한 Heaps(1972)의 계산결과와 본 수치모형의 계산결과를 비교, 검토하였다.

2. 수치모형 樹立

2.1 基本方程式

水平方向 擴散項 및 非線形 移流項을 무시하고 靜水壓條件 및 等海水密度를 가정한(Homogeneous condition) 3次元 連續方程式과 運動方程式은 아래와 같이 표현된다(Heaps, 1972).

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u \, dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h v \, dz = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \gamma v = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \gamma u = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial G}{\partial z}, \quad (3)$$

여기서,

- x, y : 平面上의 東向, 北向 直交座標系,
- z : 平均海面下의 垂直座標,
- t : 時間,
- ζ : 平均海面상의 海水位,
- u, v : 水深 z에서의 x, y 方向 流速成分,
- ρ : 海水密度,
- γ : Coriolis 係數,
- g : 重力加速度

이며, F, G는 x, y方向 内部摩擦應力으로서 아래와 같이 표현된다.

$$F = -\rho N \frac{\partial u}{\partial z}, \quad G = -\rho N \frac{\partial v}{\partial z}. \quad (4)$$

윗 式에서 N은 垂直亂流擴散係數(Coefficient of vertical eddy viscosity)이다. 式 (4)를 사용하면 식 (2), (3)은

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \gamma v = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left[N \frac{\partial u}{\partial z} \right], \quad (5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \gamma u = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left[N \frac{\partial v}{\partial z} \right] \quad (6)$$

으로 표현된다.

식 (1), (5), (6)을 풀기 위해서는 海面과 海底面에서 境界條件이 부과되어야 한다. 해수면 z=0에서의 경계조건은

$$F = F_s, \quad G = G_s \quad (7)$$

로 주어지며, 여기서, F_s, G_s는 해수면상 바람應力の x, y방향 성분을 나타낸다. 식 (4)에 의하면 식 (7)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_s = -\rho \left[N \frac{\partial u}{\partial z} \right]_0, \quad G_s = -\rho \left[N \frac{\partial v}{\partial z} \right]_0 \quad (8)$$

위에서 添字 0는 해수면 z=0에서의 값을 의미한다. 마찬가지로 해저면 z=h에서의 경계조건은

$$F = F_b, \quad G = G_b \quad (9)$$

로 주어지며, F_b, G_b는 해저면 摩擦應力の x, y 방향 성분을 나타낸다. 식 (4)에 의해 다시 쓰면,

$$F_b = -\rho \left[N \frac{\partial u}{\partial z} \right]_h, \quad G_b = -\rho \left[N \frac{\partial v}{\partial z} \right]_h \quad (10)$$

가 된다. 위에서 添字 h는 해저면 z=h에서의 값을 의미한다.

해저면 마찰應력이 해저면 유속에 線形的으로 비례한다고 가정하는 경우

$$F_b = k \rho u_h, \quad G_b = k \rho v_h \quad (11)$$

로 표현할 수 있으며, 위에서 k는 常數 또는 x, y의 函數인 해저면 마찰계수이고, u_h, v_h는 x, y 방향성분의 해저면 유속이다. 해저면 마찰應력이 해저면 유속과 非線形 關係를 가지는 경우는 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$F_b = K \rho u_h (u_h^2 + v_h^2)^{1/2}, \quad G_b = K \rho v_h (u_h^2 + v_h^2)^{1/2} \quad (12)$$

마찬가지로 위에서 K는 해저면 마찰계수를 나타낸다. 또한, 경우에 따라서는 아래와 같은 非滑動 조건(No-slip condition)이 사용되기도 한다.

$$u_h = v_h = 0 \quad (13)$$

2.2 모우드分離 技法

空間 및 時間 座標系上的 유속 u(x, y, z, t) 및 v(x, y, z, t)는 해수면 변이에 영향을 미치는 수심평균 유속 $\bar{u}(x, y, t)$, $\bar{v}(x, y, t)$ 와 흐름의 연직분포만을 표현하는 유속성분 u'(x, y, z, t), v'(x, y, z, t)로 나눌 수 있으며, 이를 각각 External mode, Internal mode라고 부른다. 즉,

$$u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v', \quad (14)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \int_0^h u \, dz, \quad \bar{v} = \frac{1}{h} \int_0^h v \, dz \quad (15)$$

이다. 이상과 같이 External mode와 Internal mode를 분리하여 계산을 수행하는 경우 External mode는 CFL(Courant-Friedrichs-Lewy) 安定性條件에 의해 계산시간 간격상 제한이 따르는 데 비해 Internal mode는 이러한 제한이 없기 때문에 계산시간 간격을 훨씬 크게 택할 수 있으며, 이는 經濟性이 중요시되는 3차원 모델에서 큰 장점이라고 할 수 있다. 또한, Internal mode를 별도로 계산하기 때문에 水深平均된 유속을 제외한 流速의 연직분포만을 별도로 고찰할 수 있다. Heaps(1972)가 사용한 數值計算式에서는

해저 마찰응력을 선형 관계식으로 제한하여 계산식의單純化와 수치모델의 경제성 提高를 도모한 데 비하여 모우드분리 기법을 사용하는 경우에는 이러한 제한이 없어도(즉, 非線形 海底摩擦應力式 사용시에도) 경제성이 보장되는 잇점이 있다. 해수면 및 해저면에서 Homogeneous Neumann boundary condition을 채택하는 경우 자연적으로 모우드분리가 일어나나 本論文에서 記述되는 방법의 경우 유도되는 Eigenfunction을 일반화된 경계조건으로 사용할지라도 모우드분리가 된다.

連續方程式 (1)에 식 (14)를 대입하면 다음과 같이 수심평균 연속방정식이 된다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{h}\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{h}\bar{v}) = 0 \quad (16)$$

식 (2), (3)을 水深에 대해 積分하고 h로 나누면 아래와 같은 식이 된다.

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \gamma \bar{v} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{F_b}{\rho h} + \frac{F_s}{\rho h}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \gamma \bar{u} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{G_b}{\rho h} + \frac{G_s}{\rho h}. \quad (18)$$

식 (5)에서 식 (17)을, 식 (6)에서 식 (18)을 각각 除하면,

$$\frac{\partial u'}{\partial t} - \gamma v' = \frac{\partial}{\partial z} \left[N \frac{\partial u}{\partial z} \right] + \frac{F_b}{\rho h} - \frac{F_s}{\rho h}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + \gamma u' = \frac{\partial}{\partial z} \left[N \frac{\partial v}{\partial z} \right] + \frac{G_b}{\rho h} - \frac{G_s}{\rho h} \quad (20)$$

와 같이 된다. 이상과 같이 기본방정식 식 (1), (5), (6)은 External mode인 식 (16)~(18)과 Internal mode인 식 (19), (20)으로 나누어진다.

2.3 Internal mode의 計算

Internal mode 식 (19), (20)을 풀기 위해서 두 식에 $0 \leq z \leq h$ 에서 2次微分 可能な 函數 $f_k(z)$ 를 곱한 다음 수심에 대해 積分한다. 먼저, 식 (19)에 대해 적용해 보면,

$$\int_0^h \frac{\partial u'}{\partial t} f_k dz - \int_0^h \gamma v' f_k dz = \int_0^h \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial u}{\partial z} \right) f_k dz + \int_0^h \frac{F_b - F_s}{\rho h} f_k dz \quad (21)$$

과 같다. 2次微分이 포함된 項에서 部分積分을 취하고 정리하면 아래와 같은 식이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h u' f_k dz - \gamma \int_0^h v' f_k dz &= f_k(h) \left(N \frac{\partial u}{\partial z} \right)_h \\ &- f_k(0) \left(N \frac{\partial u}{\partial z} \right)_0 - u_h \left(N \frac{d f_k}{d z} \right)_h + u_0 \left(N \frac{d f_k}{d z} \right)_0 + \\ &\int_0^h u \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{d f_k}{d z} \right) dz + \frac{F_b - F_s}{\rho h} \int_0^h f_k dz. \end{aligned} \quad (22)$$

위에서 Weight function으로 사용한 函數 f_k 는 Eigenfunction으로서 다음과 같은 Sturm-Liouville system을 만족시킨다고 假定한다.

$$\frac{d}{dz} \left[N \frac{d f_k}{dz} \right] = -\lambda_k f_k, \quad (23)$$

$$f_k(0) = 1, \quad (24)$$

$$N f'_k(0) + \beta_1 f_k(0) = 0, \quad (25)$$

$$N f'_k(h) + \beta_2 f_k(h) = 0. \quad (26)$$

여기서, f'_k 는 f_k 의 1次微分, λ_k 는 k번째 Eigenvalue, β_1, β_2 는 特定係數들이다.

식 (22)에 식 (8), (10), (23), (24)~(26) 등을 대입하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h u' f_k dz - \gamma \int_0^h v' f_k dz &= -\frac{F_b}{\rho} f_k(h) + \frac{F_s}{\rho} \\ &+ \beta_2 u_h f_k(h) - \beta_2 u_0 - \lambda_k \bar{u} \int_0^h f_k dz + \\ &\frac{F_b - F_s}{\rho h} \int_0^h f_k dz - \lambda_k \int_0^h u' f_k dz. \end{aligned} \quad (27)$$

Internal mode 유속 u', v' 는 다음과 같이 垂直座標 z의 函數인 Basis function $f_k(z)$ 와 水平座標 및 시간의 함수인 係數 $A_r(x, y, t), B_r(x, y, t)$ 를 사용하여 Linear combination으로 표현한다.

$$u'(x, y, z, t) = \sum_{r=1}^M A_r(x, y, t) \cdot f_r(z) \quad (28)$$

$$v'(x, y, z, t) = \sum_{r=1}^M B_r(x, y, t) \cdot f_r(z) \quad (29)$$

여기서, M은 모우드 數이다. 식 (27)에 식 (28)을 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \sum_{r=1}^M A_r \int_0^h f_r f_k dz - \gamma \sum_{r=1}^M B_r \int_0^h f_r f_k dz = \\ - \frac{F_b}{\rho} f_k(h) + \frac{F_s}{\rho} + \beta_2 u_h \cdot f_k(h) - \beta_1 u_0 \\ - \lambda_k \bar{u} \int_0^h f_k dz + \frac{F_b - F_s}{\rho h} \int_0^h f_k dz \\ - \lambda_k \sum_{r=1}^M A_r \int_0^h f_r f_k dz. \end{aligned} \quad (30)$$

Basis function f_r 는 식 (23)~(26)의 Sturm-Liouville system을 만족하는 Eigenfunction이기 때문에 다음과 같은 Orthogonality 특성을 갖는다(Hildebrand, 1965).

$$\int_0^h f_r f_k dz = 0, \text{ if } r \neq k \quad (31)$$

식 (31)을 식 (30)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_k}{\partial t} \int_0^h f_k^2 dz - \gamma B_k \int_0^h f_k^2 dz = - \frac{F_b}{\rho} f_k(h) \\ + \frac{F_s}{\rho} + \beta_2 u_h f_k(h) - \beta_1 u_0 - \lambda_k \bar{u} \int_0^h f_k dz \\ + \frac{F_b - F_s}{\rho h} \int_0^h f_k dz - \lambda_k A_k \int_0^h f_k^2 dz. \end{aligned} \quad (32)$$

計算의 便宜를 위하여

$$\frac{1}{h} \int_0^h f_k dz = a_k, \quad (33)$$

$$\int_0^h f_k^2 dz = 1/\phi_k \quad (34)$$

라고 하면, 식 (32)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_k}{\partial t} - \gamma B_k + \lambda_k A_k = \left[\{ a_k - f_k(h) \} \frac{F_b}{\rho} + \{ 1.0 - a_k \} \frac{F_s}{\rho} \right. \\ \left. + \beta_2 u_h f_k(h) - \beta_1 u_0 - \lambda_k a_k \bar{u} h \right] \phi_k \end{aligned} \quad (35)$$

마찬가지의 과정을 거쳐 y 방향에 대한 式을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_k}{\partial t} + \gamma A_k + \lambda_k B_k = \left[\{ a_k - f_k(h) \} \frac{G_b}{\rho} + \{ 1.0 - a_k \} \frac{G_s}{\rho} \right. \\ \left. + \beta_2 v_h f_k(h) - \beta_1 v_0 - \lambda_k a_k \bar{v} h \right] \phi_k \end{aligned} \quad (36)$$

2.4 Eigenfunction의 誘導

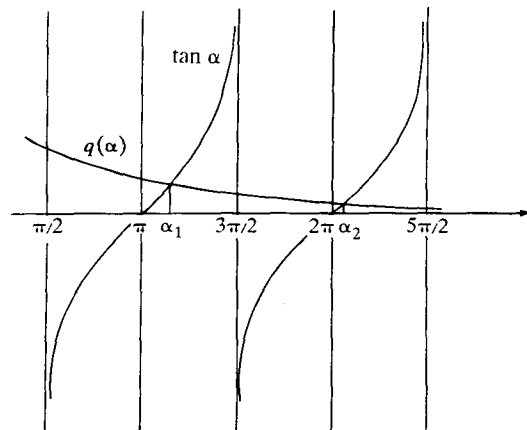
垂直亂流擴散係數 N이 水深을 통해 일정하다고 가정하고 基本式 (23)과 境界條件 (24)~(25)를 풀어 Sturm-Liouville system의 解를 구하면

$$f_k(z) = \cos p_k z - \frac{\beta_1}{N p_k} \sin p_k z \quad (37)$$

가 된다. 여기서, $p_k = \sqrt{\lambda_k/N}$ 이다. 식 (37)을 식 (26)에 대입하여 정리하고 $p_k h = \alpha_k$ 라고 하면,

$$\tan \alpha_k = \frac{\beta_2 - \beta_1}{\frac{N \alpha_k}{h} + \beta_1 \beta_2 / \left(\frac{N \alpha_k}{h} \right)} \quad (38)$$

가 된다. 일반적으로 $\beta_2 > \beta_1$ 라고 할 수 있고 식 (38)을 Iteration method로 풀면, α_k 의 값은 쉽게 구할 수 있다. Internal mode 函數로서 $[0, h]$ 區間에서 최소한 1개 이상의 Zero-crossing을 가져야 하는 조건 ($a_k \approx 0$)을 추가하면, Fig. 1과 같은 解를 갖는다. 식



$$q(\alpha) = \frac{\beta_2 - \beta_1}{\frac{N \alpha}{h} + \frac{\beta_1 \beta_2}{N \alpha / h}}$$

Fig. 1. Graphs of $\tan \alpha$ and $g(\alpha)$ showing roots of $\tan \alpha = g(\alpha)$.

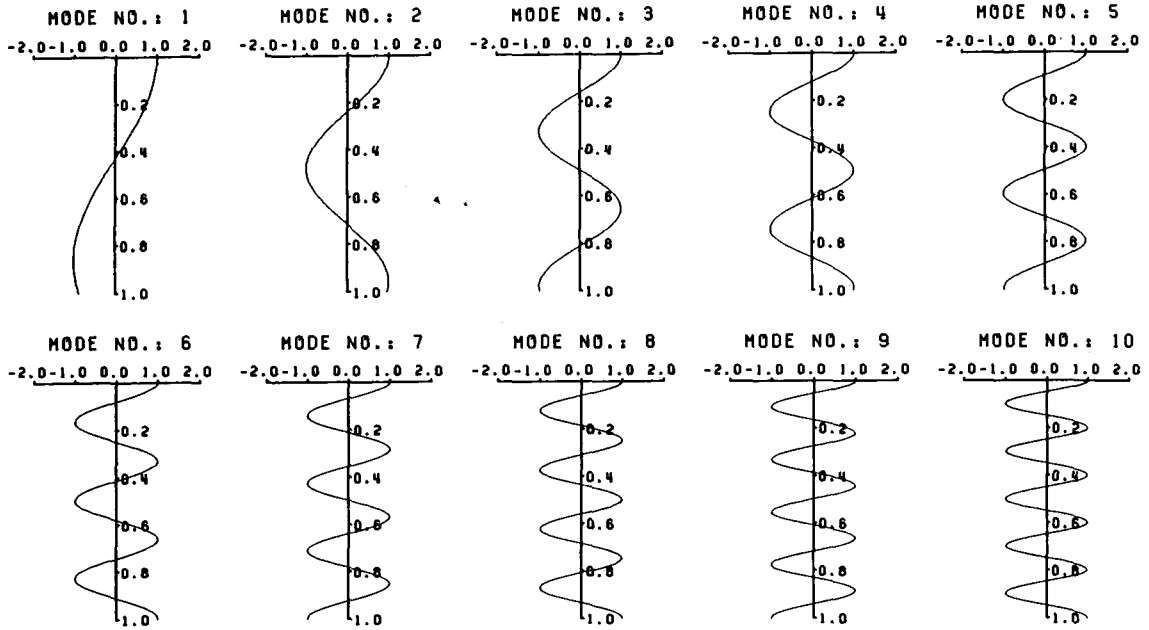


Fig. 2. Typical plots of the prescribed basis functions.

(38)에서 N 은 $0.065 \text{ m}^2/\text{s}$, $h=65.0 \text{ m}$, $\beta_1=0.0$, $\beta_2=0.002$ 로 두고 구한 Eigenfunction의 형태는 Fig. 2와 같다. 위에서 구한 해를 이용하면 α_k, ϕ_k 를 다음 식으로 계산할 수 있다.

$$\alpha_k = \frac{\sin \alpha_k}{\alpha_k} + \frac{h \beta_1}{N \alpha_k^2} \cos \alpha_k - \frac{h \beta_1}{N \alpha_k^2}, \quad (39)$$

$$\frac{1}{\phi_k} = \frac{h}{2} \left[1 + \frac{\sin \alpha_k}{\alpha_k} \cos \alpha_k \right] + \frac{h^3 \beta_1^2}{2N^2 \alpha_k^4} \left[1 - \frac{\sin \alpha_k}{\alpha_k} \cos \alpha_k \right] + \frac{h^2 \beta_1}{2N \alpha_k^2} (2 \cos^2 \alpha_k - 1) - \frac{h^2 \beta_1}{2N \alpha_k}. \quad (40)$$

α_k 의 값은 Fig. 1에서 보는 바와 같이 滑動條件(Slip condition)일 경우

$$(k-1)\pi < \alpha_k < (k-0.5)\pi \quad (41)$$

에 존재한다. α_k 의 값은 海面 바람應力係數 및 海底面 摩擦應力係數에 따라 그 값이 변한다. $\beta_1, \beta_2 \rightarrow 0$ 인 경우, 즉 海저면에서 활동조건이 사용되고 이에 따라 모우드 결정에 Homogeneous Neumann condition이 주어지는 경우 $\tan \alpha_k \rightarrow 0$ 이므로

$$\alpha_k \rightarrow (k-1)\pi \text{ as } \beta_1 \rightarrow 0, \beta_2 \rightarrow 0 \quad (42)$$

가 된다. 또한, $\beta_2 \rightarrow \infty$ 인 경우, 즉 海저면에서 非滑動條件(No-slip condition)이 주어지는 경우는 $\tan \alpha_k \rightarrow \infty$ 이므로

$$\alpha_k \rightarrow (k-0.5)\pi \text{ as } \beta_2 \rightarrow \infty, \beta_1 \rightarrow 0 \quad (43)$$

가 된다.

2.5 垂直流速成分

連續方程式은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (44)$$

여기서, 각 項에 水深 z 로부터 海저면까지의 積分을 취한 다음, 海저면 境界조건을 부과하여 풀면

$$w = \frac{\partial}{\partial x} \int_z^h u \, dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_z^h v \, dz \quad (45)$$

가 되고, 여기서 식 (14)에 따라 수심평균 유속과 수심변이 유속으로 분리하여 적용하면,

$$w = \frac{\partial}{\partial x} \int_z^h (\bar{u} + u') \, dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_z^h (\bar{v} + v') \, dz$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \{ \bar{u}(h-z) \} + \frac{\partial}{\partial y} \{ \bar{v}(h-z) \} + \frac{\partial}{\partial x} \int_z^h u' dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_z^h v' dz \quad (46)$$

가 된다. 위 식에 식 (28), (29)과 식 (37)을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$w = \frac{\partial}{\partial x} \{ \bar{u}(h-z) \} + \frac{\partial}{\partial y} \{ \bar{v}(h-z) \} + \frac{\partial}{\partial x} \int_z^h \sum_{r=1}^M A_r f_r(z) dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_z^h \sum_{r=1}^M B_r f_r(z) dz = \frac{\partial}{\partial x} \{ \bar{u}h(1-\xi) \} + \frac{\partial}{\partial y} \{ \bar{v}h(1-\xi) \} + \sum_{r=1}^M \left[\int_z^h f_r(z) dz \cdot \left\{ \frac{\partial A_r}{\partial x} + \frac{\partial B_r}{\partial y} \right\} \right] \quad (47)$$

여기서, $\xi = z/h$ 이다. 위 식에서

$$\int_z^h f_r(z) dz = \int_z^h \left[\cos p_k z - \frac{\beta_1}{N p_k} \sin p_k z \right] dz = \frac{h}{\alpha_k^2} \left\{ (\sin \alpha_k - \sin \alpha_k \xi) + \frac{h\beta_1}{N \alpha_k} (\cos \alpha_k - \cos \alpha_k \xi) \right\} \quad (48)$$

로 표현된다.

3. 數值計算式

3.1 External mode

數值計算은 External mode와 Internal mode로 分離하여 수행한다. 식 (17)~(19)로 표현되는 External mode의 水深平均 2次元 連續, 運動方程式은 陽解 有限差分法(Explicit finite difference method), 陰解 有限差分法(Implicit finite difference method), 有限要素法(Finite element method) 등을 이용하여 쉽게 구할 수 있다. 本 研究에서는 계산의 便宜를 위하여 양해 유한차분법을 사용하였으며, 格子體系는 Staggered grid system인 Arakawa-C grid를 사용하였다 (Fig. 3 參照). External mode의 수치계산식은 다음과 같다.

$$\zeta_i(t + \Delta t) = \zeta_i(t) - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ h_{ie} \bar{u}_i(t) - h_{iw} \bar{u}_{i-1}(t) \right\} - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left\{ h_{in} \bar{v}_{i-n}(t) - h_{is} \bar{v}_i(t) \right\}, \quad (49)$$

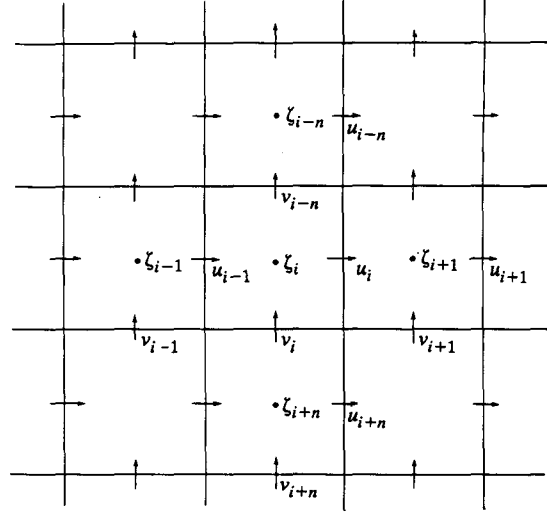


Fig. 3. The staggered Arakawa C-grid showing the computing points of ζ , u , v .

$$\begin{aligned} \bar{u}_i(t + \Delta t) &= \bar{u}_i(t) + \gamma \Delta t \hat{v}_i(t) \\ &- g \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ \zeta_{i+1}(t + \Delta t) - \zeta_i(t + \Delta t) \right\} \\ &- \frac{\Delta t}{\rho h_{ie}} F_{bi} + \frac{\Delta t}{\rho h_{ie}} F_{si} \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \bar{v}_i(t + \Delta t) &= \bar{v}_i(t) - \gamma \Delta t \hat{u}_i(t + \Delta t) \\ &- g \frac{\Delta t}{\Delta y} \left\{ \zeta_i(t + \Delta t) - \zeta_{i+n}(t + \Delta t) \right\} \\ &- \frac{\Delta t}{\rho h_{ie}} G_{bi} + \frac{\Delta t}{\rho h_{ie}} G_{si} \end{aligned} \quad (51)$$

여기서,

$$\hat{u}_i(t) = \left\{ \bar{u}_i(t) + \bar{u}_{i-1}(t) + \bar{u}_{i+n}(t) + \bar{u}_{i+n-1}(t) \right\} / 4, \quad (52)$$

$$\hat{v}_i(t) = \left\{ \bar{v}_i(t) + \bar{v}_{i+1}(t) + \bar{v}_{i-n}(t) + \bar{v}_{i-n+1}(t) \right\} / 4, \quad (53)$$

$$*_{ie} = (*_i + *_{i+1}) / 2, \quad (54)$$

$$*_{in} = (*_i + *_{i-n}) / 2, \quad (55)$$

$$*_{iw} = (*_i + *_{i-1}) / 2, \quad (56)$$

$$*_{is} = (*_i + *_{i+n}) / 2, \quad (57)$$

Δt : 計算時間 間隔

Δx : x방향 格子크기(m),

Δy : y방향 格子크기(m),

n : 計算領域 x방향 格子數.

위와 같이 양해 유한차분법을 사용하는 수치계산식에서는 계산의 安定性(Stability)이 계산시간간격, 格子크기, 水深 등을 고려하는 CFL條件(Courant-Friedrichs-Lewy stability condition)에 따른다. 즉,

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x \Delta y}{\{(gH)^{1/2} + U\} (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2}} \quad (58)$$

여기서, H : 계산영역내 最大水深,

U : 계산영역내 最大流速

이다. 初期條件으로는 계산영역내의 모든 格子点에서 $\xi_i = \bar{u}_i = \bar{v}_i = 0$, at $t=0$ 를 假定하였다.

3.2 Internal mode

Internal mode에서는 식 (35), (36)에서 A_k, B_k ($k=1, \dots, M$)의 값을 구한다. 식 (35), (36)에서

$$C_k = \{a_k - f_k(h)\} \frac{F_b}{\rho} + \{1.0 - a_k\} \frac{F_s}{\rho} + \beta_2 N f_k(h) - \beta_1 u_0 - \lambda_k a_k \bar{u}h, \quad (59)$$

$$D_k = \{a_k - f_k(h)\} \frac{G_b}{\rho} + \{1.0 - a_k\} \frac{G_s}{\rho} + \beta_2 N f_k(h) - \beta_1 v_0 - \lambda_k a_k \bar{v}h, \quad (60)$$

라고 하면, 각각

$$\frac{\partial A_k}{\partial t} - \gamma B_k + \lambda_k A_k = C_k \phi_k \quad (61)$$

$$\frac{\partial B_k}{\partial t} + \gamma A_k + \lambda_k B_k = D_k \phi_k \quad (62)$$

와 같이 표현된다. 따라서, 수치계산식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A_{k,i}(t + \Delta t) = A_{k,i}(t) + \Delta t \{ \gamma \hat{B}_{k,i}(t) - \lambda_k A_{k,i}(t) + C_{k,i}(t) \phi_k \}, \quad (63)$$

$$B_{k,i}(t + \Delta t) = B_{k,i}(t) + \Delta t \{ -\gamma \hat{A}_{k,i}(t) - \lambda_k B_{k,i}(t) + D_{k,i}(t) \phi_k \}. \quad (64)$$

여기서,

$$\hat{A}_{k,i}(t) = \{ A_{k,i}(t) + A_{k,i-1}(t) + A_{k,i+n}(t) + A_{k,i+n-1}(t) \} / 4, \quad (65)$$

$$\hat{B}_{k,i}(t) = \{ B_{k,i}(t) + B_{k,i+1}(t) + B_{k,i-n}(t) + B_{k,i-n+1}(t) \} / 4. \quad (66)$$

위의 식에서 Heaps(1972)는 λ_k 값이 아주 커질 경우 Frictional damping term에서 계산의 不安定性(Computational instability)이 나타나는 것을 방지하기 위하여 아래와 같이 時間座標上的 中間差分(Centered difference) 형태를 취하였다. 즉,

$$\lambda_k A_{k,i}(t) \rightarrow \lambda_k \{ A_{k,i}(t + \Delta t) + A_{k,i}(t) \} / 2, \quad (67)$$

$$\lambda_k B_{k,i}(t) \rightarrow \lambda_k \{ B_{k,i}(t + \Delta t) + B_{k,i}(t) \} / 2. \quad (68)$$

Internal mode 計算時的 安定性조건을 구하기 위해 식 (67)을 식 (63)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$A_{k,i}(t + \Delta t) = \frac{1 - \Delta t \lambda_k / 2}{1 + \Delta t \lambda_k / 2} A_{k,i}(t) + \frac{\gamma B_{k,i}(t) + \phi_k C_{k,i}(t)}{1 + \Delta t \lambda_k / 2} \Delta t \quad (69)$$

위의 식에서 $\lambda_k \leq 0$ (for all k)이므로 $1 - \Delta t \lambda_k / 2 \leq 0$ 라고 하면,

$$\Delta t \leq \frac{2}{\lambda_k} = \frac{2h^2}{N \alpha_k^2} \quad (70)$$

이 된다. 따라서, Internal mode에서도 수심이 얇은 경우에는 시간간격상의 제한을 받게 된다.

垂直 座標上的 流速成分은 식 (37), (63), (64)를 이용하여 식 (28), (29)로부터 구한다.

$$u' = (x, y, \xi, t) = \sum_{k=1}^M A_k \left[\cos \alpha_k \xi - \frac{h \beta_1}{N \alpha_k} \sin \alpha_k \xi \right] \quad (71)$$

$$v' = (x, y, \xi, t) = \sum_{k=1}^M B_k \left[\cos \alpha_k \xi - \frac{h \beta_1}{N \alpha_k} \sin \alpha_k \xi \right] \quad (72)$$

여기서, $\xi = z/h$.

계산의 初期條件으로는

$$A_{k,i}(x, y, \xi, 0) = B_{k,i}(x, y, \xi, 0) = 0 \quad (73)$$

을 준다.

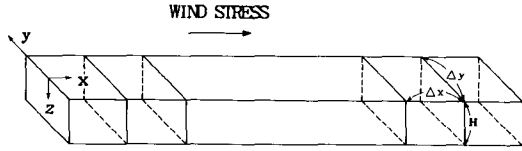


Fig. 4. Definition sketch of one-dimensional channel.

4. 1次元水路에서의 實驗

樹立된 모델의 성능을 검토하기 위하여 모델의 계산결과를 解析解와 비교하였다. 水深積分 2次元 모델의 경우, 轉向力項의 존재로 인해 일반적인 경우에 대한 해석하는 구할 수 없다고 알려져 있다. Cooper and Pearce(1977)는 Cosine function을 Basis function으로 사용한 모델實驗에서 1次元 水路에 대한 모델 결과와 해석해를 비교하여 모델性能을 검토한 바 있다. 本節에서는 理想的인 1차원 수로를 假想하여 수립된 모델을 適用한 다음, 계산결과를 Cooper and Pearce(1977)가 구한 鉛直流速分布 해석해와 비교하였다. 모델실험에서 가정한 1차원 수로는 Fig.4와 같다. 수로의 길이는 150 km이며, 格子間隔은 $\Delta x = \Delta y = 500$ m, 수심은 20 m, 수로의 格子數는 x 방향 300개로 하였다. 바람은 그림과 같이 +x 방향으로 定常均一風(Steady, uniform wind field)이 가해지도록 하였으며, y 방향의 모든 계산을 무시했기 때문에 地球轉向力 效果 또한 무시되었다.

4.1 無限水路의 경우

1차원 수로에 대한 x方向 運動方程式은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left[N \frac{\partial u}{\partial z} \right] \quad (74)$$

이다. 定常狀態(Steady state),

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (75)$$

를 假定하면, 식 (74)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left[N \frac{\partial u}{\partial z} \right] \quad (76)$$

또한, 水路의 길이가 무한히 길다고 가정하면,

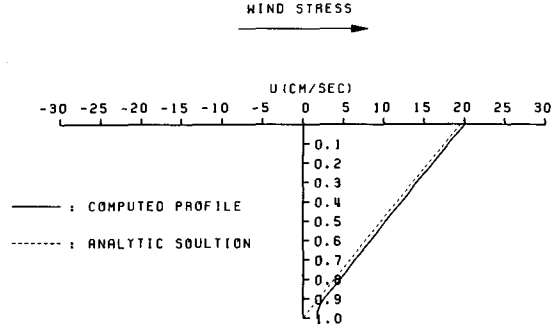


Fig. 5. Comparison of steady velocity profiles for 1-D infinitely long channel with constant N.

$$g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \quad (77)$$

로 둘 수 있으므로 결국 무한수로에 대한 基本方程式은

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[N \frac{\partial u}{\partial z} \right] = 0 \quad (78)$$

이 된다. 이 때, 境界條件은 海水面 $z=0$ 에서

$$F_s = -\rho \left[N \frac{\partial u}{\partial z} \right]_0 \quad (79)$$

로 +x 방향 바람應力을 가하고 海底面 $z=h$ 에서는 다음과 같은 非滑動條件(No-slip condition)을 준다.

$$u(h) = 0 \quad (80)$$

식 (78)~(80)에서 垂直 亂流擴散係數가 常數라고 假定하고 解를 구하면 다음 식과 같다.

$$u(z) = \frac{F_s}{\rho N} (H - z) \quad (81)$$

수심 20.0 m, 바람應力 0.5 N/m^2 , 수직 난류확산계수 $0.05 \text{ m}^2/\text{s}$, 海水密度 1025.0 kg/m^3 을 가정했을 때, 식 (81)을 이용하여 구한 해수면 流速은 약 19.5 cm/s 정도이며, 해저면 유속은 0으로써, 연직유속분포는 수심에 線形的으로 反比例한다.

모델계산에 있어서는 水路兩端의 境界面을 서로 연결하여 무한수로의 特性을 나타내도록 하였으며, 시간간격(Δt)은 30.0초로 하여 定常狀態에 다다른 1000단계 계산 후의 水路 中間地點 연직유속분포를

해석해와 비교하였다. 계산시 Internal mode에서는 10개의 모우드를 사용하였다. 해석해 및 모델계산 연직유속분포는 Fig.5와 같다.

수립된 모델은 모우드분리 기법을 사용한 관계로 해지면 非滑動條件에 대한 연직유속분포는 再現하기가 어렵다. 따라서, 실제 계산에 있어서는 해지면 활동조건에 Quadratic friction law를 사용하고 摩擦係數를 安定性이 손상되지 않는한 아주 크게 하여(K=3.0) 비활동조건에 가깝도록 하였다. 모델에서 계산된 해수면 유속은 약 20.0 cm/s로 解析解보다 0.5 cm/s 정도 크게 계산되었으며, 연직유속분포 전체에서 이 정도의 차이를 갖는다. 다만, 해지면 가까이에서는 해석해의 유속이 0인 반면, 모델 計算値는 약 1.7 cm/s의 값을 갖는데, 이는 해석해의 비활동조건 가정을 모델계산시 활동조건을 사용하여 再現하는 데서 오는 것으로 보인다. 따라서, 수립된 모델을 해지면 비활동조건과 같이 摩擦力이 아주 크게 작용하는 상황에 適用하는 경우에는 해지면 유속이 不正確하게 계산되는 결과가 초래될 수 있으나, 이러한 경우는 실제 海洋에서는 극히 예외적인 경우라고 할 수 있다. 해지면 근처를 제외한 전체적인 연직유속분포는 해석해와 거의 유사하다.

4.2 有限水路의 경우

수로의 길이가 유한하다고 가정하면, 식 (77)은 성립되지 않으므로, 식 (76)으로부터 鉛直 流速分布를 계산한다. 이 때, 식 (76)에 나타나는 海面傾斜는 유한수로의 단면에서 Total flux가 0이라는 다음과 같은 假定을 사용하여 구한다.

$$\int_0^H u \, dz = 0 \quad (82)$$

식 (76), (79), (80), (82)를 풀어서 연직유속분포 및 해면경사를 구하면 다음과 같다.

$$u(z) = \frac{F_s}{4\rho N} (H-z) \left[1 - 3\frac{z}{H} \right], \quad (83)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{3}{2} \frac{F_s}{\rho H g} \quad (84)$$

위의 식에서 垂直 亂流擴散係數를 0.005 m²/s로 주고 기타의 조건을 무한수로의 경우와 동일하게 주었을 때, 해수면 유속은 48.8 cm/s로 계산되었으며, 해수면

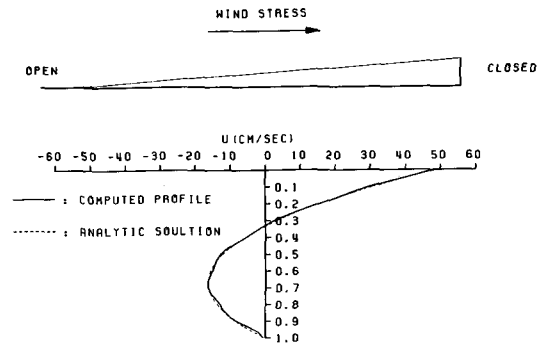


Fig. 6. Comparison of steady velocity profiles for 1-D closed channel with constant N.

경사는 0.37332×10^{-5} 으로 나타났다. 연직유속분포는 해수면에서 바람방향으로 흐르고 水深에 따라 점차 감소하다가 1/3 수심에서 0이 된 다음, 방향이 바뀌어 2/3 수심에서 最大逆流가 되며, 다시 감소하여 해지면 유속은 0이 된다.

모델계산에서는 $-x$ 방향 끝을 開放境界로, $+x$ 방향 끝을 閉鎖境界로 하였으며, 시간간격을 10초로 하여 定常狀態에 다다른 6000단계의 계산 후에 수로 중간지점의 연직유속분포를 해석해와 비교하였다. 해석해 및 모델계산 연직유속분포는 Fig. 6과 같다. 모델계산 결과의 해수면 유속은 약 48.8 cm/s로 해석해와 동일한 값이며, 그림에서 보듯이 전체 연직유속분포에서도 거의 동일하다. 해지면에 가까워지면서 나타나는 연직유속분포의 微弱한 振動形態는 무한수로의 경우에서 언급한 바와 마찬가지로 비활동조건을 무리하게 부과한 데서 나타나는 것으로 보인다. 모델계산 해면경사는 0.37317×10^{-5} 으로 해석해와 近似하다.

이상에서 검토한 바와 같이 1차원 수로에서 實驗한 모델계산 결과는 무한수로, 유한수로인 경우 모두 해석해와 近似한 결과를 보여주었다. 다만, 무한수로 연직유속분포에서 나타나는 약간의 誤差와 무한수로, 유한수로 해지면 근처에서의 不安定은 해석해와의 비교를 위하여 무리하게 비활동조건을 부과한 데서 발생하는 것으로 실제 摩擦應力에 대한 계산에서는 훨씬 작아질 것으로 본다.

5. 長方形 水槽에서의 實驗

5.1 實驗의 條件

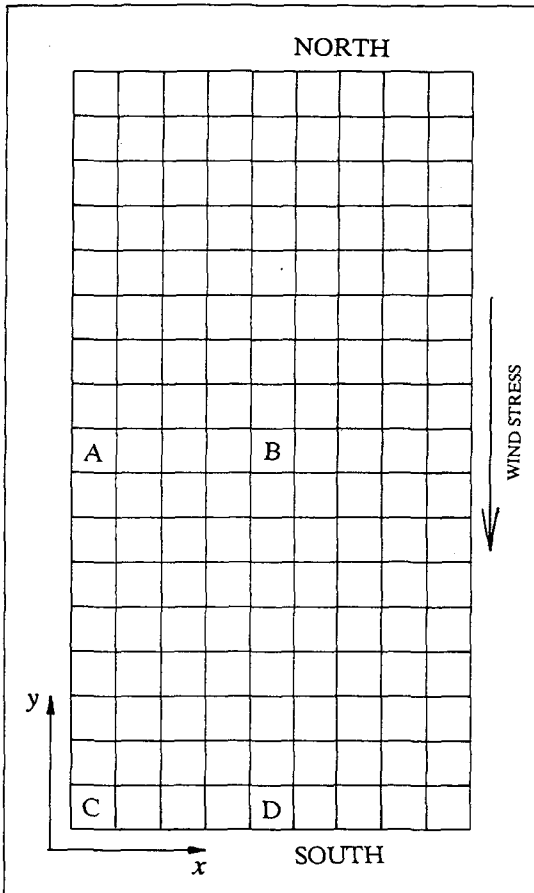


Fig. 7. Closed rectangular sea basin with dimensions representative of the North Sea (Heaps' Basin).

Heaps(1972)는 North Sea 규모의 一定水深 長方形 水槽에 3次元 스펙트랄 모델을 適用하여 吹送流의 循環을 再現한 바 있다. 本節에서는 Heaps(1972)와 計算結果를 比較하기 위하여 먼저 그와 동일한 조건 하에서 數值實驗을 실시하였다. 計算領域 400 km×800 km에 9×17개의 格子網을 構成하였으며, 水深은 65 m, 轉向力常數는 0.44 h⁻¹로 주었다. 바람조건은 北風에 의한 바람應力이 -1.5 N/m²으로 全領域에 일정하게 주었다. 계산에 사용된 격자망은 Fig. 7과 같다. Heaps(1972)는 계산시간 間격을 Δt=180秒, 모우드數 M=10으로 총 300시간(6000 計算단계) 동안 計算을 수행하였으며, 海底摩擦係數 k=0.002 m/s, 垂直 亂流擴散係數 N=0.0130, 0.0325, 0.0650, 0.1300, 0.2600 m²/s에 대한 實驗과, N=0.0650 m²/s, k=0.001, 0.002, 0.004 m/s에 대한 실험에서 수직 난류

확산계수와 해저마찰계수에 따른 海面 變異, 流速의 鉛直分布 등을 比較, 검토하였다.

本 모델에서는 計算시간 間격을 External mode의 경우 Δt=180초, Internal mode의 경우 Δt=1800초로 하여 External mode 10회 計算마다 1회의 Internal mode 計算이 이루어지도록 하였다. Davies(1985)는 External mode와 Internal mode의 計算시간 間격을 Δt_i=nΔt_e에서 n을 4~10으로 준 바 있다.

本 모델의 특징 중의 하나는 β₁, β₂라는 特定係數를 사용, 一般化된 형태의 Sturm-Liouville system 해를 Basis function으로 사용한다는 점으로 해저마찰력의 計算에서 Quadratic friction law의 사용이 가능하다. 반면, 追加項들의 등장으로 Heaps(1972)의 解에 비해 약간 복잡하게 되어 Stress boundary condition이 정확히 만족되지 못한다. β₁=0.0, β₂=0.0으로 주고 Eigenfunction의 解를 구하는 경우는 모든 Internal mode의 水深積分이 정확히 0이 되어(즉, a_k=0) 모우드 分離없이 Homogeneous Neumann 境界條件을 사용하여 얻어지는 解(Davies, 1982)로 돌아가게 된다. 다만 이 경우 해저마찰이 커지면 해저면 가까이 的 連속속분포가 不安定해진다. 本 研究에서는 우선 β₁ 값을 0으로 주고 해저면에서 β₂에 따른 連속속분포 變化를 집중적으로 검토하였다.

5.2 實驗 結果

실험 결과 本 모델은 Heaps(1972)의 計算결과와 거의 一致하였고 係數들의 調整에 따라 多樣한 再現 狀態를 보여 주었다. 뿐만 아니라 本 모델 개발의 주요 목적의 하나인 計算速度의 短縮 側面에서 매우 탁월한 效果를 나타냈다.

Fig. 8은 垂直 亂流擴散係數 N=0.065 N/m², k=0.002 m/s로 주고 計算한 C점(Fig. 7)에서의 Heaps 모델 海面變異와 N 및 k는 마찬가지로 주고 β₂의 값을 β₂=0.0, 0.002, 0.02, 0.2로 준 本 모델의 計算 결과, 그리고 水深積分 2次元 모델의 結果를 함께 도시한 것이다. β₂=0.0으로 준 경우, Heaps 모델의 結果에 가장 類似하고 β₂의 값이 커질수록 수심적분 2차원 모델의 結果에 接近한다. 그림에서 計算初期에 나타나는 振動形態는 Heaps(1972)가 지적한 대로 주어진 바람應力에 반응하는 水槽의 길이 方向 固有振動으로써 그 週期는 약 19.2時間이다. 2次元 모델의 경우는 이와 같은 固有振動의 振幅을 제대로 計算하지

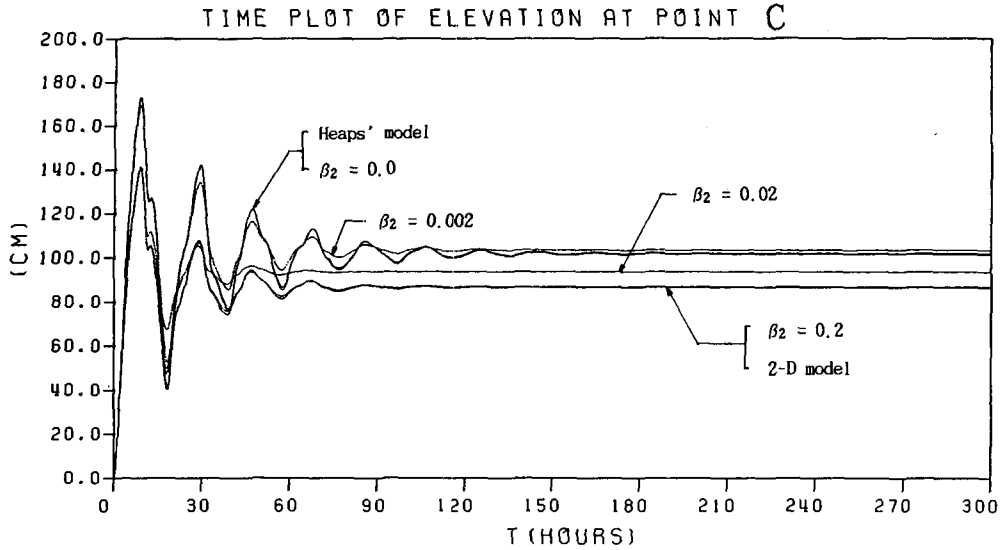


Fig. 8. Time variations of surface elevation at the corner point C computed using a range of β_2 values.

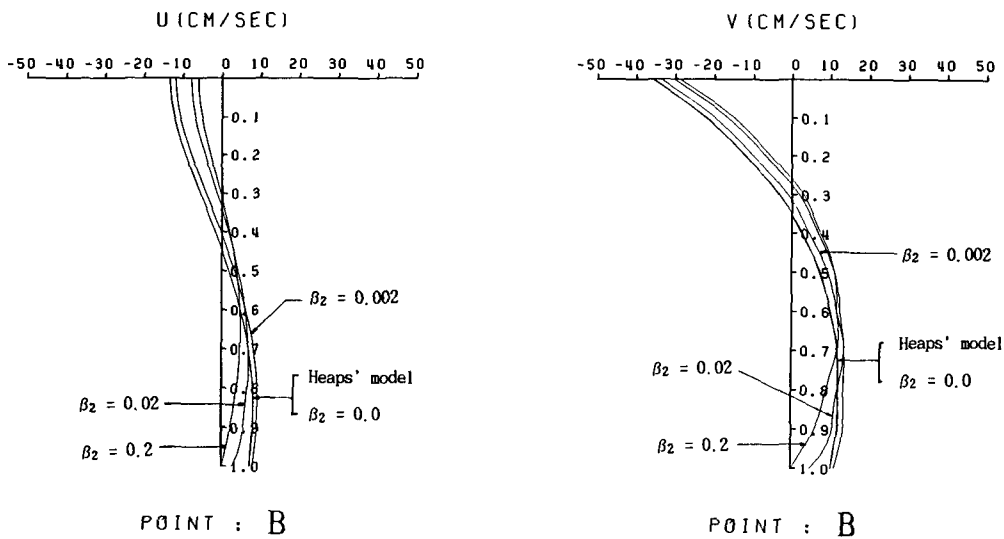


Fig. 9. Velocity profiles at the central point B computed using a range of β_2 values.

못할 뿐더러 定常狀態에 도달한 해수면도 3차원 모델의 결과보다 훨씬 낮게 계산함을 볼 수 있다. Fig. 16의 左側 그림에서 V의 해저면 유속은 10 cm/s가 넘는 반면, 右側 그림에서 수심평균 유속은 1 cm/s 정도로써 해저면 摩擦應力 계산에 수심평균 유속을 사용하는 2차원 모델의 경우는 마찰응력의 값이 아주 작게 계산됨을 알 수 있다. 따라서, 壓力傾斜力과 海底面 마찰응력이 균형을 이루는 長方形 水槽의 경우 C점

에서의 海面은 2차원 모델을 사용한 계산에서 3차원 모델 사용시보다 비교적 낮게 계산되는 것이 불가피하다. Fig. 9은 위의 계산결과에서 수조의 중심부인 B점에서의 수평유속 성분의 鉛直分布를 도시한 것이다. $\beta_2=0.0$ 인 경우 U, V 연직유속분포는 모두 Heaps 모델의 결과에 일치한다. β_2 의 값이 커질수록 해수면 유속, 해저면유속 모두 작아지며, 특히 해저면 유속이 β_2 의 값에 민감하다. $\beta_2=0.2$ 인 경우 해저면 유속은

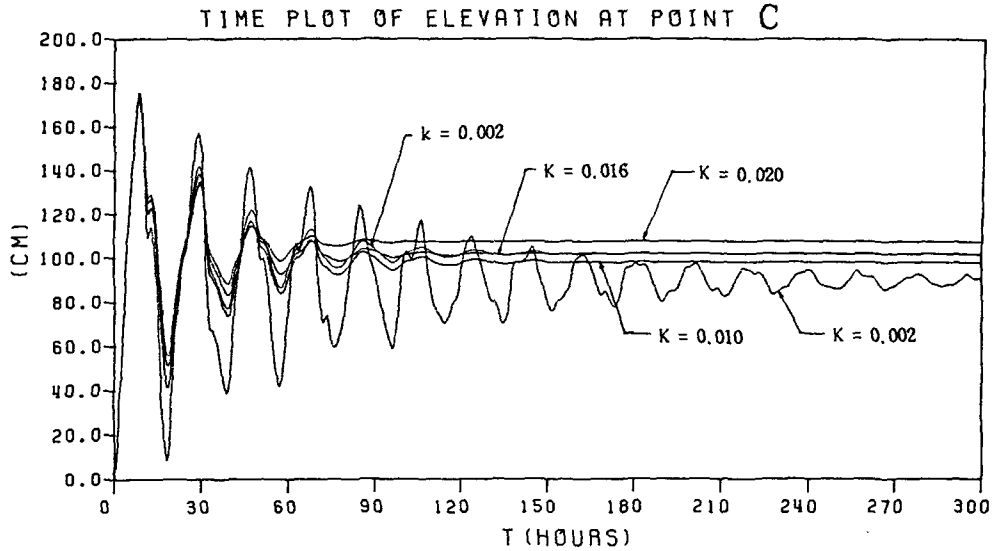


Fig. 10. Time variations of surface elevation at the corner point C computed using $\beta_2=0.0$ and a range of K values.

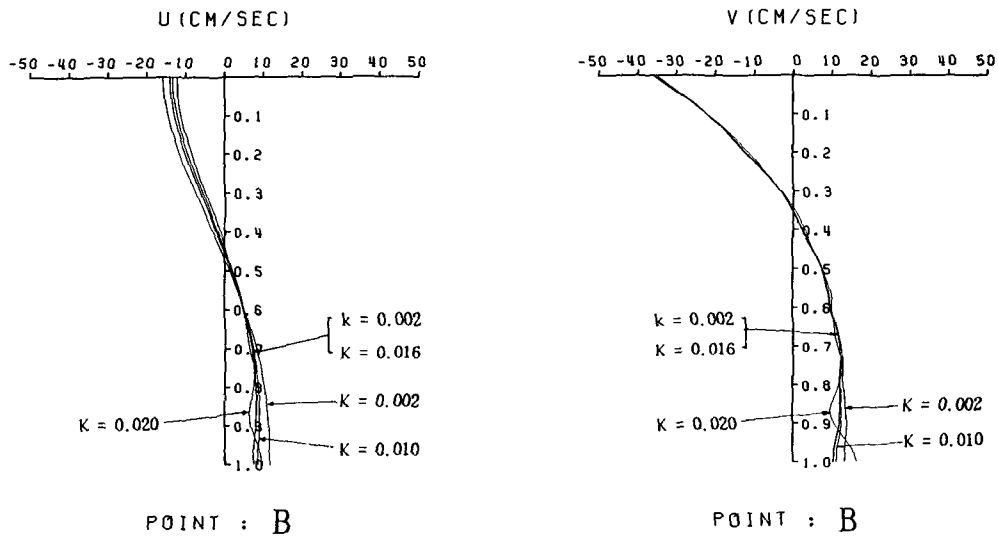


Fig. 11. Velocity profiles at the central point B computed using $\beta_2=0.0$ and a range of K values.

기의 0에 가깝다.

Fig. 10은 $\beta_2=0.0$ 로 두고, Linear friction law를 사용하고 $k=0.002$ 로 준 경우와 Quadratic friction law를 사용하고 $K=0.002, 0.01, 0.016, 0.02$ 등으로 변화시켜 계산한 C점에서의 海水面 變異이다. Heaps (1978)은 k 와 K 의 관계를 다음 식으로 표현한 바 있다.

$$k=4 KU/\pi \quad (85)$$

여기서, k : 線形 關係式에서의 해저면 摩擦係數,
 K : 非線形 關係式에서의 해저면 마찰계수,
 U : 流速의 振幅.

그림에서 K 의 값을 k 와 같게 $K=0.002$ 로 준 경우 Damping이 매우 약하여 振動이 오랜동안 지속되었다. $K=0.02$ 인 경우 Damping의 속도가 지나치게 빨랐고 定常狀態의 해수면도 $k=0.002$ 인 경우보다 높게 계

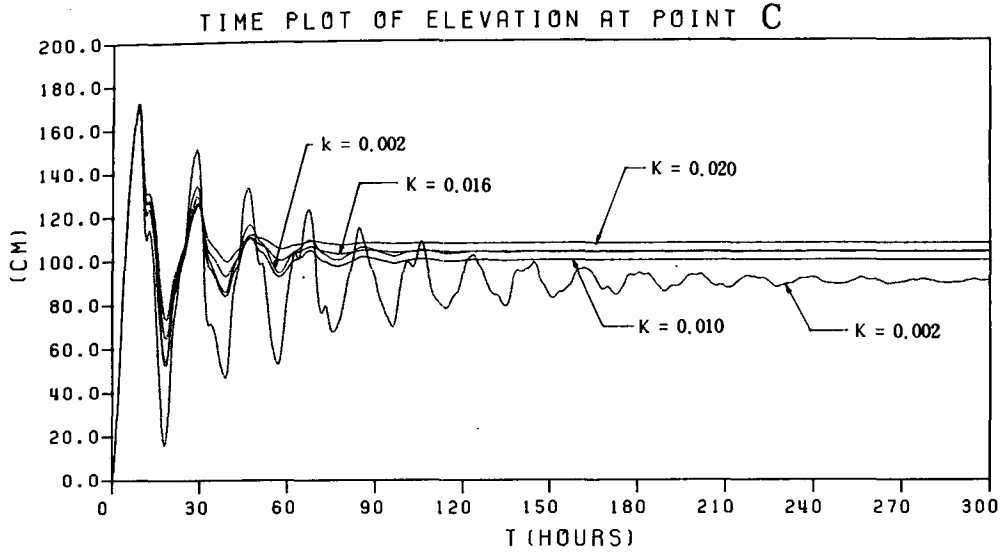


Fig. 12. Time variations of surface elevation at the corner point C computed using $\beta_2=0.002$ and a range of K values.

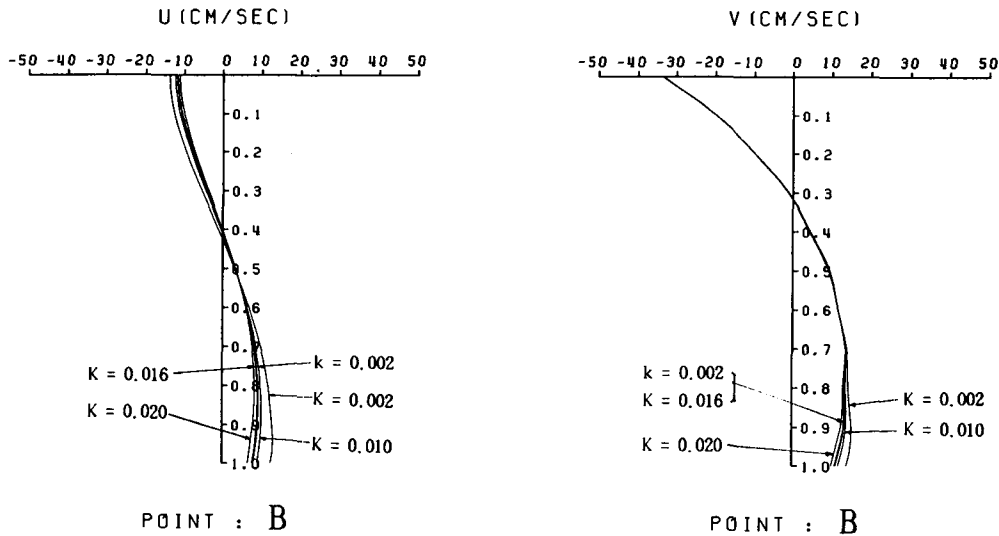


Fig. 13. Velocity profiles at the central point B computed using $\beta_2=0.002$ and a range of K values.

산되었다. $K=0.016$ 으로 준 경우는 $k=0.002$ 인 경우의 해수면 변이와 거의 일치하였는데 Fig. 9에서 해저면 유속을 0.1 m/s 로 보면 $k=0.002$ 인 경우 K 의 값이 0.016 에 가깝게 표현되는 것으로 보아 식 (85)가 적합성이 있다고 보여진다. 다만, Davies(1985)는 U 의 값이 $0.5 \sim 2.0 \text{ m/s}$ 인 경우에 K 의 값은 $0.002 \sim 0.005$ 가 전형적이라고 보았다. Fig. 11은 위에서 계산한 경우의 연직유속분포를 나타낸 것이다. 여기에서도 $k=0.002$

인 경우와 $K=0.016$ 인 경우가 거의 일치한다. K 의 값이 작아지는 경우 해저면 유속의 값은 U, V 모두에서 커지나 표면유속은 바람응력 방향인 V 의 경우 큰 차이가 없고 U 방향은 K 의 값이 작을수록 커진다. $K=0.02$ 인 경우를 보면 해저면 가까이에서 연직 유속분포가 불안정한 형태를 나타낸다.

Fig. 12 및 Fig. 13은 $\beta_2=0.002$ 로 주고 k 및 K 값에 따른 변화를 표현한 것이다. Fig. 12는 Fig. 10과 비

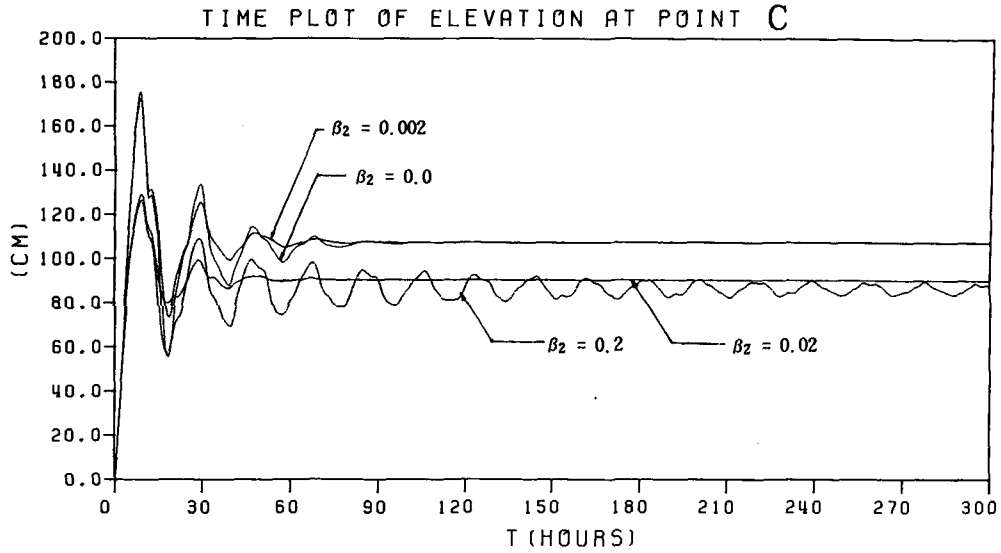


Fig. 14. Time variations of surface elevation at the corner point C computed using $K=0.02$ and a range of β_2 values.

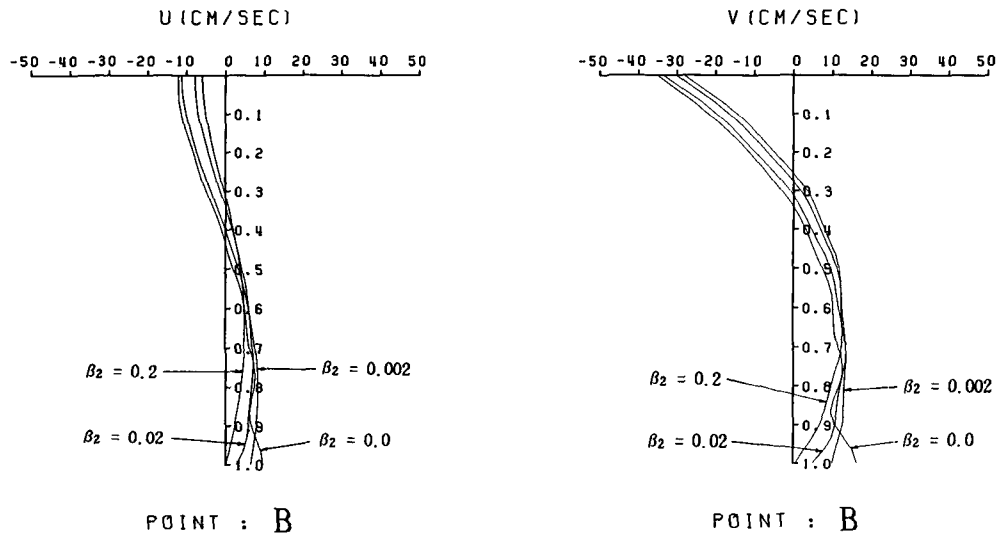


Fig. 15. Velocity profiles at the central point B computed using $K=0.02$ and a range of β_2 values.

슷한 형태를 보이나 Fig.13에서는 Fig.11에서와는 달리 K 의 값이 큰 경우에도 해저면 가까이에서 유속분포의 불안정이 나타나지 않았다. Fig. 14, Fig. 15는 해저면 摩擦應力이 강할 때($K=0.02$), β_2 값에 따른 해수면 변이 및 연직유속분포를 도시한 것이다. 해수면 변이에서는 $\beta_2=0.02$ 인 경우 안정된 상태를 보여주었고, 연직유속분포에서도 β_2 의 값이 클수록 연직유속분포가 안정된 반면 $\beta_2=0.0$ 인 경우는 해저면

가까이에서 불안정한 모습을 보였다. 이상에서 고찰해본 바와 같이 β_2 의 값은 해저면 마찰계수 k 또는 K 의 값에 따라 다르게 주어져야 하며, 이 값들 사이에는 어느 정도 비례 관계가 존재함을 알 수 있다.

Fig.16은 $k=0.002$, $\beta_2=0.002$, $N=0.065$ 인 경우 最終狀態의 U, V 鉛直分布 및 V 의 각 모우드별 연직분포를 도시한 것이다. U, V 연직분포에서 바람응력이 가해지는 방향인 V 는 해수면에서 유속구배가

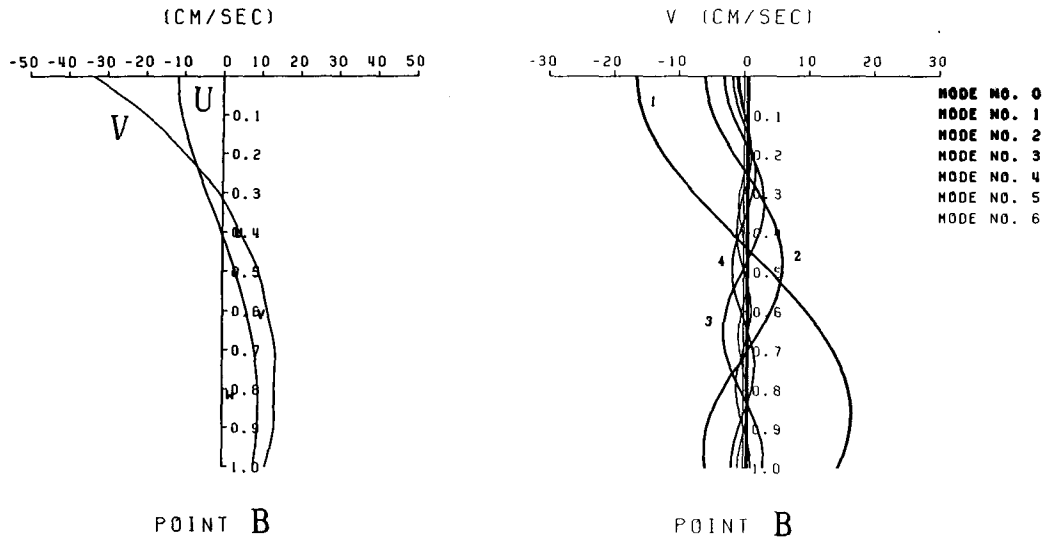


Fig. 16. Typical U, V profiles and contribution to V profiles of the external and the first 6 internal modes.

크게 나타나 전체적으로 非對稱인 반면 바람응력이 가해지지 않는 방향인 U는 좀더 對稱形에 가깝다. V모우드별 연직분포에서 첫번째와 두번째 모우드 크기만 5 cm/s 이상이고 나머지 모우드의 크기는 모두 수 cm/s 이내로써 3~4개의 모우드가 전체적인 연직 유속분포를 거의 결정함을 보여준다.

6. 結論 및 討議

Heaps(1972)의 3次元 Galerkin 函數 이용 모델에 External mode와 Internal mode를 分離하여 계산하는 모우드分離 技法을 適用하여 모우드 분리형 3차원 Galerkin 함수이용 모델을 개발하였다. 모델의 檢證을 위해 1次元 水路에서 Cooper and Pearce(1977)의 解析解와 모델계산 결과를 비교하였다. 비교 결과 대체로 두 鉛直流速分布가 一致하였으나, 無限水路의 경우 연직유속분포에서 약간의 차이가 나타났고 무한수로, 有限水路 모두 海底面 가까이에서 연직유속 분포의 不安定이 나타났다. 이는 해석해에서 假定한 해저면 非滑動條件이 모우드분리기법이 적용된 경우에는 再現이 어려움에도 무리하게 활동조건을 통해 계산한 결과로 보여지며, 실제 적용시에는 무리가 없을 것으로 본다.

이어서, Heaps(1972)가 사용한 一定水深長方形 Basin(Heaps' basin)에 모델을 적용하여 그 결과를 비교,

검토하였다. 개발된 모델은 Heaps 모델에서 制約이 되었던 Quadratic friction law의 적용이 가능해졌을 뿐만 아니라 계산속도가 현저히 增大되어 실제 현장에 적용되었을 경우 그 經濟性이 매우 뛰어난 것으로 보인다.

本 모델을 실제 海洋에 적용키 위해서는 관측을 통한 바람應力과 海面流速, 海底面 摩擦과 海底面流速의 관계에 대한 좀더 많은 연구가 이루어져야 한다. 또한, 모델의 適用性을 향상시키기 위해서는 垂直 亂流擴散係數의 다양한 연직분포를 계산에 반영하는 문제, 成層된 海洋에서 密度의 연직분포의 고려, 非線形項을 포함하는 문제 등 많은 문제가 해결되어야 하며 이를 위해서 이 분야에 대한 지속적인 연구가 필요하다.

參考文獻

崔秉昊, 1984. 三次元數值모델을 이용한 東支那海의 定常均一風의 應力에 依한 海流의 算定. 韓國海洋學會誌, 第19卷 第1號, pp. 36-43.
 Choi, B.H., 1980. A tidal model of the Yellow Sea and the Eastern China Sea, KORDI Rep. 80-02, Korea Ocean Research and Development Institute.
 Cooper, C. and B. Pearce., 1977. A Three-dimensional numerical model to calculate currents in coastal waters utilizing a depth varying vertical eddy viscosity. J. of Physical Oceanography, V12, pp. 1071-1091.
 Davies, A.M., 1977. The numerical solution of the three-

- dimensional hydrodynamic equations using a B-spline representation of the vertical current profile. Bottom turbulence, Proc. of the 8th Liege Colloquium on Ocean Hydrodynamics, ed. by J.C.J. Nihoul, pp. 27-48, Elsevier Oceanographic Series 19.
- Davies, A.M. and Owen, A., 1979. Three dimensional numerical sea model using the Galerkin method with a polynomial basis set, Appl. Math. Modelling, 1979, V3, December, pp. 421-428.
- Davies, A.M., 1980. Application of numerical models to the computation of the wind-induced circulation of the North Sea during JONSDAP" 76, "Meteor" Forsch-Ergebnisse, Reihe A, No. 22, Seite 53-68.
- Davies, A.M., 1982. Formulating a three dimensional hydrodynamic sea model using a mixed Galerkin-Finite difference method, Finite elements in water resources, ed. by K.P. Holz *et al.*, Springer-Verlag, Berlin, pp.527-541.
- Davies, A.M., 1983. Formulation of a linear three-dimensional hydrodynamic sea model using a Galerkin-eigenfunction method, Int. J. Numer. Meth. Fluids, V3, pp. 33-60.
- Davies, A.M., 1985. A three dimensional modal model of wind induced flow in a sea region, Prog. Oceanog., V15, pp. 71-128.
- Furnes, G.K., 1983. A three-dimensional numerical sea model with eddy viscosity varying piecewise linearly in the vertical, Cont. Shelf Res., V2, pp. 231-241.
- Gordon, R.B., 1982. Wind-driven circulation in Narragansett Bay, *Ph.D Dissertation*, University of Rhode Island, Kingston.
- Heaps, N.S., 1972. On the numerical solution of the three-dimensional hydrodynamical equations for tides and storm surges, Memoires Societe Royale des Sciences de Liege, 6serie, tome II, pp. 143-180.
- Heaps, N.S., 1978. Linearized vertically-integrated equations for residual circulation in coastal seas, Deutsche Hydrographische Zeitschrift, V31, pp. 147-169.
- Hildebrand, F.B., 1965. Methods for applied mathematics, 2nd ed. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ.
- Kang, S.K., Lee, S.R. and Yum, K.D., 1991. Tidal computation of the East China Sea, the Yellow Sea and the East Sea, Oceanography of Asian Marginal Seas, Elsevier Oceanography Series 54, ed. by K. Takano. pp. 25-48.