

淺海波 推定模型 A Shallow Water Wave Prediction Model

尹 鐘 台*
Jong Tae Yoon*

要 旨: 淺水 및 屈折현상을 포함한 離散形 波浪模型을 구성하였다. Inoue의 源泉函數와 Gadd의 傳播技法을 사용하였고 바닥摩擦로 인한 에너지의 減衰는 Collins가 제안한 식과 JONSWAP에서 제안한 식을 사용해 여타 모형과 比較分析하였다. 전반적인 에너지의 分布는 좋은 결과를 보여주었고 JONSWAP의 식이 본 모형에 더욱 적합한 것으로 나타났다.

Abstract □ A wave prediction model of DP type with shallow water effects is presented. An intercomparison study of the shallow water wave models has been made to verify applicability of this model which has source functions of Inoue, propagation scheme by Gadd and dissipation functions due to bottom friction. The energy distribution shows reasonable results and for the bottom friction JONSWAP decay function seems to be more appropriate.

1. 緒 論

Pillips(1957)의 理論 이후 波浪推定에 대한 많은 연구가 행해져 지금은 다양한 형태의 여러 數值模型들이 과학예보에 직접 活用되고 있다. 초기의 연구는 (Sverdrup and Munk, 1947) 주로 有義波高와 풍속, 취송시간, 취송거리 등과의 경험적인 관계식에 의존하고 있어서 복잡한 風域과 地形조건에 적용하기엔 한계가 많았다.

이후 스펙트럼 모형이 개발되는데 첫 형태가 離散形(DP) 모형으로서 각 성분파들은 서로간의 결합없이 선형이론에 따라 개별적으로 거동하는 형태이다. 이후 Hasselmann(1962)이 성분파간의 상호작용을 이론적으로 밝혔지만 컴퓨터의 급속한 발달에도 불구하고 과도한 계산시간 때문에 이를 직접 계산하지는 못하고 매 시간단계마다 에너지를 재분배시킴으로써 상호작용을 모방하는 근사적인 시도가 나타나는데 스펙트럼을 JONSWAP 형태와 같은 準平衡狀態의 스펙트럼 分布에 맞추어 매개변수화 한 후 비선형 상호작용 또한 임의의 이차원 스펙트럼에 작용하여 近似的으로 동일한 결과를 주는 비선형 연산자의 형태로 표현하는

것이다. 너울의 경우엔 에너지가 낮아 상호작용이 무시되므로 너울은 DP형태로, 그리고 風波에 대해서 이러한 매개변수화를 도입한 合成模型을 CH模型이라 부른다. 하지만 풍속이 감소하거나 풍향이 바뀌면 비선형효과가 지배적이지도 않고 무시하기도 어려운 풍파와 너울간의 遷移帶에 스펙트럼이 속하게 되는 경우가 생겨 그 취급이 어려워지는데 이러한 점 때문에 風波와 너울 全領域에 대하여 DP형태로 스펙트럼을 표현하면서 매개변수화된 접근에서 나타나는 여러 性格을 그대로 보존하는 방식의 模型이 CD모형이다.

이러한 모형들에 대한 比較研究가 SWAMP(1985)에서 행해졌고 모든 모형이 각자의 취약성을 포하고 있음을 보였다. WAMDI 그룹(1988)은 이러한 결함들을 보완하여 에너지 평형방정식을 직접 적분하는 새로운 모형 WAM을 발표하였고 Tolmann(1989)은 WAM모형의 물리적 구조를 가지면서 흐름(current)이 고려된 모형을 구성하였다.

현재 여러나라에서는 自國의 실정에 맞는 效率적인 모형을 개발 혹은 선택해 사용하고 있는데 우리의 경우 淺海域에 속하는 西海 때문에 반드시 淸海효과를

*慶星大學校 土木工學科(Department of Civil Engineering, Kyungshung Univeristy, Pusan, Korea)

고려할 수 있는 波浪模型이어야 한다. 여기서 수립하고자 하는 모형(DWAM)은 이러한 淺海效果를 고려한 경제적인 모형의 개발에 目的을 둔 것으로서 SWIM(1985)에서 設定한 假想風場에 대해 本模型을 적용하여 몇 가지 기존모형들과 비교하여 보았다.

2. 模型의 構成

2.1 에너지 平衡方程式

風波는 일반적으로 파수 k 와 주파수 f 그리고 방향 θ 의 함수인 에너지 스펙트럼 $F(k, f, \theta)$ 로 표시된다. 3차원 함수 F 에 대해 선형이론을 적용함으로써 파수와 주파수간에 다음의 분산방정식이 성립된다.

$$\sigma^2 = gk \cdot \tanh(kh) \quad (1)$$

또한, 스펙트럼은 2차원으로 표시될 수 있고 다음과 같은 관계가 있다.

$$\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} F(f, \theta) df d\theta = \langle \eta^2 \rangle \quad (2)$$

여기서 g 는 중력가속도, h 는 수심, $\sigma = 2\pi f$, η 는 수면 변위 그리고 $\langle \cdot \rangle$ 는 ensemble 평균을 의미한다. 이러한 스펙트럼 $F(f, \theta)$ 에 대해 에너지 보존방정식을 적용하면 다음과 같은 에너지 평형방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial F(f, \theta)}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{c}_g F(f, \theta)) + \frac{\partial}{\partial \theta} \{ (\vec{c}_g \cdot \nabla \theta) F(f, \theta) \} = S(f, \theta) \quad (3)$$

\vec{c}_g 는 群速度, $\nabla = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right\}$ 그리고 S 는 源泉函數이다.

2.2 源泉函數

源泉函數는 바람으로부터의 에너지 入力 S_m , 역풍으로 인한 감쇠, 그리고 바닥마찰로 인한 감쇠함수 S_b 를 고려하였다. S_m 은 Inoue의 式을 사용하였다.

$$S_m = A(f, u(\vec{x}, t)) + B(f, u(\vec{x}, t))F(f) \quad (4)$$

에서 $u(\vec{x}, t)$ 는 풍속이다. A 항은 Phillips의 이론에 근거한 것으로서 大氣壓力變動으로 인한 波浪의 生成을 나타낸다.

$$A(f, u) =$$

$$\int_{-n/2}^{n/2} \frac{A^* \delta^{5.25} u^{2.25}}{\left[\frac{1}{4} \left(\frac{\delta}{u} \right)^2 + (k \sin \theta)^2 \right] \left[\frac{1}{9} \left(\frac{\delta}{u} \right)^{2.5} + \left(k \cos \theta - \frac{\delta}{u} \right)^2 \right]} d\theta \quad (5)$$

A^* 는 Snyder와 Cox(1966)의 관측값에 맞춘 상수로서 9.84×10^{-15} 이다. Miles의 이론에 근거한 B 항은 파랑 변위와 대기교란이 상호작용하여 파랑이 증폭되는 과정을 나타내는데 다음 式을 사용한다.

$$B(f, u^*) = f \{ 0.00139 e^{-7000[(u^*/c) - 0.031]^2} + 0.725(u^*/c)^2 e^{-0.0004(c/u^*)} \} \quad (6)$$

c 는 波速이고 마찰속도 u^* 는

$$u^* = 9u^*/k_0 \quad (7)$$

이고 k_0 는 von Karman 상수이다. 역풍으로 인한 감쇠는 다음 式을 사용한다(Inoue, 1967).

$$F_D = (f, \theta) = F_0(f, \theta) [\exp[-CtE^{1/2}f^4]]^{K(\theta')} \quad (8)$$

F_0, F_D 는 감쇠전후의 스펙트럼이고 E 는 F 의 적분이다. C 및 감쇠지수 $K(\theta')$ 는 관측으로부터 결정되는 상수이다. 저면마찰로 인한 에너지의 감쇠는 Collins(1972)와 Hasselmann 등(1973)의 JONSWAP 式을 사용했다. Collins는 離散形 스펙트럼에 대해 다음과 같이 선형화된 근사 式을 제안했다.

$$S_b = - \{ (C_f g k C_g) / [2\pi \sigma^2 \cosh^2 kh] \} F(f, \theta) \langle u \rangle \quad (9)$$

여기서 $\langle u \rangle = [\int F(f) (g^2 k^2 / \sigma^2 \cosh^2 kh) df]^{1/2}$ 이고 C_f 는 0.005를 사용하였다. JONSWAP의 式은

$$S_b = - \{ (\Gamma/g^2) (\delta^2 / \cosh^2 kh) \} F(f, \theta) \quad (10)$$

여기서 $\Gamma = 0.038$ 이다.

3. 模型의 差分化

支配方程式의 數值積分은 多段階 分割技法을 사용하는 데 파랑의 성장은 해석해를 사용하고 成長의 最大值는 Pierson-Moskowitz(1964) 스펙트럼으로 한정하였다. 波浪의 傳播는 Lax-Wendroff 技法을 수정하여 位相誤差를 줄인 Gadd(1978b)의 移送技法을 사용하였다. 성장과 전파에 대한 상세한 과정은 尹

(1991)에 나타나 있으므로 여기서는 屈折의 計算法에 대해 說明하겠다. 屈折은 (3)식에서 다음 식으로 표시된다.

$$\frac{\partial F}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial \theta} \{ (\vec{C}_g \cdot \nabla \theta) F \} \quad (11)$$

여기서

$$\vec{C}_g \cdot \nabla \theta = - \frac{|\vec{C}_g|}{k} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial h}{\partial y} \cos \theta \right) - \frac{k^2 \operatorname{sech}^2 kh}{\tanh(kh) + kh \cdot \operatorname{sech}^2 kh} \quad (12)$$

우변의 첫 괄호의 중심의 미분식은 中央差分을 사용하여 계산한다. 나머지항들은 Hunt의 방법으로 分散方程式을 풀어서 구한 파수, 군속도 및 중심자료로부터 계산된다. 전체 굴절항은 upstream 차분을 사용하여 다음과 같이 계산한다. $\vec{C}_g \cdot \nabla \theta$ 가 양이면

$$[\Delta F] = \{ [(\vec{C}_g \cdot \nabla \theta) F]_{\theta - \Delta \theta} - [(\vec{C}_g \cdot \nabla \theta) F]_{\theta} \} \frac{\Delta t}{\Delta \theta} \quad (13)$$

$\vec{C}_g \cdot \nabla \theta$ 가 음이면

$$[\Delta F] = \{ [(\vec{C}_g \cdot \nabla \theta) F]_{\theta} - [(\vec{C}_g \cdot \nabla \theta) F]_{\theta + \Delta \theta} \} \frac{\Delta t}{\Delta \theta} \quad (14)$$

4. 模型의 數值實驗

4.1 구형 해저지형에 대한 實驗

앞에서 서술한 傳播 및 屈折을 계산하는 수치기법을 검증해 보기 위해 Fig. 1과 같은 해저 지형에서의 屈折을 계산해 보았다. 파랑의 성장 및 감쇠요인을 고려하지 않은 경우이므로 支配方程式은 다음식으로 표시된다.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{C}_g F) + \frac{\partial}{\partial \theta} \{ (\vec{C}_g \cdot \nabla \theta) F \} = 0 \quad (15)$$

파랑은 $y=0$ 축에서 왼쪽으로 진행해 가는 데 入射波의 조건은 $H_{1/3}=0.64$ m, $T_{1/3}=5.1$ sec, $L_{1/3}=40$ m 이다. 계산된 에너지를 다음 관계식(Goda, 1985)을 사용하여 $H_{1/3}$ 파고로 환산한 후 입사파에 대한 파고비로 나타내었다.

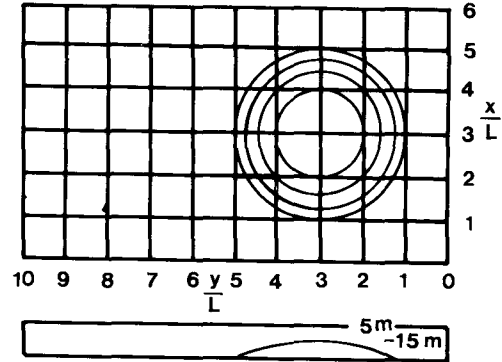


Fig. 1. Shape of spherical shoal (Goda, 1985).

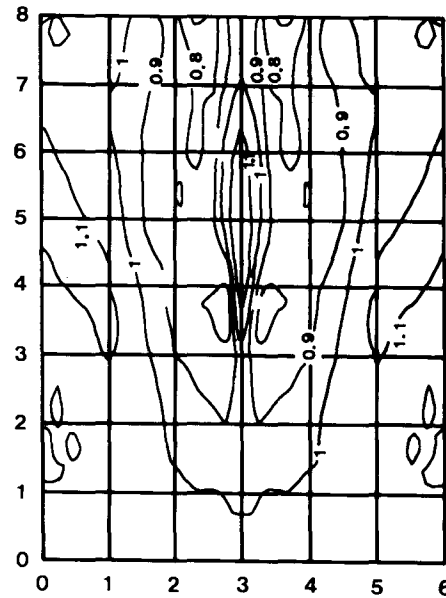


Fig. 2. Distribution of the ratios of wave heights.

$$H_{1/3} = 4.0E^{1/2} \quad (16)$$

스펙트럼은 단일 주파수에 대해 30° 간격으로 12방향성분 스펙트럼을 고려하였고 입사경계를 제외하고는 개방경계로 취급하였는데 그 결과는 Fig. 2와 같다. Goda(1985)의 계산결과가 Fig. 3인데 결과가 많이 smoothing 되어 있고 방향성분의 분할 정도 및 세부자료가 없어 정확한 비교가 될 수 없지만 결과만을 두고 볼 때 전반적인 波高分布의 傾向이나 最大波高의 위치 등은 서로 일치하고 공간적인 파고비의 변화율이 Goda에 비해 조금 크게 나타난 것을 알 수 있다.

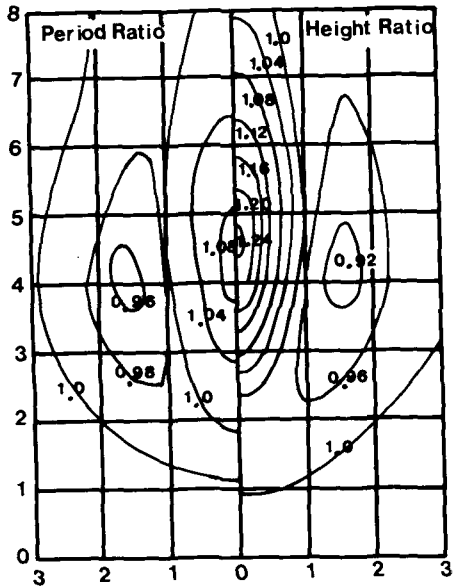


Fig. 3. Distribution of the ratios of heights and periods (Goda, 1985).

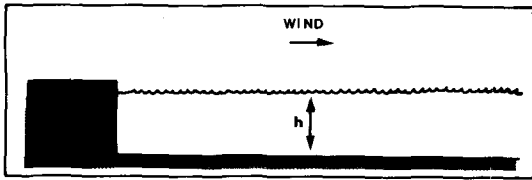


Fig. 4. A constant offshore wind blowing over a basin of constant depth.

4.2 水深에 따른 實驗

風速 $U_{10}=20$ m/s의 風이 부는 海역에서 淺海의 影響을 살펴보기 위하여 全海域에 일정수심을 적용하고 수심으로서 15 m, 30 m, 60 m 그리고 120 m를 사용했다(Fig. 4). 이렇게 함으로써 파랑의 발달에 미치는 제한된 수심의 影響을 명료하게 살펴볼 수 있을 것이다. $t=0$ 일 때 정지된 해수면 상태에서 $U_{10}=20$ m/s가 불기 시작하고 정상상태에 도달할 때까지 계산한다.

각 模型들의 定常狀態에서의 스펙트럼이 Fig. 5, Fig. 6에 나타나 있다. HYPAS, BMO, GONO 모형의 모든 결과는 SWIM에서의 계산치이다. 모든 모형에서 공통적으로 바다摩擦 및 水深의 影響으로 인하여 成熟波 스펙트럼의 큰 감소를 보여주고 있다. 水深 120 m의 경우는 深海에서의 계산결과(尹, 1991)와 거의 일치하지만 나머지 수심의 경우에 있어서는 BMO와

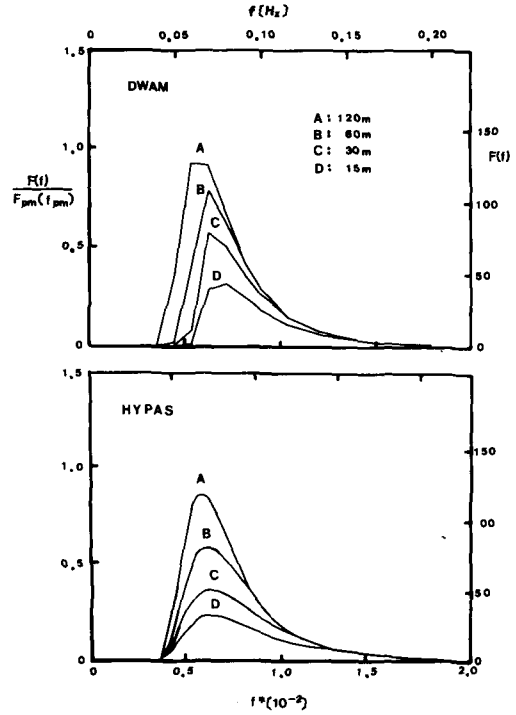


Fig. 5. The stationary wave spectra for a constant depth from DWAM and HYPAS.

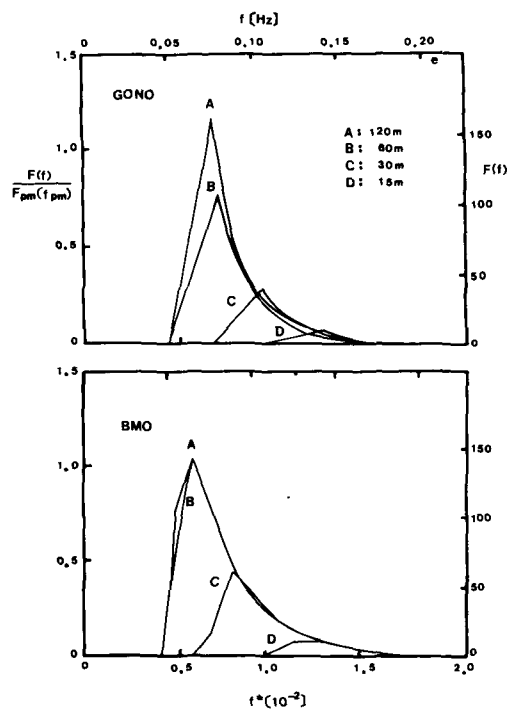


Fig. 6. The stationary wave spectra for a constant depth from GONO and BMO (SWIM, 1985).

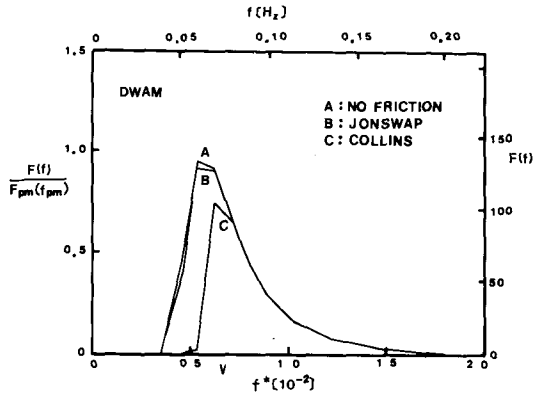


Fig. 7. The stationary wave spectra for 120 m depth.

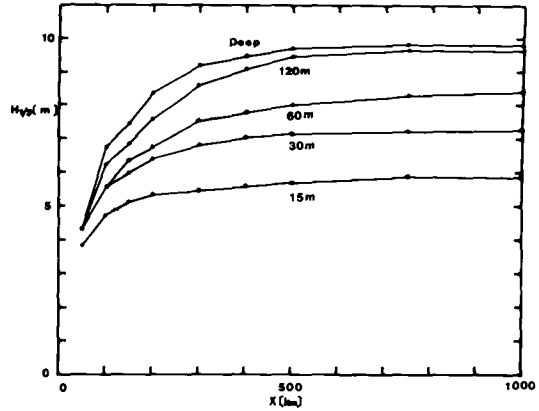


Fig. 9. Wave height distribution as a function of fetch for each depth.

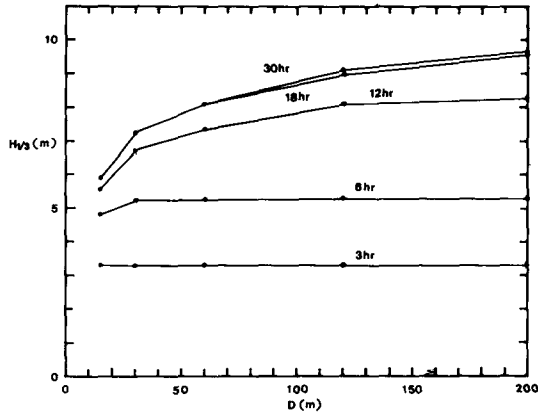


Fig. 8. Wave height distribution as a function of depth for each duration.

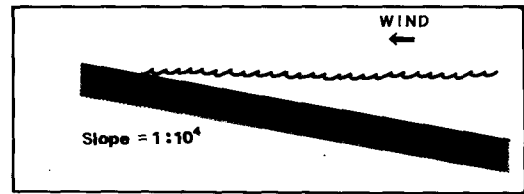


Fig. 10. A constant onshore wind blowing over a sloping coastal shelf (SWIM, 1985).

의 수심에 따른 波高分布는 Fig. 8과 같다. 파랑의 발달단계에 따라 수심에 따른 파고변화가 커지고 이러한 경향은 수심의 얕을수록 크게 나타난다. Fig. 9는 취송거리에 대한 파고분포를 수심별로 나타낸 것이다.

GONO가 수심 15 m에서 전체에너지 $E_{\infty}(15)$ 의 값이 각각 0.7 m^2 , 0.6 m^2 로서 비교적 큰 감소를 보이는데 반해 HYPAS와 JONSWAP의 식을 사용한 본 모형의 경우 $E_{\infty}(120)$ 의 값이 각각 5.5 m^2 와 5.86 m^2 그리고 $E_{\infty}(15)$ 가 2 m^2 와 2.16 m^2 로서 비교적 에너지 減衰效果가 작은 것으로 나타났다. 수심 120 m에서 Collins의 감쇠식을 사용한 경우의 계산결과가 Fig. 7이다. Collins의 식을 사용할 경우 감쇠효과가 탁월하게 크게 나타나서 약 수심 50 m에서의 JONSWAP 감쇠식과 비슷한 효과를 보였다. 이러한 현상은 주파수와 스펙트럼의 크기에 의존하는 감쇠식의 구성보다는 감쇠의 크기를 지배하는 상수 0.005의 크기에 문제가 있는 것으로 생각된다. Collins의 식을 본 모형에 적용하기 위해서는 상수에 대한 재조정이 필요하다고 판단된다. 개별적 吹送時間에 대해 無限吹送 離에서

4.3 傾斜水深에 대한 實驗

沿岸域에서 흔히 나타나는 해상상태를 단순화시켜 다음과 같은 실험조건을 설정했다. 水深은 10^{-4} 의 傾斜를 가지고(Fig. 10) 바람은 전 해역에서 일정하게 해안선($y=0$)쪽으로 $U_{10}=20 \text{ m/s}$ 로 불고 있다. 바람은 $t=0$ 에서 불기 시작하고 평형상태에 도달하는 때까지 계산한다. 상류 경계조건은 $t>0$ 에서 심해에서의 成熟波 스펙트럼을 적용한다. 실제 지형에 가까운 경우로서 해안으로 진행해오는 波浪의 發達 및 變化를 살펴볼 수 있다. 특히 風向에 대해 각을 가지면서 진행되는 成分에 대해서는 屈折이 고려되어야 하는 경우이다.

正常狀態에서 해안까지의 거리에 따른 에너지의 분포를 그려보았는데(Fig. 11) 모항 간에 상당히 큰

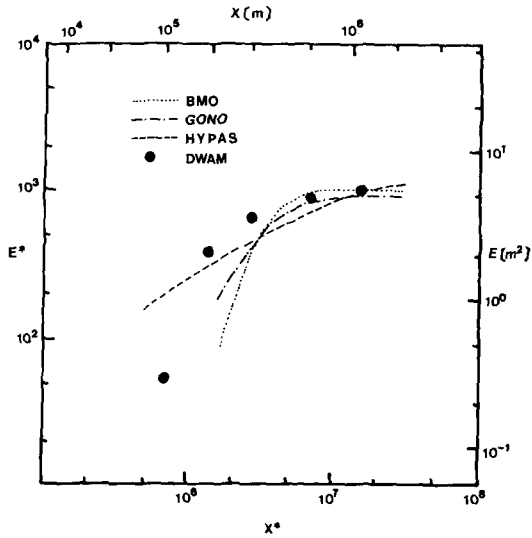


Fig. 11. Nondimensional energy as a function of nondimensional distance to shore.

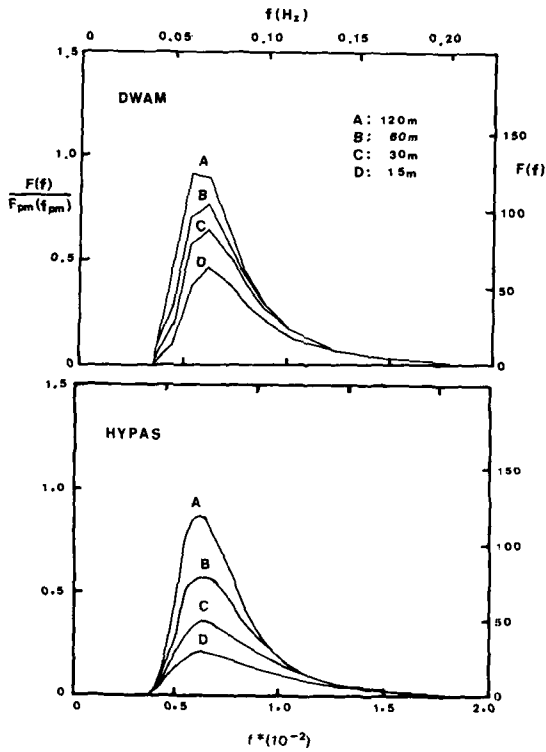


Fig. 12. The stationary wave spectra as a function of a shelf depth from DWAM and HYPAS.

誤差를 보여주고 있다. 모든 모형에 있어서 심해에서의 약 9.5 m 파고로부터 淺海로 갈수록 波高의 減

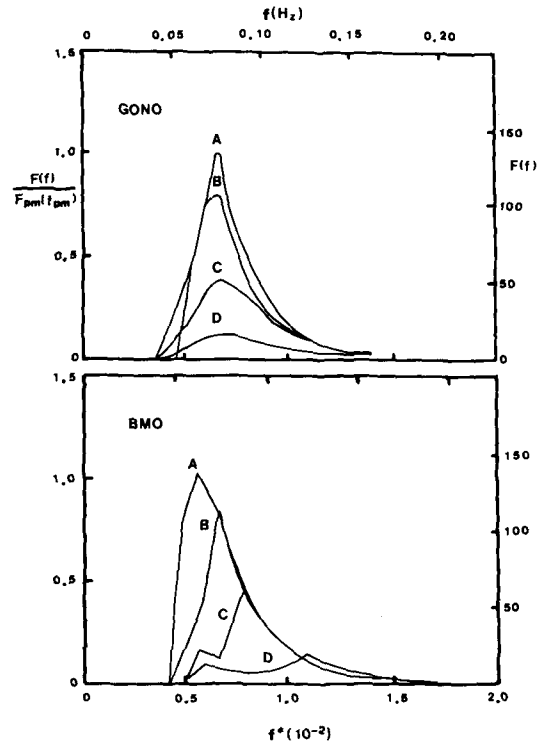


Fig. 13. The stationary wave spectra as a function of a shelf depth from GONO and BMO (SWIM, 1985).

衰를 일으키고 HYPAS, GONO 그리고 BMO 세 모형은 약 20 m 수심에서 약 5.5 m의 공통된 파고값을 보여주고 있다. 본 모형의 경우 수심 20 m에서 7.69 m의 높은 파고를 보여주는데 深海實驗(尹, 1991)에서 확인한 吹送 離에 따른 急한 성장율의 영향이 계속 나타나고 있음을 알 수 있다. SWIM(1985)에 의하면 수심에 따른 실험의 경우와 비교해 HYPAS는 동일 수심에서 비슷한 값들을 가지는데 대해 GONO의 경우 이러한 차이가 수심이 알아질수록 커지는데 대해 BMO는 약 30 m 수심에서 최고의 차이값을 보여주었다. 본 모형의 경우 GONO와 BMO처럼 일정수심의 경우보다 큰 값들을 보여주었다. 정상상태에 도달한 후의 각 수심에서의 스펙트럼 분포는 Fig. 12, Fig. 13 과 같다. 특히 본 모형에서 수심에 의한 감소가 Fig. 15 에 비해 두드러지게 작아진 것을 알 수 있다.

5. 結 論

淺海條件에 한정된 모형의 비교실험 결과는 다음과

같다. 屈折의 계산은 방향성분의 낮은 분할도에 비해서는 매우 양호한 물리적 거동을 보여주었다. 일정수심의 실험에서는 JONSWAP의 바닥摩擦減衰을 사용했을 때 동일한 감쇠함수를 사용하는 HYPAS와 비슷한 감쇠현상을 보여주었다. Collins의 減衰函數를 사용한 경우엔 그 감쇠율이 너무 커서 본 모형에 적합하지 못한 것으로 판단되었다. 傾斜效果가 작게 나타났고 본 모형의 경우 水深 10 m 상에서 모든 모형보다 큰 에너지를 보여주는데 이는 Inoue의 入力式的 特性에서 비롯된 결과이다. 많은 모형들이 서로 다른 다양한 결과를 보여주는데는 여러 가지 이유가 있지만 가장 주된 것은 觀測資料로부터 결정되는 入力 및 減衰함수의 불일치, 그리고 지배방정식을 푸는 數值技法의 다양성에서 비롯된 程度의 차이로 생각된다. 특히 분할기법을 벗어나 에너지 평형방정식을 한 단계에 적분할 수 있는 技法의 개발과 우리의 지형조건을 감안할 때 흐름의 영향을 고려할 수 있는 모형의 개발이 뒤따라야 할 것으로 생각된다.

參考文獻

- Bretschneider, C.L., 1951. Revised wave forecasting curves and procedure, Tech. Report HE-155-47, Institute of Engr. Res., Univ. of California, p. 28.
- Gadd, A.J., 1978a. A split explicit integration scheme for numerical weather prediction, *Quart. J. R. Met. Soc.*, **104**, pp. 569-582.
- Gadd, A.J., 1978b. A numerical advection scheme with small phase speed errors, *Quart. J. R. Met. Soc.*, **104**, 583-594.
- Golding, B.W., 1983. A wave prediction system for realtime sea state forecasting, *Quart. J. R. Met. Soc.*, **109**, pp. 393-416.
- Günther, H., Rosenthal, W., Weare, T.J., Worthington, B.A., Hasselmann, K. and Ewing, J.A., 1979. A hybrid parametrical wave prediction model. *J. Geophys. Res.*, **84**, pp. 5727-5738.
- Hasselmann, K., 1962. On the nonlinear energy transfer in a gravity-wave spectrum. part I, *J. Fluid Mech.*, **12**, pp. 481-500.
- Hasselmann, K., Barnett, T.P., Bouws, E., Carlson, H., Cartwright, D.E., Enke, K., Ewing, J.A., Gienapp, H., Hasselmann, D.E., Kruseman, P., Meerburg, A., Muller, P., Olbers, D.J., Richeter, K., Sell, W. and Walden, H., 1973. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP), *Dtsch. Hydrogr. Z.*, A8(12).
- Inoue, T., 1967. On the growth of the spectrum of a wind generated sea according to a modified Miles-Phillips mechanism and its application to wave forecasting, Rep. TR 67-5, Geophys. Sci. Lab., New York University.
- Jannssen, P.A., E.M., Komen, G.J. and de Voigt, W.J.P., 1984. An operational coupled hybrid prediction model, *J. Geophys. Res.*, **89**, pp. 3635-3654.
- Karlsson, T., 1969. Refraction of continuous ocean wave spectra, *Proc. ASCE*, **95(WW4)**, pp. 437-447.
- Longuet-Higgins, M.S., 195. On the statistical distribution of the heights of sea waves, *J. Mar. Res.*, **11**, pp. 245-266.
- Miles, J.W., 1957. On the generation of surface waves by shear flows, *J. Fluid Mech.*, **3**, pp. 185-204.
- Morton, K.W., 1971. Stability and convergence in fluid flow problems. *Proc. Royal Soc.*, **A323**, pp. 323-253.
- Phillips, O.M., 1957. On the generation of waves by turbulent wind, *J. Fluid Mech.*, **2**, pp. 417-445.
- Pierson, W.J. and Moskowitz, L.I., 1984. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitalgorodskii, *J. Geophys. Res.*, **69**, pp. 5181-5190.
- Pierson, W.J., Neuman, G., and James, R.W., 1955. Practical methods for observing and forecasting ocean waves by means of wave spectra and statistics, H.O. Pub 6-03, U.S. Navy Hydrographic Office, Washington, D. C.
- Snyder, R.L., and Cox, C.S., 1966. A field study on the wind generation of ocean, *J. Mar. Res.*, **24**, pp. 141-177.
- Sobey, R.J. and Young, I.R., 1986. Hurricane wind waves a discrete spectral model, *J. Waterway, Prot. Coast. and Ocean. Engr.*, **112(3)**, pp. 370-389.
- Sverdrup, H.U. and Munk, W.H., 1947. Wind, sea and sell: Theory of relations for forecasting, U.S. Hydro. Office. H.O. Pub. 601, p. 44.
- SWAMP Group, 1985. Ocean wave modeling. Plenum Press.
- SWIM Group, 1985a. Shallow water intercomparison of wave models, Part 1, in *The Ocean Surface*, D. Reidel Pub. Co. pp. 201-205.
- SWIM Group, 1985b. Shallow water intercomparison of wave models, part 2, in *The Ocean Surface*, D. Reidel Pub. Co. pp. 207-214.
- SWIM Group, 1985c. Shallow water intercomparison of wave models, Part 3, in *The Ocean Surface*, D. Reidel Pub. Co. pp. 215-220.
- Tolman, H.L., 1989. Communications on hydraulic and geotechnical engineering, Rep. 89-2, Delft Univ. Technology.
- WAMDI Group, 1988. The Wam model-A third generation ocean wave prediction model, *J. Phys. Oceanogr.*, **18**, pp. 1775-1810.
- Wilson, B.W., 1955. Graphical approach to the forecasting of waves in moving fetches, U.S. Army Corps. Engrs., Beach Erosion Board. *Tech. Memo.* 73
- 건설부, 1975. 한국 연안의 설계파 결정을 위한 컴퓨터 프로그램개발 연구보고서.
- 김태인, 정형식, 1987. 한국 서해안에서의 설계파의 결정, *한국수문학회지*, **20(2)**, pp. 127-138.
- 수산청, 1988. 해역별(동해, 남해) 심해파 추정보고서.

- 안수한, 1973. 불규칙파의 통계적 특성에 관한 연구, 대한
토목학회지, 21(1), pp. 35-45.
- 윤종태, 안수한, 1991. 심해파랑모형의 비교연구, 한국해양·
해양공학회지, 3(3), pp. 1-13.
- 이길성, 1986. 계산수리학: 모형의 수치해석(I), 한국수문학
회지, 19(3), pp. 205-211.
- 해양연구소, 1984. 한국 근해역에서의 파랑모델 연구, BSPE
00050-81-7.
- 해운항만청, 1988. 해운항만 설계파 추산 보고서.