
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 29 卷 第 4 號 1992 年 11 月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 29, No.4, November 1992

주상체의 비선형 운동(I)
 —강제동요문제, 조파저항문제—

이호영*, 황종흠**

The Nonlinear Motions of Cylinders(I)

by

H.Y. Lee* and J.H. Hwang**

요 약

본 논문은 2차원 자유표면파문제에서 시간영역해법을 이용하여 2차원 운동문제에 적용할 수 있는 수치해석을 하였다. 경계조건으로는 엄밀한 물체표면 경계조건과 비선형 자유표면경계조건을 부과했다. 수치해를 구하는데는 코시이론을 이용하여 제2종 프레드홀름 경계적분방정식을 도출하고 이를 이산화시켜 처리하였다. 수치계산을 위해 전영역을 유한한 영역으로 제한하여야 한다. 제한된 영역에서 방사해의 부파를 위해 전영역을 수치해석영역과 외부영역으로 나누고, 외부영역의 해는 그린 제2 정리를 이용하고, 선형자유표면조건을 만족하는 과도그린함수를 사용한다. 위의 그린 제2 정리를 이용한 식으로 부터 초기조건, 선형 자유표면조건, 무한원방조건을 이용하여 단순화시킨 다음 포텐셜과 유동함수의 관계식으로 치환하면 비선형해와 정합할 수 있는 정합행렬을 구할 수 있다. 본 논문에서 개발한 정합방법을 이용하여 적용할 문제로서 첫째는 주상체가 상하동요, 수평동요하는 경우 계산이고 두번째로는 수면하에서 타원형실린더가 일정속도로 항진할 때 계산을 수행한 결과를 고차스펙트럴방법과 비교하였다.

Abstract

In the present work, a two-dimensional boundary-value problem for a large amplitude motion is treated as an initial-value problem by satisfying the exact body-boundary and nonlinear free-surface boundary conditions. The present nonlinear numerical scheme is similar to that described by Vinje and Brevig(1981) who utilized the Cauchy's theorem and assumed

접수일자: 1992년 7월 28일, 재접수일자: 1992년 9월 1일

* 정회원, 현대중공업(주) 선박해양연구소

** 정회원, 서울대학교 조선해양공학과

the periodicity in the horizontal coordinate. In the present thesis, however, the periodicity in the horizontal coordinate is not assumed. Thus the present method can treat more realistic problems, which allow radiating waves to infinities. In the present method of solution, the original infinite fluid domain, is divided into two subdomains; ie the inner and outer subdomains which are a local nonlinear subdomain and the truncated infinite linear subdomain, respectively. By imposing an appropriate matching condition, the computation is carried out only in the inner domain which includes the body. Here we adopt the nonlinear scheme of Vinje & Brevig only in the inner domain and represent the solution in the truncated infinite subdomains by distributing the time-dependent Green function on the matching boundaries. The matching condition is that the velocity potential and stream function are required to be continuous across the matching boundary.

In the computations we used, if necessary, a regriding algorithm on the free surface which could give converged stable solutions successfully even for the breaking waves. In harmonic oscillation problem, each harmonic component and time-mean force are obtained by the Fourier transform of the computed forces in the time domain. The numerical calculations are made for the following problems.

- Forced harmonic large-amplitude oscillation($\omega \neq 0, U=0$)
- Translation with a uniform speed($\omega=0, U \neq 0$)

The computed results are compared with available experimental data and other analytical results.

1. 서 언

물체가 대진폭 운동을 하거나 물체의 슬래밍 운동, 탱크내 유체의 유동(Sloshing), 쇄파 현상(Breaking & over-turning waves), 파랑중 배 진폭 현상 등 자유표면의 기울기가 커지면 선형 해석 범위를 벗어나게 되고 비선형 해석이 필요하다. 완전한 비선형 자유표면을 부과하여 유체의 유동에 처음으로 적용한 Longuet-Higgins & Cokelet(1976)은 수심이 무한한 경우 적절한 변환(Cornformal mapping)을 사용하여 자유표면에 임의의 압력을 부가하여 덮쳐 깨지기(Plunging breaker) 현상을 수치해석하였다. 그 이후 Faltinsen(1977, 1978)은 소오스 분포법을 사용하여 탱크내 유동문제에 적용하였으며, 그린 제2 정리(Green 2nd identity)를 사용하여 2차원 부유체의 상하동요 문제에다 적용하였다. Vinje & Brevig(1981)는 코시(Cauchy) 정리를 사용하여 경계 적분방정식을 유도하고 무한원방은 주기성조건을 사용하여 부유체의 상하동요, 파랑중의 운동 문제를 계산하였다. Dommermuth & Yue(1987)는 그린(Green) 제2 정리를 이용하여 유한수심인 경우 3차원 축대칭 문제에 대한 부유체의 상하동요 문제를 해석하였

고, 무한 원방은 선형 자유표면 조건을 만족하는 과도 Green 함수를 수치적분하여 외부영역의 해를 정립하였다. Shin(1991)은 내부영역은 소오스(source) 분포법을 이용한 비선형 해석을 하고, 외부영역은 고차 스펙트럴 방법에 의해 해를 부과하여 부유체의 상하동요 문제를 해석하였다. 비선형 자유표면 조건을 부과한 경계적분법의 특성은 Legend.1에서 설명하고 있다.

본 논문에 이용된 첫번째는 잠수된 원형실린더 또는 2차원 부유체가 상하동요, 수평동요하는 경우이다. 이 문제에 대해 Lee(1968)등은 주파수 영역에서, Chan & Hirt(1974)는 시간영역에서 각기 섭동법(Perturbation method)를 이용하여 비선형해석을 한 바가 있다. 또한 Chapman(1979), Kim(1985)은 스펙트럴 방법을 사용하여 이 문제를 해석한 바 있다. Faltinsen(1977), Vinje & Brevig(1981) 등은 Semi-Lagrangian-time stepping 방법을 이용하여 부유체의 상하동요문제에 적용하였다. 두번째는 2차원 타원형 주상체가 일정 속도로 항주하는 경우이다. Havelock(1936)은 잠수된 원형 주상체가 일정속도로 전진하는 경우에 대해 조파저항 계수와 양력 계수를 선형이론에 근거하여 계산한 바 있다. Bai

Legend 1 The charater of integral equation method

	Integral equation type		Dimension	Matrix type	etc
	Free-surface	Body-surface			
Source Distribution	The first kind of Fredholm	The second kind of Fredholm	2, 3	Full Matrix	$\Phi_e = \Phi_i$ on B.B.S.
Source & Dipole D.	The first kind of Fredholm	The second kind of Fredholm	2, 3	Full Matrix	Complete
Cauchy-Theorem	The second kind of Fredholm	The second kind of Fredholm	2	Iteration or F.M	Complete

(1978)은 유한 수심인 경우 일반적인 실린더가 전진하는 경우에 대해 자유표면은 선형화하고 유한 요소법을 이용하여 계산한 바 있다. 자유표면의 비선형 효과를 고려한 연구로서 Kim(1991), Shin(1991)은 고차 스펙트럴 방법을 이용하여 타원형 주상체가 전진할 때 조파저항을 구한 바 있다. 본 논문은 Semi-Lagrangian-time stepping 방법을 이용하여 완전한 비선형 조건을 적용하여 타원형 주상체가 전진할 때 문제를 계산하였다.

2. 문제의 정식화

본 논문에서는 시간영역에서의 2차원 경계치 문제의 해를 완전한 비선형 자유표면 경계조건과 정확한 물체 표면 경계조건을 만족하도록 구하여, 시간영역에서의 과도 현상과 대진폭 조파 운동을 해석하였다.

유체는 비점성, 비압축성 유체이며 유체의 운동은 비회전적이라 가정하면 속도 포텐셜은 존재한다. 아울러 표면장력은 무시하고, 수심은 무한하다고 가정한다. 좌표계는 x축을 정수면에 두고 y축은 상방으로 하는 공간고정 좌표계이다. 계산영역은 비선형 자유표면 조건을 만족하는 수치 계산영역과 선형 자유표면 조건을 만족하는 외부영역으로 나누자. 이러한 좌표계와 앞에서 언급한 가정에 따라 우선 내부영역에서 해를 정립하면 전체 속도포텐셜 Φ 은 다음과 같은 2-D Laplace 방정식을 만족한다.

$$\Delta\Phi(x,y;t)=0, t \geq 0 \text{ in Fluid domian} \quad (2.1)$$

또한 자유표면의 동적 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \frac{1}{2} ww^* - gy - \frac{P_s}{\rho}, y = \eta \quad (2.2)$$

$w=u-iv$ 이고 g 는 중력 가속도이다. u 는 x방향의 속도이고 v 는 y방향의 속도이다. 자유표면 운동학적 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{Dz}{Dt} = u+iv = w^*, y = \eta \quad (2.3)$$

$z=x+iy$ 이다. 물체 표면에서의 경계조건은, \vec{V} 를 물체의 운동 속도 벡터라고 할 때 각 순간의 물체표면에서 다음과 같다.

$$\vec{n} \cdot \nabla\Phi = \vec{V} \cdot \vec{n}, t \geq 0 \quad (2.4)$$

여기에서 \vec{n} 은 경계에서 유체 안으로 향한 단위 법선 벡터이다. (2.4)의 형태를 바꾸면 다음과 같다.

$$\Psi = U_0(y-y_0) - V_0(x-x_0) - 1/2 \dot{\theta} R^2 \quad (2.5)$$

U_0 와 V_0 는 물체 중심에서의 속력이며 θ 는 물체 중심에서의 회전각이다. 물체의 운동이 정지 상태로 부터 시작된다고 가정하였으므로 초기조건은 다음과 같다.

$$\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial t} = 0, y \leq 0, t < 0 \quad (2.6)$$

다음은 외부영역에서의 속도포텐셜을 ϕ 라 하면 위에서의 기본가정으로 부터 ϕ 는 2-D Laplace 방정식을 만족한다.

$$\Delta\phi(x,y;t)=0, t \geq 0 \text{ in Fluid domian} \quad (2.7)$$

또한 선형화된 자유표면 경계조건은

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0, \quad y=0 \quad (2.8)$$

이다. 해지면 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0, \quad \text{at } y = -\infty \quad (2.9)$$

무한 원방조건은 다음과 같다.

$$|\Delta \varphi| \rightarrow 0, \quad \text{at } |z| \rightarrow \infty \quad (2.10)$$

초기조건은 다음과 같다.

$$\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0, \quad y \leq 0, t < 0 \quad (2.11)$$

3. 문제의 해법과 수치계산 방법

3.1 외부영역에서의 선형해의 정립

Wehausen and Laitone[23]의 2차원 과도 그린함수 (Transient Green function)를 사용하고 수치 정합을 위해 소오스 세기(Source strength)를 $\delta(t-\tau)$ 로 치환하여 2π 를 양변에 곱하면 그린 함수는 다음과 같다.

$$G(P, Q, t-\tau) = \text{Re}[\delta(t-\tau) \log(P-Q)] + \text{Re}[\delta(t-\tau) \log(p-\bar{Q}) - 2gH(t-\tau)] \\ + \text{Re} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{gk}} e^{-i(P-\bar{Q})k} \sin[\sqrt{gk}(t-\tau)] dk \quad (3.1)$$

- P; Field point
- Q; Source point
- \bar{Q} ; Image point of Q

그린 함수 $G(P, Q, t-\tau)$ 는 다음과 같은 경계치문제를 만족한다.

$$\Delta G = 2\pi \delta(P-Q) \delta(t-\tau), \quad t \geq 0 \text{ in Fluid domain} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} + g \frac{\partial G}{\partial y} = 0, \quad y=0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial G}{\partial y} = 0, \quad \text{at } y = -\infty \quad (3.4)$$

$$|\Delta G| \rightarrow 0, \quad \text{at } \infty \quad (3.5)$$

$$G = \frac{\partial G}{\partial t} = 0, \quad y \leq 0, t < 0 \quad (3.6)$$

식(3.2)의 그린함수 G에 대하여 그린 제2 정리를 이용하고, 델타함수(Delta function)의 성질을 이용하면 다음과 같다.

$$2\pi \varphi(P, \tau) \delta(t-\tau) = \int_{S_S} dS \left(\varphi \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) \quad (3.7)$$

식(3.7)를 양변에 $d\tau$ 에 대한 적분을 취하고 τ 에 대해 적분을 수행하면

$$2\pi \varphi(P, t) = \int_0^t d\tau \int_{S_S} dS \left(\varphi \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) \quad (3.8)$$

이다. 식(3.8)에서 속도 포텐셜 φ 는 (2.7)-(2.11) 조건과 부과적으로 정합 경계면에서 아래의 조건을 만족한다.

$$\Phi = \varphi \quad \text{on Matching surface} \quad (3.9) \\ \Phi_n = \varphi_n \quad (3.10)$$

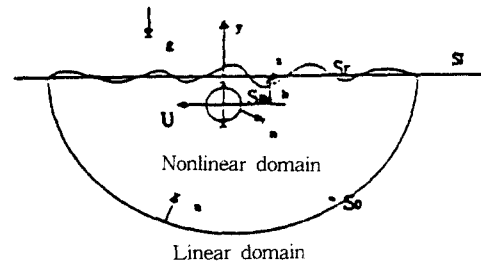


Fig.1 Calculation-domain definition

계산 영역을 Fig.1에 도시하였다. 식(3.8)에서 S_f 에 대하여 (3.3), (3.6), (2.8), (2.11)을 이용하여 τ 에 대해 부분적분을 수행하면 다음과 같다.

$$\int_0^t d\tau \int_{S_f} dS (\varphi G_n - G \varphi_n) \\ = \int d\tau \int_{S_f} dS \left(\varphi \frac{-G_{\tau\tau}}{g} + G \frac{\varphi_{\tau\tau}}{g} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{S_f} dS \left(-\varphi \frac{G_r}{g} + \varphi_r \frac{G}{g} \right) \Big|_0^t \\
 &+ \int_0^t d\tau \int_{S_f} dS \left(-\varphi_{\tau\tau} \frac{G}{g} + G \frac{\varphi_{\tau\tau}}{g} \right) = 0
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

식(3.8)에서 S_∞ 에 대하여 (3.4), (3.5), (2.9), (2.10)을 이용하면

$$\int_0^t d\tau \int_{S_\infty} dS (\varphi G_n - G \varphi_n) = 0 \tag{3.12}$$

이다. 식(3.8)은 (3.11), (3.12)에 의해 다음과 같다.

$$2\pi\varphi(P,t) = \int_0^t d\tau \int_{S_0} dS \left(\varphi \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) \tag{3.13}$$

비선형 영역에서 코시 이론(Cauchy's theorem)과의 정합을 위해 식(3.13)의 형태를 치환해야 된다. 코시-리만 관계(Cauchy-Riemann relation)는

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -\frac{\partial \psi}{\partial s} \tag{3.14}$$

이다. 식(3.14)을 식(3.13)에 대입하여 두번째항을 s 에 대하여 부분 적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 2\pi\varphi(P,t) &= \int_0^t d\tau \int_{S_0} dS \left(\varphi \frac{\partial G}{\partial n} - \psi \frac{\partial G}{\partial s} \right) \\
 &+ \int_0^t d\tau (G\psi) \Big|_{s_1}^{s_2}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

식(3.15)에서 s_1, s_2 는 정합 경계면과 자유표면이 만나는 점이다. (3.15)에서 우변의 첫째 항은 정합 경계면에서 법선 다이폴(Normal dipole)과 접선 다이폴(Tangential dipole)을 공간 적분과 시간 적분한 형태이고, 우변의 두번째 항은 s_1, s_2 에서 점 소오스(Point source)를 시간 적분한 형태가 된다. 우선 식(3.1)에서 G 를 G_R 과 자유표면의 기억 효과를 나타내는 G_w 로 분리하고, 식(3.2)를 식(3.15)에 대입하면 정합 행렬(Matching matrix)을 구할 수 있다. 그리고 dS 는 직선요소로 분할하고 φ 와 ψ 는 직선 상에서 일정하고 시간에 대하여 φ 와 ψ 를 심프슨 공식(simpson rule) 공식에 따라 시간적분하였다. (3.15)에서 기하학적 형상에 좌우하는 항을 조사하거나 코시리만 관계로부터 다음을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \int_{S_j} \frac{\partial G_R}{\partial n} dS &= -\left[\tan^{-1} \frac{(y-y)}{(\xi-x)} \right. \\
 &\left. + \tan^{-1} \frac{(y+y)}{(\xi-x)} \right] \Big|_j^{j+1}
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned}
 \int_{S_j} \frac{\partial G_R}{\partial s} dS &= \operatorname{Re}(\log(Q-P)) \Big|_j^{j+1} \\
 &+ \operatorname{Re}(\log(\bar{Q}-P)) \Big|_j^{j+1}
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

식(3.16)의 첫째 항은 i 와 j 가 일치하면 π 값이 얻어진다. 다음은 G_w 대한 항을 보면 (3.1)의 G_w 가 오차함수(Error function)로 표현되는 것은 잘 알려져 있다. 그 결과를 도입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 G_w &= \operatorname{Re} \left(-2g \int_0^\infty dk e^{-ik(P-\bar{Q})} \right. \\
 &\quad \left. \sin[gk(t-\tau)] \right) \\
 &= \frac{4\pi}{t-\tau} X e^{X^2} \operatorname{erf}(X)
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

$$X^2 = \frac{ig(t-\tau)^2}{4(P-\bar{Q})} \tag{3.19}$$

우선 식(3.1)에서 $f=f_R+i f_I$ 로 분리하고 이에 대해 코시-리만 관계를 이용하면 (3.15)의 G_w 에 관계된 적분은 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 \int_{S_j} \frac{\partial G_w}{\partial n} dS &= \int_{S_j} \frac{\partial f_R}{\partial n} dS \\
 &= - \int_{S_j} d f_I = F_I(P, \bar{Q}_j, t-\tau) \\
 &\quad - f_I(P, \bar{Q}_{j+1}, t-\tau)
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned}
 \int_{S_j} \frac{\partial G_w}{\partial s} dS &= \int_{S_j} \frac{\partial f_R}{\partial s} dS \\
 &= \int_{S_j} d f_R = f_R(P, \bar{Q}_{j+1}, t-\tau) \\
 &\quad - f_R(P, \bar{Q}_j, t-\tau)
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

오차함수(Error function)를 급수전개(Ascending series)와 점근 전개(Asymptotic expansion)를 사용하여 표현하고 시간적분을 수행하면 된다. 우선 급수전개(Ascending series)에 대하여 알아보자.

i) Ascending series($|X| \ll 1$)

$$e^{X^2} \operatorname{erf}(X) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n X^{2n+1}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+1)} \tag{3.22}$$

(3.20), (3.21), (3.22)을 이용하면 다음을 유도할 수 있다.

$$\int_{t_{n-1}}^{t_n} d\tau \left(\frac{4\pi}{t-\tau} X e^{X^2} \operatorname{erf}(X) \right) = 8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{X^2 (2X)^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+2)} \quad (3.23)$$

ii) Asymtotic expansion(|X|>1)

$$X e^{X^2} \operatorname{erfc}(X) = \frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2m-1)}{(2X)^m} \quad x \rightarrow \infty, |X| < 3\pi/4 \quad (3.24)$$

$-3\pi/4 \leq \operatorname{Arg}(X) \leq \pi/4$ 이면 다음과 같다.

$$= \frac{-2\pi}{X} \left[1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2m-1)}{(2X)^m} \right] + 4 \cdot (\log(X) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1} 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2m-1)}{2m (2X)^m}) \quad (3.25)$$

$\pi/4 \leq \operatorname{Arg}(X) \leq 5\pi/4$ 이면 다음과 같다.

$$= \frac{2\pi}{X} \left[1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2m-1)}{(2X)^m} \right] + 4 \cdot (\log(X) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1} 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2m-1)}{2m (2X)^m}) \quad (3.26)$$

$\int_{t_{n-1}}^{t_n} d\tau G_w$ 도 (3.22), (3.25), (3.26)식의 형태가 된다.

식(3.22), (3.25), (3.26)는 X 값이 아주 작거나 아주 클 때는 몇 항만으로 정확성있게 계산이 되지만 X가 중간 값일 때는 많은 항을 계산해야 되는데 컴퓨터의 특성상 무한대로 가깝게 계수가 나오면 계산을 할 수 없으므로 아주 많은 항을 계산할 수 없다. 정합의 성공은 얼마나 그린함수를 정확성 있게 계산하느냐에 달려있다. 그러므로 수열을 정확하게 계산할 수 있는 수치적인 방법이 요구된다. (3.22), (3.25), (3.26)의 수열을 첫째로 Pade approximation으로 치환하였으나 아주 많은 항을 계산하지 못하였

으나, Continued fraction으로 치환하여 아주 많은 항까지 안정적인 계산을 수행할 수가 있었다. Continued fraction의 알고리즘(Algorithm)을 설명하면 다음과 같다.

Continued fraction

(3.22), (3.25), (3.26)를 다음과 같은 두가지 형태의 수열로 표현하자.

$$C = a_0 + a_1 Z + a_2 Z^2 + \dots = \frac{a_0}{1} - \frac{q_1^{(0)} Z}{1} - \frac{e_1^{(0)} Z}{1} - \frac{q_2^{(0)} Z}{1} - \frac{e_2^{(0)} Z}{1} - \dots \quad (3.27)$$

$$C = c_0 Z^{-1} + c_1 Z^{-2} + c_2 Z^{-3} + \dots = \frac{c_0}{Z} - \frac{q_1^{(0)} Z}{1} - \frac{e_1^{(0)} Z}{Z} - \frac{q_2^{(0)} Z}{1} - \frac{e_2^{(0)} Z}{Z} - \dots \quad (3.28)$$

(3.27), (3.28)의 $q_n^{(0)}, e_n^{(0)}$ 를 구하기 위해 QD 알고리즘을 적용하면 다음과 같다.

$$(1) e_0^{(n)} = 0 \quad n=1,2,3,\dots \quad (3.29)$$

$$q_1^{(n)} = \frac{a_{n+1}}{a_n}, \quad n=1,2,3,\dots \quad (3.30)$$

$$(2) e_m^{(n)} = (q^{(n+1)}_m - q^{(n)}_m) + e^{(n+1)}_{m+1} \quad m=1,2,3,\dots, n=1,2,3,\dots \quad (3.31)$$

$$q^{(n+1)}_m = \frac{a^{(n+1)}_m}{a^{(n)}_m} \quad q^{(n+1)}_m \quad m=1,2,3,\dots, n=1,2,3,\dots \quad (3.32)$$

3.2 비선형 영역의 해법

유체의 운동을 기술하기 위해 Φ 와 Ψ 로 된 다음과 같은 복소 포텐셜을 도입하다.

$$\beta(z,t) = \Phi(x,y;t) + i\Psi(x,y,t) \quad (3.33)$$

유체 영역에서 Φ 와 Ψ 는 코시 리만 관계를 만족하므로 $\beta(x,y;t)$ 는 해석적이고 따라서 코시이론을 적용할 수 있다.

$$\int_C \frac{\beta(z;t)}{z-z_0} dz=0 \tag{3.34}$$

z_0 는 유체 안의 폐 경계 C 바깥쪽에 있다. 여기에서 C는 자유표면(Free surface), 물체 표면(Body surface), 정합 면(Matching surface)로 구성된다. 자유표면(C_Φ)에서는 식(2.2)의 시간 적분으로부터 Φ 를 알고, 물체 표면 혹은 고체경계면(C_Ψ)에서는 식(2.5)로부터 Ψ 를 알 수 있고, 정합 경계면(C_Φ or C_Ψ)는 Φ 와 Ψ 의 관계식이 주어진다. (3.3절 참조) C의 z_0 와 더불어 식(3.34)에서 실수부와 허수부를 취하면 다음과 같은 제2종 프레드홀름 적분방정식을 얻을 수가 있다.

$$\alpha\Psi(x_0,y_0,t)+\text{Re}\left\{\int_C dz \frac{\Phi+i\Psi}{z-z_0}\right\}=0, \text{ for } z_0 \text{ on } C_\Phi \tag{3.35}$$

$$\alpha\Phi(x_0,y_0,t)+\text{Im}\left\{i\int_C dz \frac{\Phi+i\Psi}{z-z_0}\right\}=0, \text{ for } z_0 \text{ on } C_\Psi \tag{3.36}$$

여기에서 α 는 z_0 에서 C의 두 접선 사이의 각(Solid angle)이다. α 는 평평한 곡선(Smooth surface)일 경우 π 값을 갖는다. (3.35), (3.36)이 경계주위의 다른 점들에서 미지수 Φ, Ψ 를 포함하고 있으므로 (3.35), (3.36)의 주치적분(Principal value integral)은 알 수가 없다. 그래서 적분경계 C를 따라 z_k 으로 분할하고 선형 요소를 따라 복소 포텐셜의 선형 변화를 생각하고, 이후 행렬식 도출과정은 3.3.1절 참조하기 바란다. 다음 시간 단계의 계산을 위해 새로운 시간의 물체 표면 위치, 자유표면 상의 유체 입자의 위치, 속도 포텐셜을 결정해야 된다. 물체 표면의 위치는 운동 방정식을 풀면 주어지고 혹은 강제운동 모드(Mode)로부터 미리 알며 유량함수(Ψ)는 식(2.5)로부터 주어지며, 자유 표면의 유체 입자의 위치 및 포텐셜(Φ) 값은 (2.2), (2.3)으로부터 시간적분에 의해 구해진다. (2.2), (2.3)식의 시간 적분을 위해 초기 4단계와 자유표면 요소 재 분배법을 사용할 때의 초기 4단계는 4차 룬게-쿠타(4th-order Runge-Kutta) 방법을 이용하였고, 다음 단계 부터는 수정-오차 방법인 Hamming's fourth-order predictor/corrector 방법을 이용하였다. 유체 입자의 속도계산은 중심 차분법에 의한 개념으로 구하였으므로 절단 오차는 $O(\epsilon^2)$ 이다.

3.3 코시이론과 Green 제2 정리의 결합과 동유체력 계산

비선형 영역에서 물체 표면에서는 Φ 가 미지수이고 자유표면에서는 Ψ 가 미지수가 되며 정합 경계에서는 Φ 와 Ψ 가 둘 다 미지수이다. 식(3.15)에서 Φ 와 Ψ 의 관계식을 구하여 식(3.34)에 Φ 를 대입하면 Ψ 가 미지수가 된다. 혹은 그린 제2 정리에서 Φ 대신 Ψ 를 대입하여 식을 전개하면 Φ 가 정합 경계에서 미지수가 된다. 정합면에서 정합 조건은

$$[\Phi]_{\text{Nonlinear}}=[\varphi]_{\text{Linear}} \tag{3.37}$$

$$[\Psi]_{\text{Nonlinear}}=[\psi]_{\text{Linear}}$$

이다. (3.37)를 적용하여 식(3.15)을 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$[A][\Phi]=[B][\Psi]+[C1]\Psi_{S2}+[C2]\Psi_{S1}+[C] \tag{3.38}$$

(3.38)에서 양변에 행렬 A의 역행렬 A^{-1} 를 곱하면

$$[\Phi]=[A]^{-1}[B][\Psi]+[A]^{-1}[C1]\Psi_{S2}+[A]^{-1}[C2]\Psi_{S1}+[A]^{-1}[C] \tag{3.39}$$

이다. (3.39)는 포텐셜과 유동함수의 관계식이며 선형 자유표면 조건을 만족한다. 시간영역 해석에서 선형 자유표면과 문제는 φ 와 ψ 는 (3.39)의 관계를 만족한다.

3.3.1 행렬 계수의 계산

식(3.35), (3.36)을 이산화시켜 행렬식으로 표현하기 위해 전개하면 다음과 같다.

$$\text{Re}\int_C \frac{\Phi+i\Psi}{z-z_k} dz=\text{Re}\left\{\sum_{j=1}^{N3} T_{k,j} \beta_j\right\}=0, \text{ for } z_k \text{ on } C\Phi \tag{3.40}$$

$$\text{Re}i\int_C \frac{\Phi+i\Psi}{z-z_k} dz=\text{Re}\left\{i\sum_{j=1}^{N3} T_{k,j} \beta_j\right\}=0, \text{ for } z_k \text{ on } C\Psi \tag{3.41}$$

$N3$ 는 총 요소 수이고 영향 함수 $T_{k,j}$ 는 다음과 같다.

$$T_{k,j}=\frac{z_k-z_{j-1}}{z_j-z_{j-1}} \log \frac{z_j-z_k}{z_{j-1}-z_k}$$

$$+ \frac{z_k - z_{j+1}}{z_j - z_{j+1}} \log \frac{z_{j+1} - z_k}{z_1 - z_k} \quad (3.42)$$

편의상 (3.39)의 형태를 다음과 같이 바꾸면

$$[\Phi] = [a][\Psi] + [c1]\Psi_{N1+1} + [c2]\Psi_{N2} + [d] \quad (3.43)$$

이다. N1+1과 N2는 자유표면과 정합면의 교차점이다. 이제 비선형 영역과 선형영역정합을 시작하기 위해 계산영역을 Fig.2에 도시하였다. 이제부터 경계면을 따라서 정합조건에 의해 유도된 식(3.43)을 사용하여 선형영역과 결합된 형태의 행렬방정식을 유도하자.(부록 참조)

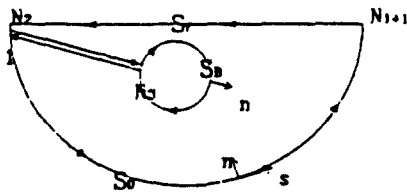


Fig.2 Segment numbering

3.3.2 동유체력 계산

Green 제2 정리에서 φ 대신에 $\partial\varphi/\partial t$ 를 대입하고 $\partial\varphi/\partial t$ 도 선형 영역에서 (2.7)-(2.11)를 만족하므로 (3.15)은 다음처럼 치환할 수 있다.

$$2\pi\varphi_t(P,t) = \int_0^t d\tau \int_{S_0} dS (\varphi_t \frac{\partial G}{\partial n} - \psi_t \frac{\partial G}{\partial s}) + \int_0^t d\tau [G\psi_t]_{s_0}^s \quad (3.44)$$

비선형 영역에서는 $\beta_t(z,t) = \Phi_t(x,y,t) + i\Psi_t(x,y,t)$ 도 조화함수이므로 다시 코시정리를 조입하면

$$\int_C \frac{\beta_t(z,t)}{z-z_0} dz = 0 \quad (3.45)$$

이다. 식(3.44)에서 φ_t 를 (3.45)에 대입하면 부록에서와 같은 형태의 행렬식이 도출된다. 부록에서 유도된 행렬방정식에서 Φ 와 Ψ 대신에 $\partial\Phi/\partial t$ 와 $\partial\Psi/\partial t$ 를 바꾸어 주면 된다. 물체 표면에는 Φ_t 가 미지수이며, 자유표면에서 Ψ_t 가 미지수이고, 정합면에서는 Φ_t 혹은 Ψ_t 가 미지수이다. 동유체력을 구하기 위한 Φ dhk Ψ_t 에 경계조건은 아래와 같다.

i) Body boundary condition

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} = (y-y_0)a_{x_0} - (x-x_0)a_{y_0} - \frac{1}{2}R^2\ddot{\theta} + u_0v - v_0u + [(u_0-u)(x-x_0) + (v_0-v)(y-y_0)]\dot{\theta} \quad (3.46)$$

ii) Free surface condition

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\frac{1}{2}w \cdot w^* - gy, \quad w = u + iv \quad (3.47)$$

iii) Matching boundary condition

$$[\Phi_t]_{\text{Nonlinear}} = [\varphi_t]_{\text{Linear}} \quad (3.48)$$

$$[\Psi_t]_{\text{Nonlinear}} = [\psi_t]_{\text{Linear}}$$

(3.46)~(3.48)식을 이용하여 (3.44)을 AX=B의 행렬식으로 표현하여 (3.15)와 비교하면 A 행렬은 바뀌지 않고 B행렬만 바뀐다. 행렬식을 한번 더 풀면 $\partial\Phi/\partial t$ 를 구할 수 있고, 압력은 베르누이 방정식으로부터

$$p = -\rho \frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{\rho}{2} w \cdot w^* - \rho gy \quad (3.49)$$

이다. (3.49)를 다음과 같이 적분하면 동유체력을 구할 수 있다.

$$F = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} = - \int_{S_B} p \cdot \vec{n} dS = -\vec{i} \rho \int_{S_B} \left[\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} ww^* \right] n_x dS + \vec{j} \rho \int_{S_B} \left[\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} ww^* \right] n_y dS \quad (3.50)$$

$$M = \int_{S_B} p [-(y-y_G)n_x \vec{i} + (x-x_G)n_y \vec{j}] dS = -\vec{i} \rho \int_{S_B} \left[\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} ww^* \right] (y-y_G)n_x dS + \vec{j} \rho \int_{S_B} \left[\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} ww^* \right] (x-x_G)n_y dS \quad (3.51)$$

4. 대진폭 단순 조화운동(U=0, $\omega \neq 0$)

본 정합 방법을 검증하기 위하여 첫째로 단순 조화운동을 택하여 계산을 수행하였다. 기억효과를

포함하는 그린함수 G_w 의 계산은 모든 경우에 대하여 식(3.22), (3.25), (3.26)에서 $|x|$ 가 3.88보다 작을 때는 급수전개인 (3.22)를 사용하여 50개항을 Continued fraction으로 치환하여 계산하였고 $|x|$ 가 3.88보다 클 때는 (3.25), (3.26)을 50개항을 Continued fraction으로 치환하여 계산하였다.

4.1 잠수 원형주상체 계산

잠수된 2차원 원형 실린더가 강제조화 운동을 할 때 주상체에 작용하는 유체력을 계산하였다. 물체가 $y = -A \cos(\omega t)$ 의 Mode로 운동하는 경우에 대하여 계산하였고 정압(Static pressure)에 의한 유체력은 계산에서 제외하였다. 계산 예로는 잠수된 2차원 원형 실린더가 상하동요, 수평동요할 때이다. 무차원화 한 파수 $K_R (= \omega^2 R/g)$ 가 1인 경우이고 계산영역은 $x_0/\lambda = 2.3$ 으로 잡고 파장단 Mesh수는 26개로 잡았으며 5 주기동안 시간 진행하였다. Fig.3-a는 $K_R =$

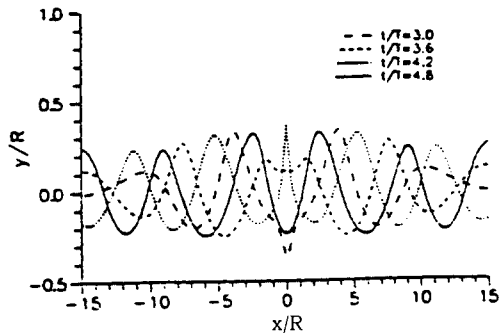


Fig.3-a Wave profile generated by heaving circular cylinder under free surface($K_R=1$, $h/R=1.3$, $A_3/R=0.25$)

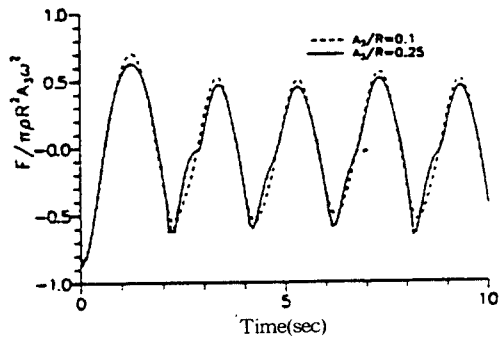


Fig.3-b Time history of forces for heaving circular cylinder under free surface($K_R=1$, $h/R=1.3$, $A_3/R=0.25$)

Table 1 Forces acting on a heaving circular cylinder under free surface

($h/R=1.3$, $K_R=1$)

Y-force	$A_3/R=0.1$	$A_3/R=0.25$
f_0	-0.231860	-0.102677
f_{1c}	0.298555	0.287031
f_{1s}	0.416776	0.365504
f_2	0.263711	0.348278

Table 2 Forces acting on a swaying circular cylinder under free surface

($h/R=2$, $K_R=1$)

X-force	Present($A_1/R=2$)	Kim(Linear)	Kim($A_1/R=1.2$)
f_0	0.000929		
f_{1c}	0.869446	0.75	0.77
f_{1s}	0.049773	0.20	0.175
f_2	0.012406		

1, $h/R=1.3$, $A_3/R=0.25$ 인 경우의 파형을 보여주는데 파를 자세히 관찰하면 물체 근처에서는 강한 비선형 파가 발생되는데 본 방법은 안정적인 수치해석을 할 수 있었고, 정합 경계에 파가 도달해도 파가 거의 반사되지 않음을 볼 수 있다. 위의 계산은 요소 재분배법을 사용하지 않으면 계산을 진행할 수가 없다. Fig.3-b는 $K_R=1$, $h/R=1.3$, $A_3/R=0.1$, 0.25 인 경우 동유체력을 비교하고 있는데 $A_3/R=0.1$ 인 경우 $A_3/R=0.25$ 보다 음의 시간 평균력 값이 커지는 것을 알 수 있다(Table.1 참조). Table에서 f_0 , f_{1c} , f_{1s} , f_2 는 각각 무차원화된 시간평균력, 1차조화력의 가속도 성분, 1차조화력의 속도성분, 2차조화력의 진폭을 나타낸다. Fig.4-a는 잠수 원형 실린더가 수평동요하는 경우, $K_R=1$, $h/R=2$, $A_1/R=2$ 의 계산인데 3주기

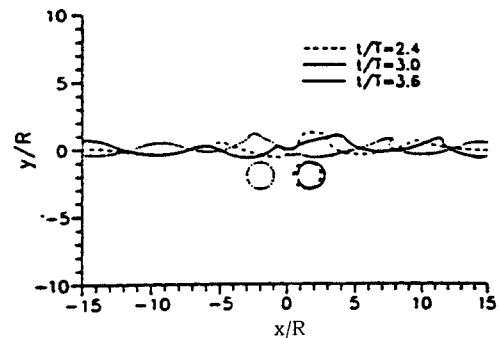


Fig.4-a Wave profile generated by Swaying circular cylinder under free surface($K_R=1$, $h/R=2$, $A_1/R=2$)

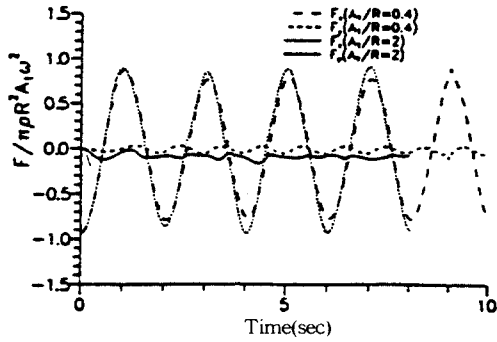


Fig.4-b Time History of Forces for Swaying Circular Cylinder under Free Surface($K_R=1$, $h/R=2$)

이후에서의 파가 Breaking되는 모습을 보여주고 있으며 4주기 이후에는 쇄파가 정합면에 도달하면서 계산이 깨어졌다. Fig.4-b은 $K_R=1$, $h/R=2$, $A_1/R=0.4$, 2인 경우 동유체력을 보여주는데 비선형 유체력은 수직동요보다도 적음을 알 수 있고 약간의 y방향의 힘이 작용됨을 보여준다. $A_1/R=0.4$ 인 경우 y방향의 힘은 대략 주기가 x방향 힘 주기의 1/2됨을 볼 수가 있으며 그 이유는 Bernoulli 방정식에서의 속도 제곱항의 영향 때문이다.

4.2 부유체에 대한 계산

2차원 원형 주상체와 사각형 주상체가 강제 조화 운동을 할 때에 작용하는 파형과 유체력을 계산하였다. 물체가 $y=Asin(\omega t)$ 의 Mode로 운동하는 경우에 대하여 시간 진행은 6주기까지 했고 $x_{s_0}/\lambda=3.18$, 파장당 Mesh 수는 25개로 하였다. 첫째로 원형 주상체가 수직동요, 수평동요하는 계산은 부차원화한 파수 K_R 과 진폭비를 바꾸어 가면서 계산을 수행하였다. Fig.5은 $K_R=1$, $A_3/R=0.1$ 인 경우에 대한 결과를 Faltinsen[7]의 결과와 비교하였다. 초기 상태에 있어서 본 계산 결과와 Faltinsen 결과가 비교적 일치하고 있음을 볼 수 있다. Fig.6는 정합 경계면 x_{s_0} 에 의한 영향을 알아보기 위해 사각형 주상체가 $K_R=1$, $A_3/R=0.5$ 인 경우 $x_{s_0}/\lambda=2.86$, $x_{s_0}/\lambda=3.50$ 에 대해 동유체력을 비교하고 있는데 x_{s_0} 이 큰 경우 정합이 더 잘되는 것을 알 수 있다. 선형해와의 정합이기 때문에 정합면에 비선형파가 도달하면 엄밀한 정합은 될 수 없다. 그러므로 정합면의 거리는 클수록 좋다. Fig.6에서 보는 바와 같이 오랜시간 동안 유효한 해를 얻기 위해서는 x_{s_0} 이 클수록 좋다. x_{s_0} 를 키우기 위해서는 선분의 수를 늘리는 방법과 자유표

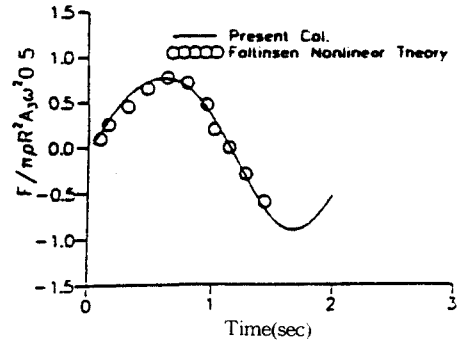


Fig.5 Time history of forces for heaving circular cylinder ($K_R=1$, $A_3/R=0.1$)

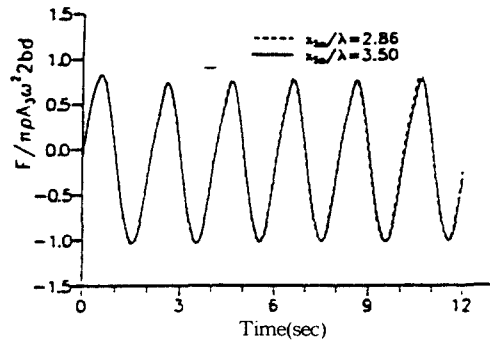


Fig.6 Time history of forces for rectangular cylinder ($K_R=1$, $A_3/R=0.5$)

면 상의 선분들의 길이를 늘리는 방법이 있다. 자유 표면 상의 선분의 수를 늘려서 x_{s_0} 을 키우는 방법은 계산 시간이 커지게 되는 어려움을 갖고 있는 반면 각 선분의 길이를 늘리는 방법은 적은 선분의 갯수로 큰 x_{s_0} 을 얻을 수 있지만 절단오차의 증가로 인해 계산의 정확도가 떨어지게 된다. 시간영역에서의 동유체력을 주파수영역의 동유체력으로 Fourier 변환하기 위하여 5 주기 이후는 정상상태라고 가정한다. Fig.7-a,b은 $K_R=1$ 에 대해 진폭비가 0.6인 경우의 파형과 진폭비가 0.1, 0.4, 0.6일 때 계산한 유체력을 보여주고 있다. 운동진폭-반지름의 비가 커짐에 따라 특히 운동 평균위치에서 비선형 효과가 크게 나타나고 있음을 볼 수 있고, 초기과도 상태에서 비선형 효과도 두드러짐을 볼 수 있다. 위에서 얻는 동유체력을 Fourier 변환하면 시간 평균 침하력, 1차 조화 성분력, 2차 조화 성분력 등을 구할 수 있다. 운동이 정상 상태에 도달하려면 최소한 3주기 이상 계산해야 하고 정합면에서의 선형 정합에 의한 해의 부정확성을 고려하여 본 계산은 일괄적으로

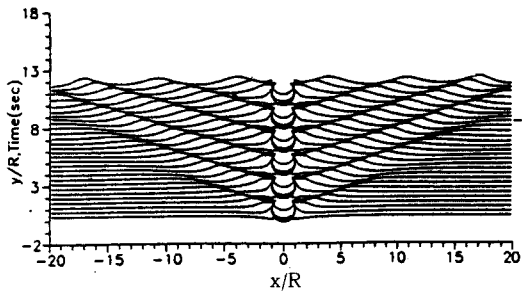


Fig.7-a Wave profile generated by heaving circular cylinder ($K_R=1, A_3/R=0.6$)

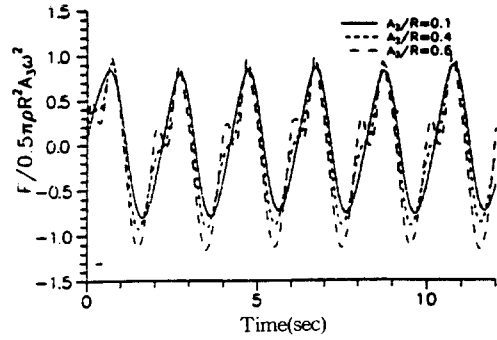


Fig.7-b Time history of forces for heaving circular cylinder ($K_R=1$)

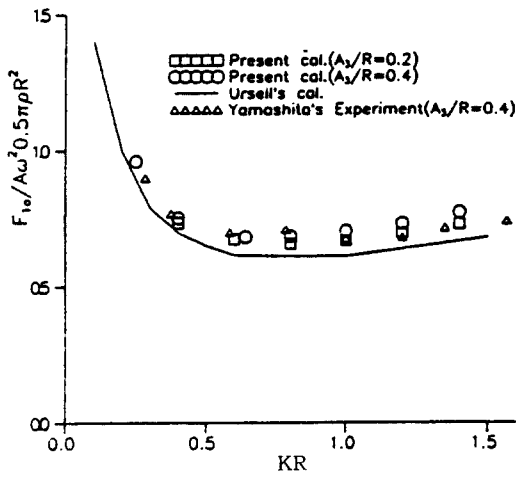


Fig.8-a Heave added mass coefficient of floating circular cylinder

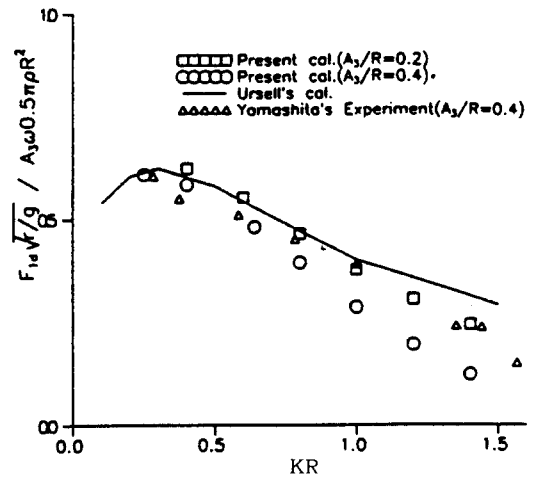


Fig.8-b Heave damping coefficient of floating circular cylinder

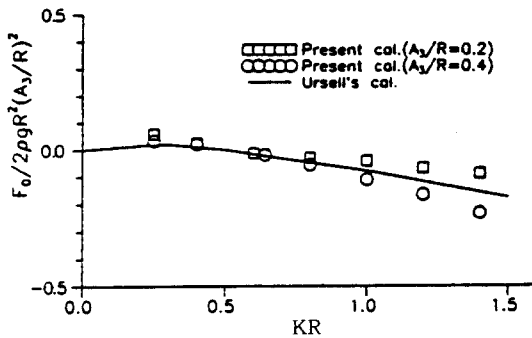


Fig.9 Heave time-mean forces of floating circular cylinder

5 주기의 유체력을 택하여 Fourier 변환하였다. 이와 같은 절차에 의해 구한 동유체력을 Ursell[20]의 결과

와 Yamashita[12] 실험치와 비교하였다. Fig.8-a는 부가질량에 대한 그림인데 파수가 커지면 Ursell의 결과와 비교해서 약간씩 커지고 진폭비 $A_3/R=0.4$ 가 $A_3/R=0.2$ 보다도 약간 값이 커진다. Fig.8-b에서 감쇄계수는 파수, 진폭비가 커짐에 따라 Ursell의 결과와 차이가 나고 비선형성이 커진다. Fig.9는 시간 평균력에 대한 그림인데 $A_3/R=0.2$ 에서는 시간 평균력 값이 아주 작고 $A_3/R=0.4$ 에서는 파수가 커짐에 따라 조금씩 밀로 쳐지고 Ursell의 결과와 잘 일치한다. Fig.10은 2차 조화 성분력의 진폭인데 진폭비와 관계없이 Ursell의 결과와 잘 일치하고 있으며 $A_3/R=0.2$ 가 $A_3/R=0.4$ 인 경우보다 값이 조금 크다. 전반적으로 실험치와 경향이 일치하며 값도 비슷한 것을 볼 수 있다. 원형 실린더의 수평동요 계산에 대해서도 파수가 변함에 따라 동유체력과

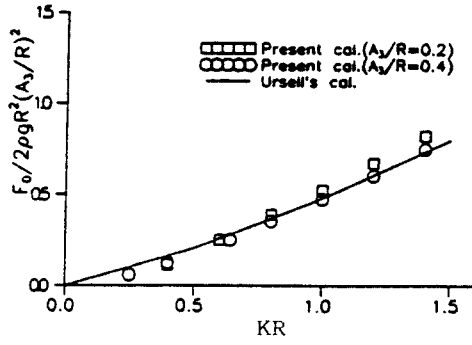


Fig.10 Heave 2nd-harmonic forces of floating circular cylinder

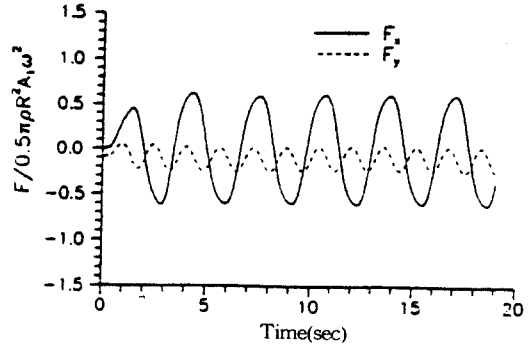


Fig.12 History of forces for swaying circular cylinder ($K_R=0.4, A_1/R=0.5$)

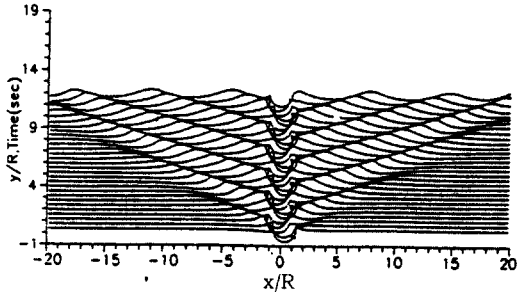


Fig.11-a Wave profile generated by swaying circular cylinder ($K_R=1, A_1/R=0.4$)

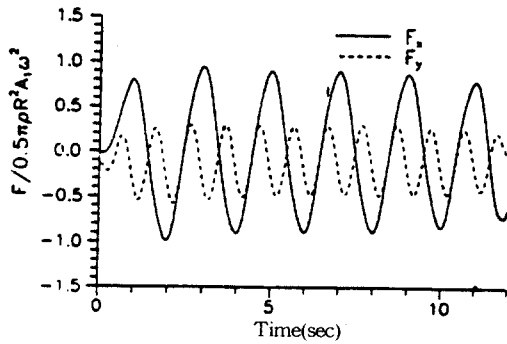


Fig.11-b Time history of forces for swaying circular cylinder ($K_R=1, A_1/R=0.4$)

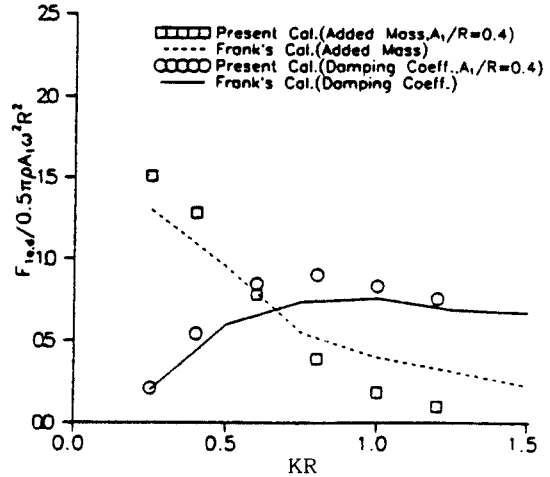


Fig.13 Sway added mass and damping coefficient of floating circular cylinder (F_x)

파형을 계산하였다. 자유표면과 물체표면의 교차점은 선형화한 자유표면조건을 부과하면 Log singularity를 갖고 있는 어려움이 있으나 본 계산에서는 수치적으로 처리하기 위해 교차점은 자유표면으로 부터 외삽하고 경계조건은 물체표면으로 처리한 결과 계산은 상당히 안정적으로 진행할 수 있었다. Fig. 11-a는 $K_R=1, A_1/R=0.4$ 에 대해서 파형을 보여주고 있다. Fig.11-b는 $K_R=1, A_1/R=0.4$ 에 대한 동유체력

을 보여주는데 6 주기에서는 상당히 동유체력이 줄어들는데 원인으로서는 교차점이 연속방정식을 만족하지 못한다에 기인된 오차의 증가와 외부영역의 정합이 내부영역에 대한 영향을 주는 것으로 보인다. 그리고 특이한 점은 x-방향의 운동에 기인된 y-방향의 힘을 발생시키는 것을 보여주고 있다. Fig. 12은 $K_R=0.4, A_1/R=0.4$ 인 경우에 대한 동유체력인데 마찬가지로 y-방향의 힘이 계산이 되며, 진폭비, 파수가 줄어들면 y-방향의 힘이 줄어들고, 주기는 항상 동요 주기의 1/2이 된다. x-방향의 힘을 Fourier 변환한 결과를 보면 Fig.13는 부가질량과 감쇄 계수에 대한 그림인데 부가질량은 무차원화한 파수가 줄어들면 커지고 파수가 커지면 Frank[9]의 결과와 차이가 커진다. 감쇄계수는 수직동요와 다르게 최고 값이 상당히 오른쪽으로 이동한 결과를

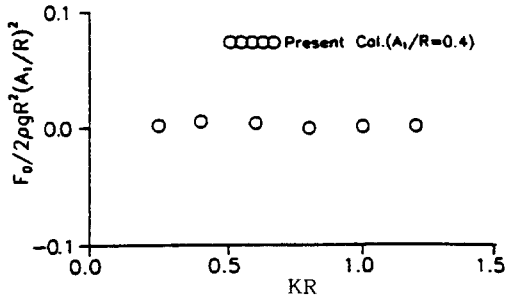


Fig.14 Sway time-mean forces of floating circular cylinder(F_x)

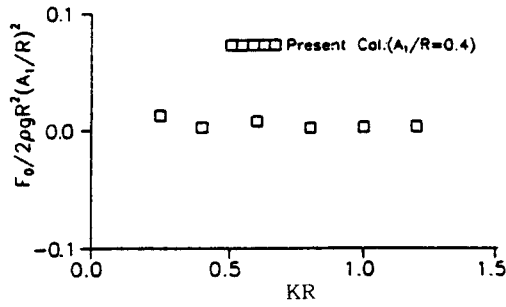


Fig.15 Sway 2nd-harmonic amplitude of floating circular cylinder(F_x)

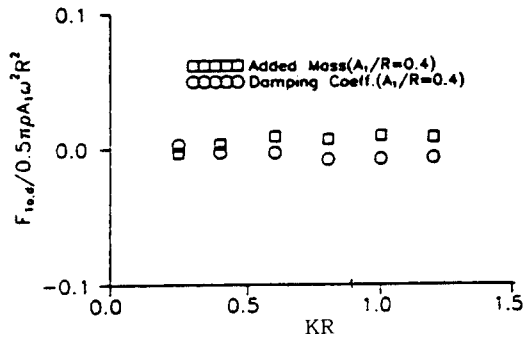


Fig.16 Sway added mass and damping coefficient of floating circular cylinder(F_y)

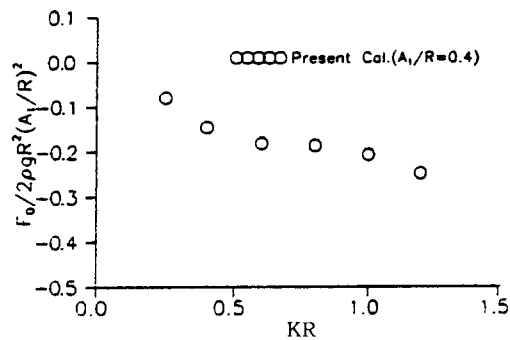


Fig.17 Sway time-mean forces of floating circular cylinder(F_y)

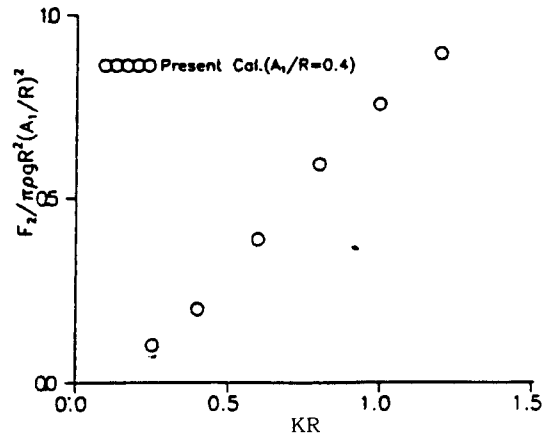


Fig.18 Sway 2nd-harmonic amplitude of floating circular cylinder(F_y)

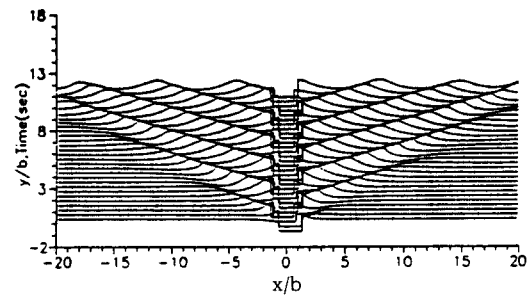


Fig.19-a Wave profile generated by swaying rectangular cylinder($K_b=1, A_1/b=0.4$)

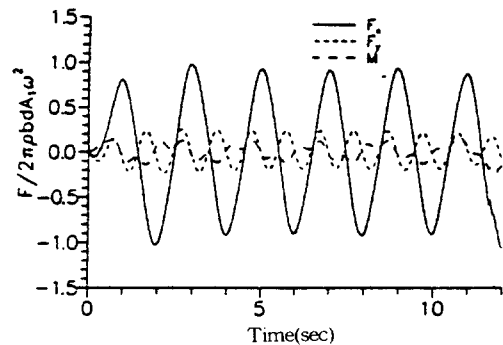


Fig.19-b Time history of forces for swaying rectangular cylinder($K_b=1, A_1/b=0.4$)

주며 Frank의 결과와 아주 잘 일치한다. Fig.14, Fig.15는 시간 평균력과 2차조화 성분력인데 값이 수직동요에 비해 아주 작으며 두드러질만한 특징이 보이지 않는다. 다음은 y-방향의 힘을 Fourier 변환한 결과를 고찰하면 Fig.16에서는 1차 조화 성분력은 아주 작음을 볼 수가 있고, Fig.17에서는 시간평균력

인데 파수가 증가함에 따라 음의 값을 가지며 절대값은 커지는 경향은 수직동요와 같다. Fig.18는 2차 조화 성분력의 진폭인데 파수가 커짐에 따라 거의 선형적으로 증가하는 것을 볼 수가 있고 2차 조화 성분력이 가장 주요한 힘으로 작용됨을 알 수 있다. 다음 계산예로는 사각형 실린더를 수평동요시켜 보았다. 원형 주상체와 마찬가지로 x-방향에 기인된 y-방향의 힘이 계산되고 단면 특성상 모멘트도 계산된다. Fig.19-a는 $K_b=1, A_1/b=0.4$ 인 경우의 파형을 보여주고 있다. Fig.19-b는 $K_b=1, A_1/b=0.4$ 인 경우의 동유체력을 보여주는데 모멘트는 규칙성을 가지나 상당히 일그러져 있다. 위의 계산에 의해 사각형 단면은 단면 특성상 원형 주상체에 비하여 시간 평균력에 의한 비선형 현상을 덜 발생 시킴을 알 수가 있다.

5. 2차원 실린더에 의한 조파현상($U \neq 0, \omega = 0$)

본 논문의 정합방법과 비선형해법[21]을 이용하여 2차원 문제에 작용하는 조파저항, 양력을 구하는 문제를 택하였다. 계산 예로 정지상태로부터 출발하여 일정한 속도로 수평이동하는 원형단면 실린더와 타원형 단면의 실린더를 택하였다. 우선 Havelock [11]의 계산예인 원형 단면을 다음과 같은 속도로 물체를 전진시켜 보았다.

$$\begin{aligned} U(t) &= 0, & t < 0 \\ U(t) &= U_0, & t \geq 0 \end{aligned} \quad (5.1)$$

Fig.20-a, Fig.20-b는 반경 R이 1, 잠수깊이 h가 2이며 깊이 푸루우드 수가 $F_h=0.6$ 인 경우에 대한 파형, 조파저항, 양력의 계산이다. Fig.20-a에서 파가 Breaking되는 모습을 보여주는데 이는 Havelock이 선형가정에 위배되는 계산을 하였거나, $t=0$ 에서의 갑작스런 가속에 의한 과도파의 영향이라고 생각되어서 다음과 같은 속도 분포로 원형실린더를 $t=0$ 에서부터 점진적으로 가속시켜 보았다.

$$\begin{aligned} U(t) &= \frac{-U_0}{2} [1 - \cos(\pi t / T_{acc})], & t < T_{acc} \\ &= -U_0, & t \geq T_{acc} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Fig.21-a, Fig.21-b는 (5.2)와 같은 속도로 $T_{acc}=10$ sec까지 가속시켜 보았으나 앞의 경우와 마찬가지로

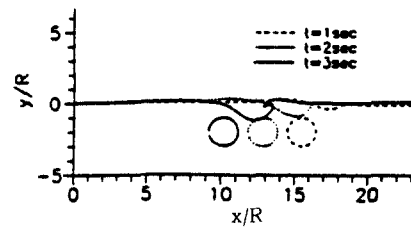


Fig.20-a Wave profile generated by uniformly translating circular cylinder(impulsive start, $F_h=0.6, h/R=2$)

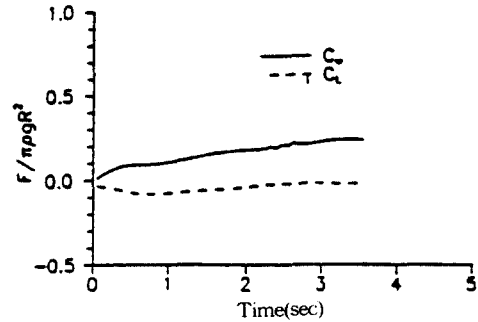


Fig.20-b Time history forces for uniformly translating circular cylinder(impulsive start, $F_h=0.6, h/R=2$)

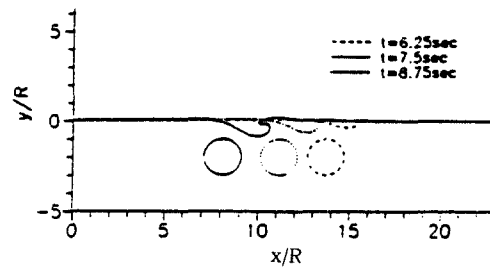


Fig.21-a Wave profile generated by uniformly translating circular cylinder(smooth start, $F_h=0.6, h/R=2, T_{acc}=10$ sec)

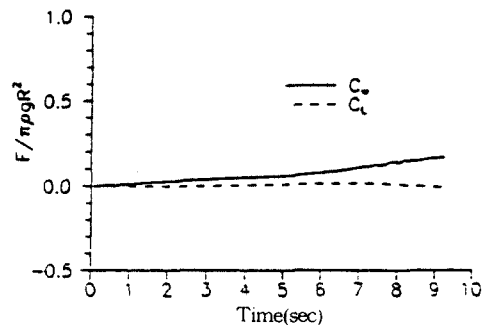


Fig.21-b Time history forces for uniformly translating circular cylinder(smooth start $F_h=0.6, h/R=2$)

로 파가 Breaking되며 계산이 $t=9.2\text{sec}$ 정도에서 깨어졌다. 이는 파도파에 의해 파가 깨어지는 것이 아니라 계산모델 자체가 워낙 비선형성을 가지고 있는데 기인한다. 그 증거로 자유표면을 선형화한 Kim[13]의 계산에서 $F_h=0.6$ 에서 파형을 관찰하면 파고와 파장비가(A/λ) 0.35정도되는데 이는 파가 불안정한 정도의 척도인 파기울기(Wave steepness) 1/7을 초과하므로 본 계산이 타당함을 입증한다. 이는 자유표면의 선형화에 의하여 실제 물리적 현상을 잘못 파악한 것이며 Fig.20-a, Fig.21-a의 파형을 관찰하면 질량보존의 법칙을 위배하고 있다. 다음은 물체에 기인한 자유표면의 비선형성을 줄이기 위해 프루우드 수($F_L=0.6, 0.70117, 1$)에 대하여 잠수깊이를 변환시켜 가면서 계산하여 고차 스펙타럴 방법과 비교하여 보았다. 우선 $F_L=0.70117, h/L=2$ 인 경우 식(5.1)과 같이 급속 가속을 시켜보았다. Fig.22-a,

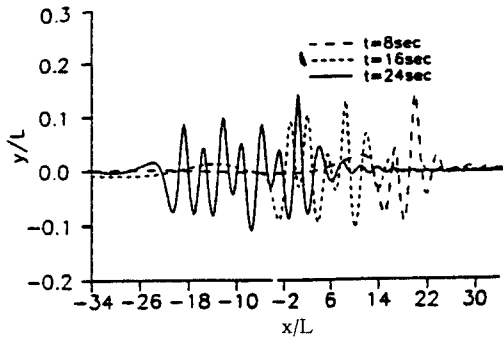


Fig.22-a Wave profile generated by uniformly translating Elliptic cylinder(impulsive start, $F_L=0.70711, h/L=2, b/L=0.25, \Delta t=0.08\text{sec}$)

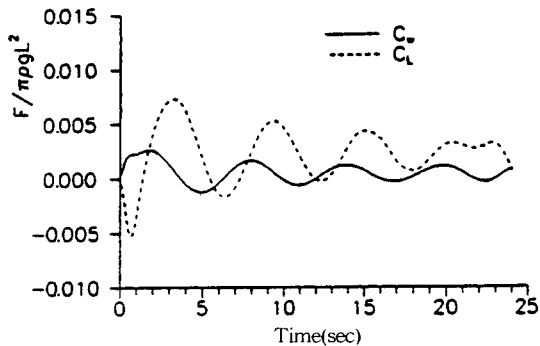


Fig.22-b Time history forces for uniformly translating Elliptic cylinder(impulsive start $F_L=0.70711, h/L=2, b/L=0.25, \Delta t=0.08\text{sec}$)

Fig.22-b에서 파형, 조파저항, 양력을 보여주는데 초기 순간의 급작스런 출발로 인한 동유체력의 과도 현상이 계속 지속되고 있고 파형도 불 규칙한 현상을 보여준다. 이러한 과도 현상을 피하기 위해 식(5.2)와 같은 점진적인 가속 방법이 요구된다. 본 계산에서의 이러한 점은 고차스펙타럴 방법의 Kim의 계산과도 일치하며 자유표면의 비선형의 고려가 선형인 경우보다도 이러한 과도현상을 더욱 지속시키고 있다. Fig.23-a, Fig.23-b은 $F_L=0.70117, h/L=2$ 에서 파형, 조파저항, 양력 값을 보여주는데 조파저항 값은 고차 스펙타럴 방법과 비교하여 약간 작은 값을 갖고, 양력은 약 1.5배 큰 값을 준다. Fig.24-a, Fig.24-b은 $F_L=0.70117, h/L=1.7$ 에서 파형, 조파저항, 양력 값을 보여주는데 파형은 Ogiwara 실험치와 대체로 잘 일치하며 저항 값도 고차 스펙타럴 방법과 비교하여 일치하나 양력은 큰 값을 주고

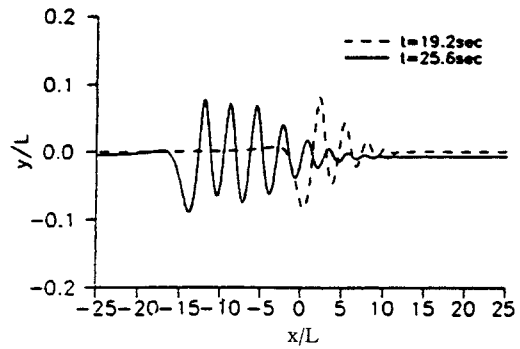


Fig.23-a Wave profile generated by uniformly translating Elliptic cylinder(smooth start, $F_L=0.70711, h/L=2, T_{acc}=18\text{sec}, \Delta t=0.08\text{sec}$)

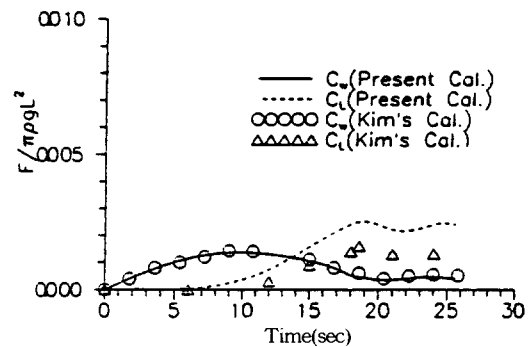


Fig.23-b Time history forces for uniformly translating circular cylinder(smooth start $F_L=0.70711, h/L=2, T_{acc}=18\text{sec}, \Delta t=0.08\text{sec}$)

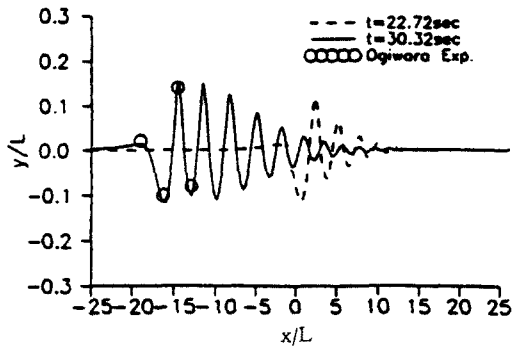


Fig.24-a Wave profile generated by uniformly translating Elliptic cylinder(smooth start, $F_L=0.70711$, $h/L=1.7$, $T_{acc}=24sec$, $\Delta t=0.08sec$)

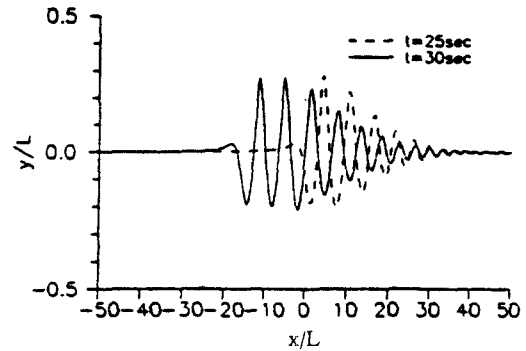


Fig.25-a Wave profile generated by uniformly translating Elliptic cylinder(smooth start, $F_L=1$, $h/L=2$, $b/L=0.25$, $T_{acc}=20sec$)

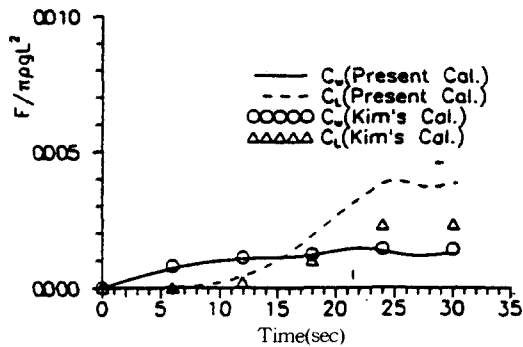


Fig.24-b Time history forces for uniformly translating circular cylinder(smooth start $F_L=0.70711$, $h/L=1.7$, $T_{acc}=24sec$, $\Delta t=0.08sec$)

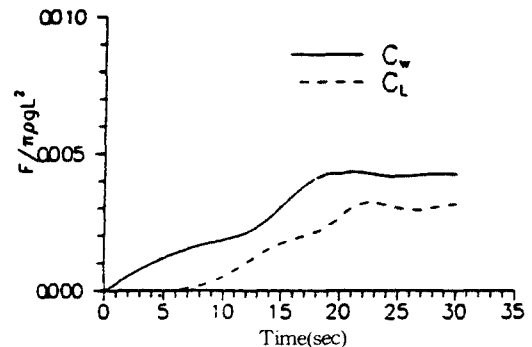


Fig.25-b Time history forces for uniformly translating circular cylinder(smooth start $F_L=1$, $h/L=2$, $b/L=0.25$, $\Delta t=20sec$)

있다. Fig.25-a, Fig.25-b은 $F_L=1$, $h/L=2$ 에서 파형, 조파저항, 양력 값을 보여주는데 파형은 작은 F_L 에서와 비교할 때 파장은 많이 길어지는데 비해 파고는 많이 증가하지는 않는다. 위의 결과를 종합해 볼 때 정상 상태에 도달해서도 조파저항, 양력 값은 기준점으로 부터 어느 정도 진동하고 있다. 그 이유는 시간영역에서의 계산은 정상상태의 계산과 다르게 물체뒤의 파형이 변동되기 때문이며 진동주기는 파가 생성되는 주기와 같다.

6. 결 언

본 논문은 유체중에서 2차원 물체의 비선형 운동 문제의 해석을 위해 시간영역에서의 수치해법을 개발하였다. 계산영역은 비선형 자유표면 경계조건과 물체표면 경계조건을 엄밀하게 만족시키는 물체근처

의 내부영역과, 선형자유표면 조건 및 무한원방 방사 조건을 만족하는 외부영역으로 나눈다. 내부 영역은 코시 경계 적분방정식을 이용하여 해를 정립하고, 외부영역에서는 과도그린함수를 포함한 그린 제2정리를 이용하였다. 위의 두 영역에서 부터 도출된 각각의 행렬식은 정합면에서의 정합조건으로 부터 하나의 행렬식으로 조립된다. 계산 결과의 검증을 위해 본 계산치를 다른 이론해 및 실험치와 비교하였다.

이상의 연구를 통하여 다음의 결론을 얻었다.

1) 과도 그린함수의 계산은 급수전개나 점근전개를 이용하여 직접 계산한 결과와 빠데근사(Pade approximation)에 의한 계산보다도 급수전개와 점근전개로 전개한 식을 연속분수(Continued fraction)으로 치환하여 계산하는 것이 가장 많은 항을 계산할 수 있었다.

2) 부유 원형 주상체의 상하동요에 따른 감쇄계수는 저 주파수에서는 Ursell[20]의 계산치와 잘 일치하고 고 주파수에서는 차이가 크다. 즉, 고주파수에서 감쇄계수는 Ursell의 계산치가 크고 본 계산값이 적으며 Yamashita[12] 실험치는 이 두 이론치 사이에 놓여있다. 부가질량 계수는 본 계산값이 Ursell의 계산치보다 조금 크나 실험치와 일치한다. 시간평균력과 2차 조화성분력의 진폭은 대체로 Ursell의 계산치 및 Yamashita 실험치와 잘 일치하였다.

3) 부유 주상체의 수평동요에 기인한 수직방향의 연성력은 베르누이 방정식으로 부터 물체표면에서 압력을 계산할 때 비선형항인 속도 자승항의 영향에 기인한 것으로 보인다.

4) 잠수된 타원형 주상체가 급속가속할 경우 상당히 오래동안 과도효과가 지속되어서 정상해를 얻는데 오랜시간이 필요하나, 서서히 가속시킨 경우는 안정적으로 정상해를 얻을 수 있었다. 또 잠수된 원형 실린더의 전진문제에 대하여 Havelock[11]이 계산한 푸루우드수 중에서 깊이 푸루우드수 0.6, 0.8, 1인 경우 자유표면에서 쇄파가 발생되었다.

참 고 문 헌

- [1] Abramowitz, M. and I.A.Stegun, "Handbook of Mathematical Function." Dover Publication, 1965.
- [2] Bai, K.J., "A Localized Finite-Element Method for Two-Dimensional Steady Potential Flows with a Free Surface", J. of Ship Res., Vol. 22, pp.216-230, 1978.
- [3] Bender, Carl M. and Orszag, Steven A., "Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers", 1978.
- [4] Chan, R.K.C. and Hirt, C.W., "Two-Dimensional Calculations of the Motion of Floating Bodies", Proc. 10th ONR Symp., 1974.
- [5] Chapman, R.B., "Large-Amplitude Transient Motion of Two-Dimensional Floating Bodies", J. of Ship Res., Vol.23, No.1, 1979.
- [6] Dommermuth, D.G. and Yue, D.K., "Numerical Simulations of Nonlinear Axisymmetric Flows with Free Surface", J. of Fluid Mech. Vol. 178, pp.195-219, 1987.
- [7] Faltinsen, O.M., "Numerical Solution of Transient Nonlinear Free-Surface Motion Outside or Inside Moving Bodies", Proc.2nd Int. Conf.on Num. Ship Hydrodyn., 1977.
- [8] Faltinsen, O.M., "Numerical Nonlinear Method of Sloshing in Tankes with Two-Dimensional Flow", J.Ship Res., Vol.22, No.3, pp.193-202, 1978.
- [9] Frank, W., "Oscillation of Cylinders in or below the Free Surface of Deep Fluids", NSRDC Report 2375, 1967.
- [10] Gradshteyn, I.S. and Ryzhik, I. M., "Table of Integrals, Series and Products", Academic Press, 1980.
- [11] Havelock, T.H., "The Forces on a Circular Cylinder Submerged in a Uniform Stream", the Collected Papers of Sir Thomas Havelock on Hydrodynamics, 1936.
- [12] Hwang, J.H. Kim, Y.J and Kim.S.Y., "Nonlinear Hydrodynamic Forces Due to Two-Dimensional Forced Oscillation", IUTAM Symp.Tokyo/Japan, 1987.
- [13] Kim, Y.J., "On Two Dimensional Transient Motions with Large Amplitude by Time Domain Method", Ph.D. Dissertation, Seoul National University, 1984.
- [14] Kim, Y.J. and Hwang, J.H., "The Two Dimensional Transient Motions with Large-Amplitude by Time Domain Analysis", Proc.16th ONR Symp., 1986.
- [15] Lee, K.J., "A Study of Potential Flow near the Intersection Point between Body and Free Surface", Ph.D. Dissertation, Seoul National University, 1990.
- [16] Lonuet-Higgins, M.S. and Cokelet, E.D., "The deformation of Steep Surface Waves on Water : I.A Numerical method of Computation", Proc.Soc. London A.350, pp.1-26, 1976.
- [17] Ogiwara, S., "A Numerical Method of Nonlinear Solution for Steady Waves Induced by Two-Dimensional Submerged Bodies", J.SNA, Vol.156, 1984.
- [18] Peter, H., "Applied and Computational Complex Analysis", Vol.1, Vol.2, 1974.
- [19] Shin, Y.S., "Nonlinear Hydrodynamic Forces

on 2-Dimensional Cylinders in Time Domain", Ph.D. Dissertation, Seoul National University, 1991.

- [20] Ursell, F. "On the Heaving Motion of a Circular Cylinder on the Surface of a Fluid", Quarterly J. of Mech. and Appl.Math., Vol. 2, 1949.
- [21] Vinje, T. and Brevig, P., "Nonlinear Ship Motion", Proc.3rd Int. Conf.on Num.Ship Hydrodyn., 1981.
- [22] Vinje, T., Maogang, X. and Brevig, P., "A Numerical Approach to Nonlinear Ship Motion", Proc. 14th ONR Symp., 1982.
- [23] Wehausen, J.V. and Laitone, E.V., "Surface Waves", Encyclopedia of Physics Vol.9 Springer-Verlag, 1960.

부 록

i) z_k is on $C\Phi$

(3.43)을 (3.40)에 대입하여 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & (-\text{Im}T_{k,1} + \text{Re}T_{k,1} a_{1,1} + \text{Re}T_{k,2} a_{2,1} + \dots \\
 & \quad + \text{Re}T_{k,N_1+1} a_{N_1,1}) \Psi_1 + \\
 & (-\text{Im}T_{k,2} + \text{Re}T_{k,1} a_{1,2} + \text{Re}T_{k,2} a_{2,2} + \dots \\
 & \quad + \text{Re}T_{k,N_1+1} a_{N_1,2}) \Psi_2 \\
 & \quad \vdots \\
 & (-\text{Im}T_{k,N_1} + \text{Re}T_{k,1} a_{1,N_1} + \text{Re}T_{k,2} a_{2,N_1} + \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \text{Re}T_{k,N_1+1} a_{N_1,N_1}) \Psi_{N_1} \\
 & + (\sum_{j=1}^{N_1} \text{Re}T_{k,j} \cdot c_{2j,N_2} - \text{Im}T_{k,N_2}) \Psi_{N_2} \\
 & + (\sum_{j=1}^{N_1} \text{Re}T_{k,j} \cdot c_{1j,N+1} - \text{Im}T_{k,N+1}) \Psi_{N_1+1} \\
 & - \sum_{j=N_1+2}^{N_2-1} \text{Im}T_{k,j} \Psi_j + \sum_{j=N_2+1}^{N_3} \text{Re}T_{k,j} \Phi_j = \\
 & - \sum_{j=N_1+1}^{N_2} \text{Re}T_{k,j} \Phi_j + \sum_{j=N_2+1}^{N_3} \text{Im}T_{k,j} \Psi_j \\
 & - \sum_{j=1}^{N_1} \text{Re}T_{k,j} d_j
 \end{aligned}$$

ii) z_k is on $C\Psi$

(3.43)을 (3.41)에 대입하여 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & (-\text{Re}T_{k,1} - \text{Im}T_{k,1} a_{1,1} - \text{Im}T_{k,2} a_{2,1} - \dots \\
 & \quad - \text{Im}T_{k,N_1+1} a_{N_1,1}) \Psi_1 + \\
 & (-\text{Re}T_{k,2} - \text{Im}T_{k,1} a_{1,2} - \text{Im}T_{k,2} a_{2,2} - \dots \\
 & \quad - \text{Im}T_{k,N_1+1} a_{N_1,2}) \Psi_2 \\
 & \quad \vdots \\
 & (-\text{Re}T_{k,N_1} - \text{Im}T_{k,1} a_{1,N_1} - \text{Im}T_{k,2} a_{2,N_1} - \dots \\
 & \quad - \text{Im}T_{k,N_1+1} a_{N_1,N_1}) \Psi_{N_1} + \\
 & (-\sum_{j=1}^{N_1} \text{Im}T_{k,j} \cdot c_{2j,N_2} - \text{Re}T_{k,N_2}) \Psi_{N_2} \\
 & + (-\sum_{j=1}^{N_1} \text{Im}T_{k,j} \cdot c_{1j,N+1} - \text{Re}T_{k,N+1}) \Psi_{N_1+1} \\
 & - \sum_{j=N_1+2}^{N_2-1} \text{Re}T_{k,j} \Psi_j - \sum_{j=N_2+1}^{N_3} \text{Im}T_{k,j} \Phi_j = \\
 & + \sum_{j=N_1+1}^{N_2} \text{Im}T_{k,j} \Phi_j + \sum_{j=N_2+1}^{N_3} \text{Re}T_{k,j} \Psi_j \\
 & + \sum_{j=1}^{N_1} \text{Im}T_{k,j} d_j
 \end{aligned}$$