
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 29 卷 第 3 號 1992 年 8 月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 29, No.3, August 1992

자유표면하에서 전진하는 3차원 물체 주위의
 양력 흐름 수치 해석

김부기*

Numerical Analysis of Lifting Potential Flow around a Three-Dimensional
 Body moving beneath the Free Surface

by

B. K. Kim*

요 약

자유 수면하를 영각을 가지고 일정 속도로 전진하는 3차원 물체가 만드는 자유 표면 흐름에 대한 수치해를 보인다. 해를 구하기 위해 물체 표면에 Havelock 소오스와 법선 다이폴을, Wake 면에는 Havelock 법선 다이폴을 분포시키는 교란 속도 포텐셜을 기저로 한 패널법을 이용하였다. Trailing Edge의 윗면과 아랫면의 압력 등가 조건을 정확히 만족시키기 위해 반복 기법을 이용한 압력 Kutta 조건을 사용하였다. 무한 유체 영역에 놓인 Ellipsoid와 사각 Wing에 대해 계산 프로그램을 검증한 후 자유 수면하에 잠수하여 전진하는 Spheroid와 스트럿에 대한 문제를 다루었다. 본 연구에서 채택한 Panel Method는 자유 표면 효과, 3차원 물체의 형상을 고려하여 물체에 작용하는 동유체력을 비교적 정확하게 예측하였으며 특히 Wake 형상은 동유체력 계산에 큰 영향을 미치지 않는 것으로 확인하였다.

Abstract

Numerical solutions are presented for solving the free surface flow created by a three-dimensional body moving beneath the free surface with constant velocity at an angle of attack.

The solution is obtained using a panel method based on the perturbation potential, which employs Havelock sources and normal dipoles distributed on the body surface and Havelock normal dipoles in the wake downstream of the trailing edge. A pressure Kutta condition with an iterative solution procedure is implemented to satisfy equal pressure condition on the upper

발 표 : 1991년도 대한조선학회 추계연구발표회('91. 11. 16.)

접수일자: 1991년 12월 23일, 재접수일자: 1992년 4월 3일

* 대우조선공업(주)

and lower surfaces at the trailing edge.

Numerical calculation examples in the present paper include an ellipsoid at zero angle of attack, a rectangular planform wing at a small angle of attack in the limit of zero Froude number and then free surface flows and hydrodynamic forces acting on the submerged spheroid and parabolic strut are calculated. Discussions are made about the validity of the present method.

1. 서 론

일정한 속도로 전진하는 선체에 의해 발생하는 자유 표면과 및 선체가 받는 동 유체력을 예측하는 선박의 조파 저항 문제(Ship-Wave Problem)는 1898년 Michell[1]이 얇은 배 이론(Thin-Ship Theory)을 적용하여 해석을 시도한 후 많은 선박유체 역학자들의 주요 관심사가 되어 왔다. 조파 저항 문제를 해결하려는 시도는 얇은 배 이론 뿐만 아니라 세장체 이론(Slender-Body Theory), Neumann-Kelvin 이론, Dawson의 Rankine Source 분포법 등으로 이어져 왔는데 대부분 선체의 두께 효과에 대한 조파 현상만을 다루고 상대적으로 양력 현상까지 포함하는 경우는 그리 많지 않다.

선박 유체 역학 분야에서 자유 표면 효과를 고려하여 양력문제를 해석하는 경우는 선체가 Yawed Angle을 가지고 전진하는 경우, SWATH 선형과 같이 두개의 스트러트간의 간섭 효과 때문에 횡유동이 발생하는 경우, Camber가 있는 Hydrofoil 주위의 유동 문제 해석등이다. 그러나, 양력 문제 해석시에 자유 표면 효과를 제대로 고려한다는 것은 쉬운 일이 아니며 일반적으로 물체 형상을 간략화하거나 전진 속도에 제약을 두어 문제를 푸는 경우가 많다.

먼저, Hess[2]는 물체 표면에 Source 및 Doublet, Wake 영역에 Doublet를 분포하는 Panel Method를 이용하여 무한 유체 속에 놓인 3차원 물체 주위의 양력 현상을 체계적으로 서술하였다. 이 기법은 물체의 형상이 정확하게 고려되는 반면, 조파현상을 다루지 않았다는 단점이 있지만 자유 표면 효과가 중요시 되지 않는 프로펠러 성능 해석 분야에 응용되어 상당히 좋은 결과를 얻은 바 있다. 자유 표면 효과를 포함하는 기법으로 Chapman[3], Maniar등[4]은 Thin Wing 가정으로 영각을 가지고 일정 속도로 전진하는 평판 주위의 파형을 해석하고 실험결과와 비교하였다. 이 방법은 물체 형상의 제약 조건

때문에 어느 정도 두꺼운 물체에 적용하기에 어려운 점이 있다. Xia[5]등은 Rankine Source & Doublet 방법, Xu[6]등은 BEM(Boundary Element Method)으로 3차원 물체 형상과 전진 속도를 고려하여 양력 문제를 해석하였지만 방사 조건의 만족 여부가 명확하지 않다. 본 연구에서는 물체의 형상과 전진 속도의 영향이 잘 고려되며 방사 조건에서도 아무런 문제가 없는 Neumann-Kelvin 이론으로 물체 표면에 Havelock Sources와 Dipoles, Wake 표면에 Havelock Dipoles를 분포하여 수면 아래 잠겨서 전진하는 3차원 물체 주위의 양력 문제를 수치 해석하였다.

2. 문제의 정식화

2.1 좌표계 및 기본 가정

좌표계는 Fig. 1과 같이 물체에 고정되어 이동하는 우수 직교 좌표계를 택한다.

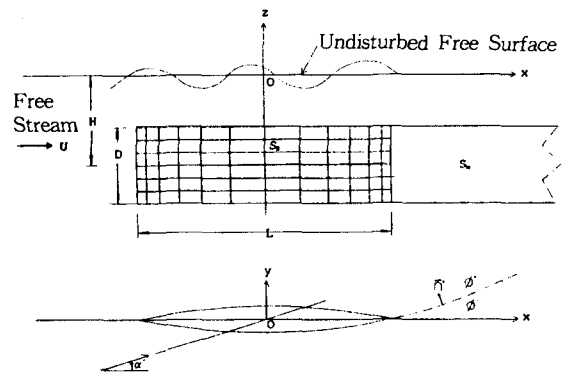


Fig. 1 Coordinate system

원점 O를 중심으로 Trailing Edge 부분이 +x 축 방향, +z 축방향은 중력이 작용하는 반대 방향인 연직 상방향으로 취하고, $z=0$ 인 평면을 정지 수면(Undisturbed Free Surface)과 일치시킨다. 일정 속도 U의 균일류가 물체로 -x축 방향에서 시간에 따라

변하지 않고 영각(Angle of Attack) α 를 이루면서 xy 평면에 평행하게 입사한다고 생각한다. 이때, 균일류의 속도 벡터는 \vec{U} 가 이루는 각도로서 x 축과 이루는 이루는 각의 방향이 반시계 방향일 때 $+$ 로 정의한다.

이상과 같은 물체 주위의 유동을 해석하기 위해 유체는 비점성, 비 압축성을 가지는 이상 유체이며 비 회전성으로 가정하면 속도 포텐시얼을 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Phi(x,y,z) &= \phi_{\infty}(x,y,z) + \phi(x,y,z) \\ &= \vec{U} \cdot \vec{x} + \phi(x,y,z) \\ &= U(x\cos\alpha + y\sin\alpha) + \phi(x,y,z) \end{aligned}$$

여기서 ϕ_{∞} 는 균일 입사류의 속도 포텐시얼이고 ϕ 는 물체의 교란에 의한 교란 속도 포텐시얼을 나타낸다.

2.2 경계치 문제

교란 속도 포텐시얼 ϕ 는 다음의 경계치 문제를 만족한다.

지배 방정식

$$\nabla^2 \phi = 0 \text{ in the fluid region} \quad (1)$$

선형화된 자유 표면 경계 조건

$$\phi_{xx} + \nu \phi_z = 0 \text{ on } z=0 \quad (2)$$

여기서, $\nu = g/U^2$ 은 기본 파수이고 g 는 중력 가속도이다.

물체 표면 경계 조건

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -\vec{U} \cdot \vec{n} \text{ on } S_B \quad (3)$$

여기서, $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$ 은 물체 표면에서 유체 영역으로 향하는 단위 법선 벡터이고 S_B 는 물체 표면을 나타낸다.

해저면 경계 조건

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \phi_z = 0 \quad (4)$$

Wake Surface 가정

$$(\Delta p)_{on \ sw} = p^+ - p^- = 0 \quad (5)$$

$$(\Delta \frac{\partial \phi}{\partial n})_{on \ sw} = (\frac{\partial \phi}{\partial n})^+ - (\frac{\partial \phi}{\partial n})^- = 0 \quad (6)$$

$$(\Delta \phi)_{on \ sw} = \phi^+ - \phi^- \quad (7)$$

Kutta 조건

$$|\nabla \phi|_{TE} < \infty \text{ at Trailing Edge} \quad (8)$$

무한 원방 경계 조건

$$\phi = \begin{cases} o(1/r), & x < 0 \\ o(1/r), & x > 0 \end{cases} \text{ as } r = (x^2 + y^2)^{1/2} \rightarrow \infty \quad (9)$$

식(1)은 이상 유체의 지배 방정식인 Laplace 방정식이고 식(2)는 균일류의 속도로 선형화(Linearization)된 자유 표면 경계 조건이며 식(3), (4)는 각각 유체가 물체 표면 및 해저 표면을 뚫고 지나갈 수 없다는 운동학적 경계조건이다. 식(5), (6)은 Wake 표면 S_w 의 두께가 얇다고 가정하여 S_w 상에서 압력과 법선 속도 차이가 없다는 조건이다. 이때 Vorticity는 S_w 내부에서만 존재하고 S_w 외부에서는 무시할 만하다. 식(7)은 양력 현상을 설명하기 위해 S_w 상에서 포텐시얼 차이가 존재한다는 조건이고 식(8)은 Trailing Edge에서 유체 속도는 유한해야 한다는 Kutta 조건이며 식(9)는 무한 원방에서의 Radiation 조건을 말한다.

이상과 같은 경계치 문제를 Neumann-Kelvin 문제라 부르며 해인 ϕ 는 유체 영역에 Green 정리를 적용하면 유체 영역을 이루는 각각의 경계면에 특이점들을 적절히 표면 분포(Surface Distribution)하는 것으로써 구해진다. 특이점으로 Havelock Green Function을 택하고 경계면에서의 경계 조건들을 적용하면 임의의 물체 외부 지점에서의 교란 속도 포텐시얼은 다음과 같이 표현된다.

$$-\phi(p) = \iint_{S_B} \phi(q) \frac{\partial G(p,q)}{\partial n_q}$$

$$-G(p;q) \frac{\partial \phi(q)}{\partial n_q} |_{dS} + \iint_{S_W} \Delta \phi(q) \frac{\partial G(p;q)}{\partial n_q} dS \quad (10)$$

여기서 $G(p;q)$ 는 $q(\xi, \eta, \zeta)$ 지점에 놓인 단위 크기의 Havelock Source에 의하여 $p(x, y, z)$ 지점에 유효되는 속도 포텐셜을 나타내는 Havelock Green Function이고 지금 다루는 문제는 잠수체에 대한 경우이므로 수상선의 경우 나타나는 선 적분항(Waterline Integral)은 생기지 않는다.

2.3 적분 방정식 유도

p 점을 물체 표면으로 접근시키면 (10)식은 다음처럼 된다.

$$-\phi(p)/2 = \iint_{S_B} \phi(q) \frac{\partial G(p;q)}{\partial n_q} - G(p;q) \frac{\partial \phi(q)}{\partial n_q} |_{dS} + \iint_{S_W} \Delta \phi(q) \frac{\partial G(p;q)}{\partial n_q} dS \quad (11)$$

여기서 \iint 는 주치 적분(Principal Value Integral)을 말한다.

Source 세기인 $\partial \phi(q)/\partial n_q$ 는 (3)식의 물체 표면 경계 조건에서 결정되므로 (11)식은 물체 표면에서 Dipole 세기인 교란 속도 포텐셜 ϕ 를 구하는 제 2종 Fredholm 적분 방정식이 된다. 수치 계산을 위해 물체 표면을 Panel들로 분할했을 때 (11)식은 미지수 ϕ 를 구하는 대수 연립 방정식으로 된다.

3. Havelock Green Function

Neumann-Kelvin 문제를 해석함에 있어서의 어려움은 주로 Havelock Green function의 수학적 복잡성때문에 기인하는 수치 계산 적용의 어려움때문이다. 따라서 여러 선박 유체 역학자들이 수치 계산하기에 간편한 형태를 찾으려고 노력해 왔으며 최근에 Noblesse[7]가 국부 파동항(Near-Field Wave Term)과 자유 파동항(Free Wave Term)을 완전히 분리하여 수치 계산하기에 용이한 다음의 표현식을 제안하였다.

$$4\pi G(p;q) = -1/r + N + W$$

여기서, $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}$ 이고 편의상 $x' = (x-\xi)\nu, y' = (y-\eta)\nu, z = (z+\xi)\nu$ 로 정의한다. 국부 파동항은 다음과 같다.

$$N = \frac{1}{r'} - 2\left\{1 + \frac{-z'}{r' + |x'|}\right\} + \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \text{Im}\{e^{z'} E_1(Z) + \ln Z + \gamma\} dt \quad (12)$$

여기서, $r' = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta)^2}$ 이며 Im 는 복소수의 허수부를 의미한다. $\gamma = 0.577\cdots$ 는 Euler 상수이고 복소수인 Z 는

$$Z = (z' \sqrt{1-t^2} + y' t + i|x'|) \sqrt{1-t^2} \quad (13)$$

이다. 또한 복소 지수 적분 함수(Complex Exponential Integral Function) E_1 는 다음과 같이 정의된다.

$$E_1(z) = \int_t^\infty e^{-t} t^{-1} dt \quad (14)$$

국부 파동항의 $e^z E_1(Z)$ 계산은 수렴 구간에 따라 Ascending Series, Continued Fraction, Double Series Expansion의 세가지 방법으로 나누어 계산하는 Newman[8]의 기법을 따랐다. 자유 파동항은 다음과 같다.

$$W = -H(x')/4 \int_{-\infty}^\infty \text{Im} \exp\{z'(1+t^2) + i(x'+y't)\sqrt{(1+t^2)}\} dt \quad (15)$$

여기서, $H(x')$ 는 $H(x')=0$ for $x' < 0, H(x')=1$ for $x' > 0$ 로 정의되는 Heaviside 계단함수이다. 자유 파동항의 계산에서 적분 인자가 심하게 진동할 때는 이를 피하기 위해 적분 경로를 적절히 바꾸어 주는 Steepest Descent 방법을 이용하였다[9].

4. Discretization

물체 표면과 Wake 표면을 여러개의 평판 형태의 Panel로 분할하고 각 Panel에 있어서 특이점 세기가 일정하다고 가정하면 풀고자 하는 적분 방정식 (11)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{N_B} D_{ij} \phi_j + \sum_{m=1}^{M_R} W_{im}(\Delta \phi)_m = \sum_{j=1}^{N_B} S_{ij} \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_j \quad (16)$$

for $i=1, 2, \dots, N_B$

여기서, N_B 는 물체 표면의 Panel 분할 갯수이고 M_R 은 Wake 표면 Strip 갯수이며 Wake 형상을 잘 고려하기 위하여 각각의 Strip을 다시 여러개의 Panel 로 분할하였다. D_{ij} , S_{ij} , W_{im} 은 다음과 같이 정의된다.

$$D_{ij} = \iint_{S_B} \frac{\partial G(p; q)}{\partial n_q} dS \quad (17)$$

$$S_{ij} = \iint_{S_B} G(p; q) dS \quad (18)$$

$$W_{im} = \iint_{S_W} \frac{\partial G(p; q)}{\partial n_q} dS \quad (19)$$

이제 풀고자 하는 적분방정식은 각 Panel의 미지수인 Dipole 세기 즉, 교란 속도 포텐시얼 ϕ 를 정하는 대수 연립 방정식으로 되었다. S_{ij} , D_{ij} , W_{im} 의 계산에서, $1/r$, $1/r'$ 관련 면적분 항은 Hess & Smith [2, 10] 방법을 따라서 유도한 식으로 계산하였고 파동항은 4×4 Gauss 적분 공식을 써서 면적분을 수행하였다. 대수 연립 방정식은 LU Decomposition 방법으로 풀었다.

5. Kutta 조건

물체에 작용하는 양력 현상을 설명하기 위해 Trailing Edge에서 유속이 유한하다는 Kutta 조건이 도입된다. 이는 Wake 표면에서 압력이 연속임을 의미하며 양력을 발생시키는 물체주위의 Circulation을 얻기 위해 Wake 표면에서 포텐시얼 Jump를 필요로 한다. Span 방향으로 횡유동(Cross Flow) 효과가 중요시 되지 않는 경우에 Kutta 조건을 다음과 같은 2차원 형태로 수식화한다[11].

$$(\Delta \phi)_{wake} = \Phi^+ - \Phi^- = \phi^+ - \phi^- + \vec{U} \cdot \vec{\gamma}_{TE} \quad (20)$$

여기서, 상 첨자 $+$, $-$ 은 각각 Wake 우현 방향, 좌현 방향을 의미하고 $\vec{\gamma}_{TE}$ 는 Trailing Edge에 인접한 Panel에서의 우현, 좌현 Panel의 두 Control Point를 잇는 벡터이다. (20)식의 $\vec{U} \cdot \vec{\gamma}_{TE}$ 는 정확히 Trailing Edge에서 Kutta 조건을 적용시키지 않고 Trailing Edge에 인접한 Control Point에 적용시키는 데서 기인하는 보정항인데 얇은 날개 단면에서는 계산 결과에 별다른 영향을 미치지 않는다.

3차원 물체 주위의 흐름에서는 Span 방향으로 횡유동 효과를 무시할 수 없는 경우에 (20)식으로는 Trailing Edge에서, 특히 Tip 부근에서는 압력 연속 조건을 만족시키기 어려운데 이럴 경우 Iteration 기법을 이용하여 압력 연속 조건을 정확히 만족시키는 수치 압력 Kutta 조건(Numerical Pressure Kutta Condition)이 Lee[11], Kerwin등[12]에 의해 성공적으로 시도된 바 있다.

수치 계산에서, Trailing Edge에서 압력 차이가 없다는 Kutta 조건을 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} \Delta p_m &= p_m^+ - p_m^- = 0 \\ \text{for } m &= 1, 2, \dots, M_R \end{aligned} \quad (21)$$

(16)식을 풀어 (21)식의 압력 Kutta 조건이 바로 만족되기는 어려우므로 Iteration 기법을 써서 (21)식을 만족시켜 나가야 한다. (16)식을 푼 후 k번째 Iteration 중의 $\Delta p_m^{(k)}$ 의 값이 허용 오차 범위내에 들어오지 않으면 (k+1)번째 포텐시얼 Jump인 $\Delta \phi_m^{(k+1)}$ 을 다음과 같이 결정하여 (21)식이 만족할 때까지 계속 반복한다.

$$\begin{aligned} \{\Delta \phi_j\}^{(k+1)} &= \{\Delta \phi_j\}^{(k)} - [J_{ij}]^{-1} \{\Delta p_i\}^{(k)} \\ \text{for } i, j &= 1, 2, \dots, M_R \end{aligned} \quad (22)$$

$[J_{ij}]^{-1}$ 은 Jacobian Matrix J의 Inverse이며 다음과 같이 구한다.

$$J_{ij} = \frac{\partial(\Delta p_i)}{\partial(\Delta \phi_j)} \approx \frac{\Delta p_i(\beta) - \Delta p_i^{(k)}}{\Delta \phi_j(\beta) - \Delta \phi_j^{(k)}} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \Delta \phi_l(\beta) &= (1 - \beta) \Delta \phi_l^{(k)} \\ \text{for } l &= j \\ \Delta \phi_l(\beta) &= \Delta \phi_l^{(k)} \\ \text{for } l &\leq j \end{aligned}$$

여기서, β 는 작은 수인데 계산에서는 0.01로 택하였고 반복계산을 시작하기 전 포텐시얼 Jump의 초기값으로 (20)식을 이용하였다.

6. Wake 표면 형상 가정

(6)식을 만족하는 유선(Streamline)을 따라 가면서

정확한 Wake 면 형상을 찾아야 하지만 유동 해석이 이루어지기 전에 이를 알아낸다는 것은 불가능한 일이고 설사 유동 해석이 이루어졌다 하더라도 Wake 형상을 찾는 것은 시간이 많이 소요되는 일이므로 대부분 다음과 같은 Wake 형상을 가정하게 된다[13].

$$y_w = ax + b/x^r + c \tag{24}$$

(24)식이 다음의 조건을 만족하도록 가정하면,

$$\begin{aligned} y_w &= 0 & \text{at } x &= x_T \\ y_w' &= 0 & \text{at } x &= x_T \\ y_w' &= \tan \alpha & \text{as } x &\rightarrow \infty \end{aligned}$$

(24)식은 다시 다음과 같이 나타낼 수 있다[13].

$$y_w = \tan \alpha \left\{ x + \frac{x_T^{r+1}}{rx^r} - (1+1/r)x_T \right\} \tag{25}$$

이때, x_T 는 Trailing Edge에서 Wake Strip의 x 좌표이며 r은 Wake 형상 Parameter로써 0에서 무한대까지 선택할 수 있는 수이다. 일반적으로 r 값에 따라서 변하는 Wake 형상은 물체에 작용하는 동유체력에 그다지 큰 영향을 미치지 않는다는 결과를 보여준 바 있다[13].

7. 파형 및 동유체력 계산

자유 표면 상에 Bernoulli 방정식을 적용하면 선형화된 발생파의 파형은 다음과 같이 주어진다.

$$\zeta_w = -\frac{U}{g} \phi_x \quad \text{on } z=0 \tag{26}$$

(10)식의 적분방정식을 풀어 교란 속도 포텐셜이 정해지면 물체 표면에서의 유체 속도 및 압력 분포를 알기 위해 포텐셜을 수치 미분한다. Bernoulli 방정식으로 부터 물체 표면에서의 동 압력은 다음과 같이 표현되고,

$$\rho + \frac{\rho}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi = p_\infty + \frac{\rho}{2} U^2 \tag{27}$$

$\nabla \Phi$ 는 전체 속도 벡터로서 다음과 같이 정의한

다.

$$\nabla \Phi = \vec{U} + \nabla \phi \tag{28}$$

물체 표면 경계 조건으로 부터 다음의 관계식이 얻어진다.

$$\nabla \Phi = \vec{U} - (\vec{n} \cdot \vec{U}) \vec{n} + \nabla_s \phi \tag{29}$$

$$\text{여기서, } \nabla_s \phi = \nabla \phi - (\vec{n} \cdot \nabla \phi) \vec{n} \tag{30}$$

물체 표면에 접하는 임의의 두 방향을 나타내는 단위 벡터를 \vec{e}_1, \vec{e}_2 라 하고 이 두 방향으로의 교란 속도(Perturbation Velocity) $\nabla_s \phi$ 는

$$\frac{\partial \phi}{\partial e_1} = \vec{e}_1 \cdot \nabla_s \phi \tag{31}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial e_2} = \vec{e}_2 \cdot \nabla_s \phi \tag{32}$$

의 두 관계를 이용하여 다음과 같이 나타내어진다[12].

$$\nabla_s \phi = \frac{\frac{\partial \phi}{\partial e_1} [\vec{e}_1 - (\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2) \vec{e}_2] + \frac{\partial \phi}{\partial e_2} [\vec{e}_2 - (\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2) \vec{e}_1]}{1 - (\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2)^2} \tag{33}$$

$\partial \phi / \partial e_1, \partial \phi / \partial e_2$ 는 교란 속도 포텐셜 ϕ 가 이웃하는 Penel의 도심(Centroid)을 따라서 2차식(Quadratic Equation)으로 변화한다고 가정하여 유한 차분법으로 구한다. (29), (30), (33)식으로 부터 압력 분포가 얻어지며 무차원화된 압력계수는 다음과 같이 정의한다.

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U^2} \tag{34}$$

이로부터 물체에 작용하는 동 유체력은 구하고자 하는 힘 방향으로 압력을 적분한 식으로 부터 다음처럼 구할 수 있다.

$$\vec{F} = - \iint_{S_B} p \vec{n} \, dS \tag{35}$$

$$\vec{M} = - \iint_{S_B} p (\vec{r} \times \vec{n}) \, ds \tag{36}$$

여기서, \vec{r} 은 위치 벡터를 말한다.

각 방향별로 분리하여 성분별로 나타내면 다음과 같다.

$$F_x = - \iint_{S_B} p n_x dS$$

$$F_y = - \iint_{S_B} p n_y dS$$

$$M_z = - \iint_{S_B} p (x n_y - y n_x) dS$$

F_x 는 +x 방향으로 작용하는 힘이고 F_y 는 +y 방향으로 작용하는 힘이며 M_z 는 +z축에 대한 Yaw Moment를 말한다. 힘들 간의 상관 관계를 따지면 양력 L과 항력 D를 계산할 수 있다.

$$L = F_y \cos \alpha - F_x \sin \alpha \quad (38)$$

$$D = F_x \cos \alpha + F_y \sin \alpha \quad (39)$$

동 유체력 계수는 다음처럼 무차원화하여 정의한다.

$$\text{Lift} \quad C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho S U^2} \quad (40)$$

$$\text{Drag} \quad C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho S U^2} \quad (41)$$

$$\text{Yaw Moment} \quad C_M = \frac{M_z}{\frac{1}{2} \rho S U^2 L} \quad (42)$$

여기서, S는 침수 표면적이고 L은 물체 길이를 말한다.

8. 수치 계산

이론 및 계산 프로그램의 검증을 위해 먼저 무한 유체 영역속에 놓인 Ellipsoid 주위 유동을 계산하여 해석해와 비교하였고 Planform의 형상이 사각형인 Wing에 대해서 Panel 분할수, Kutta 조건에 따른 수치 계산 결과를 검토하였다. 자유표면이 있는 문제로서 Spheroid의 조파 저항 및 파형을 Sources 만의 분포 방법 결과와 비교한 후 영각을 가지고 잠수하여 전진하는 Parabolic Strut에 대한 동유체력 계산 결과를 고찰하였다.

8.1 Ellipsoid

Fig. 2에서 보는 바와 같이, 무한 유체 영역속에

놓인 반경이 각각 $a=c=1, b=0.1$ 인 Ellipsoid에 +x 축 방향으로 영각 0° 를 가지고 균일류가 입사할 때 표면에서의 교란 속도 포텐셜 ϕ 와 u, v방향으로의 속도를 계산하여 잘 알려져 있는 해석해[14]와 비교하였다.

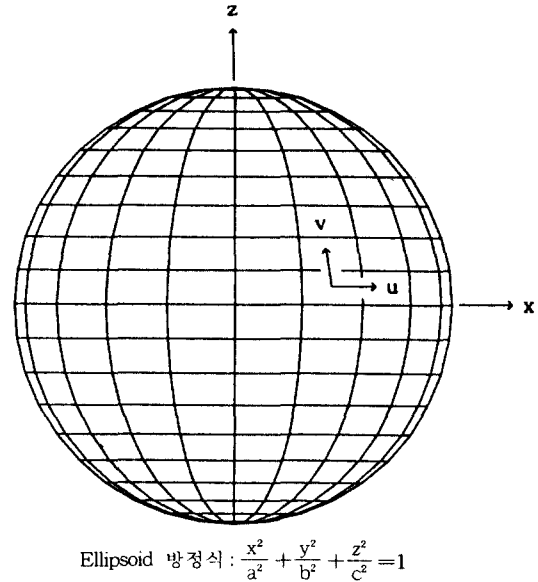


Fig. 2 Coordinate system of the ellipsoid

형상의 대칭성을 이용하여 x, y, z < 0인 1/8 표면에 대해서 Chord 방향으로 40개, Span 방향으로 20개, 총 800개의 Panel로 분할하여 계산한 결과를 Fig. 3-Fig. 7에 나타내었다. Leading Edge, Trailing Edge, 그리고 Tip 부근의 형상을 잘 고려하기 위해 Chord 및 Span 두 방향으로 Cosine Spacing이 되게 분할하였다. Fig. 3과 Fig. 4에서는 각각 네 지점의 Span 방향 위치 및 Chord 방향 위치에서의 교란 속도 포텐셜 분포를 보여주고 있다. Fig. 3에서 가로축은 무차원화된 Chord 방향 변수 C인데 -1이 Leading Edge이고 0은 Mid Chord를 뜻한다. Fig. 4에서는 가로축이 무차원화된 Span 방향 변수 S이며 -1이 Tip이고 0은 Mid Span을 말한다. 계산된 교란 속도 포텐셜 ϕ 는 Ellipsoid 표면 전 영역에 걸쳐 해석해와 잘 일치하고 있는데 1/8 표면을 800개의 Panel로 충분히 잘 표현한 결과라고 생각한다. Fig. 5와 Fig. 6에서는 Fig. 2에 표시된 u, v 방향 속도 분포를 비교하고 있다. $z/c = -0.9370$ 에서의 u 방향속도를 제외하고 전반적으로 해석해와 좋은 일치를 보여주고 있다. $z/c = -0.9370$ 에서 가장

된 원인은 포텐셜 수치 미분시에 Leading Edge 및 Tip 부근에서의 형상 변화가 잘 고려되지 못한 수치 오류라고 판단되며 이러한 오류는 국부적인 영역에 제한되어 있으므로 속도 계산 방법에는 별 문제가 없다고 생각할 수 있다. 또한, Fig. 7에서는 Chord 방향으로의 압력 분포를 나타내었는데 Leading Edge 부근에서 해석해와 잘 일치되지 않음을 볼 수 있는데 Fig. 5에서 설명한 속도의 불일치가 압력 계수 계산에도 영향을 미치기 때문이라 생각된다. 하지만, 전체적으로 해석해와 좋은 일치를 보여 주고 있으므로 동유체력 추정에는 별 문제가 되지 않는다.

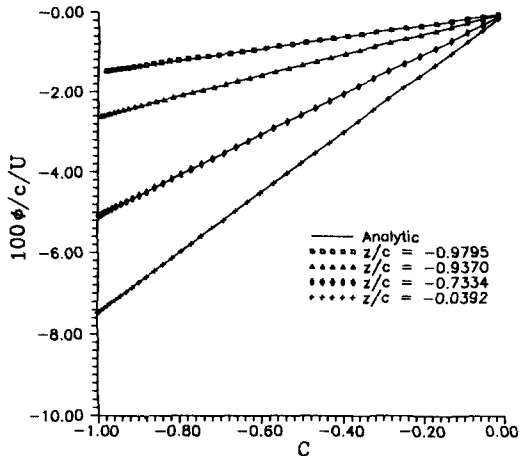


Fig. 3 Chordwise perturbation potential distribution of the ellipsoid

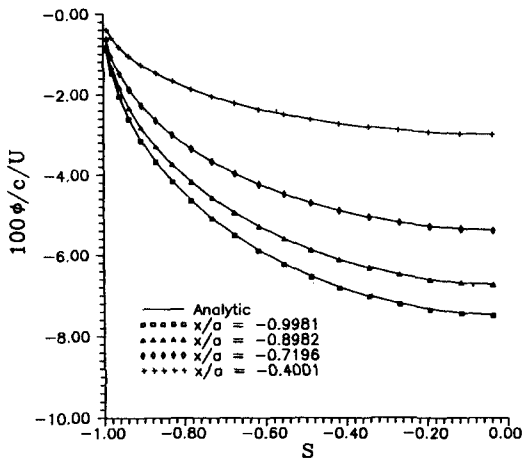


Fig. 4 Spanwise perturbation potential distribution of the ellipsoid

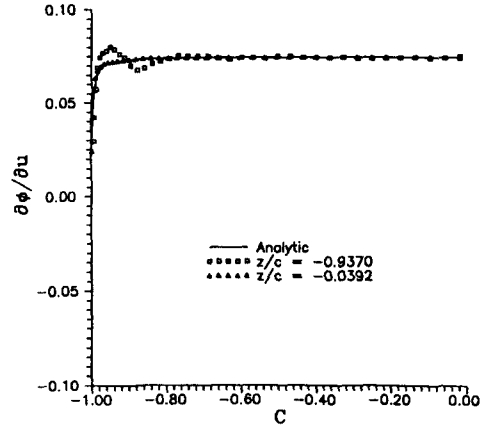


Fig. 5 Chordwise distribution of the u-velocity component of the ellipsoid

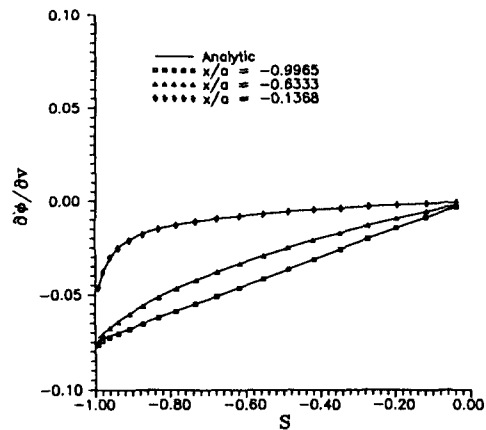


Fig. 6 Spanwise distribution of the v-velocity component of the ellipsoid

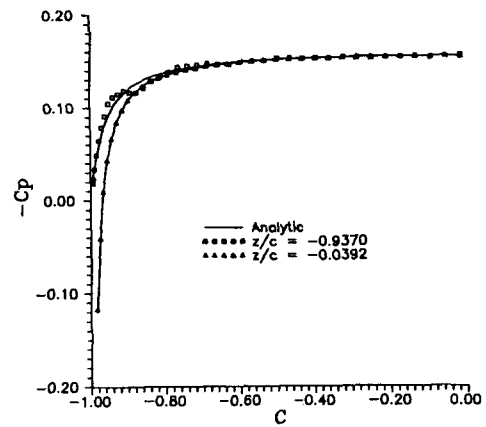


Fig. 7 Chordwise pressure distribution of the ellipsoid

8.2 Rectangular Wing

무한 유체 영역 속에 놓여 있는 Planform 형상이 사각형, 단면 형상은 NACA0012. Aspect Ratio가 5.9인 Rectangular Wing에 8°의 영각을 가지는 균일류가 입사하는 경우에 대해 계산을 수행하였다. Panel 분할 수에 따른 해의 수렴성 여부를 알아보기 위해 아래의 Table 1과 같이 5가지 경우로 나누어 분할하였고 Case I, V에 대한 분할 모습이 Fig. 8에 나와 있다.

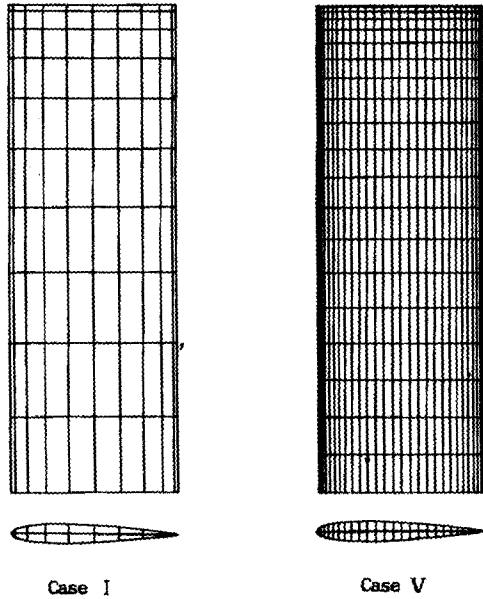


Fig. 8 Panel arrangements of the rectangular wing

Ellipsoid 경우와 마찬가지로 Chord 방향으로 Cosine Spacing을 이용, 표면을 분할하였으며 형상의 대칭성을 이용하여 물체의 반쪽 표면에서만 문제를 풀었다. Fig. 9은 Panel 분할 갯수에 따른 Span 방향으로의 Circulation, 즉 각 단면의 Lift 분포를 보여주고 있는데, 분할수를 비교적 적게 하여도 계산 결과에 별 차이가 없음을 알 수 있고 Panel 수가 많은 쪽으로 점점 수렴해 감을 알 수 있다. 따라서 표면을 일정 갯수이상의 Panel로 분할하기만 하면 계산 결과에 별다른 영향을 주지 않는다. Fig. 10에서는 Tip 부근인 $Z=0.9985$ 의 Span 위치에서 물체 표면의 좌, 우면의 Chord 방향에 따른 압력 차이를 보여주고 있는데 2차원 형태의 Kutta 조건에 비해 반복 기법을 이용한 수치 압력 Kutta 조건은 Trailing Edge에서 정확하게 압력 연속 조건을 만족시키고

Table 1 Number of panels of the rectangular wing

	Chord방향(N_c)	Span 방향(M_R)	전체 Panel 수
Case I	20	10	200
Case II	40	10	400
Case III	80	10	800
Case IV	40	20	800
Case V	60	20	1200

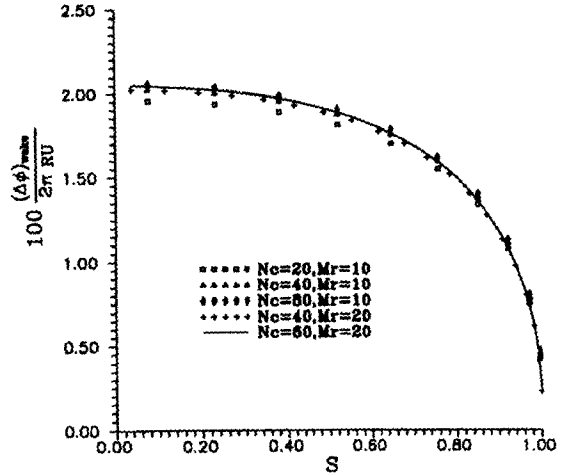


Fig. 9 Effect of the number of panels on the circulation distribution of the rectangular wing

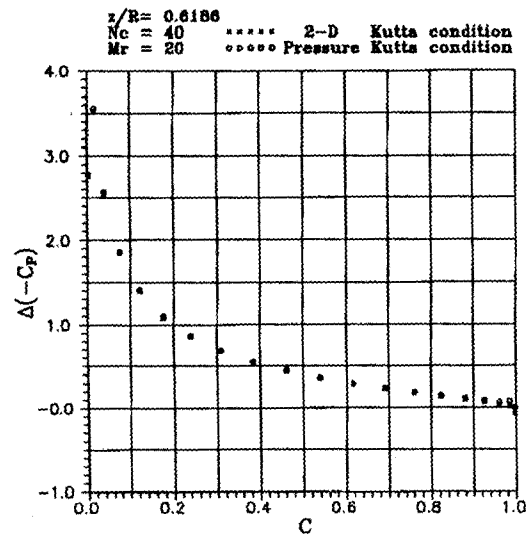


Fig. 10 Chordwise distribution of the pressure difference of the rectangular wing($z/R=0.9985$)

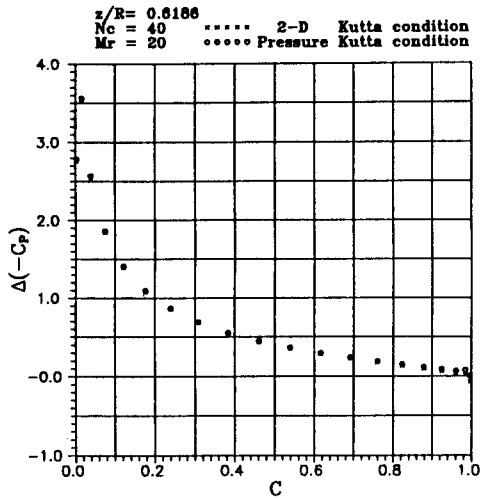


Fig. 11 Chordwise distribution of the pressure difference of the rectangular wing($z/R=0.6186$)

있음을 알 수 있다. 이러한 수치 압력 Kutta 조건은 Tip 부근을 제외하고는 별다른 영향이 없음을 Fig. 11에서 보여주고 있는데 상대적으로 횡유동 효과가 덜하기 때문이라고 판단된다.

8.3 Submerged Spheroid

잠수 깊이와 길이와의 비 $H/L=0.2450$, 최대 직경과 길이와의 비 $D/L=0.2$ 인 Spheroid가 전진할 때 ($\alpha=0$) 발생하는 자유 표면파와 조파 저항을 계산하였다. 먼저, Fig. 12에서는 Spheroid 우현을 300개의 Panel로 나누어 Sources만을 분포한 경우와 본 방법의 Sources 및 Dipoles을 혼합 분포하여 계산한 조파 저항 계산 결과 차이를 보여주고 있다. 이론적으로 두 방법의 계산 결과는 같아야 하는데 실제 계산에서도 압력 적분으로부터 얻은 두 계산 결과는 별 차이가 없고 Doctors & Beck[15]의 결과와도 비교적 일치한다. Fig. 13은 Froude Number 0.6으로 전진할 때 발생하는 $y=0$ 위치에서 $-2.0 < x < 8.0$ 까지의 자유 표면파의 상승 높이를 비교한 것이다. Spheroid의 길이 방향은 $-1 < x < 1$ 에 걸쳐 있는데 조파 저항과 마찬가지로 파형에서도 두 분포 방법에 의한 계산 결과 차이는 거의 없다. Fig. 14, Fig. 15에서는 $-2.0 < x < 8.0$, $-3 < y < 3$ 영역에서 발생한 자유 표면파의 등고 형태와 Perspective View를 보여주고 있다. 본 방법에서 파형은 (9)식으로 먼저 포텐셜을 계산한 후 Cubic Spline 방법으로 x 방향으로 미분값을

구해 (26)식에 대입하여 계산하였다.

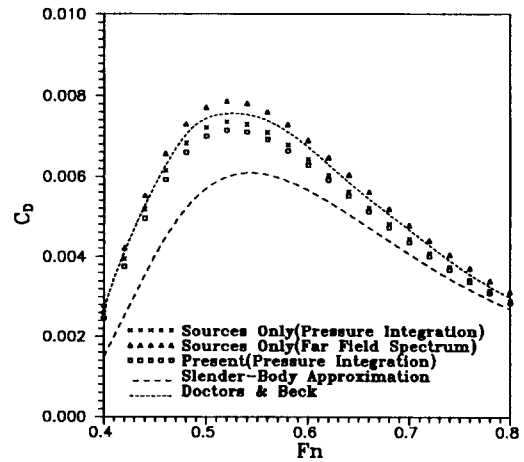


Fig. 12 Wave resistance of the submerged spheroid

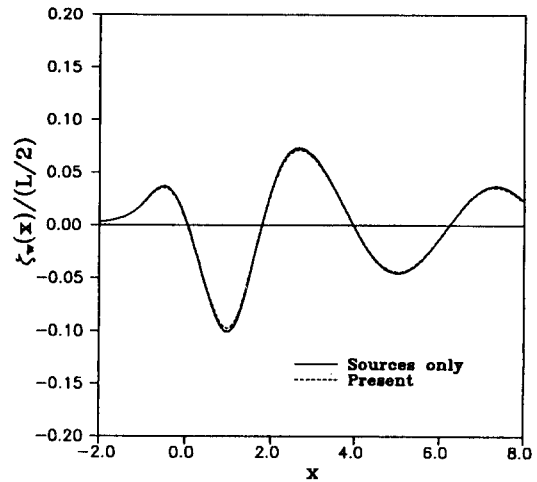


Fig. 13 Comparison of wave profiles along $y=0$

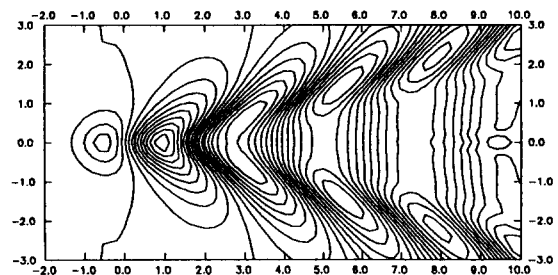


Fig. 14 Contour lines of the wave pattern by the submerged spheroid($Fn=0.6$)



Fig. 15 Perspective view of the wave pattern by the submerged spheroid(Fn=0.6)

8.4 Submerged Strut

최대 폭과 길이와의 비 B/L=0.05, 높이와 길이와의 비 D/L=0.15인 Parabolic 형태의 Strut은 다음과 같이 정의된다.

$$y = \pm B/2[1 - (2x/L)^2], \quad -L/2 \leq x \leq L/2$$

계산 조건으로는 6°의 영각을 가지고 H/L=0.1로 잡아서 Fn=0.6으로 전진할 때이며 이때 발생하는 파형과 Wake 형상 Parameter r값에 따른 Lift, Drag, Yaw Moment 계수를 비교하였다. 물체 길이 방향으로 60개, 흡수 방향으로 10개, 평평한 윗면과 아랫면에 각각 60개로 물체 표면에 총 720개의 Panel을 두었고 Wake Strip 갯수는 10개로 하여 문제를 풀었다. 먼저 Fig. 16, 17에서는 Strut이 전진하면서 만드는 발생파의 등고 형태와 Perspective View를 보여주고 있는데 r=1에 대한 계산 결과를 그린 것이다. Strut의 길이는 -1 < x < 1에 걸쳐 있다. 좌현 방향에서 생기는 파형이 지배적이며 물체 후방에서의 파계(Wave System)가 복잡하다.

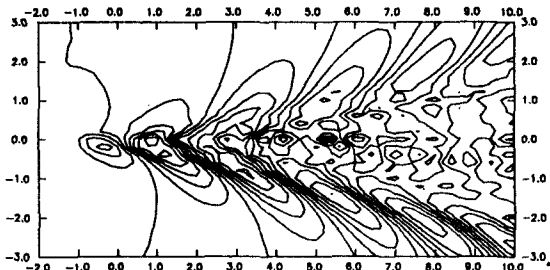


Fig. 16 Contour lines of the wave pattern by the submerged strut(Fn=0.6, alpha=6°)



Fig. 17 Perspective view of the wave pattern by the submerged strut(Fn=0.6, alpha=6°)

Table 2 Effect of wake shape parameter r on the lift, drag and yaw moment coefficients of the submerged parabolic strut(Fn=0.6, alpha=6°)

Parameter r	C _L (×10 ³)	C _D (×10 ³)	C _M (×10 ³)
0.0	1.289	3.227	-8.284
0.5	1.289	3.231	-8.284
1.0	1.289	3.235	-8.283
1.5	1.289	3.238	-8.283
2.0	1.289	3.241	-8.282
3.0	1.289	3.245	-8.282
5.0	1.289	3.252	-8.280
∞	1.290	3.273	-8.274

Table 2에서는 Wake 형상 Parameter에 따른 동유체력 계수들을 비교하였는데 Wake 형상은 동유체력 계산 결과에는 그다지 큰 영향을 미치지 않는다는 것을 쉽게 알 수 있다. 이는 Gong[13]등이 자유표면이 없는 물체에 대한 계산에서 보인 결과와 마찬가지로 경향을 보여주고 있다.

9. 결 론

본 연구에서는 물체 표면에 Havelock Sources와 Dipoles, Wake 표면에 Havelock Dipoles를 두는 Panel Method로 자유 표면이 있는 3차원 물체 주위의 양력 문제를 수치 해석하였다. 이상의 연구 결과를 요약하면 다음의 결론을 내릴 수 있다.

1. 본 연구에서 채택한 Panel Method는 자유 표면 효과, 3차원 물체의 형상을 잘 고려할 뿐만 아니라 Lift, Drag, Yaw Moment 등의 동유체력 계수도 비교적 정확하게 예측할 수 있다.
2. Fig. 10, 11에서 보는 바와 같이 압력 Kutta 조건의 영향은 Tip의 Trailing Edge에 국한되기 때문에 2차원 형태의 Kutta 조건을 사용하여도 충분한 정도의 계산 결과를 얻을 수 있다. 하지만 횡동 효과가 클 경우에는 Trailing Edge에서 정확하게 압력 연속 조건을 만족시키는 압력 Kutta 조건을 사용하는 것이 바람직하다.
3. 자유표면이 존재하는 경우에도 Wake 형상은 물체에 작용하는 동유체력 계산에 큰 영향을 미치지 않는다.
4. 앞으로의 연구 내용으로 SWATH, Catamaran 등 수상선에 대한 적용을 위해 선 적분항을 효과적으로 처리하는 방안이 요구된다.

참 고 문 헌

- [1] Michell, J.H., "The Wave Resistance of a Ship", *Philosophical Magazine*, London, Series 5, Vol.45, No.272, 1898, pp.106-123.
- [2] Hess, J.L., "Calculation of Potential Flow about Arbitrary Three-Dimensional Lifting Bodies", *Douglas Report* N00019-71-C-0524, Douglas Aircraft Company, USA, 1972.
- [3] Chapman, R.B., "Free Surface Effects for Yawed Surface Piercing Plates", *Journal of Ship Research*, Vol.20, No.3, pp.125-136, 1976.
- [4] Maniar, H., Newman, J.N., and Xu, H., "Free Surface Effects on a Yawed Surface-Piercing Plates", *18th Symposium on Naval Hydrodynamics*, Michigan, USA, 1990.
- [5] Xia, F., and Larsson, L., "A Calculation Method for the Lifting Potential Flow around Yawed, Surface-Piercing 3-D bodies", *16th Symposium on Naval Hydrodynamics*, University of California, Berkeley, 1986.
- [6] Xu, Q. and Mori, K., "A Boundary Element Method for the Numerical Simulation of 3-D Nonlinear Water Waves Created by a Submerged Lifting Body", *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, Vol.167, pp.25-34, 1990.
- [7] Noblesse, F., "On the Fundamental Function in the Theory of Steady Motion of Ships", *Journal of Ship Research*, Vol.22, No.4, pp.212-215, 1978.
- [8] Newman, J.N., "The Evaluation of Free-Surface Green Functions", *4th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*, Washington D.C., 1985.
- [9] Kim, S.E. and Kim, B.K., "Numerical Calculations of Neumann-Kelvin Problem for a SWATH Ship", *4th International Conference on Practical Design of Ships and Mobile Units*, Varna, Bulgaria, 1989.
- [10] Hess, J.L. and Smith A.M.O., "Calculation of Nonlifting Potential Flow about Arbitrary Three-Dimensional Bodies", *Journal of Ship Research*, Vol.8, No.2, pp.22-44, 1964.
- [11] Lee, J.T., "A Potential Based Panel Method for the Analysis of Marine Propellers in Steady Ph.D. Thesis, *Massachusetts Institute of Technology*, USA, 1987.
- [12] Kerwin, J.E., Kinnas, S.A., Lee, J.T. and Shih, W.Z., "A Surface Panel Method for the Analysis of Ducted Propellers", *Trans. SNAME*, VOL.95, 1987.
- [13] Gong, I.Y. and Kim, S.Y., "Theoretical and Experimental Analysis of Hydrodynamic Forces acting on a Rudder", KRISO Report No. UCE 421-1274.D, 1989.
- [14] Sir Horace Lamb, *Hydrodynamics*, Cambridge University Press, sixth edition, 1932.
- [15] Doctors, L.J., and Beck R.F., "Convergence Properties of the Neumann-Kelvin Problem for a Submerged Body," *Journal of Ship Research*, Vol.31, No.4, pp.227-234, 1987.