
 論 文

大韓造船學會論文集
 第29卷 第2號 1992年 5月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 29, No. 2, May 1992

고정지지된 Sandwich Panel의 최적설계에 관한 연구

김기성*, 김익태**, 김윤영***

An Optimum Design of Sandwich Panel at Fixed Edges
by

K. S. Kim*, I. T. Kim** and Y. Y. Kim***

요 약

Sandwich구조는 복합구조의 특별한 hybrid구조의 형태로써 두 층의 얇은 표면재와 가운데 두꺼운 층인 경량의 심재로 구성되어 있으며, 이는 표면재와 심재가 접착된 일체로써 서로의 단점을 보완하면서 구조 효율을 높인 형상이다. 또한 심재는 표면재에 비해서 상당히 두꺼운 두께를 갖기 때문에 전단 변형이 중요하므로 굽힘 강성도(bending stiffness) 계산에 전단효과가 고려되어야 한다.

구조 설계에서 중요한 목적은 중량 감소에 있기 때문에 본 논문에서는 sandwich panel의 설계시 표면재와 심재의 두께 및 재질을 변화시켜 제한조건에 맞는 최소 중량을 얻는 데 중점을 두었다. 본 해석에서 sandwich panel의 최소중량을 얻기 위하여 표면재와 전단력을 고려한 심재의 변형에 따른 변형에너지를 각각 계산한 후, 최소 potential 에너지 원리를 적용하여 목적함수의 최적치를 구하였다. 설계 제한조건으로는 허용 처짐, 허용 굽힘응력, 허용 전단응력과 국부적인 불안정 상태의 wrinkling 응력이 고려되었으며, 설계 모델은 수직 분포 하중에 의한 여러가지 경계조건에 따른 sandwich panel을 대상으로 하였다. 비선형 최적화 기법은 Nelder and Mead Simplex Search Method와 Hooke and Jeeves Pattern Search method에 External Penalty Function이 적용된 SUMT방법을 결합시킨 SUMTNM와 SUMTHJ를 사용하였으며, 해석 결과는 sandwich panel의 구조 설계에 활용할 수 있도록 表를 작성하였다.

Abstract

A sandwich element is a special Hybrid structural form of the composite construction, which is consisted of three main parts: thin, stiff and relatively high density faces separated by a thick, light, and weaker core material.

 발 표: 1991년도 대한조선학회 추계연구발표회('91. 11. 16.)

접수일자: 1991년 12월 16일, 재접수일자: 1992년 3월 12일

*정회원, 인하대학교 선박해양공학과

**정회원, 홍익대학교 조선해양공학과

***학생회원, 인하대학교 선박해양공학과

In a sandwich construction, the shear deformation of the faces. Therefore, in the calculation of the bending stiffness, the shear effect should be included. In this paper, the minimum weight is selected as an object function, as the weight critical structures are usually composed of these kind of construction.

To obtain the minimum weight of sandwich panel, the principle of minimum potential energy is used and as for the design constraints, the allowable bending stress of face material, the allowable shear stress of core material, the allowable value of panel deflection and the wrinkling stress of faces are adopted, as well as the different boundary conditions.

For the engineering purpose of sandwich panel design, the results are tabulated, which are calculated by using the nonlinear optimization technique SUMT.

1. 서 론

최근에 들어서 복합재료나 sandwich구조에 대한 더 많은 응용에 관심이 높아지고 있고 응용의 초점은 하나의 재료에 치우치지 않고 더 많은 재료를 필요에 따라서 사용한다는 개념에 있다. 그리고 이 원리는 어떤 재료에서 전에는 가능치 못했던 기계적인 특성이나 물리적인 특성을 제한적이긴 하지만 원하는 조건에 맞는 것을 얻는데에 있다.

선박 설계의 지배적인 인자는 중량감소에 있고 sandwich 구조의 중량감소는 재료의 특성과 face와 core의 두께 비율에 따라서 변하게 된다. 본 연구는 sandwich panel의 설계에서 중요한 인자인 최소중량을 목적함수로 하였고 단순지지에 대한 참고문헌[16]의 연속으로써 4변 또는 2변이 모두 고정지거나 단순 혹은 고정지지로 합성된 경계조건에 대해서 해석하였다. 제한조건으로는 각각의 조건에 맞는 허용처짐과 허용굽힘응력 및 전단응력에 국부적인 불안정상태의 wrinkling 응력까지도 고려하였다. 해석방법으로는 face와 전단력을 고려한 core의 변형에 따른 전체에너지를 계산하고 Rayleigh-Ritz 에너지 방법에 의해서 최소화했으며, 최적화 기법은 Nelder and Mead Simplex Method와 Hooke and Jeeves Pattern Search Method에 SUMT방법을 결합한 SUMT-NM[3]과 SUMTHJ[3]를 사용하였다.

2. Sandwich Panel의 구성과 재료

Sandwich 구조는 적층형 hybrid 구조의 일종으로, 얇고 강한 강성을 지닌 고밀도의 표면재와 저밀도이고 강성과 강도가 표면재보다 낮은 두꺼운 층인 심재에 의해서 분리된 채 접착된 구조효율을 높인 형상이다. 이러한 높은 강도와 강성을 지닌 얇은 층을 face 또는 skin이라고 하고, 중간층을 core라 부른다. 그리고 face와 core는 서로의 단점을 보완한 채 외부에서 가해진 굽힘하중을

face가 감당할 수 있도록 중심축으로 부터의 거리를 충분히 멀리하여 2차 단면모멘트를 증가시키므로써 굽힘 강성을 높일 수 있는 장점을 지닌 경량의 구조물이다. 이러한 배열에 따른 sandwich구조의 굽힘 강성은 face의 재료로만 이루어진 같은 중량의 panel에 비해 훨씬 크다는 것이 명백히 밝혀져 있다. 본 연구의 목적은 face와 core의 두께 변화 및 지지조건에 따른 최소중량을 얻는데 있기 때문에 face의 방향성이나 lamina 및 laminate의 구성은 고려하지 않았고, 재료는 등방성이다. 그리고 face와 core는 모두 선박에서 범용성이 큰 것들을 선택하였고, Table 1과 Table 2에 그 물성치를 나타내었다.

Table 1 Mechanical properties of face

materials	ALLBEN (kg/cm ²)	E _f (kg/cm ²)	density (g/cm ³)	ν _f
Graphite Unidirectional	7734.100	1406200.000	1.5400	0.1000
E-glass Woven Roving	884.0000	183600.000	2.6000	0.1300

* * ALLBEN : Allowable bending stress
 E_f : Moduli of elasticity in the faces
 ν_f : Poisson's ratio in the faces

Table 2 Mechanical properties of core

materials	ALLSHE (kg/cm ²)	E _c (kg/cm ²)	density (g/cm ³)	ν _c	G _c (kg/cm ²)
Poly Vinyl Chloride	3.8670	208.822	0.0657	0.1000	94.919
Polystyrene	1.0550	104.829	0.0417	0.1414	45.702
Divinycell(H100)	5.0860	1008.526	0.1000	0.1000	458.421

* * ALLSHE : Allowable shear stress
 E_c : Moduli of elasticity in the core
 G_c : Shear moduli in the core
 ν_c : Poisson's ration in the core

3. Sandwich Panel의 해석 이론

3.1 가 정

본 연구에서는 다음과 같은 가정을 한다.

- 1) face와 core의 접착은 완벽하다.
- 2) 모든 변형도와 처짐은 미소이다.
- 3) face와 core는 등방성이며, core는 face에 비하여 상대적으로 두껍고 전단을 감당하나 전단 역시 약하므로 전두께에 걸쳐서 전단력이 일정한 antiplane core로 한다.
- 4) face는 thin face($t/c=1/70\sim 1/100$)이고, 자신의 도심축에 대한 굽힘 굽힘은 무시한다.
여기서, t 는 face의 두께이고 c 는 core의 두께이다.
- 5) 굽힘이 일어나는 동안 middle plane의 늘어남은 없다.

3.2 변위와 변형도

그림 1은 zx -평면에 대한 sandwich panel의 단면을 나타내고 있고, A점이 하중에 의해서 A'로 이동했을 때 w 는 AA'의 수직이동 거리이다. A점으로부터 거리 z 만큼 떨어진 임의의 B점은 변형 후에 B'점으로 이동하고 A' B'는 더 이상 원래의 중립축과 수직을 유지할 수 없다. x -방향에 대한 B점의 변위는

$$u = -z \cdot \lambda \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3-1)$$

유사한 방법으로 y -방향에 대한 B점의 변위는

$$v = -z \cdot \mu \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3-2)$$

여기서 λ 와 μ 는 panel의 face와 core의 두께에 대한 구성비율과 재료의 특성치에 따르는 양이고 face와 core의 재료물성치와 두께가 다르지만 기하학적 거동은 함께함으로 이에대한 비율을 나타내는 무차원 양이다. 그리고 u, v, w 의 미분과정에서 x, y 에 대하여 독립적으로 취급할 수 있다. 이때의 변형도는 다음과 같이 표현한다.

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \cdot \lambda \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3-3)$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (3-4)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = -z \cdot (\lambda + \mu) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} \quad (3-5)$$

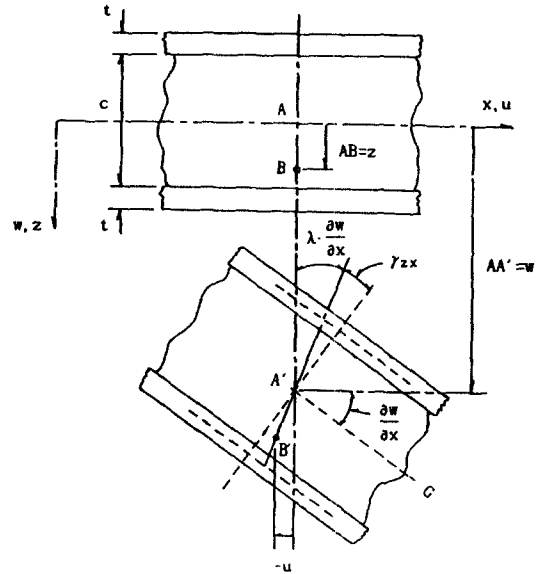


Fig. 1 Section of deflected sandwich panel in zx -plane

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} - \mu \cdot \frac{\partial w}{\partial y} = (1-\mu) \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3-6)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} - \lambda \cdot \frac{\partial w}{\partial x} = (1-\lambda) \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3-7)$$

또한, face의 membrane 효과에 의한 변위와 변형도는 다음과 같다.

$$u = \pm \left[\frac{c}{2} \cdot \lambda + \frac{t}{2} \right] \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3-8)$$

$$v = \pm \left[\frac{c}{2} \cdot \mu + \frac{t}{2} \right] \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3-9)$$

$$\epsilon_x = \pm \left[\frac{c}{2} \cdot \lambda + \frac{t}{2} \right] \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3-10)$$

$$\epsilon_y = \pm \left[\frac{c}{2} \cdot \mu + \frac{t}{2} \right] \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (3-11)$$

$$\gamma_{xy} = \pm \left[\frac{c}{2} \cdot \lambda + \frac{t}{2} \right] \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} \quad [\text{S-F}] \quad (3-12)$$

$$\gamma_{xy} = \pm \left[\frac{c}{2} \cdot \mu + \frac{t}{2} \right] \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} \quad [\text{F-S}] \quad (3-13)$$

$$\gamma_{xy} = \pm \left[\frac{c}{2} \cdot \lambda + \frac{c}{2} \cdot \mu + t \right] \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} \quad [\text{F-F}] \quad (3-14)$$

Table 3 Input data

a(cm)	b(cm)	w(kg/cm ²)	m,n(mode)	ALLY(cm)
230,460,690	230	0.255	23,23	2.3

** ALLY : allowable deflection

Table 4 Results of optimum value(Face 기준)

Edge	A/B	FACE	C O R E					
			P. V. C.			D. V. C.		
			t(cm)	c(cm)	Weight	t(cm)	c(cm)	Weight
S-F	1.0	G.U	0.072	7.152	6.901	0.069	4.810	6.928
		E.G	0.118	11.766	13.848	0.103	10.252	15.585
	2.0	G.U	0.106	10.588	10.218	0.101	7.027	10.122
		E.G	0.173	17.248	20.301	0.150	14.945	22.730
	3.0	G.U	0.114	11.433	11.033	0.103	7.834	11.005
		E.G	0.187	18.672	21.977	0.163	16.247	24.696
F-S	1.0	G.U	0.072	7.152	6.902	0.069	4.810	6.928
		E.G	0.118	11.766	13.848	0.103	10.252	15.585
	2.0	G.U	0.097	9.712	9.372	0.087	6.103	8.790
		E.G	0.153	15.266	17.796	0.129	12.887	19.588
	3.0	G.U	0.102	10.166	9.811	0.090	6.317	9.097
		E.G	0.158	15.846	18.651	0.151	12.531	20.388
F-F	1.0	G.U	0.065	6.513	6.285	0.061	4.253	6.125
		E.G	0.105	10.483	12.338	0.090	9.032	13.729
	2.0	G.U	0.094	9.367	9.040	0.083	5.834	8.404
		E.G	0.146	14.617	17.204	0.123	12.311	18.713
	3.0	G.U	0.100	10.031	9.680	0.088	6.252	8.961
		E.G	0.156	15.507	18.369	0.131	13.117	19.938

** a : X축방향의 길이 b : Y축방향의 길이

Table 4에서 보여준 S-F는 경계조건의 두 변이 단순 지지이고 나머지변은 고정지지로 조합된 지지상태를 말하고 F-S는 그 반대이며, F-F는 경계조건의 4변이 고정지지인 경우이다.

3.3 변형 에너지

변형 에너지는 가정에 의해서 $\sigma_z = 0$ 라는 조건을 사용하면 다음과 같다.

$$U = \frac{1}{2} \int_v (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx}) dv$$

그리고 경계조건에 맞는 sandwich panel의 처짐곡선을 가정하면 다음과 같다.

$$W = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}$$

(m,n은 odd)

본 연구의 목적은 최소중량을 얻기 위한 최적화에 있고 face가 core에 비해서 매우 얇으므로 지지면에서의 거동을 단순지지와 동일하게 하고 membrane 효과만을 추가하였다. 즉 고정지지점의 처짐은 없고 경사각 $\partial w / \partial x$ 와 $\partial w / \partial y$ 는 zero가 아니다.

(3-1)부터 (3-14)의 식들을 각각의 가정과 함께 (3-15)에 대입하여 변형에너지를 구하면 다음과 같다.

$$(U_c)_{mn} = G_c \cdot A_1 \left\{ (1 - \lambda_{mn})^2 \cdot \frac{m^2}{a^2} + (1 - \mu_{mn})^2 \cdot \frac{n^2}{b^2} \right\} \cdot a^2 m n$$

$$(U_t)_{mn} = E_f \cdot A_2 \cdot \left\{ \lambda_{mn}^2 \cdot \frac{m^4}{a^4} + \mu_{mn}^2 \cdot \frac{n^4}{b^4} + 2\nu \lambda_{mn} \mu_{mn} \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} + \frac{(1 - \nu_f)}{2} (\lambda_{mn} + \mu_{mn})^2 \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \right\} \cdot a^2 m n$$

$$(U_m)_{mn} = E_f \cdot A_3 \cdot \left\{ \left[\frac{c}{2} \cdot \lambda_{mn} + \frac{t}{2} \right]^2 \cdot \frac{m^4}{a^4} + \frac{(1 - \nu_f)}{2} \cdot \left[\frac{c}{2} \cdot \lambda_{mn} + \frac{t}{2} \right]^2 \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \right\} \cdot a^2 m n \quad [S-F]$$

$$(U_m)_{mn} = E_f \cdot A_3 \cdot \left\{ \left[\frac{c}{2} \cdot \mu_{mn} + \frac{t}{2} \right]^2 \cdot \frac{m^4}{a^4} + \frac{(1 - \nu_f)}{2} \cdot \left[\frac{c}{2} \cdot \mu_{mn} + \frac{t}{2} \right]^2 \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \right\} \cdot a^2 m n \quad [F-S]$$

$$(U_m)_{mn} = (U_m)_{mn}[S-F] + (U_m)_{mn}[F-S] + 2\nu_f \cdot \left[\frac{c}{2} \lambda_{mn} + \frac{t}{2} \right] \left[\frac{c}{2} \mu_{mn} + \frac{t}{2} \right] \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \quad [F-F]$$

여기서,

$$A_1 = \frac{\pi^2 \cdot a \cdot b \cdot d}{8}, \quad A_2 = \frac{\pi^4 \cdot t \cdot d^2}{16 \cdot g} a \cdot b,$$

$$A_3 = \frac{\pi^4 \cdot a \cdot b \cdot t}{4 \cdot g}$$

이고 m,n은 (m,n)th의 mode를 나타낸다.

3.4 Potential 에너지

z-방향으로 panel이 분포 하중 q를 받아서 변형했을 때의 potential에너지는

$$V = - \int_0^a \int_0^b w \cdot q \cdot dy \cdot dx$$

이고, (m,n)th mode에서의 (V)_{mn}은

$$(V)_{mn} = -4 \cdot q \cdot \frac{a_{mn}}{\pi^2} \cdot \frac{a \cdot b}{m \cdot n} \text{ 이다.}$$

3.5 전체 에너지의 최소화

전체에너지 T = (U+V) = U_c + U_t + U_m + V이고, Rayleigh-Ritz의 energy방법을 사용하여 전체 에너지를 최소화시키려면 다음의 조건들을 만족해야만 한다.

$$\frac{\partial(U+V)_{mn}}{\partial \lambda_{mn}} = \frac{\partial(U+V)_{mn}}{\partial \mu_{mn}} = \frac{\partial(U+V)_{mn}}{\partial a_{mn}} = 0$$

여기서, 4변이 고정지지일 때는 μ_{mn} = λ_{mn}이 성립하고 μ_{mn}과 λ_{mn} 및 a_{mn}을 연립 방정식으로부터 구한다.

1) 단순지지와 고정지지의 조합인 경우

$$(T)_{mn} = [R_{13} \cdot \lambda_{mn}^2 + R_{10} \cdot \mu_{mn}^2 + 2R_3 \lambda_{mn} \cdot \mu_{mn} - 2R_5 \cdot \lambda_{mn} - 2R_2 \cdot \mu_{mn} + R_{11}] \cdot a_{mn}^2 - R_{18} \cdot a_{mn}$$

$$\lambda_{mn} = \frac{(R_5 \cdot R_{10} - R_2 \cdot R_3)}{(R_{10} \cdot R_{13} - R_3^2)}, \mu_{mn} = \frac{(R_2 \cdot R_{13} - R_3 \cdot R_5)}{(R_{10} \cdot R_{13} - R_3^2)}$$

$$a_{mn} = \frac{1}{2} \cdot R_{18} \cdot \xi_1$$

2) 고정지지와 단순지지의 조합인 경우

$$(T)_{mn} = [R_9 \cdot \lambda_{mn}^2 + R_{14} \cdot \mu_{mn}^2 + 2R_3 \lambda_{mn} \cdot \mu_{mn} - 2R_1 \cdot \lambda_{mn} - 2R_6 \cdot \mu_{mn} + R_{12}] \cdot a_{mn}^2 - R_{18} \cdot a_{mn}$$

$$\lambda_{mn} = \frac{(R_1 \cdot R_{14} - R_3 \cdot R_6)}{(R_9 \cdot R_{14} - R_3^2)}, \mu_{mn} = \frac{(R_6 \cdot R_9 - R_1 \cdot R_3)}{(R_9 \cdot R_{14} - R_3^2)}$$

$$a_{mn} = \frac{1}{2} \cdot R_{18} \cdot \xi_2$$

3) 4변이 모두 고정지지인 경우

$$(T)_{mn} = [R_{13} \cdot \lambda_{mn}^2 + R_{14} \cdot \mu_{mn}^2 - 2R_4 \cdot \lambda_{mn} \cdot \mu_{mn} - 2R_7 \cdot \lambda_{mn} - 2R_8 \cdot \mu_{mn} + R_{17}] \cdot a_{mn}^2 - R_{18} \cdot a_{mn}$$

$$\lambda_{mn} = \mu_{mn} = \frac{R_7}{R_{15}}, a_{mn} = \frac{1}{2} \cdot R_{18} \cdot \xi_3$$

식의 간략화를 위해서 다음과 같이 정의한다.

$$R_1 = G_c \cdot A_1 \cdot \frac{m^2}{a^2}, R_2 = G_c \cdot A_1 \cdot \frac{n^2}{b^2},$$

$$R_3 = \frac{(1+\nu_t)}{2} \cdot E_t \cdot A_2 \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2},$$

$$R_4 = \left\{ E_t \cdot A_2 \cdot \frac{(1+\nu_t)}{2} \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} + E_t \cdot A_3 \cdot c^2 \cdot \frac{(1+\nu_t)}{8} \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \right\}$$

$$R_5 = \left\{ G_c \cdot A_1 \cdot \frac{m^2}{a^2} - \frac{1}{4} \cdot E_t \cdot A_3 \cdot c \cdot t \cdot \frac{m^2}{a^2} \cdot \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{(1-\nu_t)}{2} \cdot \frac{n^2}{b^2} \right] \right\}$$

$$R_6 = \left\{ G_c \cdot A_1 \cdot \frac{n^2}{b^2} - \frac{1}{4} \cdot E_t \cdot A_3 \cdot c \cdot t \cdot \frac{n^2}{b^2} \cdot \left[\frac{n^2}{b^2} + \frac{(1-\nu_t)}{2} \cdot \frac{m^2}{a^2} \right] \right\}$$

$$R_7 = \left\{ G_c \cdot A_1 \cdot \frac{m^2}{a^2} - \frac{1}{4} \cdot E_t \cdot A_3 \cdot c \cdot t \cdot \frac{m^2}{a^2} \cdot \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] \right\}$$

$$R_8 = \left\{ G_c \cdot A_1 \cdot \frac{n^2}{b^2} - \frac{1}{4} \cdot E_t \cdot A_3 \cdot c \cdot t \cdot \frac{n^2}{b^2} \cdot \left[\frac{n^2}{b^2} + \frac{m^2}{a^2} \right] \right\}$$

$$R_9 = \left\{ G_c \cdot A_1 \cdot \frac{m^2}{a^2} + E_t A_2 \cdot \left[\frac{m^4}{a^4} + \frac{(1-\nu_t)}{2} \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \right] \right\}$$

$$R_{10} = \left\{ G_c \cdot A_1 \cdot \frac{n^2}{b^2} + E_t A_2 \cdot \left[\frac{n^4}{b^4} + \frac{(1-\nu_t)}{2} \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \right] \right\}$$

$$R_{11} = \left\{ G_c \cdot A_1 \cdot \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] + \frac{1}{4} \cdot E_t \cdot A_3 \cdot t^2 \cdot \frac{m^2}{a^2} \cdot \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{(1-\nu_t)}{2} \cdot \frac{n^2}{b^2} \right] \right\}$$

$$R_{12} = \left\{ G_c \cdot A_1 \cdot \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] + \frac{1}{4} \cdot E_t \cdot A_3 \cdot t^2 \cdot \frac{n^2}{b^2} \cdot \left[\frac{n^2}{b^2} + \frac{(1-\nu_t)}{2} \cdot \frac{m^2}{a^2} \right] \right\}$$

$$R_{13} = \left\{ G_c \cdot A_1 \cdot \frac{m^2}{a^2} + E_t \cdot A_2 \cdot \left[\frac{m^4}{a^4} + \frac{(1-\nu_t)}{2} \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \right] + E_t \cdot A_3 \cdot c^2 \cdot \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{m^4}{a^4} + \frac{(1-\nu_t)}{8} \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \right] \right\}$$

$$R_{14} = \left\{ G_c \cdot A_1 \cdot \frac{n^2}{b^2} + E_t \cdot A_2 \cdot \left[\frac{n^4}{b^4} + \frac{(1-\nu_t)}{2} \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \right] + E_t \cdot A_3 \cdot c^2 \cdot \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{n^4}{b^4} + \frac{(1-\nu_t)}{8} \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \right] \right\}$$

$$R_{15} = \left[G_c \cdot A_1 \cdot \frac{m^2}{a^2} + E_f \cdot A_2 \cdot \left[\frac{m^4}{a^4} + \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \right] + E_f \cdot A_3 \cdot c_2 \cdot \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{m^4}{a^4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \right] \right]$$

$$R_{16} = \left\{ -G_c \cdot A_1 \cdot \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] + \frac{1}{4} \cdot E_f \cdot A_3 \cdot c \cdot t \cdot \frac{m^4}{a^4} + \frac{1}{4} \cdot E_f \cdot A_3 \cdot c \cdot t \cdot \frac{n^4}{b^4} + \frac{1}{2} \cdot E_f \cdot A_3 \cdot c \cdot t \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \right\}$$

$$R_{17} = \left\{ G_c \cdot A_1 \cdot \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] + \frac{1}{4} \cdot E_f \cdot A_3 \cdot t^2 \cdot \frac{m^4}{a^4} + \frac{1}{4} \cdot E_f \cdot A_3 \cdot t^2 \cdot \frac{n^4}{b^4} + \frac{1}{2} \cdot E_f \cdot A_3 \cdot t^2 \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{a^2 \cdot b^2} \right\}$$

$$R_{18} = \frac{4 \cdot q}{\pi^2} \cdot \frac{a \cdot b}{m \cdot n}$$

3.6 Sandwich panel의 최대 처짐

모든 경계조건에 대해서 최대처짐의 위치는 $x=a/2$, $y=b/2$ 이고, 각각의 조건에 대한 최대처짐은 다음과 같이 표현된다.

$$(W)_{max} = \frac{2 \cdot q}{\pi^2} \cdot \alpha_1 \cdot a \cdot b \cdot \xi_1 \quad [S-F]$$

$$(W)_{max} = \frac{2 \cdot q}{\pi^2} \cdot \alpha_1 \cdot a \cdot b \cdot \xi_2 \quad [F-S]$$

$$(W)_{max} = \frac{2 \cdot q}{\pi^2} \cdot \alpha_1 \cdot a \cdot b \cdot \xi_3 \quad [F-F]$$

여기서,

$$\alpha_1 = \frac{\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{(m-1)/2} \cdot (-1)^{(n-1)/2}}{m \cdot n}}$$

$$\xi_1 = \frac{R_1 \cdot (R_{10} \cdot R_{11} - R_1^2)}{(R_2 \cdot R_{11} - R_1 \cdot R_2) \cdot (R_3 \cdot R_{10} - R_1 \cdot R_3) - R_2 \cdot R_3 \cdot (R_{10} \cdot R_{11} - R_1^2) + R_1 \cdot R_{11} \cdot (R_{10} \cdot R_{11} - R_1^2)}$$

$$\xi_2 = \frac{R_2 \cdot (R_3 \cdot R_{11} - R_1^2)}{(R_4 \cdot R_4 - R_1 \cdot R_1) \cdot (R_1 \cdot R_{11} - R_1 \cdot R_1) - R_1 \cdot R_4 \cdot (R_4 \cdot R_{11} - R_1^2) + R_1 \cdot R_{11} \cdot (R_4 \cdot R_{11} - R_1^2)}$$

$$\xi_3 = \frac{R_{15}}{(R_1 \cdot R_{18} - R_{15} \cdot R_1)}$$

3.7 Sandwich panel의 응력

각각의 경계조건에 대한 최대응력들의 값은 다음과 같다.

$$(\sigma_x)_{max} = \mp \frac{E_f \cdot d \cdot q}{g} \cdot \alpha_1 \cdot \left\{ \alpha_4 \cdot \lambda_{mn} + \nu_f \cdot \alpha_5 \cdot \mu_{mn} \right\} \cdot \xi_1 \quad [S-F]$$

$$(\sigma_y)_{max} = \mp \frac{E_f \cdot d \cdot q}{g} \cdot \alpha_1 \cdot \left\{ \alpha_5 \cdot \mu_{mn} + \nu_f \cdot \alpha_4 \cdot \lambda_{mn} \right\} \cdot \xi_1 \quad [S-F]$$

$$(\tau_{xz})_{max} = \frac{2 \cdot G_c \cdot q}{\pi} \cdot \alpha_2 \cdot \xi_1 \quad [S-F]$$

$$(\tau_{yz})_{max} = \frac{2 \cdot G_c \cdot q}{\pi} \cdot \alpha_3 \cdot \xi_1 \quad [S-F]$$

$$(\sigma_x)_{max} = \mp \frac{E_f \cdot d \cdot q}{g} \cdot \alpha_1 \cdot \left\{ \alpha_4 \cdot \lambda_{mn} + \nu_f \cdot \alpha_5 \cdot \mu_{mn} \right\} \cdot \xi_2 \quad [F-S]$$

$$(\sigma_y)_{max} = \mp \frac{E_f \cdot d \cdot q}{g} \cdot \alpha_1 \cdot \left\{ \alpha_5 \cdot \mu_{mn} + \nu_f \cdot \alpha_4 \cdot \lambda_{mn} \right\} \cdot \xi_2 \quad [F-S]$$

$$(\tau_{xz})_{max} = \frac{2 \cdot G_c \cdot q}{\pi} \cdot \alpha_2 \cdot \xi_2 \quad [F-S]$$

$$(\tau_{yz})_{max} = \frac{2 \cdot G_c \cdot q}{\pi} \cdot \alpha_3 \cdot \xi_2 \quad [F-S]$$

$$(\sigma_{my})_{max} = \mp \frac{E_f \cdot q}{g} \cdot \alpha_1 \cdot (c \cdot \lambda_{mn} + t) \cdot \left\{ \alpha_5 + \nu_f \cdot \alpha_4 \right\} \cdot \xi_3 \quad [F-F]$$

$$(\tau_{yz})_{max} = \frac{2 \cdot G_c \cdot q}{\pi} \cdot \alpha_3 \cdot \xi_3 \quad [F-F]$$

여기서

$$\alpha_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (1 - \lambda_{mn}) \cdot \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{l} \cdot \frac{b}{n}$$

$$\alpha_3 = \sum_{m=n=1}^{\infty} (1 - \mu_{mn}) \cdot \frac{(-1)^{(m-1)/2}}{l} \cdot \frac{a}{m}$$

$$\alpha_4 = \frac{b \cdot m^2}{a} \quad \alpha_5 = \frac{a \cdot n^2}{b}$$

4. Wrinkling응력

압축을 받은 face는 rippling이나 wrinkling과 같은 특별한 종류의 불안정한 상태에 놓일 수 있고, 이러한 현상은 face가 일반적으로 core의 두께정도의 짧은 파장으로 좌굴하는 현상이다.

Face에서의 wrinkling[1] 응력을 표현하면,

$$\sigma_{wrink} = K_1 \cdot E_f^{(1/3)} \cdot E_c^{(2/3)}$$

여기서,

$$K_1 = \frac{\varphi^2 \cdot \theta^2}{12} + \frac{f(\theta)}{\varphi}$$

$$\phi = \frac{t}{c} \cdot \left[\frac{E_f}{E_c} \right]^{(1/3)}$$

$$\theta = \frac{\pi \cdot c}{l}$$

l = buckled halfwave length

윗 식들의 값중에서 $\phi(\theta)$ 의 값은 참고 문헌 [1]에 의하여 구할 수 있다.

5. 최적 설계

5.1 최적화 기법

최적 설계란 제한 조건을 만족시키면서 목적함수를 최적으로 하는 설계 변수를 찾는 것이고, 일반적으로 모든 문제에 적합한 최적화 기법은 존재하지 않는다. 따라서 설계자는 주어진 문제에 대해 적절한 방법을 선택하여 사용하게 되고 구조물 설계에서 널리 이용되는 방법은 비선형 최적화 기법이다. 또한 비선형 최적화 기법은 (1)gradient method와 (2)direct search method로 나눌 수 있으며 direct search method중에서 널리 이용되는 방법은 다음과 같다.

- (1) Nelder and Mead Simplex Search Method
- (2) Hooke and Jeeves Pattern Search Method
- (3) Powell's Conjugate Direction Method

본 연구의 program은 일반성, 정확성, 효율성과 program 작성 및 관리 운영상의 성능 등이 비교적 우수한 (1)번과 (2)번의 방법에 External Penalty Function이 적용된 SUMT방법을 결합시킨 SUMTNN[3]과 SUM-TJ[3]를 사용하였다.

5.2 목적함수

설계 변수에 의하여 최적값을 얻는 목적을 가진 함수로서 본 연구에서는 중량을 선택하였다.

$$F = (c \cdot \text{DEN}_c + 2 \cdot t \cdot \text{DEN}_f) \cdot 10.0(\text{kg/m}^2)$$

여기서, DEN_c : density of core, DEN_f : density of faces이다.

5.3 제한 조건

제한조건은 허용 굽힘응력, 허용 전단응력 및 wrinkling응력을 만족시키는 최소 두께이고 본 연구의 thin face 비율은 참고문헌[5]의 것인 1/68보다 약간 얇은 1/70~1/100을 사용하였다. 그리고 face의 최소두께는 0.0125cm 이상이며 모든 경계조건에 대해서 G(1)~G(4)의 제한 조건이 공동으로 사용하였다.

$$G(1) = t - 0.0125 \geq 0$$

$$G(2) = t/c - 0.01 \geq 0$$

$$G(3) = 0.0143 - t/c \geq 0$$

$$G(4) = Y_{all}/W - 1 \geq 0$$

$$G(5) = \sigma_{a11}/(\sigma_x, \sigma_y) - 1 \geq 0 \quad [\text{S-F, or, F-S}]$$

$$G(5) = \sigma_{a11}/\sigma_{my} - 1 \geq 0 \quad [\text{F-F}]$$

$$G(6) = \tau_{a11}/(\tau_{yz}, \tau_{zx}) - 1 \geq 0 \quad [\text{S-F, or, F-S}]$$

$$G(6) = \tau_{a11}/\tau_{yz} - 1 \geq 0 \quad [\text{F-F}]$$

$$G(7) = \sigma_{wrink}/(\sigma_x, \sigma_y) - 1 \geq 0 \quad [\text{S-F, or, F-S}]$$

$$G(7) = \sigma_{wrink}/\sigma_{my} - 1 \geq 0 \quad [\text{F-F}]$$

6. 수치계산 및 고찰

계산에 사용된 입력 data를 Table 3에 나타냈고, 계산된 최적값의 비교를 위하여 Table 4는 face를 기준으로 Table 5는 core를 기준으로 했으며 Table 6은 a/b를 기준으로 하였다. 동일한 core에 대해서 face를 비교해보면 G.U.는 E.G.보다 물성치가 약 8~9배 정도 높은 데 반하여 Table 4의 중량감소는 거의 2배 정도이다. 이것은 효율성면에서 볼 때 E. G. face가 더 나은 것으로 판단된다. 같은 방법으로 동일한 face에 대해서 core를 비교했을 때 core 물성치는 D.V.C가 P.V.C.보다 약 3배 정도가 높으나 Table 5에 나타난 결과는 P.V.C.가 중량감소면에서 우수함을 알 수 있다. 즉, P.V.C.core의 선택이 실용성면에서 바람직하다. 또한 지지조건을 비교했을 때 Table 6에서 긴 변이 고정지지이고 짧은 변이 단순지지인 경우가 모두 고정지지된 조건보다 더 많은 중량감소가 이루어지고 있다.

또한 고정지지와 단순지지의 조합에서 볼 때 고정지지의 횡수를 2배 또는 3배 증가시켰을 때의 중량감소 비율이 단순지지 또는 4변 고정지지의 경우보다 훨씬 크므로 설계자는 고정지지변의 횡수를 늘려 사용하는 것이 좋다. 최적화 과정에서 허용치점은 L/100을 기준으로 하여 계산한 결과 모두 허용치점 근처에서 최적화가 이루어 졌으므로 실제 사용에 적용시키기 위해서는 이것을 적절히 증감하여 최적화 한다면 요구되는 횡수를 찾을 수 있다.

7. 결 론

본 연구를 종합하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) Sandwich구조의 재료구성에서 물성치를 기준으로 했을 때 E-Glass Woven Roving face와 P.V.C. core가 우수함을 알 수 있다.
- (2) 고정지지와 단순지지의 조합된 panel에서는 긴

Table 5 Results of optimum value(CORE 기준)

A/B	EDGE	CORE	F A C E					
			G · U			E · G		
			t(cm)	c(cm)	Weight	t(cm)	c(cm)	Weight
1.0	S-F	P.V.C	0.072	7.152	6.901	0.118	11.766	13.848
		D.V.C	0.069	4.810	6.928	0.103	10.252	15.585
	F-S	P.V.C	0.072	7.152	6.901	0.118	11.766	13.848
		D.V.C	0.069	4.810	6.928	0.103	10.252	15.585
	F-F	P.V.C	0.065	6.513	6.285	0.105	10.483	12.338
		D.V.C	0.061	4.253	6.125	0.090	9.032	13.729
1.0	S-F	P.V.C	0.106	10.588	10.218	0.173	17.248	20.301
		D.V.C	0.101	7.027	10.122	0.150	14.945	22.730
	F-S	P.V.C	0.097	9.712	9.372	0.153	15.266	17.796
		D.V.C	0.087	6.103	8.790	0.129	12.887	19.588
	F-F	P.V.C	0.094	9.367	9.040	0.146	14.617	17.204
		D.V.C	0.083	5.834	8.404	0.123	12.311	18.713
3.0	S-F	P.V.C	0.114	11.433	11.033	0.187	18.672	21.977
		D.V.C	0.103	7.834	11.005	0.163	16.247	24.696
	F-S	P.V.C	0.102	10.166	9.811	0.158	15.846	18.651
		D.V.C	0.090	6.317	9.097	0.151	12.531	20.388
	F-F	P.V.C	0.100	10.031	9.680	0.156	15.507	18.369
		D.V.C	0.088	6.252	8.961	0.131	13.117	19.938

변을 고정지지로 갖는 경우가 4변 고정지거나 긴 변이 단순지지의 경우보다 중량 감소 비율이 크므로 이의 선택이 바람직하다.

- (3) 요구되는 두께 및 중량은 처짐량이 최적화 과정의 지배적인 인자이므로 실제 적용에서는 이것을 조절하여 사용할 수 있다.

참 고 문 헌

[1] Allen, H. G., "Analysis and Design of Structural Sandwich panels", Pergamon Press, 162p, 1969.
 [2] Gibbs and Cox Inc., "Naval Architects and Marine Engr. Marine Design Manual for Fiberglass Reinforced Plastics", McGraw-Hill Book Company Inc., 1960.
 [3] Parson, M. G., "Optimization Methods for Use in Computer-Aided Ship Design", S.N.A.M.E., Aug., 1975.
 [4] Schwartz, R. T., & Rosato, D.V., "Structural Sandwich

Table 6 Results of optimum value(a/b)

Edge	Face	a/b	C O R E			
			P. V. C.		D. V. C.	
			Weight (kg/m ²)	Relative Weight	Weight (kg/m ²)	Relative Weight
S-F	G.U.	1.0	6.901	1.00	6.928	1.00
		2.0	10.218	1.48	10.122	1.46
		3.0	11.033	1.60	11.005	1.59
	E.G.	1.0	13.848	1.00	15.585	1.00
		2.0	20.301	1.47	22.730	1.46
		3.0	21.977	1.59	24.696	1.59
F-S	G.U.	1.0	6.902	1.00	6.928	1.00
		2.0	9.372	1.36	8.790	1.27
		3.0	9.811	1.42	9.097	1.31
	E.G.	1.0	13.848	1.00	15.585	1.00
		2.0	17.796	1.29	19.588	1.26
		3.0	18.651	1.35	20.388	1.31
F-F	G.U.	1.0	6.285	1.00	6.125	1.00
		2.0	9.040	1.44	8.404	1.37
		3.0	9.680	1.54	8.961	1.46
	E.G.	1.0	12.338	1.00	13.729	1.00
		2.0	17.204	1.39	18.713	1.36
		3.0	18.369	1.49	19.938	1.45

* P.V.C. : Poly Vinyl Chloride
 D.V.C. : Divinycell
 G.U. : Graphite Unidirectional
 E.G. : E-Glass Woven Roving

Construction", Composite Eng. Laminates, Dietz, A. G.H. (Editor), The MIT Press, 1969.

[5] Smit, C.S., and Chalmers, D.W., "Design of Ship Superstructures in Fibre-Reinforced Plastic", RINA, Apr., 16, 1986.
 [6] Szilard, R., "Theory and Analysis of Plates", Prentice-Hall Inc., 1974
 [7] 김익태, 김기성, "Sandwich Beam의 최적설계에 관한 연구", 인하대학교 산업과학기술연구소, 논문집, 제 18집, Apr., 1990.
 [8] 김윤영, 김익태, 김기성, "Sandwich panel의 최적설계에 관한 연구-단순지지", 선박구조 연구회, 1991년 연구발표 논문집, Sep. 1991.