論文 92-29B-10-6

다각형 영역에 놓인 폐루프 극점의 견실성 해석

(Robustness Analysis of Closed-Loop Poles Located in a Polygonal Region)

李 廷 紋*

(Jung Moon Lee)

要 約

본 논문에서는 다각형 영역에 폐루프 극점을 갖는 불확실한 시스템에 관하여 고찰하였다. 파라미터의 불확실성에 따른 극배치 영역의 변동을 계산하는 방법과 폐루프 극점이 지정된 영역내에 남아있도록 허용하는 불확실성의 한계를 구하는 방법을 제시하였다. 이들은 불확실한 시스템의 폐루프 극점에 관한 유용한 견실성의 척도를 제공해준다.

Abstract

This paper considers uncertain systems with closed-loop poles in a polygonal region. A method is presented which is applicable to computing the perturbation of a pole-located region due to parameter uncertainties. A method is also proposed to calculate the bound on parameter uncertainties which allow the closed-loop poles to remain in a specified region. They provide useful robustness measures on the closed-loop poles of uncertain systems.

I. 서 론

제어 가능한 시스템에서 상태 귀환(state feedback)을 통하여 시스템의 극점(pole)을 원하는 임의의 위치에 놓을 수 있다는 것은 잘 알려진 사실이다.[1] 따라서 귀환을 이용한 극배치(pole-assignment)는 안정성(stability)이나 그 밖의 동특성(dynamic characteristics)을 만족시키는 제어시스템의 설계에 매우 빈번히 사용되고 있다.

*正會員, 江原大學校 制御計測工學科
(Dept. of Control and Instrumentation Eng., Kangwon Nat'l Univ.)

接受日字 : 1992年 3月 2日
(※이 논문은 1990년도 문교부지원 한국학술진흥재단의 지방대육성 학술연구조성비에 의해 연구되었음.)

그러나 실제의 시스템은 대부분 시변이거나 불확실한 파라미터를 포함하고 있으므로 수학적 모델은 실제의 시스템과 차이가 있다. 이러한 차이로 인하여 시스템 극점의 위치가 변동함으로써 시스템의 성능이 저하되는 결과를 가져올 수 있다. 그러므로 견실성(robustness)의 문제는 불확실성(uncertainty)을 포함하는 제어시스템의 해석과 설계에 있어서 가장 중요하게 다루어져야 할 사항이다.

제어시스템의 극점에 관한 견실성의 해석은 크게 두가지 유형으로 이루어지고 있다. 하나는 특성 방정식 계수의 불확실성에 따른 극점의 위치 변동을 고찰하는 것이고[2-4], 다른 하나는 불확실한 파라미터 행렬을 갖는 시스템에서 안정성이 보장되는 불확실성의 범위를 결정하는 것이다.[5-6] 이들은 주로 시스템의 안정성만을 견실성 해석의 대상으로 하였다. 그러나 견실성 해석의 범위를 시스템의 안정성에 국한하지 않고, 일반적인 동특성까지도

고려하기 위해서는 지정된 임의의 영역내에 존재하는 극점의 견실성을 고찰해야 한다. Juang은 불확실한 파라미터를 갖는 시스템의 극점이 지정된 영역을 벗어나지 않도록 보장되는 불확실성의 범위를 결정하는 방법을 제시하였다.[7-8] 그러나 이 방법은 불확실한 파라미터 행렬의 요소들간에 상호 종속적인 관계가 있을 경우, 이러한 구조적인 특성을 효과적으로 반영할 수 없다는 한계를 지닌다.

본 논문에서는 이러한 경우에 불확실한 파라미터 행렬의 구조적 특성을 반영함으로써, 시스템의 극점이 지정된 영역내에 머무르도록 보장되는 불확실성의 범위가 개선될 수 있음을 보였다. 뿐만 아니라 파라미터의 불확실성에 의하여 극배치 영역의 경계가 변동되는 정도를 해석하는 새로운 방법도 제시하였다. 이들은 다각형 영역에 놓인 페루프 극점의 견실성에 관한 유용한 척도(measure)를 제공해 준다.

Ⅱ. 다각형 영역의 표현

시스템의 페루프 극점이 놓여야 할 복소평면상의 영역은 원하는 동특성에 따라 다양한 형태가 될 수 있다. 그런데 시스템의 여러가지 동특성 중에서 절대안정성(absolute stability)은 가장 우선적으로 고려되어야 할 사항이다. 그러므로 좌반평면과 원점을 중심으로 한 단위원의 내부는 각각 연속시스템과 이산시스템에서 가장 기본적이고도 중요한 극배치 영역이다. 만약 페루프 극점 중 어느 하나라도 이러한 절대안정 영역에서 조금이라도 벗어나면 시스템이 불안정해지므로 절대안정 영역은 매우 엄격하게 유지되어야 하고 조금의 융통성도 있을 수 없다.

반면에 안정성 이외의 동특성을 만족시키기 위한 극배치 영역은 절대안정 영역내에 위치하며, 페루르 극점이 이 영역을 다소 벗어나더라도 절대안정성이 보장되는 한도내에서는 시스템의 특성에 결정적인 영향을 주지는 않는 것이 보통이다. 따라서 이러한 영역을 표현할 때에는 다루기 쉬운 형태로 근사화하여 표현하더라도 큰 무리가 없을 것이다.

본 논문에서는 복소평면상의 임의의 영역을 복소 반평면(complex half-plane)들의 공통 영역으로 근사화할 수 있다는 전제하에, 그 내부에 놓인 페루프 극점들의 견실성을 고찰하고자 한다. 이를 위해서 먼저 일반적인 복소 반평면을 다음과 같이 나타내기로 한다. 복소평면상의 직선 L은 그림 1에 보인 바와 같이 복소평면을 두개의 반평면 $H(r, \theta)$와 $\bar{H}(r, \theta)$로 분할한다. 여기서 r은 원점 O가 반평면 H의 내부로 들어 온 깊이로서, H가 원점을 포함하는 경우에는 $r>0$이고 H가 원점을 포함하지 않는

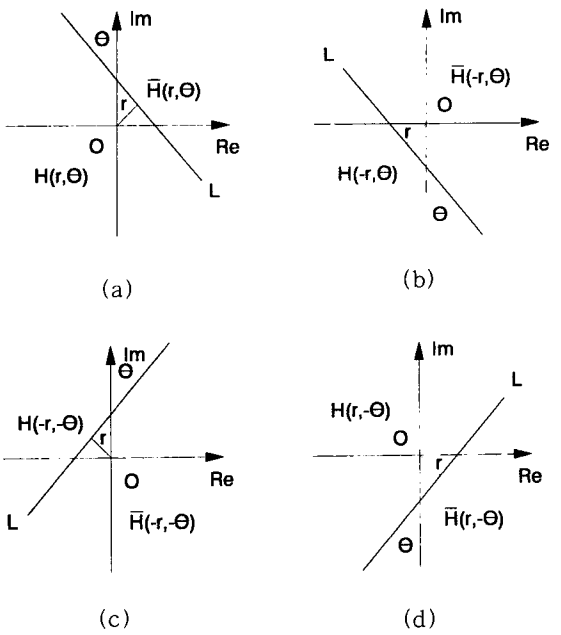

그림 1. 직선에 의한 복소평면의 분할
Fig. 1. Bisection of the complex plane by a straight line.

경우에는 $r<0$이다. 또 θ는 반평면 H가 좌반평면과 반시계 방향으로 이루고 있는 각으로서 $-\pi<\theta\leq\pi$이다. 이러한 정의에 따라 좌반평면은 $H(0, 0)$가 되고 우반평면은 $H(0, \pi)$가 된다. 직선에 의하여 분할된 두 개의 반평면은 $\bar{H}(r, \theta)=H(-r, \theta\pm\pi)$의 관계를 만족한다. 또 $r'\geq r$일 때 반평면 $H(r', \theta)$는 반평면 $H(r, \theta)$를 포함한다.

상수행렬 $A\in C^{n\times n}$의 고유치를 $\lambda\in C$라 하면 행렬 $e^{-j\theta}(A-re^{j\theta}I)$의 고유치는 $e^{-j\theta}\lambda-r$이다. 따라서 행렬 A의 모든 고유치가 복소 반평면 $H(r, \theta)$ 내에 놓여 있다는 것은 행렬 $e^{-j\theta}(A-re^{j\theta}I)$가 안정하다는 것과 같은 의미이다.

이러한 복소 반평면들의 공통 영역 R은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$R=\bigcap_{k=1}^{p} H(r_k, \theta_k) \tag{1}$$

이때, r_k와 θ_k를 적절히 선정함으로써 원하는 영역을 근사적으로 나타낼 수 있게 된다.

Ⅲ. 페루프 극점의 견실성 해석

1. 시스템의 불확실성에 따른 극배치 영역의 변동

페루프 시스템의 극점을 복소평면상의 적당한 위치에

놓음으로써 폐루프 시스템의 안정성이나 특정한 평가함수로 정의되는 성능을 만족시킬 수 있다. 그러나 시스템의 파라미터가 불확실하거나 그 값이 변동하는 경우에는 이로 인하여 극점의 위치가 변하게 된다. 제어시스템의 설계와 해석에 있어서 시스템 파라미터의 불확실성과 극배치 영역의 변동간의 관계를 정량적으로 해석하는 것은 중요한 일이다. 여기서는 먼저 파라미터의 불확실성이나 변동으로 인한 극배치 영역의 변동에 관하여 고찰한다.

상태귀환 제어에 의해서 원하는 영역 내에 극점이 놓이도록 극배치가 이루어진 불확실한 선형 시불변 시스템의 폐루프 상태 방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dx}{dt} = (A+\Delta A)x \tag{2}$$

여기서 $A\in C^{n\times n}$는 폐루프 시스템 행렬이고 $\Delta A\in C^{n\times n}$는 시스템 파라미터의 불확실성을 나타내는 행렬로서 ΔA의 요소(element) Δa_{ij}는 제한된 구간내의 미지의 값을 갖는다고 가정한다. 이 ΔA를 분해하여

$$\Delta A = C\Delta D \tag{3}$$

로 쓸 수 있는데, $C\in C^{n\times q}$는 상수행렬이고, $\Delta D\in C^{q\times n}$는 불확실한 행렬로서 이들은 유일하게 정해지지는 않으며, $q\leqslant n$이다. ΔA를 이와같이 분해함으로써 다음에 나오는 부등식 (10)의 우변을 작게 만들 수 있는 융통성이 생긴다. 특히 ΔA의 요소들이 상호 종속적인 관계에 있을 때 이러한 구조적 특성을 이용하면 ΔA를 보다 간단한 형태의 행렬로 분해할 수 있어서 효과적이다. 이때 임의의 벡터 $x\in C^n$에 대해서

$$x^* \wedge x \geqslant x^* \Delta D^* \Delta D x \tag{4}$$

를 만족하는 positive semidefinite Hermitian 행렬 $\wedge\in C^{n\times n}$가 존재한다.

[정리 1]

상수행렬 A의 모든 고유치가 복소 반평면 $H(r,\theta)$ 내에 놓여 있을 때

$$\rho = \frac{1}{2}\lambda_{max}(SCC^*S) \tag{5}$$

이면 행렬 $A+\Delta A$의 모든 고유치는 $r'>r+\rho$인 복소 반평면 $H(r',\theta)$ 내에 있게 된다. 여기서 $S=P^{1/2}$이고, 행렬 P는 방정식

$$e^{j\theta}A^*P+e^{-j\theta}PA-2rP+\wedge=0 \tag{6}$$

의 유일한 positive definite Hermitian 해이다.

[증명]

행렬 A의 고유치가 모두 복소 반평면 $H(r,\theta)$ 내에 있으므로 $e^{-j\theta}(A-re^{j\theta}I)$는 안정한 행렬이다. 따라서 식 (6)과 등가인 다음 방정식

$$[e^{-j\theta}(A-re^{j\theta}I)]^*P+P[e^{-j\theta}(A-re^{j\theta}I)]+\wedge=0 \tag{7}$$

은 항상 유일한 positive definite Hermitian 해를 갖는다. 한편 불확실성이 포함된 행렬 $e^{-j\theta}(A+\Delta A-r'e^{j\theta}I)$의 안정성을 판별하기 위하여 다음과 같은 복소 시스템을 생각해 보자.

$$\frac{dx}{dt} = e^{-j\theta}(A+\Delta A-r'e^{j\theta}I)x \tag{8}$$

이 시스템에 대한 Lyapunov 함수를 $V=x^*Px$로 정의하면 Lyapunov 도함수는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= x^*\{[e^{-j\theta}(A+\Delta A-r'e^{j\theta}I)]^*P\\ &\quad +P[e^{-j\theta}(A+\Delta A-r'e^{j\theta}I)]\}x\\ &= x^*(e^{j\theta}A^*P+e^{-j\theta}PA-2r'P\\ &\quad +e^{j\theta}\Delta A^*P+e^{-j\theta}P\Delta A)x\\ &< x^*(e^{j\theta}A^*P+e^{-j\theta}PA-2rP-2\rho P\\ &\quad +e^{j\theta}\Delta A^*P+e^{-j\theta}P\Delta A)x\\ &= x^*(-\wedge-2\rho P+e^{j\theta}\Delta A^*P+e^{-j\theta}P\Delta A)x\end{aligned} \tag{9}$$

그런데 임의의 벡터 w와 z에 대해서 $w^*z=z^*w\leqslant(w^*w+z^*z)/2$가 성립하므로

$$\begin{aligned}&x^*(e^{j\theta}\Delta A^*P+e^{-j\theta}P\Delta A)x\\ &\quad =x^*(e^{j\theta}\Delta D^*C^*P+e^{-j\theta}PC\Delta D)x\\ &\quad =(e^{-j\theta}\Delta Dx)^*(C^*Px)+(C^*Px)^*(e^{-j\theta}\Delta Dx)\\ &\quad \leqslant x^*\Delta D^*\Delta Dx+x^*PCC^*Px\\ &\quad \leqslant x^*\wedge x^*+x^*PCC^*Px\end{aligned} \tag{10}$$

이고, positive definite Hermitian 행렬 P를 $P=S^2=S^*S=SS^*$로 나타낼 수 있으므로 식 (10)을 사용해서 식 (9)를 다시 정리해 보면

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &< x^*(-2\rho P+PCC^*P)x\\ &= x^*S^*(-2\rho I+SCC^*S)Sx\\ &= x^*S^*[-\lambda_{max}(SCC^*S)I+SCC^*S]Sx\\ &\leqslant 0\end{aligned} \tag{11}$$

가 된다. 즉, dV/dt〈0이 되기 때문에 행렬 $e^{-j\theta}(A+\Delta A-r'e^{j\theta}I)$은 점근적으로 안정하다. 따라서 행렬 A+ΔA의 모든 고유치는 복소 반평면 H(r′, θ) 내에 존재함을 알 수 있다. (증명 끝)

위의 결과는 다음과 같이 확장될 수 있다. 행렬 A의 고유치가 모두 식 (1)과 같은 영역 R 내에 놓여 있을 때

$$\rho_k = \frac{1}{2}\lambda_{max}(S_kCC^*S_k);\ k=1, \cdots, p \tag{12}$$

이면 행렬 A+ΔA의 모든 고유치는 p개의 반평면 $H(r'_k, \theta_k)$; k=1, …, p에 모두 포함 되는 공통 영역

$$R' = \bigcap_{k=1}^{p} H(r'_k, \theta_k) \tag{13}$$

내에 놓이게 된다. 이때 $r'_k > r_k+\rho_k$; k=1, …, p이며 $S_k=P_k^{1/2}$이고 P_k는 방정식

$$e^{j\theta k}A^*P_k+e^{-j\theta k}P_kA-2r_kP_k+\wedge=0;\ k=1, \cdots, p \tag{14}$$

의 유일한 positive definite Hermitian 해이다.

2. 시스템 파라미터의 불확실성 한계

여기서는 파라미터의 불확실성을 알려주는 행렬 ΔA가 주어져 있을 때 페루프 극점이 완화된 극배치 영역 (relaxed pole-located region) 내에 남아 있도록 보장되는 불확실성의 한계를 구한다. 이는 파라미터의 불확실성에 따른 극배치 영역의 변동과는 반대의 관점에서 페루프 극점의 견실성을 해석하는 것으로서 상호 보완적인 해석 방법이 된다.

[정리 2]

상수행렬 A의 모든 고유치가 복소 반평면 H(r, θ) 내에 놓여 있을 때, 행렬 A+ηΔA의 고유치가 ρ 만큼 완화된 복소 반평면 H(r′, θ) 내에 남아있도록 보장 되는 불확실성의 한계는

$$\eta = \lambda_{min}[T^{-1}(Q+2\rho P)T^{-1}] \tag{15}$$

이다. 여기서 r′ > r+ρ이고, $T=(\wedge+PCC^*P)^{1/2}$이며, P와 Q는 방정식

$$e^{j\theta}A^*P+e^{-j\theta}PA-2rP+Q=0 \tag{16}$$

을 만족하는 positive definite Hermitian 행렬이다.

[증명]

정리 1에서와 마찬가지로 행렬 $e^{-j\theta}(A+\eta\Delta A-r'e^{j\theta}I)$의 안정성을 판별하기 위하여 다음과 같은 복소 시스템을 생각해 보자.

$$\frac{dx}{dt} = e^{-j\theta}(A+\eta\Delta A-r'e^{j\theta}I)x \tag{17}$$

이 시스템에 대한 Lyapunov 함수를 V=x * Px로 정의하면 Lyapunov 도함수는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= x^*\{[e^{-j\theta}(A+\eta\Delta A-r'e^{j\theta}I)]^*P \\ &\quad +P[e^{-j\theta}(A+\eta\Delta A-r'e^{j\theta}I)]\}x \\ &= x^*[e^{j\theta}A^*P+e^{-j\theta}PA-2r'P \\ &\quad +\eta(e^{j\theta}\Delta A^*P+e^{-j\theta}P\Delta A)]x \\ &< x^*(e^{j\theta}A^*P+e^{-j\theta}PA-2rP-2\rho P \\ &\quad +\eta(e^{j\theta}\Delta A^*P+e^{-j\theta}P\Delta A)]x \\ &= x^*[-Q-2\rho P+\eta(e^{j\theta}\Delta A^*P+e^{-j\theta}P\Delta A)]x\end{aligned} \tag{18}$$

식 (10)의 조건에 의해서 식 (18)은 다시

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &< x^*[-Q-2\rho P+\eta(\wedge+PCC^*P)]x \\ &= x^*(-Q-2\rho P+\eta T^2)x \\ &= x^*T^*[-T^{-1}(Q+2\rho P)T^{-1}+\eta I]Tx\end{aligned} \tag{19}$$

이 된다. 따라서 η가 식 (15)와 같이 주어지면 dV/dt〈0이 만족된다. 그러므로 행렬 A+ηΔA의 모든 고유치가 ρ 만큼 완화된 복소 반평면 H(r′, θ) 내에 남아 있도록 보장 되기 위해서는 시스템 파라미터의 불확실성이 식 (15)의 한계 이내로 제한되어야 한다. (증명 끝)

한편, 행렬 A의 고유치가 모두 식 (1)과 같은 영역 R 내에 놓여 있을 때

$$\eta \leqslant min_{k=1, \cdots, p}\{\eta_k\} \tag{20}$$

이면 행렬 A+ηΔA의 모든 고유치는 각각 ρ_k 만큼 완화된 p개의 반평면 $H(r'_k, \theta_k)$; k=1, …, p에 모두 포함되는 공통 영역 R′ 내에 놓이게 된다. 이때 $r'_k > r_k+\rho_k$; k=1, …, p이며,

$$\begin{aligned}&\eta_k = \lambda_{min}[T_k^{-1}(Q_k+2\rho_kP_k)T_k^{-1}], \\ &\wedge+P_kCC^*P_k = T_k^2=T_k^*T_k=T_kT_k^*;\ k=1, \cdots, p\end{aligned} \tag{21}$$

이다. 또 P_k는 방정식

$$e^{j\theta k}A^{*}P_k+e^{-j\theta k}P_kA-2r_kP_k+Q_k=0;\ k=1,\cdots,p \tag{22}$$

의 유일한 positive definite Hermitian 해이다.

Ⅳ. 예제 및 검토

선형 시불변 시스템

$$\frac{dx}{dt}=(A_0+\Delta A)x+Bu$$

$$A_0=\begin{bmatrix}0 & -2\\ 5 & -3\end{bmatrix}\qquad B=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix} \tag{23}$$

의 폐루프 극점을 그림 2와 같이 빗금 친 영역 R 내에 배치하는 문제를 고려해 보자. R은 세개의 반평면 H_1=H(−1, 0), H_2=H(0, $\pi/4$), H_3=H(0, $-\pi/4$)의 공통영역이다. 이러한 극배치를 행하기 위하여 Kawasaki와 Shimemura[9]의 방법을 사용하여 귀환행렬을 구해보면

$$F=[\ -2.1362\ \ -1.755] \tag{24}$$

이 되며, 폐루프 시스템 행렬은

$$A=\begin{bmatrix}-2.1362 & -3.755\\ 2.8638 & -4.755\end{bmatrix} \tag{25}$$

이다. 이때 폐루프 극점은 영역 R의 내부인 $\lambda=-3.4456\pm j3.0065$에 위치한다.

시스템 파라미터의 불확실성이

$$\Delta A=\begin{bmatrix}1.25\alpha_1+0.25\alpha_2 & 0.5\alpha_3\\ 0.5\alpha_2 & \alpha_3\end{bmatrix};\ |\alpha_i|\leqslant 1 \tag{26}$$

으로 주어져 있을 때, ΔA를

$$\Delta A=C\Delta D=\begin{bmatrix}1.25 & 0.5\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha_1 & 0\\ 0.5\alpha_2 & \alpha_3\end{bmatrix} \tag{27}$$

로 분해할 수 있다. 식 (4)의 조건을 만족하는 Λ를

$$\Lambda=\begin{bmatrix}1.75 & 0\\ 0 & 1.5\end{bmatrix} \tag{28}$$

로 정하면, 파라미터의 불확실성으로 인한 극배치 영역의 변동은 정리 1에 따라 ρ_1=0.3493, ρ_2=1.8797, ρ_3=1.8797로 계산된다. 즉 식 (26)과 같은 파라미터의 불확실성에 의하여 폐루프 극점이 배치된 영역의 경계는 그림 3에 보인 바와 같이 변동한다.

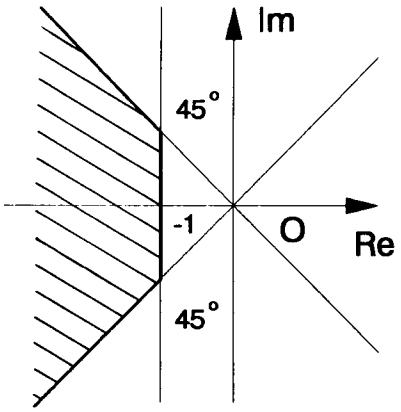

그림 2. 영역 R
Fig. 2. Region R.

이번에는 불확실성이 있는 경우에 폐루프 극점이 모두 그림 4와 같이 ρ_1=1, ρ_2=0.7071, ρ_3=0.7071 만큼 완화된 영역, 즉 H_1=H(0, 0), H_2=H(0.7071, $\pi/4$), H_3=H(0.7071, $-\pi/4$)의 공통영역에 머물러 있도록 보장하는 파라미터 불확실성의 한계를 구해보자. 기존의 방법[8]에 따르면 식(26)으로 주어진 파라미터 불확실성에 관한 정보를

$$|\Delta A|\leqslant E=\begin{bmatrix}1.5 & 0.5\\ 0.5 & 1\end{bmatrix} \tag{29}$$

의 형태로 밖에는 이용할 수 없으며, 이에 따라

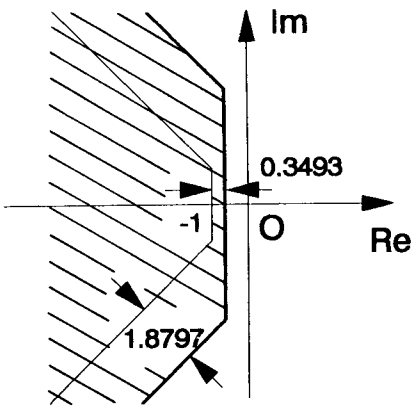

그림 3. 파라미터의 불확실성에 따른 극배치 영역의 변동
Fig. 3. Perturbation of pole-located region due to parameter uncertainties.

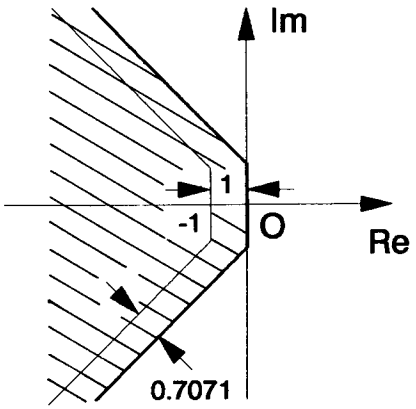

그림 4. 완화된 극배치 영역
Fig. 4. Relaxed pole-located region.

$$\eta \leq min\{\eta_1, \eta_2, \eta_3\} = min\{1.3533, 0.4956, 0.4956\} = 0.4956 \quad (30)$$

으로 된다. 한편 본 논문에서 제시한 방법에 따르면, $Q_1=Q_2=Q_3=I$로 했을 때 정리 2에 따라

$$\eta \leq min\{\eta_1, \eta_2, \eta_3\} = min\{0.7721, 0.6054, 0.6054\} = 0.6054 \quad (31)$$

으로 된다. 이는 파라미터의 불확실성이 $\eta\Delta A$로 제한된다면, 폐루프 시스템의 극점이 모두 그림 4의 영역 내에 머물러 있게 된다는 것을 의미하며, 기존의 방법보다 우수한 결과를 보여준다.

V. 결 론

본 논문에서는 시스템의 불확실성과 이로부터 비롯되는 극점의 위치변동 사이의 관계를 조사, 분석하여 불확실한 파라미터를 갖는 선형 시불변 시스템의 극점에 관한 견실성을 해석하였다. 먼저 파라미터 행렬의 불확실성에 의하여 극배치 영역의 경계가 변동되는 정도를 해석하였다. 그리고 완화된 극배치 영역내에 시스템의 극점이 머무르도록 보장되는 불확실성의 한계를 제시하였다. 이들은 폐루프 극점의 견실성에 관한 유용한 척도를 제공해 주며, 특히 파라미터 행렬의 요소들간에 상호 종속관계가 있을 때, 기존의 방법보다 우수한 결과를 가져온다.

파라미터의 불확실성으로 인한 극배치 영역의 변동을 나타내는 수치 ρ와 폐루프 극점이 완화된 극배치 영역내에 머무르도록 보장되는 불확실성의 한계를 나타내는 수치 η는 엄격한 한계치가 아니라 매우 안전한 한계(conservative bound)이다. 따라서 ρ가 작거나 η가 클 경우에는 견실성이 우수하다고 할 수 있지만 그 역이 반드시 성립하는 것은 아니기 때문에 견실성을 더 정확히 해석하기 위해서는 그 밖의 다른 지표들도 함께 고려되어야 할 것이다.

參 考 文 獻

[1] W. M. Wonham, *Linear Multivariable Control: A Geometric Approach*, 2nd Ed., New York, Springer-Verlag, 1979.

[2] J. E. Ackermann, "Parameter space design of robust control systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol 25, pp. 1058-1072, 1980

[3] B. R. Barmish, "Invariance of the strict Hurwitz property for polynomials with perturbed coefficients," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 29, pp. 935-936, 1984.

[4] A. Vicino, "Robustness of pole location in perturbed systems," *Automatica*, vol. 25, pp. 109-113, 1989.

[5] R. K. Yedavalli, "Improved measures of stability robustness of linear state space models," *IEEE Trans Automat. Contr.*, vol. 30, pp. 577-579, 1985.

[6] K. Zhou and P. P. Khargonekar, "Stability robustness bounds for linear state space models with structured uncertainty," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 32, pp. 621-623, 1987.

[7] Y. T. Juang, Z. C. Hong, and Y. T. Wang, "Lyapunov approach to robust pole-assignment analysis," *Int. J. Contr.*, vol. 49, pp. 921-927, 1989.

[8] Y. T. Juang, Z. C. Hong, and Y. T. Wang, "Robustness of pole-assignment in a specified region," *IEEE Trans, Automat. Contr.*, vol. 34, pp. 758-760, 1989.

[9] N. Kawasaki and E. Shimemura, "Determining quadratic weighting matrices to locate poles in a specified region," *Automatica*, vol. 19, pp. 557-560, 1983.

著 者 紹 介

李 廷 紋 (正會員)

1959年 2月 7日生. 1981年 2月 서울대학교 전자공학과 졸업(학사). 1983年 2月 서울대학교 대학원 전자공학과 졸업(석사). 1988年 2月 서울대학교 전자공학과 공학박사 학위 취득. 현재 강원대학교 제어계측공학과 부교수. 주관심 분야는 robust control, fuzzy system, neural network 등임.