

論文 92-29B-11-10

계층적 기저 함수와 다해상도 영상을 이용한 영상으로부터 물체의 형상 복구

(Shape from Shading using the Hierarchical basis Function and Multiresolution Images)

李 承 培*, 李 商 郁**, 崔 宗 秀***

(Seung Bae Lee, Sang Uk Lee, and Jong Soo Choi)

要 約

본 논문은 단안시에 의한 3차원 물체의 투영 영상에 나타난 명암 분포(shading)로부터 본래 물체의 형상을 복구(shape from shading)하는 알고리즘을 제안하였다. 제안하는 알고리즘은 높이 변수와 물체의 표면 방향 변수 (p, q) 사이의 관계를 이용하여 선형화된 반사 함수로부터 밝기 오차(brightness error)를 선형식으로 유도하고 조정화 방법의 일환으로 평활성 오차(smoothness error)를 부가하여 conjugate gradient 방법으로 3차원 물체의 형상을 복구한다. 알고리즘의 수렴 속도를 증가시키기 위하여 계층적 기저 함수(hierarchical basis function)와 다해상도(multiresolution) 영상을 이용하였다. 또한 경계 조건 없이도 타당한 해가 구해지므로 실시간 구현에 유리하다. 본 논문에서는 인공 영상 뿐만 아니라 실제 영상에 대한 모의 실험 결과가 제시되어 알고리즘의 우수한 성능을 입증하였다.

Abstract

In this paper, an algorithm for recovering the 3-D shape from a single shaded image is proposed. In the proposed algorithm, by using the relation between the height and surface gradient (p, q), a set of linear equations is derived from the linearized reflectance function. Then the 3-D surface is recovered by employing the conjugate gradient technique. In order to improve the convergence speed of the solution, we also employ the hierarchical basis function and multiresolution images in the algorithm. A method for determining the regularization parameter, which is determined by trial and error in the conventional approach, is also introduced. In addition, the proposed algorithm attempts to recover the 3-D surface without requiring the boundary conditions, making it suitable for a real-time implementation. Simulation results for real image as well as synthetic image are provided to demonstrate the performance of the proposed algorithm.

*正會員, 金星社 中央研究所
(GoldStar Central Research Laboratory)

接受日字: 1992年 1月17日

**正會員, 서울大學校 制御計測工學科
(Dept. of Cont. & Inst. Eng., Seoul Nat'l Univ.)

***正會員, 中央大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Chungang Univ.)

I. 서 론

영상의 명암 분포(shading)란 밝기의 변동(variation of brightness)을 의미하며 물체의 표면 방향이 다르면 밝기가 다르게 나타나는 현상이다.^[1] Shading은 여러가지 원인에 의해 발생할 수 있으며, 그 중 표면의 모양과 아주 밀접한 관계가 있다. 이러한 shading 정보를 가지고 있는 하나의 영상으로부터 물체의 표면의 모양을 복구하는 것이 영상으로부터의 형상복구(SFS shape from shading) 문제이다. 그러나 SFS 문제는 3차원 세계를 2차원 영상으로 투영하는 영상 생성 과정에서 많은 정보가 손실되어 일반적으로 불량 설정 문제(ill-posed problem)이다.^[4,5] 이러한 불량 설정 문제는 사전 지식 중에서 평활성 구속(smoothness constraint)을 채택하여 차원의 확장에서 야기되는 불량 설정 문제를 양호 설정으로 변환하는 조정화법(regularization)으로 해결하는 것이 일반적 방법이므로 본 논문에서도 조정화법을 사용한다.

SFS 문제에서는 정사영(orthographic projection)이란 영상 형성 모델과 Lambertian 표면이란 가정하에 다음과 같은 비선형적 1계 편미분 식인 영상 명도 방정식(image irradiance equation)이 유도된다.

$$F E(x, y) = R(p(x, y), q(x, y)) \quad (1)$$

여기에서 E는 영상의 밝기이고 R은 물체 표면에서 반사된 빛의 세기이다.

SFS 문제에 대한 대부분의 연구는 변분적 원리(variational principle)에 근간을 두고 있다.^[2,3,7] 즉, $p(x, y) = \partial z(x, y) / \partial x$, $q(x, y) = \partial z(x, y) / \partial y$ 에 의해 표면 방향 (p, q) 를 정의하고 조정화 이론에 의한 평활성 오차(smoothness error)와 밝기 오차를 포함하는 목적함수로부터 $p(x, y)$, $q(x, y)$ 를 포함하는 오일러 방정식 집합을 도출하여 $p(x, y)$, $q(x, y)$ 를 수치적 반복법으로 구한 후 표면의 높이 $z(x, y)$ 는 $p(x, y)$ 와 $q(x, y)$ 를 적분함으로써 얻어진다. 그러나 이러한 변분적 접근에 있어서 수렴하는 반복적 알고리즘은 구하기 힘들고 수렴하는 알고리즘을 구할 수 있다고 하더라도 수렴속도를 증가시키는 것은 쉽지 않다. 그러므로 전체적인 반복 수는 영상의 크기 N의 제곱에 비례하여 증가하고 전체적인 계산의 복잡성은 N의 세제곱에 비례한다.^[7,11] 또한 최소화시키고자 하는 목적함수가 오일러 법에 의해 편미분 방정식으로 변환되었기 때문에 적절한 경계 조건이 필요하게 된다. 경계 조건이 없다면 해는 모호한 결과를 초래하거나 알고리즘의 불안정성을 야기한다.^[7,12] 한편 조정화 파라메타는 영상에 따라 다른 값을 취하는 상수이므로 영

상마다 적절한 값을 시행 착오적으로 구하는 것은 현실적으로 어려운 일이며 실시간 구현에 있어서도 문제점으로 대두된다.

따라서 본 논문에서는 변분적 접근법에 의한 난점들인 알고리즘의 불안정성과 수렴성의 불량, 수렴속도의 저하, 경계조건의 필요성을 극복하기 위해서 높이와 물체의 표면 방향 변수 (p, q) 사이의 관계로부터 선형식을 도출하여 conjugate gradient 방법으로 해를 구하는 SFS 알고리즘을 제안한다. 또한 계산의 복잡성 및 수렴속도를 향상시키기 위해 계층적 기저 함수와 다해상도 영상을 이용하고 조정화 파라메타에 독립적인 방법으로 합성 영상뿐만 아니라 실제 영상에 대해서도 3차원 형상이 복구됨을 보인다.

II. 영상으로부터 물체의 형상 복구

1. 높이 z와 영상의 화소와의 관계

높이 z와 화소간의 위치는 두가지 경우를 생각할 수 있다.

첫째로 영상의 크기가 $N \times N$ 일때 높이 z의 위치와 화소의 위치를 같게하면 높이 z의 크기도 $N \times N$ 이 된다. 반면 화소를 하나의 정사각형의 격자로 간주하여 정사각형의 4개의 꼭지점에 높이를 할당하는 방법은 영상의 크기가 $N \times N$ 일 경우 높이 z는 $(N+1) \times (N+1)$ 이 된다. 두 방법은 큰 차이점은 없으나 후자의 방법이 기하학적으로 단순한 점을 고려하여 본 논문에서 사용하였다. 후자의 방법에 대해 영상의 크기가 4×4 인 경우의 화소와 높이 z와의 관계, 첨자의 배열 순서를 그림 1에 도시하였고 여기에서 높이 z의 첨자의 값은 왼쪽에서 오른쪽으로, 아래에서 위로 올라가는 순으로 증가되고 화소도 마찬가지로 방법으로 첨자의 순서가 정해짐을 알 수 있다.

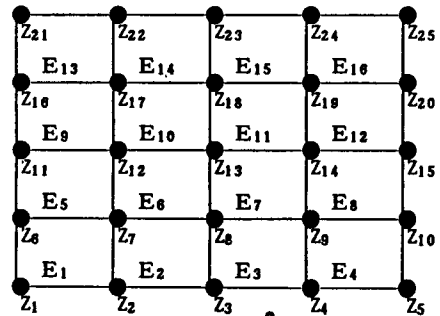


그림 1. 4×4 영상인 경우의 높이와 화소 사이의 관계
Fig. 1. Relation between the heights and the pixels in 4×4 images.

2. 미분 연산자 p, q의 이산식과 반사율 지도의 선형화
그림 2는 영상의 i번째 화소와 그 주변의 높이 변수 z의 배치를 나타낸다. 이 그림으로부터 표면 방향 (p_i, q_i)를

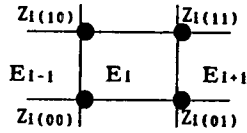


그림 2. 영상의 i 번째 화소와 이웃하는 높이와의 관계
Fig. 2. Relation between the heights and the i-th pixel of image.

$$p_i = (Z_{i(11)} + Z_{i(01)} - Z_{i(10)} - Z_{i(00)}) / 2 \quad (2a)$$

$$q_i = (Z_{i(11)} + Z_{i(10)} - Z_{i(01)} - Z_{i(00)}) / 2 \quad (2b)$$

이라 정의한다. 그러면 (2.1)식으로부터 p_i와 q_i는 영상의 i번째 화소 근방의 4개의 점에만 관련이 있음을 알 수 있다.

여기서 SFS의 비선형적인 점을 제거하기 위해 임의의 기준점 (p₀, q₀)에 대해서 반사율 지도 R(p, q)의 Taylor 급수를 1차항까지 취하여

$$R(p, q) \approx R(p_0, q_0) + (p - p_0) \left. \frac{\partial R(p, q)}{\partial p} \right|_{(p_0, q_0)} + (q - q_0) \left. \frac{\partial R(p, q)}{\partial q} \right|_{(p_0, q_0)} \quad (3)$$

과 같은 식을 얻는다. 그러면 i번째 화소에 대한 reflectance 값은 p_i, q_i에 의해 결정되고 마찬가지로 선형화시켜서 (3)식에 (2.ab)식을 대입하면 (4)식을 얻는다.

$$\begin{aligned} R(p_i, q_i) &\approx \alpha_i p_i + \beta_i q_i + \gamma_i \\ &= \alpha_i \frac{Z_{i(11)} + Z_{i(01)} - Z_{i(10)} - Z_{i(00)}}{2} \\ &= \beta_i \frac{Z_{i(11)} + Z_{i(10)} - Z_{i(01)} - Z_{i(00)}}{2} + \gamma_i \\ &= \frac{\alpha_i + \beta_i}{2} Z_{i(11)} + \frac{\alpha_i + \beta_i}{2} Z_{i(00)} \\ &\quad + \frac{\alpha_i + \beta_i}{2} Z_{i(01)} + \frac{\alpha_i + \beta_i}{2} Z_{i(10)} + \gamma_i \\ &= \sum_{k=1}^{N_z} a_k(i) Z_k + \gamma_i \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서

$$\alpha_i = \left. \frac{\partial R(p, q)}{\partial p} \right|_{(p_0, q_0)}, \quad \beta_i = \left. \frac{\partial R(p, q)}{\partial q} \right|_{(p_0, q_0)}, \quad (5)$$

$$\gamma_i = R(p_0, q_0) - \alpha_i p_{i0} - \beta_i q_{i0} \quad (6)$$

$$a_k(i) = \begin{cases} (\alpha_i + \beta_i) / 2, & Z_k \text{가 } i\text{번째 화소의 우상에 존재할 때} \\ -(\alpha_i + \beta_i) / 2, & Z_k \text{가 } i\text{번째 화소의 좌하에 존재할 때} \\ (\alpha_i - \beta_i) / 2, & Z_k \text{가 } i\text{번째 화소의 우하에 존재할 때} \\ -(\alpha_i - \beta_i) / 2, & Z_k \text{가 } i\text{번째 화소의 좌상에 존재할 때} \\ 0, & Z_k \text{가 그밖의 다른 곳에 존재할 때} \end{cases} \quad (7)$$

이다. 그리고 N_z는 높이 z의 차수로서 (N+1) × (N+1)이 된다.

영상 명도 방정식 (1)은 비선형 편미분 방정식이므로 경계조건이 요구된다. 그러나 이상과 같이 반사율 지도를 선형화하면 경계조건이 없어도 된다는 잇점이 있다. 아울러 일종의 근사화된 선형화로 인해 얻어진 깊이 정보가 다소 평탄화되며, 불연속(surface discontinuities)을 보존하지 못한다는 단점도 있다. 그러나 연산량이 크게 줄며, 영상에서 경계조건은 구하기가 어렵기 때문에 실시간 수준의 인식을 위해서는 바람직하다고 하겠다.

3. 밝기 오차로부터 선형식의 유도

영상의 전체 화소수 N × N을 N_n이라고 하면 밝기 오차 ε_b는

$$\begin{aligned} \epsilon_b &= \sum_{k=1}^{N_z} (E_i - \sum_{k=1}^{N_z} a_k(i) Z_k - \gamma_i)^2 \\ &= \sum_{k=1}^{N_z} (v_i - \sum_{k=1}^{N_z} a_k(i) Z_k)^2 \\ &= \sum_{k=1}^{N_z} (v_i^2 - 2v_i \sum_{k=1}^{N_z} a_k(i) Z_k + \sum_{k=1}^{N_z} \sum_{l=1}^{N_z} a_k(i) a_l(i) Z_k Z_l) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N_z} \sum_{l=1}^{N_z} (2 \sum_{k=1}^{N_z} a_k(i) a_l(i)) Z_k Z_l \\ &\quad - \sum_{k=1}^{N_z} (2 \sum_{k=1}^{N_z} v_i a_k(i)) Z_k + \sum_{k=1}^{N_z} v_i^2 \end{aligned} \quad (8)$$

여기에서 v_i = E_i - γ_i 이고 (8) 식은 다음과 같은 행렬

식으로 표현할 수 있다.

$$\epsilon_b = \frac{1}{2} Z^T GZ - Z^T b + c \tag{9}$$

여기서 행렬 G의 원소 g_{ki} 와 벡터 b의 원소 b_k 는 다음과 같이 결정된다.

$$g_{ki} = 2 \sum_{k=1}^{N_z} a_k(i) a_i(i), \quad b_k = 2 \sum_{k=1}^{N_z} v_i a_k(i) \tag{10}$$

그러면 행렬 G가 대칭적인 positive semidefinite 이라는 사실은 쉽게 증명할 수 있다. 또한 밝기 오차 (8)식과 같은 2차 범함수를 최소화시키기 위해서는 (11)식을 만족해야 한다.

$$GZ = b \tag{11}$$

4. smoothness를 부가한 조정화

밝기 정보만을 이용한 SFS 는 앞에서도 상술한 바와 같이 불량 설정 문제가 된다. 이것은 선형식 (11)식에서 행렬 G가 “singular” 임을 의미한다. 그러므로 행렬 G가 “singular”임을 방지하기 위해 쓰이는 기법으로 smoothness 구속조건을 부가한다. 즉 밝기오차 ϵ_b 에 smoothness 오차 ϵ_s 를 첨가하여 새로운 목적함수 (12)식을 구성한다.

$$\epsilon = (1 - \lambda)\epsilon_b + \lambda \epsilon_s \tag{12}$$

여기에서 λ 는 조정화 파라미터이다.

Smoothness 오차 ϵ_s 는 membrane 모델과 thin plate 모델 등이 있다.^[15] Membrane 모델을 사용하면 지나치게 평탄한 표면을 얻을 수 있으므로 주로 thin plate 모델을 이용한다. Thin plate 모델은

$$\epsilon_s = \frac{1}{2} \sum \sum (Z_x^2 + 2 Z_{xy}^2 + Z_{yy}^2) \tag{13}$$

과 같이 이산식으로 표현되고,또한 다음과 같은 행렬식으로 표현 가능하다.

$$\epsilon_s = \frac{1}{2} Z^T MZ \tag{14}$$

여기서 행렬 M은 대칭이고 성긴 행렬(행과 열에 영이 아닌 원소가 거의 없는 행렬)이므로 전체적인 행렬의 형태를 살펴보기 보다는 $(N+1) \times (N+1)$ 크기의 격자 상

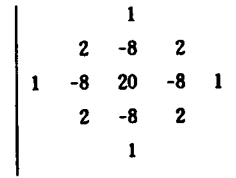


그림 3. 평활성 행렬 M의 국소적 형태
Fig. 3. Local form of the smoothing matrix M.

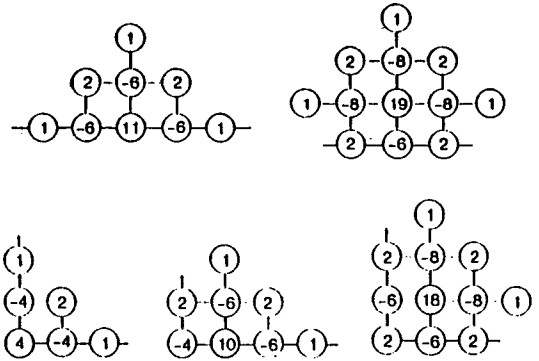


그림 4. 경계부근에서 smoothness 항의 연산자
Fig. 4. Local stencil form of the smoothing matrix M near the boundary.

의 점에 대응하는 국소적인 형태를 고찰하는 것이 이해를 위해서 용이하기 때문에 그 관계를 그림 3에 도시하였다. 한편 경계부근에서의 구조는 그림 4와 같이 나타난다. Smoothness 구속조건을 사용한 목적함수를 행렬식으로 표현하면 (15)식과 같다.

$$\epsilon = (1-\lambda)\epsilon_b + \lambda \epsilon_s = \frac{1}{2} Z^T QZ - Z^T b + c \tag{15}$$

여기에서

$$Q = (1-\lambda)G + \lambda M \tag{16}$$

그러므로 (15)식의 새로운 목적함수를 최소화하기 위해서는

$$QZ = b \tag{17}$$

식을 만족해야 한다.

III. SFS 알고리즘

1. 계층적 기저 함수

앞에서 유도된 선형식 (17)식은 벡터 Z가 영상의 격자

상에 존재하는 모든 점들의 높이를 의미하므로 nodal 기저 함수를 사용하여 얻어진 것이라고도 볼 수 있다. 그러나 Nodal 기저 함수^[9, 13]에 의한 해법은 그 수렴 속도가 저하된다는 단점이 있으므로^[9] 본 논문에서는 수렴속도의 향상을 위해 계층적 기저 함수를 사용한다. Nodal 기저 집합인 Z는 행렬 S에 의해 계층적 기저인 y로부터 다음과 같은 선형 변환에 의해 변환될 수 있다.^[9]

$$Z = Sy \tag{18}$$

기저 함수의 구조로 인해 행렬 S는 (19)식과 같이 여러 개의 성긴(sparse) 행렬들로 분해될 수 있다.^[9]

$$S = S_1 S_2 \cdots S_{L-1} \tag{19}$$

여기에서 L은 계층적 기저 집합에서 레벨의 수이다.

S_ℓ 행렬은 레벨 ℓ+1에 해당하는 계층적 기저와 레벨 ℓ에 해당하는 계층적 기저를 사용하여 레벨 ℓ에 대응하는 nodal 기저로 전환시켜주는 행렬이다. 즉 레벨 ℓ 상에서, 레벨 ℓ+1의 계층적 기저를 이용해 보간을 하고 레벨 ℓ에서의 계층적 기저를 더해주는 역할을 한다. (5)식을 (8)식에 대입하면 (20)식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \epsilon_b &= \frac{1}{2} y^T (S^T G S) y - y^T (S^T b) + c \\ &= \frac{1}{2} y^T \hat{G} y - y^T \hat{b} + c \end{aligned} \tag{20}$$

여기에서 $\hat{G}=S^T G S$, $\hat{b}=S^T b$ 이며, 이와같은 식을 최소화 하는 것은 (8)식에 비해 행렬 \hat{G} 의 condition 수^[9]가 원래 행렬 G의 condition 수보다 훨씬 작음으로 인해 conjugate gradient 알고리즘과 같은 반복적 알고리즘의 수렴성이 매우 향상된다는 잇점이 있다.

2. 제안하는 알고리즘

(17)식을 구하는 방법으로 본 논문에서는 계층적 기저 함수를 이용하여 conjugate gradient descent 방법을 적용하였다. 또한 수렴 속도의 향상을 위해 영상을 pyramid 화, 즉 다해상도 영상으로 분해하여 가장 해상도가 낮은 영상을 시작으로 높이 z를 구한다음, 그 값을 다음 계층의 영상에 대한 초기 값으로 사용한다. 이와같은 방법을 반복하여 가장 세세한 영상까지 도달하면 알고리즘은 종결된다. 한편 각 단계의 정해진 해상도를 지닌 영상을 '입력'으로하여 형상을 복구하는 과정에서 조정화 파라메타 λ를 점점 줄여 나감으로써 초기에 대체적인 윤곽을 구한 후 점점 영상의 밝기 값에 가까이 접근하는 방식을

택하여 수렴속도를 향상시킨다. 그러므로 영상에 따라 다른 값을 가지는 적절한 파라메타 값 λ를 시행 착오적인 방법으로 구할 필요가 없으므로 실시간 구현에 있어서 유리하다. 한편 Conjugate gradient descent 방법은 gradient 방법(steepest descent)과 아주 밀접하게 관련이 있다. 즉 매 반복 때마다 방향 벡터 d_k가 계산되고 이 방향으로 미지수들을 갱신해 나간다. Steepest descent 방법에서는 이 방향이 항상 현재의 목적 함수의 음의 그래디언트 방향만을 택하게 되어 있으나 conjugate gradient 방법에서는 연속적인 방향벡터 d_k와 d_{k+1}가 Q에 대해 conjugate (즉, d_{k+1}^T Q d_k=0)인 방향을 택하도록 수정된다. 그러므로 계층적 기저 함수를 사용하여 다해상도 영상과 conjugate gradient 방법을 적용한 SFS 알고리즘은 다음과 같이 요약된다.

- Step 1. Initialization : initialize Z₀ to zero;
- Step 2. Multiresolution iteration using hierarchical basis function:
 - for resolution = coarsest to finest
 - for λ= λ_{max}(resolution) to min(resolution)
 - Do CG algorithm using hierarchical basis function;
- Step 3. Stop;

여기서 λ_{max}(resolution)과 λ_{min}(resolution)은 영상의 해상도에 따라 다른 값을 가진다. 또한 계층적 기저 함수를 이용한 conjugate gradient 방법은 다음과 같다.

CG algorithm using hierarchical basis function :

```

k = 0;
do {
  rk = b - Qzk;
   $\tilde{r}_k = S^T r_k$ ;
  if (k is not zero)
    {  $\beta_k^N = \tilde{r}_k \cdot w_{k-1}$ ;
       $\beta_k = \beta_k^N / \alpha_{k-1}^D$ ;
       $d_k = \tilde{r}_k - \beta_k d_{k-1}$ ;
    }
  else d0 =  $\tilde{r}_0$ ;
  Wk = Qdk;
   $\alpha_k^D = d_k \cdot w_k$ ;
   $\alpha_k^N = d_k \cdot r_k$ ;
   $\alpha_k = \alpha_k^N / \alpha_k^D$ ;
  zk+1 = zk +  $\alpha_k d_k$ ;
  update surface orientation (p, q) by differentiate zk+1;
  k = k+1;
} while( |zk+1-zk| > δ);
    
```

IV. 실험 결과 및 검토

알고리즘의 적용 영상은 합성영상(synthetic image)으로 크기가 64×64 인 그림 5의 Gaussian 영상을 사용하였고 실제 영상으로는 512×512 Lena 영상중에서 256×256크기의 얼굴 부분만 선택하였다. 원 영상으로부터 다해상도의 영상을 생성하는 방법은 여러 가지가 가능하나 본 논문에서는 인접하는 4개의 화소의 값의 평균을 취하였고 해상도가 가장 낮은 영상은 64×64 크기로 하였다. 또한 pyramid 영상 중에서 주어진 해상도를 가진 영상을 이용하여 알고리즘을 적용함에 있어서 모든 해상도의 영상에 공통적으로 가장 성긴 레벨의 크기를 9×9로 정하였다.

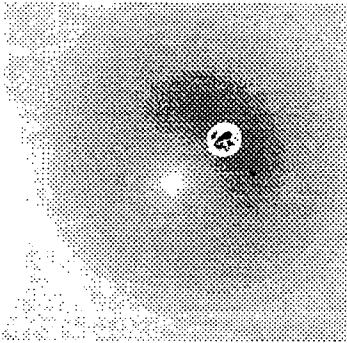


그림 5. 입력 Gaussian 영상
Fig. 5. Input Gaussian image.

조정화 파라메타 λ 는 0.8부터 시작하여 0.8씩 곱해지면서 줄어들게 한다. 다음 크기의 영상에 알고리즘이 적용될 경우 최초의 값을 전 영상에 적용할때의 초기 값의 절반으로부터 시작한다.

원 Gaussian 형상 및 그 영상에 대해 알고리즘을 적용하여 복구된 형상이 그림 7에 도시하였다. 합성영상의 조명 방향 (p_s, q_s) 의 값은 $(0.2, 0.2)$ 였고 복구된 형상을 이용하여 조명 방향을 각각 직각 방향으로 달리하여 생성된 영상을 그림 6에 제시하였다. 알고리즘 적용시 조정화 파라메타 λ 값을 감소시킴으로써 영상의 밝기 오차를 줄이게 되는데 이때의 조정화 파라메타 λ 값과 반복구간을 표 1에 제시하였다. 또한 Gaussian 형상을 가진 입력 영상은 합성된 것이므로 합성시 모든 영상의 화소에 대한 Gaussian 표면의 방향과 높이 Z 는 알고있으므로 원래의 Gaussian 형상과 복구된 Gaussian 형상의 오차를 그림 8에 도시하였다. 표 1과 그림 8을 비교해 보면 조정화 파라메타의 값이 급변하는 부분 ($\lambda=0.134$)에서 밝기 오차는 급격히 감소하고 smoothness 오차는 역으로 증가

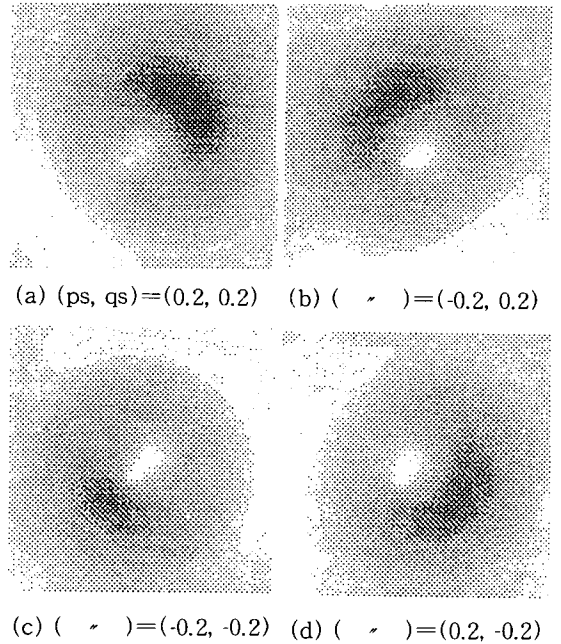


그림 6. 복구된 Gaussian 형상으로부터 다른 방향의 조명된 존재시 생성영상

Fig. 6. Images of varing illuminant direction for recovered Gaussian shape.

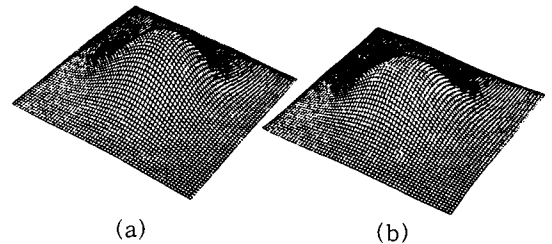


그림 7. Gaussian 형상, $\exp(-x^2 - y^2)$

(a) 입력 Gaussian 형상
(b) 복구된 Gaussian 형상

Fig. 7. Gaussian shape, $\exp(-x^2 - y^2)$.
(a) Input Gaussian shape,
(b) Recovered Gaussian shape.

함을 쉽게 알 수 있다. 그러므로 smoothness 항에 곱해진 조정화 파라메타 λ 는 밝기 오차와 smoothness 오차 사이의 조정적인 역할을 담당하고 있음을 알 수 있다. 한편 그림 8-c와 그림 8-d에서 알 수 있듯이 정작 중요한 물체의 표면 방향의 오차 및 물체의 높이의 오차는 조정화 파라메타 λ 의 급변에 갑작스런 영향을 받지않고 감소함을 알 수 있다. 조정화 파라메타 λ 의 값이 감소함에 따라 점차 물체의 표면 방향의 오차와 높이 오차가 줄어드는

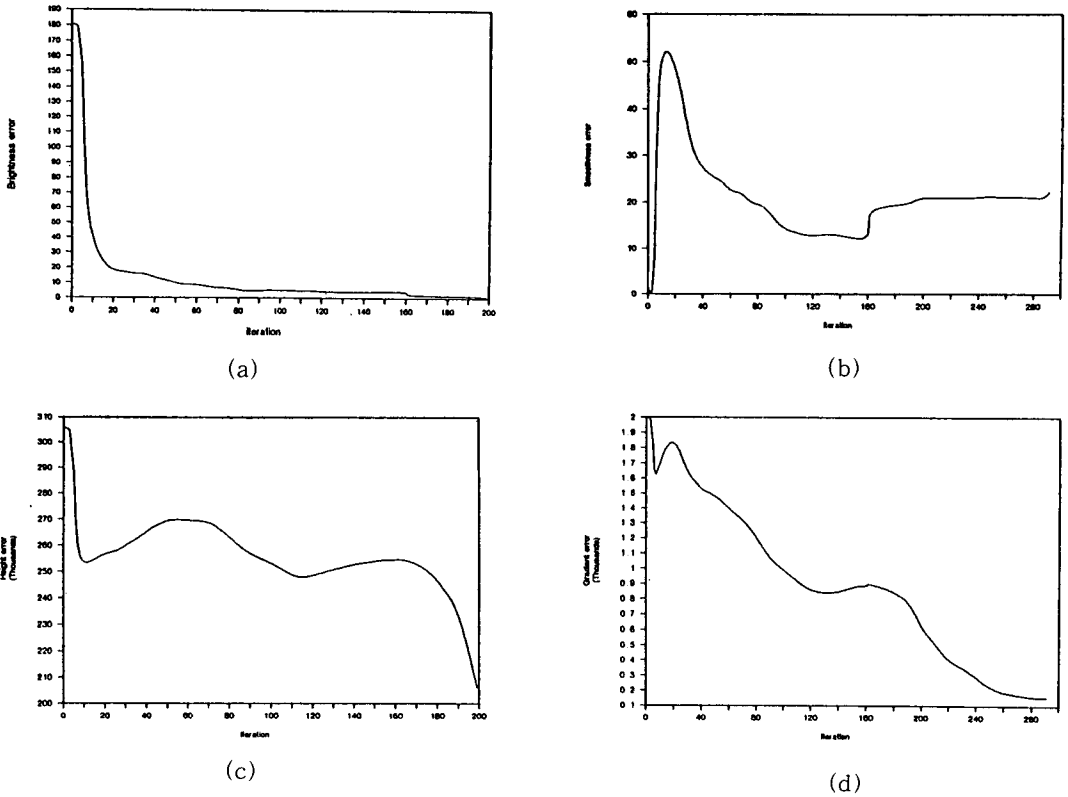


그림 8. Gaussian 영상의 반복수에 대한 재생 오차
 (a) 64×64 Gaussian 영상에 대한 밝기 오차
 (b) 64×64 Gaussian 영상에 대한 smoothness 오차
 (c) 64×64 Gaussian 영상에 대한 높이(height) 오차
 (d) 64×64 Gaussian 영상에 대한 표면방향(p, q)의 오차

Fig. 8. Reconstruction errors for the Gaussian image.
 (a) Brightness error for 64×64 Gaussian image,
 (b) Smoothness error for 64×64 Gaussian shape,
 (c) Height error for 64×64 Gaussian shape,
 (d) Error of surface gradient (p, q) for 64×64 Gaussian image.

것은 입력 영상에 잡음이 전혀 없기 때문이다. 그러나 한 없이 λ 의 값을 줄여 나간다면 물체의 smoothness 성질을 무시하는 것이 되므로 그 해는 안정되지 못하고 발산할 염려가 있다. 그러므로 조정화 파라메타 λ 의 값은 주어지는 영상에 따라 다른 값을 가지는 상수로 취급되어야 할 수 있다. 그림 9는 Lena 영상의 다해상도 pyramid 영상이다. 이때 Lena 영상의 조명 방향과 반사율 및 bias 값을 알아야 하는데, 지금까지 이에 대한 추정 방법은 여러가지가 제안되어 왔으나 Chellapp^[14]가 제안한 방법에 의한 결과를 이용하였다. 그의 결과에 의하여 천정각 (slant σ)은 59° , 방위각(tilt τ)은 17° , 반사율(albedo)은 192, 그리고 bias 값은 3으로 하였다. 그리고나서 조

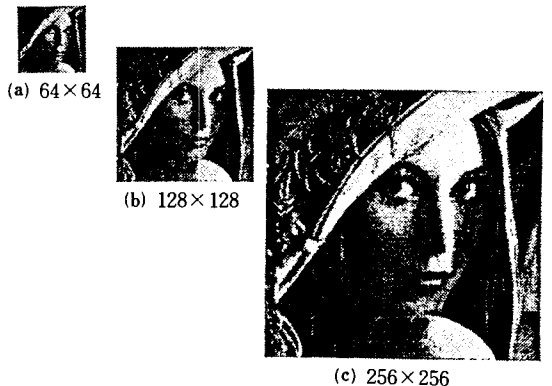


그림 9. 실제 Lena 영상의 pyramid 구조
 Fig. 9. Pyramidal structure of Lena image.

명 방향의 천정각과 방위각을 간단한 계산에 의해 (p_s , q_s) 의 값으로 바꾸어 알고리즘을 적용하였다.

그림 10은 알고리즘을 실제 Lena 영상에 적용하여 얻어진 3차원 형상이고, 복구된 형상인 그림 10으로부터 조명방향을 달리 하였을 때의 다해상도영상을 그림 11에 제시하였다. 표 1에 각각의 해상도를 가진 실제 Lena 영상에 대해 알고리즘을 적용시 조정화 파라메타 λ 의 값과 반복구간을 제시하였고 그림 12에는 Lena 영상을 입력으로 하였을 때의 여러 오차들을 도시하였다. 여기에서 조정화 파라메타 λ 는 입력 영상의 물체의 성질에 따라 다른 값을 가지는 상수로 취급하여야 함을 알 수 있다. 이러한 조정화 파라메타 λ 의 값을 입력영상에 따라 적당한 값을 취하는 방법에 대한 연구도 진행되어야 할 것으로

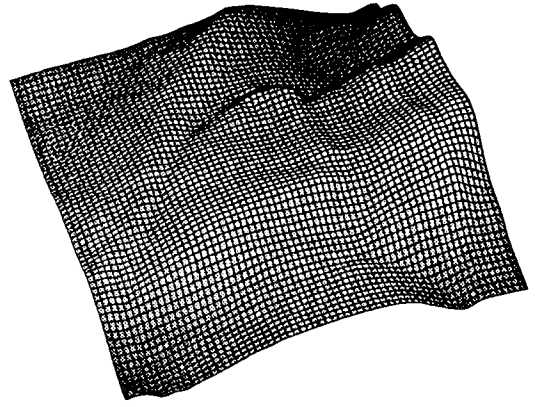


그림 10. 복구된 Lena 의 형상.

Fig. 10. Recovered shape of Lena.

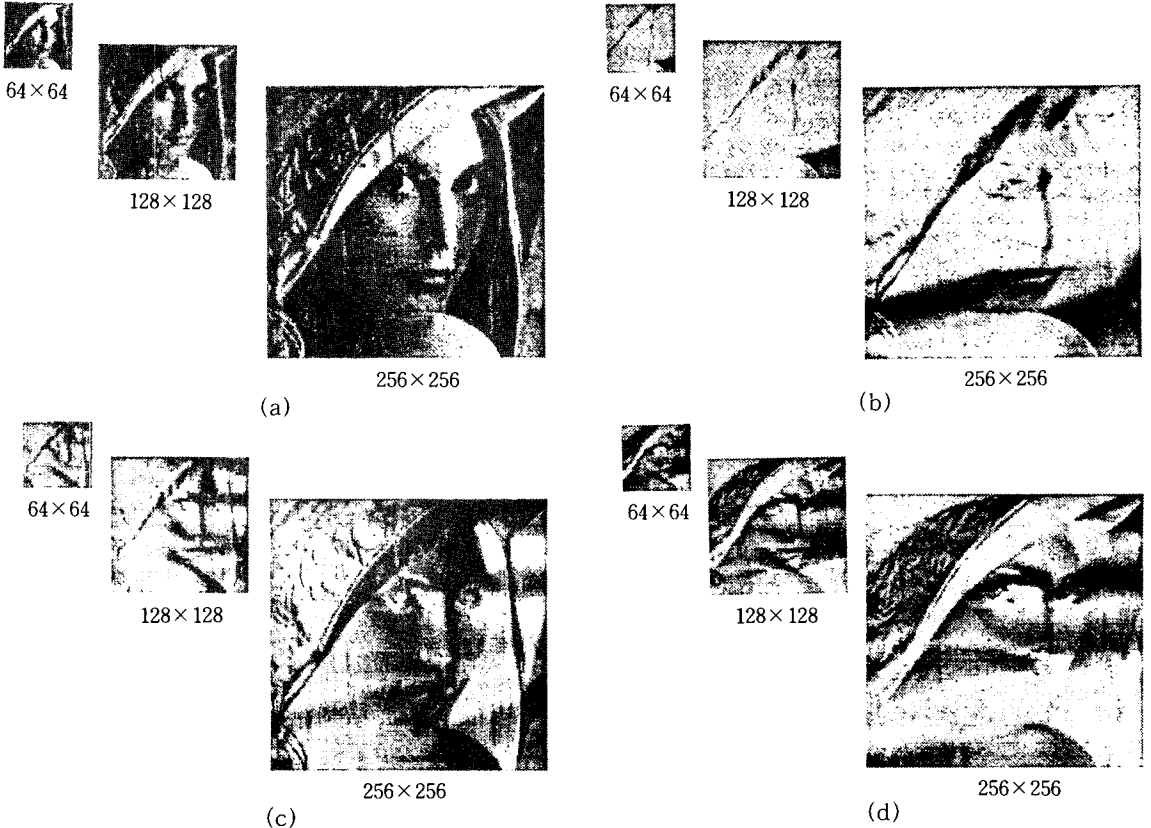


그림 11. 복구된 Lena 형상으로부터 다른 방향의 조명원 존재시 생성영상

- (a) 원 영상과 같은 방향의 광원($\tau=17^\circ$)
- (b) 원 영상조명의 90° 이동된 광원($\tau=107^\circ$)
- (c) 원 영상조명의 180° 이동광원($\tau=197^\circ$)
- (d) 원 영상조명의 270° 이동광원($\tau=287^\circ$)

Fig. 11. Images of varing illumination direction for recovered Lena shape.

- (a) Same illuminant direction as original image ($\tau=17^\circ$),
- (b) 90° shifted illuminant direction ($\tau=107^\circ$),
- (c) 180° shifted illuminant direction ($\tau=197^\circ$), (d) 270° shifted illuminant direction ($\tau=287^\circ$).

표 1. 조정화 파라메타 λ 와 반복 수

Table 1. The regularization parameter λ and iteration number.

λ	반복 구간	λ	반복 구간	λ	반복 구간	λ	반복 구간
0.8	0	0.8	0~111	0.4	0~5	0.2	0~3
0.64	1	0.64	112~125	0.32	6	0.16	4
0.51	2	0.51	126	0.26	7	0.13	5
0.41	3~156	0.41	127~152	0.21	8	0.1	6
0.33	157	0.33	153	0.16	9~11	0.08	7~52
0.26	158	0.26	154	0.13	12	0.07	53
0.21	159	0.21	155~157	0.11	13~70	0.05	54~151
0.17	160	0.17	158~306	0.08	71	0.042	152
0.13	161~286	0.13	307	0.07	72	0.034	153
0.11	287	0.11	308~309	0.05	73~74		
0.08	288	0.08	310	0.043	75	(d)	
0.07	289	0.07	311~326	0.034	75~184	256×256 Lena	
0.06	290	0.06	327				
0.044	291	0.044	328	(c)			
0.035	292	0.035	329	128×128 Lena			

생각된다. 그림 13에는 복구된 Lena의 3차원 형상에 대해서 조명 방향을 달리 하였을 때 나타나는 모의 3차원적 형상을 제시하였다. 이와 같은 복구된 형상에 대한 조명 방향을 달리한 모의 3차원적 모양으로 미루어 제안된 알고리즘은 밝기 정보만을 가지고 최대한의 정보를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 다해상도의 영상을 이용하고 또한 계층적 기저 함수를 이용하는 방법은 multigrid 방법^[10]과 마찬가지로 수렴속도 면에서 뿐만 아니라 완만한 형태의 모양을 추출해 내는 저역 여파기(low-pass filter)의 성격을 가지고 있다.^[8] 그러므로 Lena 영상과 같은 복잡한 형태는 필요 이상으로 완만한 형태의 결과로 나타나기도 한다.

제안된 알고리즘의 유효성을 입증하기 위해 평활 구속을 사용한 대표적인 방법인 Horn^[7]의 알고리즘과 비교하였다. 64×64 Gaussian 영상을 입력으로 MIPS RS2030 컴퓨터에 의한 모의 실험 결과, Horn^[7]의 알고리즘은 경계 조건이 없으면 불안정해지고 경계 조건이 주어지더라도 참된 해로 수렴하는데 약 4시간 정도가 소요되나 제안된 알고리즘은 경계 조건 없이도 참값의 안정한 해로 수렴하는데 5분 정도 밖에 소요되지 않았다. 이상의 결과로부터 제안된 알고리즘은 수렴 속도의 향상을 보여 주고 직접 높이를 구하여 적분 가능성 향이 불필요하다는

장점이 있고 경계 조건없이 타당한 해를 가져다 주며 조정화 파라메타에 독립적임을 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 하나의 2차원 영상으로부터 영상의 밝기 정보만을 이용하여 물체의 3차원적 형상을 복구하는 방법에 대해 고찰하였다. 즉 물체의 표면 방향 (p, q)와 높이 변수와의 이산적 관계를 선형화된 반사 함수에 적용하여 밝기 오차 함수를 형성하고 밝기 오차 함수에 조정화법의 책략인 평활성 오차를 첨가하여 목적 함수를 선형식으로 구성하였다. 이러한 선형식을 수치적 반복법인 conjugate gradient 법으로 구하며, 수렴 속도를 향상시키기 위해 계층적 기저 함수(hierarchical basis function)와 다해상도 영상 기법을 도입하였다. 제안된 알고리즘은 물체 표면의 방향 (p, q)를 구하는 대신 직접 높이 z를 구하므로 실제 표면에서의 적분 가능성에 대한 가정이 필요치 않으며 변분적 원리에 의한 알고리즘에서 절대적으로 필요한 경계 조건없이 타당한 물체의 형상이 복구됨을 모의 실험을 통해 알 수 있었다. 또한 반사 함수 R(p, q)를 선형화시켜 선형식을 구하였으므로 수렴성과 안정성이 우수하다. 그리고 다해상도의 영상으로 분리하

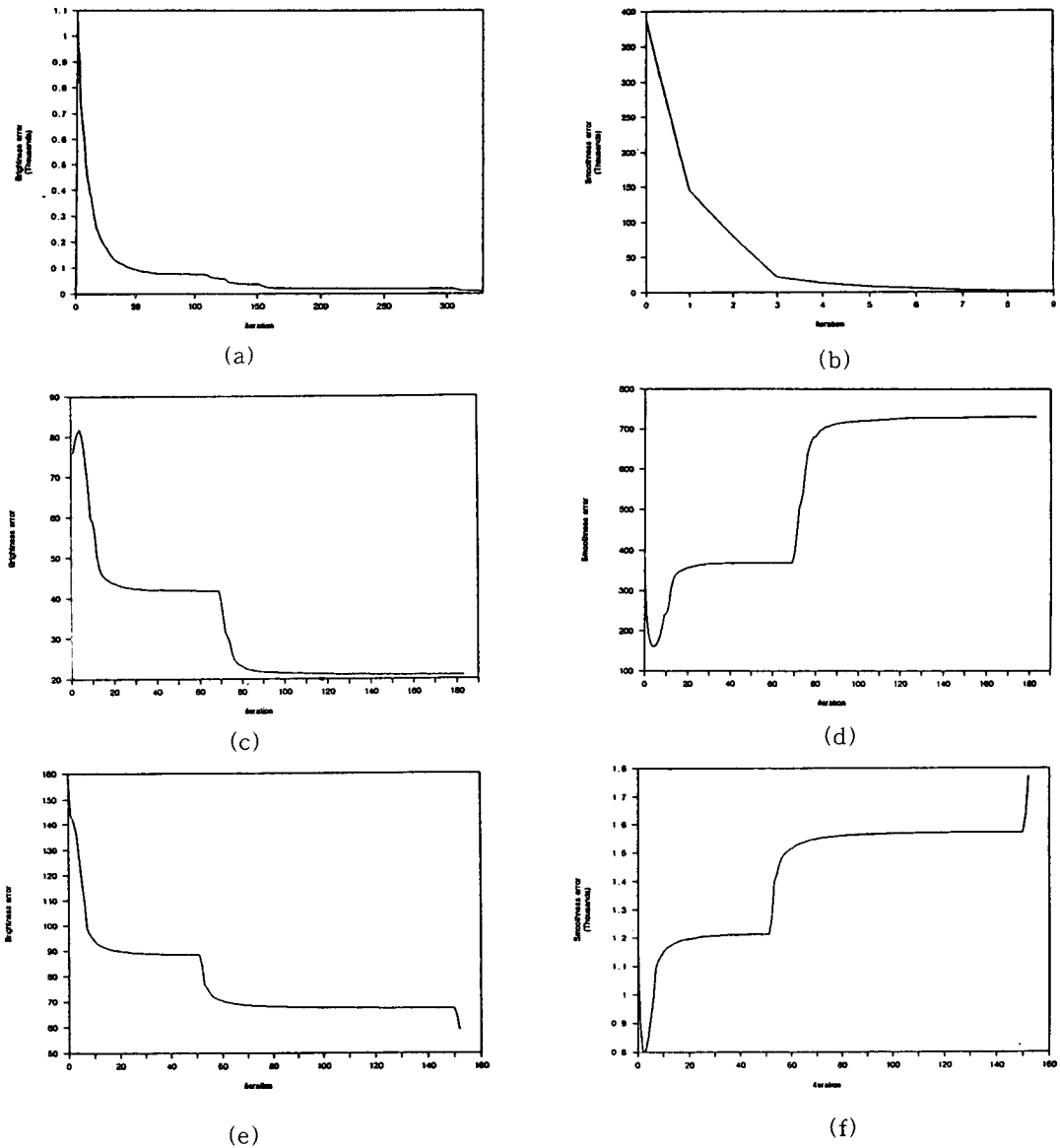


그림 12. Lena 영상의 반복수에 대한 오차의 추이

- (a) 64×64 Lena 영상에 대한 밝기 오차
- (b) 64×64 Lena 형상에 대한 smoothness 오차
- (c) 128×128 Lena 영상에 대한 밝기 오차
- (d) 128×128 Lena 형상에 대한 smoothness 오차
- (e) 256×256 Lena 영상에 대한 밝기 오차
- (f) 256×256 Lena 형상에 대한 smoothness 오차

Fig. 12. Brightness and smoothness errors for Lena image.

- (a) Brightness error for 64×64 Lena image,
- (b) Smoothness error for 64×64 Lena shape,
- (c) Brightness error for 128×128 Lena image,
- (d) Smoothness error for 128×128 Lena shape,
- (e) Brightness error for 256×256 Lena image,
- (f) Smoothness error for 256×256 Lena shape.

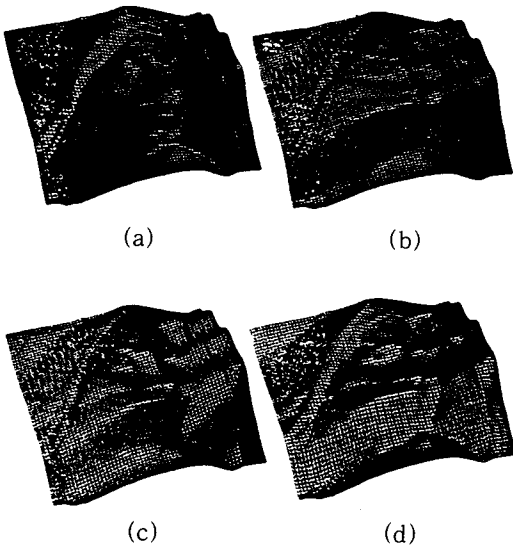


그림 13. 복구된 Lena의 3 차원 형상의 다른 방향의 조명 존재시 나타난 모의 3 차원 형상
Fig. 13. Simulated 3-D shape in varying illuminant direction from the recovered Lena shape.

여 계층적 기저 함수를 이용한 conjugate gradient 방법을 적용시켜 수렴 속도가 우수하고 조정화 파라메타를 감소시키면서 반복이 수행되기 때문에 조정화 파라메타를 영상에 독립적인 관계가 되므로 실시간 구현시 유리하다. 합성 영상과 실제 영상에 적용시킨 모의 실험 결과가 이와 같은 우수성을 입증해 준다. 본 논문에서 제안된 방법은 물체의 표면은 Lambertian 표면이란 가정하에서 전개되었기 때문에 실제 영상에 적용시 많은 문제점들이 있다. 해결 방안으로 재질이나 물체의 종류에 따라 실제 물체의 반사율 함수를 사전에 구하여 이용하면 더욱 좋은 결과가 나오리라고 예상된다. 또한 실제 영상은 잡음이 항상 존재하기 마련이므로 잡음의 영향에 대한 고찰도 아울러 계속 연구되어야 될 것으로 생각된다.

参 考 文 献

[1] B. K. P. Horn, *Robot Vision*, MIT Press: Cambridge, MA; and McGraw Hill: New York, 1986.
[2] R. T. Frankot and R. Chellappa, "A method for enforcing integrability in shape from shading algorithms," *IEEE Trans. PAMI*, vol. 10, pp. 439-451, July 1988.

[3] B. K. P. Horn and M. J. Brooks, "The variational approach to shape from shading," *CVGIP*, vol. 33, pp. 174-208, Nov. 1986.
[4] T. Poggio, V. Torre, and C. Koch, "Computational vision and regularization theory," *Nature*, vol. 317, pp. 314-319, Sept. 1985.
[5] A. N. Tikhonov and V. Y. Arsenin, *Solutions of ill-posed problems*, Washington, DC: Winston & Sons, 1977.
[6] M. Bertero, T. A. Poggio, and V. Torre, "Ill-posed problems in early vision," *Proc. IEEE*, vol. 76, pp. 869-889, August 1988.
[7] B. K. P. Horn, "Height and gradient from shading," *IJCV*, vol. 5, pp. 37-75, August 1990.
[8] C. C. J. Kuo and B. C. Levy, "Discretization and solution of elliptic PDEs'- a digital signal processing approach," *Proc. IEEE*, vol. 78, pp. 1808-1841, December 1990.
[9] R. Szeliski, "Fast surface interpolation using hierarchical basis functions," *IEEE Trans. PAMI*, vol. 12, pp. 513-528, June 1990.
[10] D. Terzopoulos, "Image analysis using multi-grid relaxation methods," *IEEE Trans. PAMI*, vol. 8, pp. 129-139, March 1986.
[11] K. M. Lee and C. C. J. Kuo, "Shape from shading with a linear triangular element surface model," USC-SIPI Report No. 172, 1991.
[12] K. Ikeuch and B. K. P. Horn, "Numerical shape from shading and occluding boundaries," *Artif. Intell.*, vol. 17, pp. 141-184, August 1981.
[13] H. Yserentant, "On the multi-level splitting of finite element spaces," *Numerische Mathematik*, vol. 49, pp. 379-412, Dec. 1986.
[14] Q. Zheng and R. Chellappa, "Estimation of illuminant direction, albedo, and shape from shading," *IEEE Trans. PAMI*, vol. 13, pp. 680-702, July 1991.
[15] W. Grimson, *From Images to Surfaces*, Cambridge, MA, MIT Press, 1981.

著 者 紹 介



李 承 培 (正會員)

1968年 11月 28日生. 1990年 2月 서울대학교 제어계측공학과 졸업. 1992年 2月 서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업. 1992年 3月~현재 금성사 중앙연구소 연구원으로 근무. 주관심분야는 컴퓨터 비전, 음성

인식 등임.

李 商 郁 (正會員) 第25卷 第3號 參照

현재 서울대학교 제어계측공학과 부교수

●

崔 宗 秀 (正會員) 第28卷 B編 第10號 參照

현재 중앙대학교 전자공학과 교수