

多重過荷重에 의한 Al 7075-T6 합금의 疲勞龜裂成長遲延現狀에 관한研究

李澤淳*·李侑泰**

(1992년 2월 25일 접수)

A Study on Fatigue Crack Growth Retardation Phenomena
of Al 7075-T6 Alloy under Multiple overload(I)

Taik-Soon Lee, You-Tae Lee

Key Words : Single Overload(單一過荷重), Multiple Overload(多重過荷重), Crack growth Retardation(龜裂成長遲延現像), Load Ratio(荷重比), Overload Ratio(O.L.R : 過荷重比), Overload Cycle Number(O.L.N : 過荷重反復回數), Overload affected zone size(a^* : 過荷重影響部), Crack Growth Retardation cycle(N^* : 균열성장지연사이클), Crack Length(龜裂길이), Crack Growth Rate(龜裂成長率)

Abstract

Aircraft structures and engineering structures are always subject to variable amplitude loads. Variable amplitude loads include some kind of loading history : for example, constant amplitude load, single peak overload and block overload etc. Crack growth under variable amplitude loading exhibits retardation effect.

In this study, the 4 point bending fatigue test was performed by hydrolic servo fatigue testing machine on 7075-T6 Al-alloy.

The retardation effect of overload ratio and numbers of overload cycle was quantitatively studied.

- 1) Change of retardation effect against increment of overload ratio is more evident when the multiple overload is applied than single overload is done.
- 2) The number of overload cycle is very important factor about the crack growth retardation effect when the overload ratio is more than 1.75 ; that is not when the overload ratio is less than 1.75.

* 영남대학교 공과대학 정밀기계공학과 교수 정회원
** 영남대학교 대학원 정밀기계공학과

- 3) Overload affected zone size increased gradually by increment of crack growth retardation effect.
- 4) Crack driving force is more greatly reduced when the crack tip branched off two direction than it sloped to one direction.

I. 序論

최근 疲勞破壞와 그것의 기본적인 機構에 대한 이해에 있어서 많은 발전이 있었음에도 불구하고 疲勞의 문제는 구조물의 破壞에 대한 가장 큰 문제로 남아있는 것이다. 그것은 이제까지 받아들여지고 있는 강구조물에 대한 개념이 비교적 높은 荷重에서 기대 되어질수 있는 性質과 一定振幅 荷重狀態하에서의 단축된 수명에 그 바탕을 두고 있기 때문이다.

疲勞龜裂은 대개 一定振幅 荷重과는 상이한 不規則振幅 荷重상태하에서 成長해나가고 있는 것이다. 不規則振幅 荷重하에서의 疲勞균열성장을 제어하는 많은 因子들의 效果를 명확하게 하기 위해 사용되어지는 하나의 方法은 過荷重의 效果를 연구하는 것이었다. 그 결과로 과하중이 피로균열 성장에 있어서 일시적인 가속이라든가 遲延現狀과 같은 效果를 있어서 나타낸다는 것을 알게 되었고, 많은 학자들이 다음과 같은 여러가지 미세 機構로써 이러한 現狀들을 설명하려고 노력하였다.

- 1) 龜裂 선단 둔화^{1, 13, 14, 15)}
- 2) 龜裂 선단의 변형경화^{2, 16, 17)}
- 3) 龜裂 선단의 잔류압축 응력³⁾
- 4) 龜裂 선단의 형상^{4, 5, 18, 19)}
- 5) 龜裂 가지 現狀^{4, 20)}
- 6) 龜裂 단힘 現狀
 - a) 소성^{6, 7, 8)}
 - b) 산화⁹⁾
 - c) 龜裂의 미소 거칠기^{4, 10)}
 - d) 점성유체와 상변태

그러나 이러한 많은 연구들이 대부분 단일 과학 중에 의한 균열 성장지연 효과에 관한 것이었다. 그러나 이러한 現狀에 지대한 영향을 미치는 변수

들로써는 荷重의 形態, 시편의 形狀, 재료에 가해지는 荷重의 種類(인장, 압축, 굽힘등), 荷重비, 荷重속도, 環境條件 등의 많은 變數들이 있기 때문에 본 연구에서는 4점 굽힘荷重상태하에서 不規則振幅 荷重중에서 하나의 형태로써 연구되어졌던 單一 過荷重과 더불어 여러 형태의 多重 過荷重을 가하여 과하중 횟수가 疲勞龜裂 성장遲延에 미치는 영향과 過荷重비의 效果, 過荷重 영향부의 크기, 균열 가지現狀 등을 비교 연구해 봄으로써 疲勞龜裂의 일시적인 가속現狀과 成長遲延 現狀의 좀더 나은 이해를 돋고자 한다.

II. 本論

II - 1. 시편

시편의 소재는 현재 항공기 및 해양 구조물의 소재로 많이 쓰이고 있는 알루미늄 합금인 Al 7075-T6 합금으로써 一般的으로 초초듀랄루민이라고 불리워진다. 시편의 化學的 성분 및 機械的 性質은 다음과 같다.

Table 1. Chemical composition of al 7075-T6

NOMENCLATURE	CHEMICAL COMPOSITION(wt%)							
	Cu	Si	Fe	Mg	Cr	Zn	Mn	Al
Al 7075-T6	1.52	0.12	0.31	2.62	0.21	5.54	0.01	Bal

Table 2 Mechanical Properties of Al 7075-T6

NOMENCLATURE	TENSILE STRENGTH	YIELD STRENGTH	ELONGATION
Al 7075-T6	569.8 MPa	483.5 MPa	8.6%

Al 7075-T6 원판에서 압연 방향으로 각각의 시편을 채취하였다. 위와 같이 채취한 시편으로 Fig.1에서 보여주는 형상과 치수의 편측노치(Single Edge Notched) 疲勞시험편을 제작하였다.

疲勞시험 初期의 notch의 影響을 最少化하고 정확한 실험을 하기위해 노치 가공은 폭 0.2mm, 깊

이 3mm로 방전가공기를 사용하여 機械加工 하였다. 그리고 균열의 觀察을 쉽게 하기위하여 시편의 표면을 연마지(#100부터 #1200까지)를 사용하여 순차적으로 연마하고 마지막에 산화 알루미늄 액을 사용하여 연마한다.

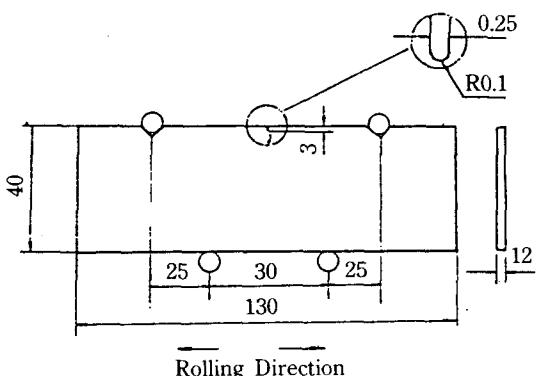


Fig.1 Shape of Specimen

II - 2. 實驗 裝置 및 方法

本實驗에 사용될 疲勞시험기는 인스트론사 제 품의 유압 서어보 疲勞시험기(Model 1332)로 最大 용량은 20ton이다.

균열은 성장 길이를 측정하기 위하여 1/100mm 까지 측정 가능한 이동식 현미경을 사용하며, 龜裂成長過程을 관찰하기 위하여 광학 현미경을 사용한다. 본 논문에서는 위에서 언급한 형상의 시편에 대해서 Fig.2와 같은 4점 굽힘 피로實驗을 실시하게 되며 實驗은 실내온도 $20 \pm 2^{\circ}\text{C}$, 절대습도 $50 \pm 5\%$ 조건하에서 수행하며, 荷重을 가할시에 사용한 파형은 모든 시편에 대하여 정현파형으로 一定荷重 제어하에서 수행한다. 一定振幅荷重을 가할때는 荷重비 [$R = P_{min}/P_{max}$]을 0.1로 하고, 하중 주파수는 10Hz로 한다. 過荷重을 가할때 過荷重 횟수의 影響을 알아보기 위하여 連續的인 過荷重 반복 횟수를 1, 5, 10, 20, 30, 50회로 변화시키면서 實驗을 실시하고, 또 過荷重비의 効果를 알아 보기 위하여 각 過荷重 反復 횟수에 대하여 過荷重비 ($R_{ol} = \Delta P_{ol}/\Delta P$)를 1.5, 1.75, 2.0으로 變化시키면서 實시한다. 그리고 그때의 하중 주파수는 0.1Hz로 한다.

過荷重은 Fig.3과 같은 하중 형태로 작용 시키며, 過荷重을 가하고 나서는 過荷重을 가하기전과 同一한 條件下에서 疲勞시험을 행한다.

이렇게 하여 實驗한 시험편을 광학 금속현미경을 사용하여 노치로 부터 6mm 거리에 있는 과하중 작용부분을 400배의 배율로 촬영하였다.

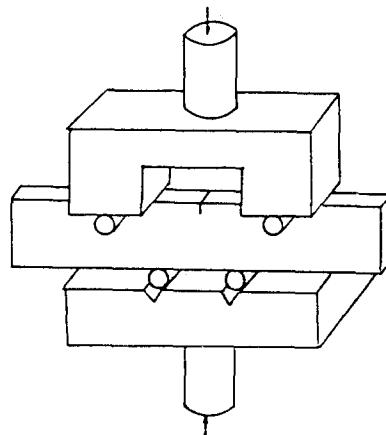


Fig.2 Configuration of specimen and holder.

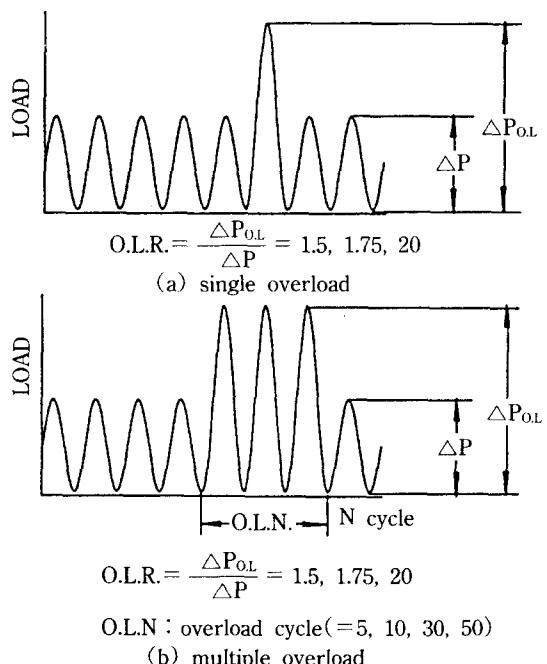


Fig.3 Loading wave form.

III. 結果 및 考察

單一過荷重과 多重過荷重(Multiple Over-loads)의 過荷重反復횟수와 過荷重비가 Al 7075-T6 합금의 龜裂成長遲延現狀에 미치는 影響을 연구했다.

III. Al 7075-T6에서의 단일 진폭하중과 단일 과하중의 疲勞龜裂成長現狀比較

Schijve¹⁾에 의하면一般的으로一定振幅荷重을 작용시키는 중에單一過荷重을 작용시키게되면疲勞龜裂은成長速度가 늦어지거나 멈춰버리기 때문에재료의 수명을 延長시키는結果를 가져오게 된다.

Fig.4는 Al 7075-T6合金에 대한 龜裂길이와 사이를 수와의關係를 나타낸것으로써 ○선은一定振幅荷重을 작용시켰을 때의 선도이고 □선은過荷重비가 2.0인單一過荷重에 대한 선도이다. 이 두가지 선도를 비교해 보면 Al 7075-T6에 대해 과하중비가 2.0인單一過荷重을 작용시킴에 따라 龜裂의成長速度가 순간적으로 감소했다가 서서히回復되어過荷重을 가한곳으로부터 17000사이를동안 龜裂成長이遲延된다.

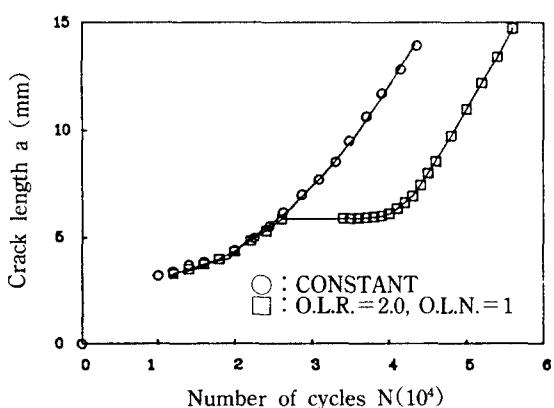


Fig.4 Crack length Vs Number of cycles.

Fig.5은 Fig.4을 □선도를 龜裂成長率과 龜裂길이와의 관계로 나타낸 것으로써 過荷重작용점 이후 龜裂成長가속화現狀이 있은 후 龜裂成長

率이 급격히 감소하여 da/dN 의 최소값을 지나면서 龜裂成長率이 서서히 증가하여 0.86mm가 지난후에 다시 과하중을 가하기 전의 균열 성장속도로回复되어 이 경우의 과하중 영향부의 크기가 0.86mm임을 알수 있는 것이다.

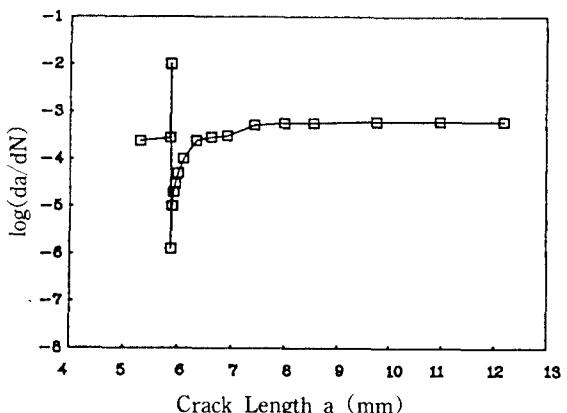


Fig.5 The influence of overload cycles on subsequent crack growth rate.

III-. 過荷重의 影響

본 실험에서는 過荷重비를 1.5, 1.75, 2.0로變化시키면서 過荷重比가 龜裂成長遲延에 어떠한 영향을 미칠것인가를 관찰해 보았다.

Fig.6는 過荷重반복횟수가 1회, 30회, 50회일 때의 過荷重비와遲延 사이를 수와의 관계를 나타낸 그림이다.

Fig.6의 (a)는 재료에單一過荷重을 가하였을 때 過荷重비가 1.5, 1.75, 2.0으로 변함에 따른遲延效果를 나타낸 그림이다. 過荷重비가 1.75인 경우가 過荷重비 1.5인 경우보다 60%정도 더遲延되고, 過荷重비가 2.0인 경우는 1.5인 경우보다 70%정도 더遲延되었다. Fig.6의 (b) 선도는 30회의過荷重을 연속적으로 작용시켰을 때 過荷重비가 2.0인 경우가 1.5인 경우보다 1200%만큼遲延效果가 더크게 나타난 반면 過荷重비가 1.75인 경우는 1.5인 경우보다 66.7%정도遲延效果가 더크게 나타났음을 보여준다.

또 Fig.6의 (c)선도는 50회의過荷重을 연속적으로 작용시켰을 때 過荷重비가 2.0인 경우가 1.5인

경우보다 2300% 만큼 遲延效果가 더 크게 나타난 반면 過荷重비가 1.75인 경우는 1.5인 경우 보다 83% 정도 遲延效果가 더 크게 나타났다.

각각의 조건에서 過荷重에 따른 遲延사이를 수는 Table 3에 나타나 있고 Table 3의 결과를 비교해 보면 過荷重비가 증가함에 따라 龜裂成長 遲延의 효과는 크게 나타나고 過荷重 반복횟수가 증가할수록 過荷重비에 따른 균열지연 효과는 더욱 뚜렷하게 나타난다.

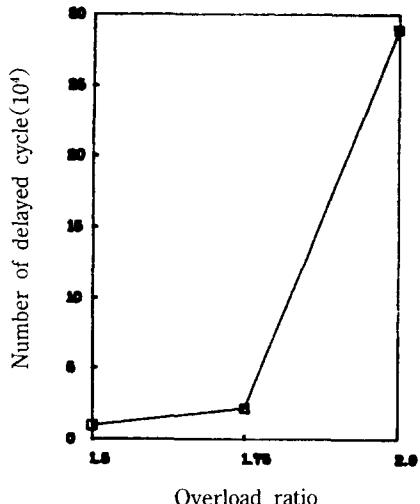
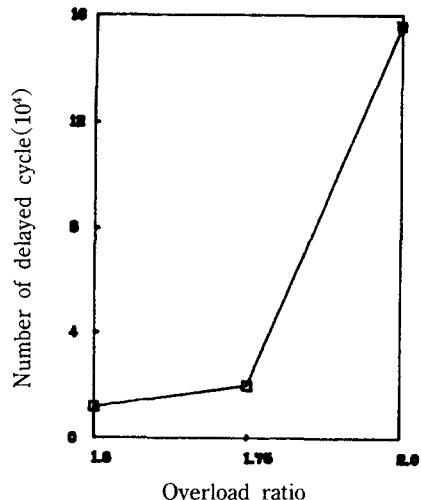
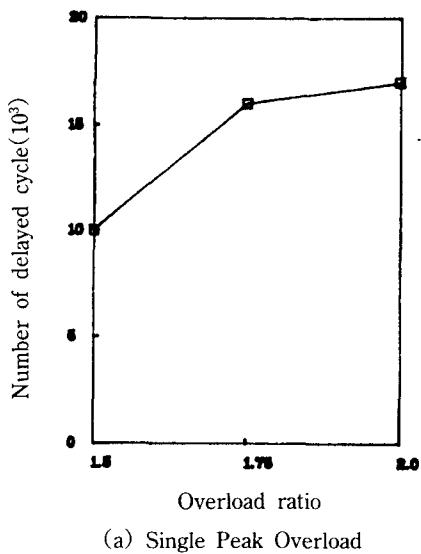


Fig.6 Variation of the retardation cycles with changing overload ratio at each case.

Table 3. Crack Retardation Phenomena of Single Peak Overload and Multiple Overload.

O.L.R	O.L.N (cycle)	N* (cycle)	a* (mm)	Max P _{ol} ($\times 10^4$ N)	Type Branch
1.5	1	10000	0.32	3.53	—
	30	12000	0.32	3.53	—
	50	12000	0.31	3.53	0
1.75	1	16000	0.74	4.19	0
	5	18000	0.86	4.19	0
	10	19000	1.14	4.19	0
	30	20000	1.35	4.19	0
	50	22000	1.37	4.19	0
2.0	1	17000	0.86	4.71	0
	5	34000	1.15	4.71	T
	10	43000	1.27	4.71	T
	20	117000	1.34	4.71	T
	30	156000	2.18	4.71	T
	50	289000	2.80	4.71	T

N* : 龜裂 成長遲延 사이를 a* : 過荷重 影響部

O : Crack tip slope to one direction

T : Crack tip branch off two direction

Max P_{ol} : maximum value of overload

III-3. 연속적인 過荷重 반복횟수의 영향

Fig.7 a) 선도는 過荷重비 2.0에서 過荷重 반복 횟수를 1, 5, 10, 20, 30, 50회로 증가시키는데 따른 遲延現狀을 疲勞龜裂 成長 遲延 사이클과 過荷重 회수의 관계로 나타낸 것이다. 過荷重 반복횟수를 1, 5, 10, 20, 30, 50회로 증가시킴에 따라 龜裂 成長 遲延 사이클수가 17000, 34000, 43000, 117000, 15,6000, 289000 사이클로 증가함으로써 작용시키는 過荷重의 회수가 증가함에 따라 龜裂 成長의 遲延 사이클수가 선형적으로 증가한다는 것을 알 수 있고, 過荷重의 사이클수가 龜裂 成長遲延에 미치는 영향은 굉장히 크다. 그러나 b) 선도에서 보는 바와 같이 過荷重비가 1.75인 경우는 過荷重의 회수와 龜裂 成長遲延의 정도 사이에는 비례관계가 성립되지만 過荷重비 2.0인 경우와 비교해 보면 過荷重의 사이클수가 龜裂 成長遲延에 미치는 영향은 작은 것으로 나타난다.

그리고 c) 선도는 過荷重비가 1.5인 경우인데 여기에서는 過荷重의 영향은 분명히 나타나지만 過荷重회수의 증가에 따라 龜裂 成長遲延은 거의 증가되지 않는 것으로 나타나 過荷重회수가 龜裂 成長 遲延에 거의 영향을 미치지 않는다는 것을 보여준다.

따라서 過荷重비가 클수록 過荷重회수는 疲勞龜裂 成長遲延에 큰 영향을 미치게 되고 過荷重비가 임의의 값이하에서는 過荷重 반복횟수가 遲延現狀에 상대적으로 작은 영향을 미치게 된다.

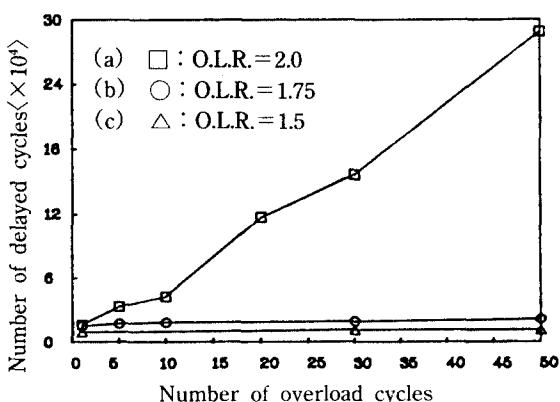


Fig.7 Number of delayed cycles Vs Number of overload cycles.

III-4. 龜裂 가속화 현상과 過荷重 영향부

龜裂成長 遲延現狀은 크게 3구간으로 나누어 볼 수 있다.

過荷重이 가해진 후 순간적으로 龜裂의 길이가 증가하는 구간과 그후 龜裂成長 속도는 過荷重을 가하기 전의 龜裂成長 속도보다 급격히 감소하게 되는 구간, 그리고 그후 過荷重의 영향권 안에서 龜裂 成長 속도가 점차적으로 증가되어 過荷重을 가하기 전의 정상속도로 근접하게 되는 구간으로 나누어 볼 수 있다. 여기서 우리는 龜裂의 成長속도가 순간적으로 증가했다가 급격히 감소하는 구간과 龜裂의 成長속도의 점차적으로 증가하여 過荷重을 가하기 전의 속도로 회복하는 구간까지를 龜裂 成長 遲延現狀이 나타나는 過荷重영향부라고 하고 그 구간내에서의 반복荷重 횟수를 過荷重에 따른 수명이 연장된 사이클(N^*)이라고 한다. 그리고 그 구간에 해당하는 龜裂의 成長길이를 過荷重 영향부의 크기(a^*)라고 한다. Fig.8는 龜裂 길이와 龜裂成長率과의 관계를 나타낸 선도로써 過荷重을 가하면 순간적으로 龜裂 成長率이 증가되고 그후 da/dN 이 최소값까지 감소했다가 다시 점차 증가해 a^* 를 지나면 過荷重의 영향권을 벗어나게 되는데 최소의 da/dN 에서 다시 過荷重을 주게되면 龜裂 정지가 생기거나 疲勞수명이 過荷重에 상당한 만큼 연장하게 되는 것이다.

Fig.8에서 볼수 있는 龜裂 成長率이 가속화 되는 영역은 過荷重의 비가 클수록, 過荷重의 회수가 많을수록 크게 나타남을 볼 수 있다. 특히 多重過荷重을 가하여 過荷重이 완료될때 까지만을 생각하여 보면 R.O.RITCHIE et al^[14]이 실험한 Low-High Two Step Loading과 같다고 볼 수 있어 過荷重의 회수가 증가하면 龜裂 가속화 영역이 증가하는 현상을 설명 할수 있다.

疲勞 龜裂 成長遲延現狀은 龜裂이 過荷重 영향부를 통과하는데 요구되는 사이클수로 표현되므로 過荷重 영향부의 크기는 遲延 사이클수에 영향을 미친다. Fig.8에서 過荷重을 가한 후부터 龜裂成長率이 완전히 회복될때까지를 過荷重 영향부라고 할수 있는데 過荷重비와 過荷重회수가 증가함에 따라 過荷重 영향부도 증가한다는 것을 알 수 있다.

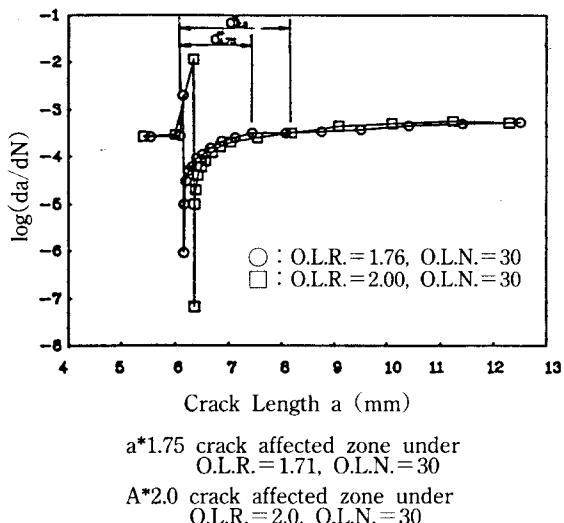


Fig.8 The influence of overload cycles on subsequent crack growth rate.

III-5. 龜裂 가지現狀

Shijve¹³⁾는 이런 기본적인 機構의 상호效果에 대하여 총괄적으로 언급하였다.

Suresh⁵⁾에 의하면 龜裂 가지現狀은 龜裂成長 방향의 굴절을 일으키고, 유효용력학대계수의 감소를 가져와 구동력을 감소 시켜서 疲勞龜裂成長遲延에 상당한 影響을 미치는 것으로 알려져 있다.

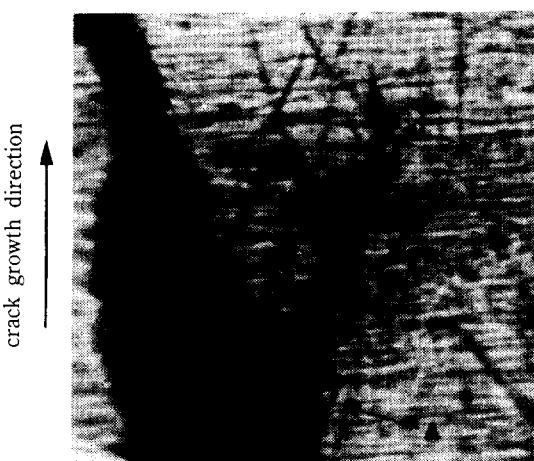
龜裂 가지現狀중에서도 Forked Crack이 가장 큰 影響을 미치고, 그 다음 Double Kinked Crack, Kinked Crack의 순으로 疲勞龜裂成長遲延에 影響을 미치는 것으로 알려져 있다.

본 실험의 결과 Fig.9에서 보는 바와 같이 過荷重비가 1.5일 경우에는 過荷重의 회수와는 상관없이 龜裂 가지現狀이 거의 일어나지 않았고, 과하중비가 1.75인 경우 過荷重회수에 관계없이 균열의 경로가 한방향으로 굽게되는 현상을 일으키고 過荷重비가 2.0인 경우에는 단일 過荷重을 가하였을 때에만 균열의 경로가 한방향으로 굽게되는 현상을 일으켰을 뿐이고 多重 過荷重의 경우에는 균열의 선단이 두 방향으로 갈라지는 현상을 일으킨다.

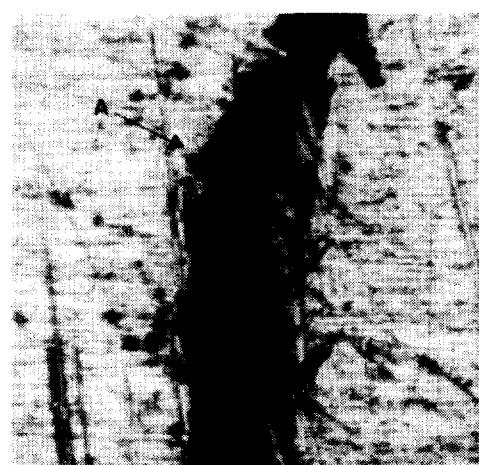
위의 결과로 미루어 보아 Al 7075-T6 단일 過荷重에 대한 龜裂 가지現狀이 일어날 수 있는 임계過荷重비는 1.75이고, 過荷重비가 클수록 疲勞龜

裂成長遲延이 크게 일어나는 이유는 균열의 선단이 두 방향으로 갈라지는 현상이 균열의 경로가 한방향으로 굽게되는 현상보다 구동력을 더 크게 감소시켜 버리기 때문이라고 설명할 수 있다.

Fig.9의 (a)를 보면 過荷重회수가 증가함에 따라 연속적으로 균열의 선단이 두 방향으로 갈라지는 현상이 나타나 더 큰 疲勞龜裂成長遲延現狀을 일으킨다.



O.L.R.=2.0
O.L.N.=50



O.L.R.=1.75
O.L.N.=50

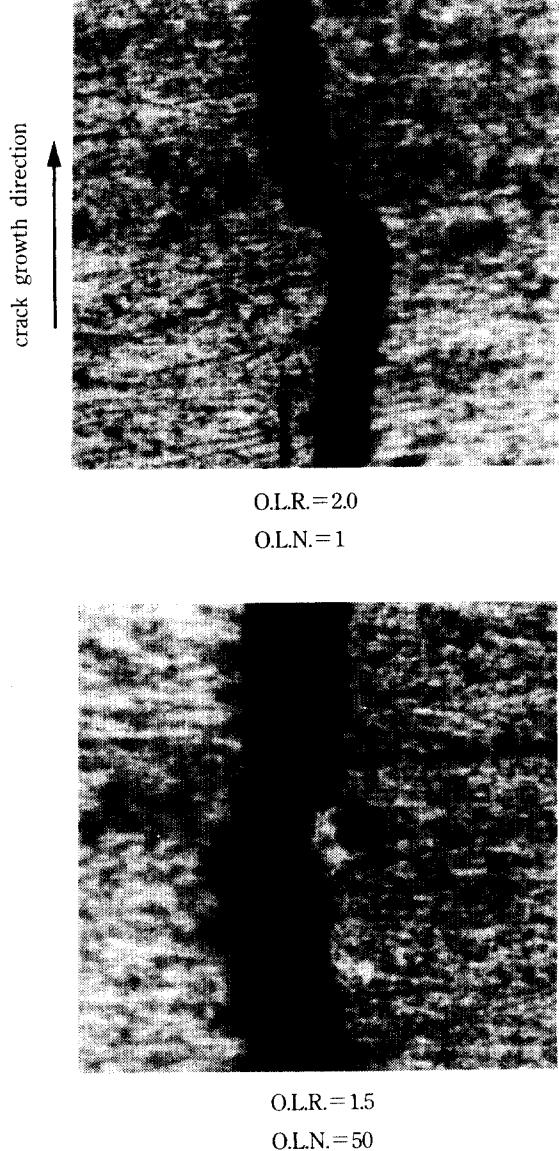


Fig.9 Crack branching phenomenon due to various overload at 6mm distance from notch tip (overload applied point A)

IV. 結論

위의 實驗 結果와 考察을 통하여 알루미늄 합금 Al 7075-T6의 疲勞龜裂 成長遲延現像에 過荷重

비와 過荷重 사이클 횟수가 미치는 效果에 대하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. 단일 과하중이 작용되었을 때보다 다중 과하중이 작용되었을 때 과하중비에 대한 균열 성장지연 효과의 변화는 더 뚜렷하다.
2. 과하중비가 1.75이상일 때 과하중 사이클 횟수는 균열 성장지연 효과에 대하여 중요한 인자이지만 과하중비가 1.75이하일 경우에는 중요한 인자가 아니다.
3. 균열 성장지연 효과가 증가함에 따라 過荷重影響부의 크기는 점차적으로 증가한다.
4. 균열선단이 한 방향으로 굽어졌을 때보다 균열선단이 두 방향으로 갈라졌을 때 균열 구동력은 크게 감소한다.

참고문헌

- 1) Christensen. R.H., "Metal Fatigue", Pub. McGraw hill, Newyork(1950)
- 2) Jones. R.E., "Fatigue Crack Retardation after Single Cycle Peak Overload in Ti-6Al4V Titanium Alloy", Engineering Fracture Mechanics, Vol 5, pp. 585-604.
- 3) Shijve. J., Broek. D., "The Result of a Test Programme Based on a Gust Spectrum with Variable Amplitude Loading", Aircraft Engineering, Vol 34, pp. 314(1962)
- 4) Suresh. S., Micro Mechanisms of Fatigue Crack Growth Retardation Following Overloads", Engineering Fracture mechanics, Vol 18, No.3 pp. 577-593(1983).
- 5) Powell. P.M., Forsyth. P.J.E. and Williams, T.R.G., "Advances in Fracture Research", ICF 5, Vol 4, pp. 1781-1788(1981).
- 6) Elber. W., "The Significance of Fatigue crack closure", ASTM STP 486 pp. 230-242.
- 7) Elber. W., "Fatigue Crack Closure under Cyclic Tension", E.F.M., Vo. 2, pp. 37-45(1970).

- 8) Euw Von. E.F.J., Hertzberg. R.W. and Roberts. R., "Delay Effects in Fatigue Crack Propagation", ASTM STP 513, pp. 230—242(1971).
- 9) Kendall J.M. and Knott J.F., ASTM STP 924, pp. 103—114(1988)
- 10) Venable. R.A., Hicks. M.A. and King. J.E. "Fatigue Crack Growth Threshold Concept". Pub AIME, pp. 341—357(1983).
- 11) Schijve. J., "Observations on the Prediction of Fatigue Crack Growth Propagation Under Variable Amplitude Loading", ASTM STP 595 pp. 3—23(1976).
- 12) C.M.Ward-Close, A.F.Bлом and R.O.Ritchie, "Mechanisms associated with Transient Fatigue Crack Growth Under Variable-Amplitude Loading : An Experimental and Numerical Study", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 32, No.4, pp. 13—638(1989).
- 13) Drew. M.W. and Tomson. K.R.L., Engineering Fracture Mechanics, Vol 30, pp. 579—593(1988).
- 14) Fleck, N.a., ASTM STP 924 pp. 157—183(1988)
- 15) Cameron. a.d. and Smith, R.A., "Upper and Lower Bounds for the Lengths of Non-propagation Cracks", International Journal of Fracture., pp. 9—15(1988 January).
- 16) Schijve. J., "The Effective of Pre-strain on Fatigue Crack Growth and Crack Closure", Engineering Fracture Mechanics, Vol 8, pp. 575—581.
- 17) Raghuvir Kumar and Garg S.B.L., "Effect of Prestrain on Material and Single Tensile Overload Cycles on Crack Closure", Engineering Fracture Mechanics, Vol 32, No.5, pp. 833—843(1989).
- 18) Masuoka. S. and Tanaka. K., "The Influence of Sheet Thickness on Delayed Retardation Phenomena in Fatigue Crack Growth in HT 80 steel and A5083 Aluminium Alloy", Engineering Fracture Mechanics, Vol 13, pp. 293—306(1980).
- 19) Bernard. P.J., Lindley T.C. and Richards. C. E., "Mechanisms of Overload Retardation During Fatigue Crack Propagation", ASTM STP 595, pp. 78—97(1976).
- 20) Ward-Close. C.M., Blom. A.F. and Ritchie R. O., "Mechanisms Associated with Transient Fatigue Crack Growth under Variable Amplitude Loading : An Experimental and Numerical Study", Engineering Fracture Mechanics, Vol 32, No.4, pp. 613—638(1989).
- 21) Schijve. J., "Four Lecture on Fatigue Crack Growth", Engeneering Fracture Mechanics Vol.11 pp. 167—221.