

◎ 論 文

垂直으로 엇갈린 等溫平板에서의 混合對流 熱傳達⁺

권 순 석* · 김 상 영** · 박 순 업**

(1992년 1월 28일 접수)

Mixed Convection Heat Transfer from Vertically Misaligned Isothermal plates

S. S. Kwon, S. Y. Kim, and S. U. Park

Key Words : Mixed Convection(혼합대류), Optimum Plate Spacing(최적평판간격), Misaligned Isothermal Plate(엇갈린 등온평판)

Abstract

The steady laminar mixed convection from vertically misaligned, isothermal plates has been studied by numerical procedure. The governing equations are solved by the finite difference method using successive over relaxation scheme at $Re=100-800$, $Gr=10^3-10^6$, $Pr=0.71$ and dimensionless plate spacings $b/L=0.1-1.0$. The plume interaction caused by the thermal interference of two plates is observed.

As Reynolds numbers increase, the optimum plate spacings are moved to narrow spacings at the same Grashof number and as Grashof numbers increase, to wide spacings at the same Reynolds number.

記 號

b : 平板間隔
g : 重力加速度
h : 熱傳達係數

k : 熱傳導率
L : 平板길이
Gr : Grashof數, $g\beta L^3\Delta T/\nu^2$
Pr : Prandtl數, ν/α
Re : Reynolds數, $u_\infty L/\nu$
Nu : Nusselt數, hL/k
T : 溫度

+ 1991년 대한기계학회 춘계학술대회(1991년 5월)

* 정회원, 동아대학교 기계공학과

** 정회원, 동아대학교 대학원 기계공학과

- U : 無次元 垂直方向 速度, u/u_∞
- V : 無次元 水平方向 速度, v/u_∞
- W : 無次元 渦度, $\omega L/u_\infty$
- X : 無次元 垂直方向座標, x/L
- Y : 無次元 水平方向座標, y/L
- α : 熱擴散係數
- β : 體積膨脹係數
- μ : 粘性係數
- ν : 動粘性係數, ν/ρ
- ρ : 密度
- Ψ : 無次元 流動函數, $\Psi/u_\infty L$
- Φ : 無次元 溫度, $(T-T_\infty)/(T_p-T_\infty)$

下添子

- U : 윗쪽 平板表面
- T : 全體
- ∞ : 周圍流體
- p : 平板
- 1L : 아래쪽 平板의 左側
- 1R : 아래쪽 平板의 右側
- 2L : 위쪽 平板의 左側
- 2R : 위쪽 平板의 右側

上添子

- : 平均

1. 緒 論

對流 熱傳達は 外部에서 가해지는 流動에 의한 強制對流과 加熱 혹은 冷却된 表面과 周圍流體와의 溫度差로 發生되는 密度勾配에 의한 自然對流로 區分된다. 自然對流 熱傳達에서 가장 널리 取扱된 平板에 대한 研究는 等溫 加熱된 平板과 周圍流體사이의 溫度差에 의하여 發生되는 流體의 流動場과 溫度場에 대한 것으로 境界條件에 따라서 研究 範圍가 대단히 넓다.

최근에는 固體壁과 周圍 流體 사이의 熱傳達을 增大시키기 위한 傳熱面積 擴大에 관한 研究가 많이 應用되고 있다. 그 實際 예로서는 原子爐에서 燃料棒과 주위의 冷却 流體사이에서 일어나는 熱傳達 問題, 電子器機의 内部에서 각종 發熱 素子の

冷却 問題와 같은 경우에 있어서 많은 研究者들에 의하여 관심있는 問題로 취급되어 왔다.

특히 密集形 熱交換器의 平板 Fin이나 Fan이 부착된 Micro-Computer의 chip, 그리고 原子爐의 冷却裝置등과 같은 경우에 있어서는 流體의 流速이 작고 表面과 周圍 流體와의 溫度差가 커서 密度變化에 따르는 浮力의 影響이 無視될 수 없는 混合對流 現象을 가진다.

平板은 流動및 熱傳達の 解析에 가장 基本的인 형상이며, 이에 관한 많은 研究가 理論解析, 實驗解析등으로 行하여져 왔다.

Sparrow와 Gregg⁽¹⁾는 浮力의 影響이 작은 경우에 대한 解를 半無限 垂直平板에서의 混合對流 熱傳達에서 구하였으며 Jones와 Smith⁽²⁾는 平板表面 위의 직사각형 핀 配列에서 最大 熱傳達の 最適配列과 基本設計 方法을 提案하였으며 Hieber⁽³⁾는 半無限 垂直平板에 대한 自然對流에서 先端(leading edge)效果에 의한 總熱傳達率은 전체 에너지比率과 平行하다는 것을 解析的 方法으로 研究하였다. Habchi와 Acharya⁽⁴⁾는 垂直平板의 條件이 對稱과 非對稱인 경우에 混合對流 熱傳達特性을 考察하였다. Kwon등⁽⁵⁾은 垂直平行平板에서 相互作用 流動이 混合對流 熱傳達에 미치는 影響을 考察하였다.

본 研究에서는 垂直으로 어긋난 두개의 等溫平板 경우의 混合對流 熱傳達에 대하여 無次元 平板間隔 b/L , Grashof數 및 Reynolds數를 變數로 有限差分法을 사용하여 熱傳達特性을 구한 것이다.

2. 數值解析

2-1. 支配方程式

垂直 等溫 平行 平板의 圖式的 形狀은 Fig. 1과 같다. 平板의 入口에서는 溫度, T_∞ 의 空氣가 均일 速度, u_∞ 로 流入되며, 平板의 溫度 T_p 는 일정하다. 또한, 流體는 Boussinesq 近似에 따른다고 假定하였다. 2차원 非壓縮性, 層流 混合對流에 대하여 流動函數(Ψ : Stream function)와 渦度(W : Vorticity)를 導入하여 無次元 方程式으로 정리하면 다

음과 같다.

$$W = -\nabla^2 \Psi \dots\dots\dots (1)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} = \frac{1}{Re} \nabla^2 W - \frac{Gr}{Re^2} \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \dots\dots\dots (2)$$

$$U \frac{\partial \Phi}{\partial X} + V \frac{\partial \Phi}{\partial Y} = \frac{1}{Pr Re} \nabla^2 \Phi \dots\dots\dots (3)$$

$$U=V=0, \Psi=Y_U, \Phi_U=\Phi_L, W=-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \dots\dots (6)$$

3) 流入部

$$U=1, V=0, \Psi=Y, \Phi=0, W=-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \dots\dots (7)$$

4) 流出部

$$V = \frac{\partial \Psi}{\partial X} = \frac{\partial \Phi}{\partial X} = 0, W = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \dots (8)$$

5) 外部境界

$$U=1, V=0, \Psi = \pm Y_{max}, \Phi=0, W = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \dots\dots\dots (9)$$

2-2. 數値解析方法

數値解析을 하기 위하여 支配方程式(1)-(4)와 境界條件 (5)-(9)를 有限差分法을 사용하여 有限差分式으로 誘導후, S. O. R. 기법으로 數値解析하였다. 또한 收斂基準은 다음과 같다.

$$\text{MAX} |(Q^m - Q^{m-1})/Q^m| \leq 10^{-3} \dots\dots\dots (10)$$

여기서 Q는 流動函數 또는 溫度를 나타내며, m은 反復回數를 나타낸다. 얻어진 結果로부터 Nusselt수는 다음과 같이 구하였다.

1) 局所 Nusselt數

$$Nu = \frac{hL}{K_f} = -\frac{\partial \Phi}{\partial Y} \Big|_{y=0} \dots\dots\dots (11)$$

2) 平均 Nusselt數

$$\bar{Nu} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu \, dL \dots\dots\dots (12)$$

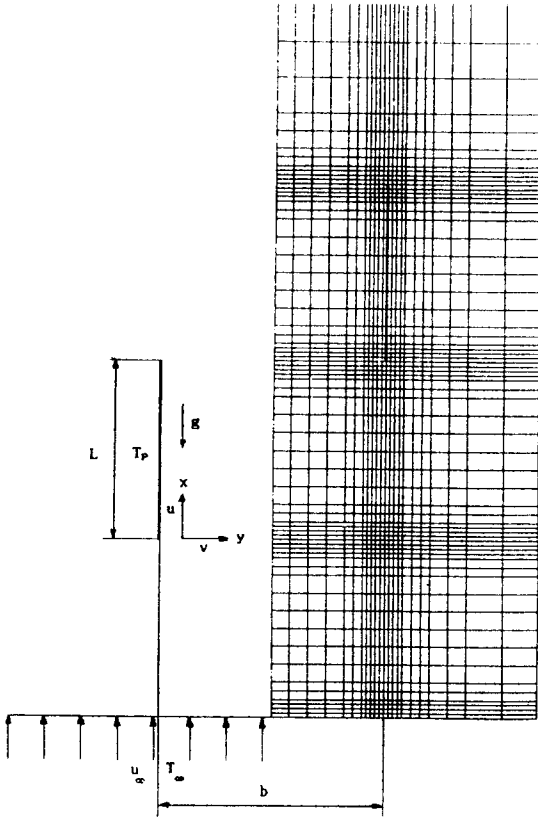


Fig. 1 Schematic diagram and grid system.

여기서

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2}, U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \dots (4)$$

境界條件은 다음과 같다.

1) 아래쪽 平板 表面

$$U=V=\Psi=0, \Phi_L=1, W = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \dots\dots (5)$$

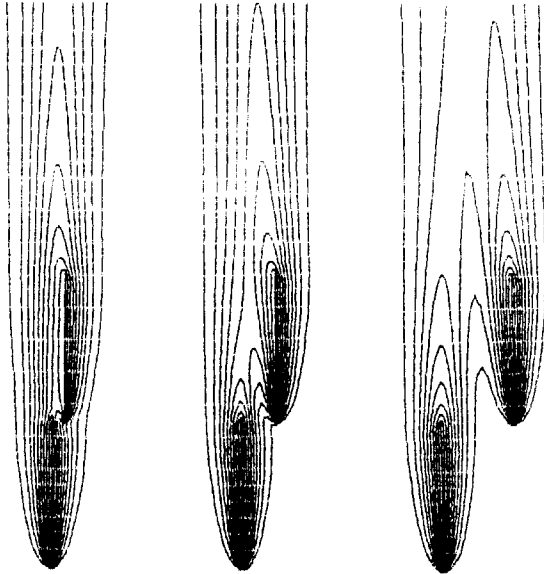
2) 위쪽 平板 表面

3. 結果 및 考察

本 研究는 無次元 平板間隔 $0.1 \leq b/L \leq 1.0$, $100 \leq Re \leq 800$, 및 $10^3 \leq Gr \leq 10^6$ 의 範圍에서 解를 구하였다.

Fig. 2는 $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$ 에서 여러가지 無次元 平板間隔 b/L 에 대한 等溫線을 나타낸 것이다. 이 경우는 混合對流指標 (Gr/Re^2) 가 1이기 때문에 混合對流가 支配的이며, 平板間隔이 좁아질수록 위쪽 平板은 아래쪽 平板에서 生成된 溫度

境界層이 윗쪽 平板에서 더욱 重疊되어, $b/L=0.1$ 의 경우는 單一平板과 類似한 現象을 보인다. 또한 平板間隔이 增加할수록 아래쪽 平板과 윗쪽 平板의 사이에서 流動의 相互作用이 增加함을 보여주고 있다.



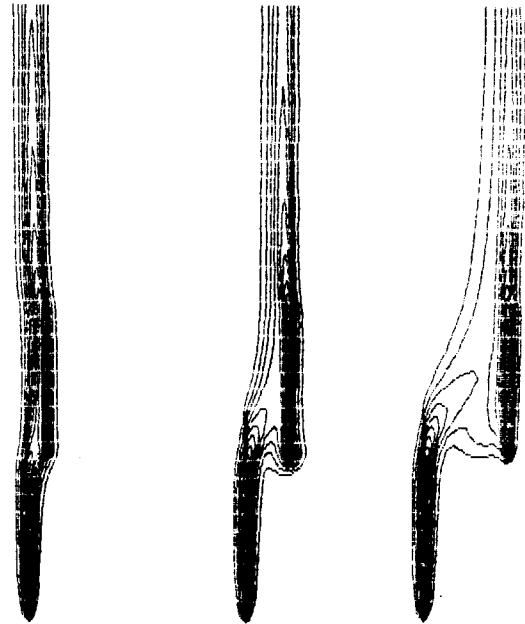
(a) $b/L=0.1$ (b) $b/L=0.3$ (c) $b/L=0.6$

Fig. 2 Isotherms for various plate spacings at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$.

Fig. 3은 Fig. 2와 같은 경우에 대하여 $Gr=10^6$ 에서의 等溫線을 나타낸것이다. Grashof數의 增加로 自然對流가 支配的인 경우이며, 平板間隔이 넓은 경우에는 아래쪽 平板에서 生成된 溫度境界層이 윗쪽 平板으로 기울어짐을 알 수 있다. $b/L=0.6$ 에서는 아래쪽 平板上部에서 Plume의 相互作用現象이 明確히 나타남을 알 수 있다.

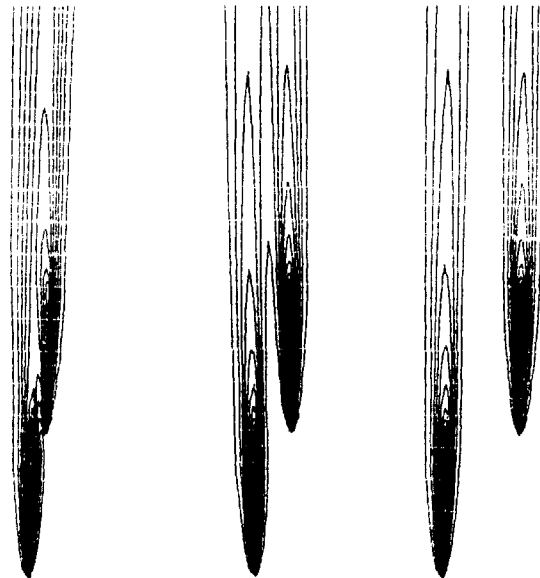
Fig. 4는 Fig. 2와 같은 경우에 대하여 $Re=800$ 에서의 等溫線을 나타낸 것이다. Reynolds수가 增加할수록 溫度 境界層은 현저히 얇아져서 熱傳達이 增加함을 알 수 있다. 또한 $b/L=0.6$ 인 경우는 두개의 독립된 平板의 형태로 熱傳達이 됨을 알 수 있다.

Fig. 5는 $Pr=0.71$, $Gr=10^4$ 에서 b/L 에 대한 全體平均 Nusselt數 分布를 여러가지 Reynolds數에



(a) $b/L=0.1$ (b) $b/L=0.3$ (c) $b/L=0.6$

Fig. 3 Isotherms for various plate spacings at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^6$.



(a) $b/L=0.1$ (b) $b/L=0.3$ (c) $b/L=0.6$

Fig. 4 Isotherms for various plate spacings at $Re=800$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$.

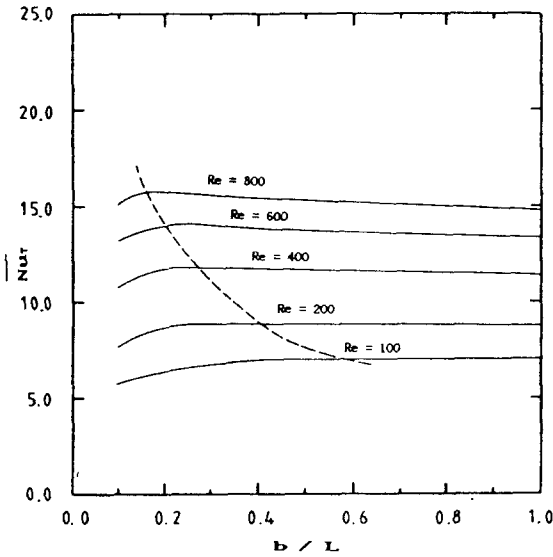


Fig. 5 Total mean Nusselt number distributions for various Reynolds numbers at $Pr=0.71$, $Gr=10^4$.

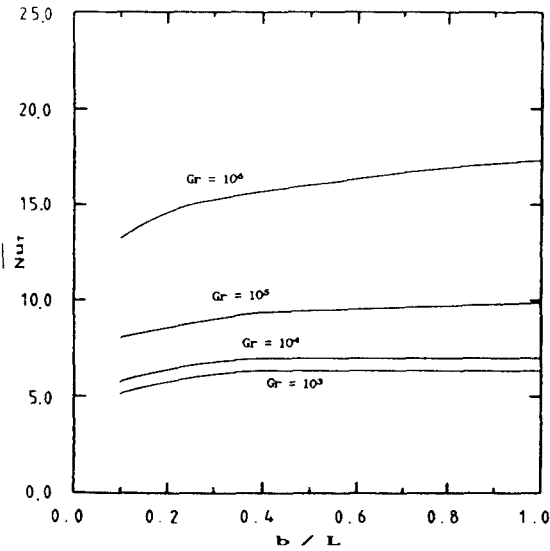


Fig. 6 Total mean Nusselt number distributions for various Grashof numbers at $Re=100$, $Pr=0.71$.

대하여 나타낸 것이다. 點線은 最適平板間隔을 나타내며, 全體平均 Nusselt수는 Reynolds數에 관계

없이 b/L 가 增加할수록 增加하다 減少하여 最大값을 가지며, 最大 Nusselt數를 보이는 平板間隔은 Reynolds數가 增加할수록 좁은곳에서 나타났다.

Fig. 6은 $Re=100$, $Pr=0.71$ 에서 b/L 에 대한 全體平均 Nusselt數 分布를 여러가지 Grashof數에 대하여 나타낸 것이다. 全體平均 Nusselt數는 Grashof數가 增加할수록 增加하였고, $Gr=10^3$ 에서는 $b/L=0.5$ 에서 最大값을 보였으며, $Gr=10^4$ 인 경우는 $b/L=0.6$ 에서 最大값을 보이나, 그 以上の 경우는 平板間隔이 增加할수록 增加함을 보여주고 있다.

Fig. 7, Fig. 8, Fig. 9는 $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$ 에서의 平板間隔 $b/L=0.1, 0.3, 0.6$ 의 경우에 대한 無次元 溫度分布를 5위치에서 보여주고 있다. 平板間隔이 좁은, $b/L=0.1$ 을 제외하고 平板間隔이 넓어질수록 溫度기울기는 x/L 에 관계없이 높은 경향을 보이고 있고 아래쪽, 위쪽 平板의 溫度기울기는 平板間隔이 넓어질수록 增加함을 보여주고 있다. 아래쪽 平板에서 $b/L=0.1$ 일때는 $x/L=0.0, 1.0, 0.5$ 순, $b/L=0.6$ 일때는 $x/L=0.0, 0.5, 1.0$ 순으로 높은 溫度기울기 分布를 보였다. 위쪽 平板에서는

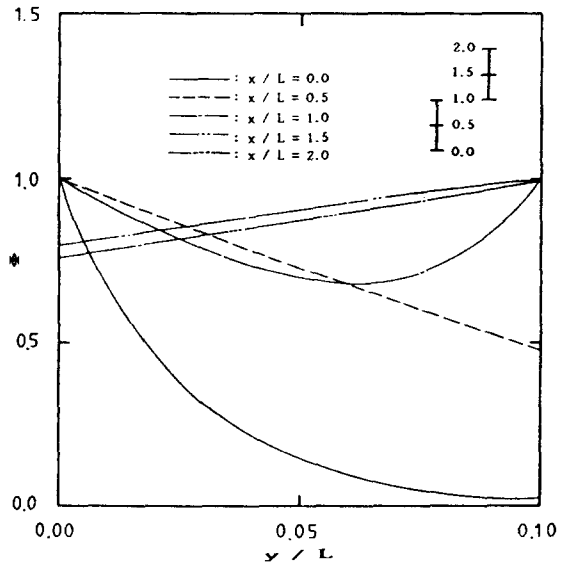


Fig. 7 Dimensionless temperature versus y/L for five positions at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$, $b/L=0.1$.

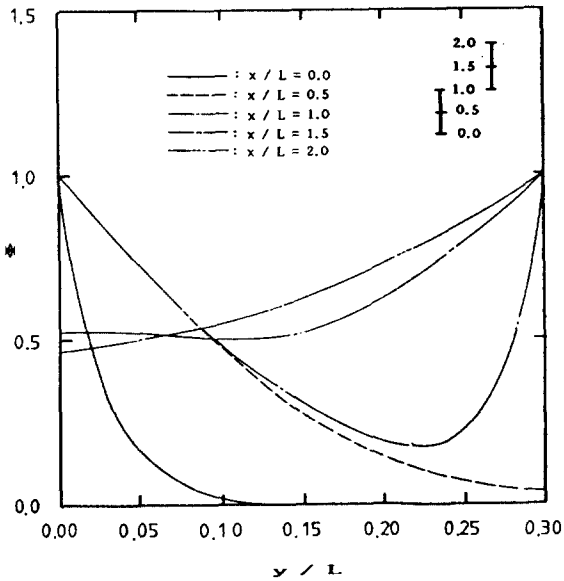


Fig. 8 Dimensionless temperature versus y/L for five positions at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$, $b/L=0.3$.

$b/L=0.1$ 일 때는 $x/L=1.5, 2.0, 1.0$ 순, $b/L=0.6$ 일 때는 $x/L=2.0, 1.5, 1.0$ 순으로 높은 온도 기울기 분포를 보였다. 위쪽 平板의 온도 분포는 出口쪽으로 갈수록 上昇함을 알 수 있는데 이는 아래쪽, 위쪽 平板에서 生成된 온도境界層이 重疊 됨으로 인해 양 平板 사이에서 流動의 相互作用이 增加하기 때문인 것 같다. 또한 平板間隔이 넓어질수록 각 點에서의 온도 분포는 비교적 낮은 분포를 보이고 있다.

Fig. 10, Fig. 11, Fig. 12는 Fig. 7과 같은 경우에 대하여 無次元 速度分포를 나타내었다. 平板間隔이 넓어질수록 비교적 높은 速度分포를 보이고 있으며 $b/L=0.1$ 일 때의 最大速度分포는 아래쪽 平板의 入口, 위쪽 平板의 出口에서의 平板間隔의 中央部位에서 나타나며, $b/L=0.3, 0.6$ 인 경우는 아래쪽 平板보다 위쪽 平板에서의 入口에서 中央部位로 갈수록 높은 速度分포를 보이거나 出口에서는 急激한 減少現象을 보인다. 위쪽 平板 中央部位에서 높은 速度分포를 보이는 이유는 양 平板 사이의 密度變化에 따른 浮力 上昇差에 의한 相互作用 때

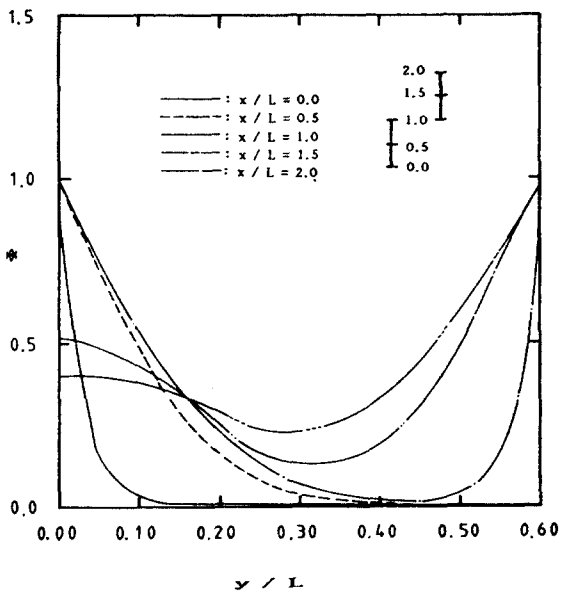


Fig. 9 Dimensionless temperature versus y/L for five positions at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$, $b/L=0.6$.

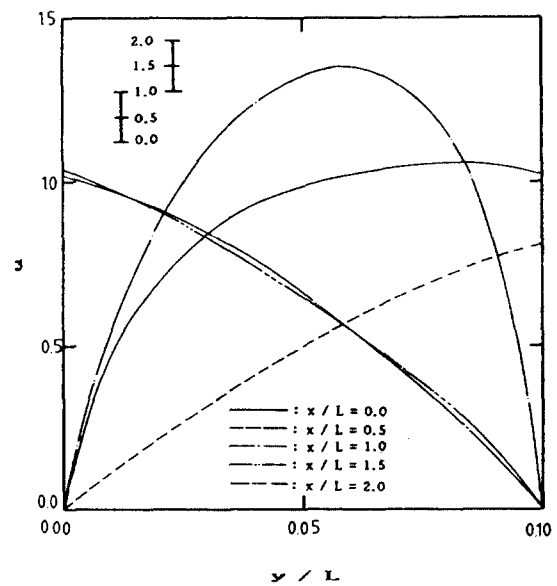


Fig. 10 Dimensionless vertical velocity versus y/L for five positions at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$, $b/L=0.1$.

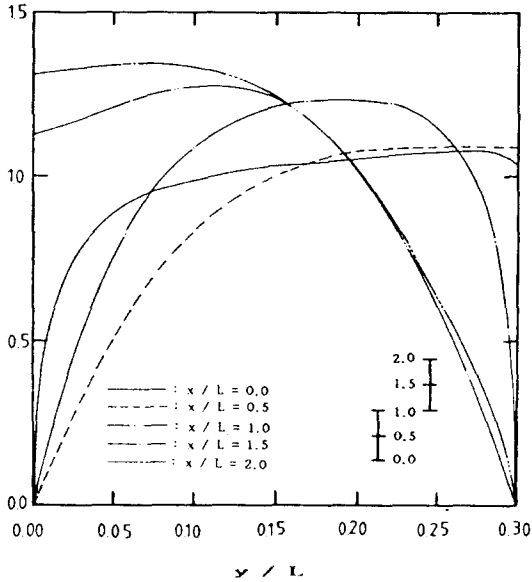


Fig. 11 Dimensionless vertical velocity versus y/L for five positions at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$, $b/L=0.3$.

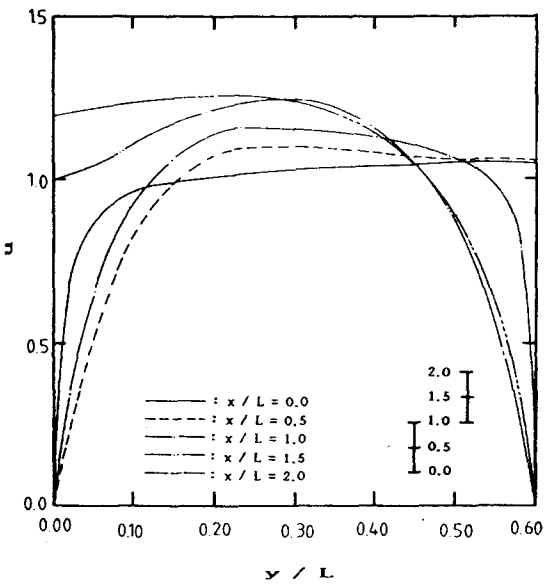


Fig. 12 Dimensionless vertical velocity versus y/L for five positions at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$, $b/L=0.6$.

문이다. 平板間隔이 增加할수록 아래쪽, 위쪽 平板에서의 速度分布는 增加하였으며, $x/L=1.0$ 에서는 速度分布가 위쪽 平板으로 기울어짐을 알수있다.

Fig. 13은 Fig. 7과 같은 경우에 대하여 아래쪽 平板의 内側 局所 Nusselt數를 나타낸 것이다. 아래쪽 平板入口에서는 주위의 空氣가 流入되므로 局所Nusselt數가 높게 나타났고, 上部로 갈수록 急激히 減少하다가 出口에선 平板間隔이 좁을수록 다소 增加하였다.

Fig. 14는 Fig. 13과 같은 경우에 대하여 아래쪽 平板의 外側 局所Nusselt數를 나타낸 것이다. 平板間隔에 관계없이 거의 같은 값을 보여 주고 있다.

Fig. 15는 Fig. 13과 같은 경우에 대하여 위쪽 平板의 内側 局所Nusselt數를 나타낸 것이다. 平板의 入口에서는 平板間隔에 관계없이 높은 값을 가지나, 平板의 出口로 갈수록 減少하며, $b/L=0.1$ 에서는 양 平板에서 成長한 溫度 境界層의 干涉으로 테워진 空氣가 上昇하여 熱傳達이 거의 일어나지 않으며, $b/L=0.3$, 0.6 에서는 平板間隔 $b/L=0.6$ 이 양 平板의 溫度境界層의 重疊에 의한 浮力上昇 作用으로 $b/L=0.3$ 보다 높은 分布를 보여 주고 있다.

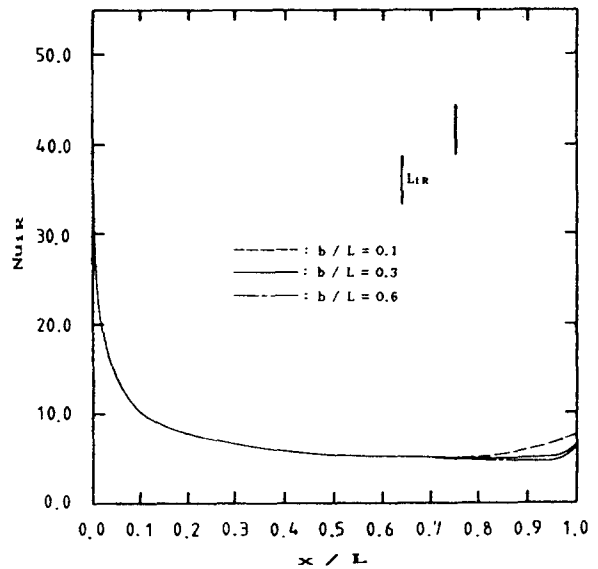


Fig. 13 Lower inside local Nusselt number versus x/L for various plate spacings at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$.

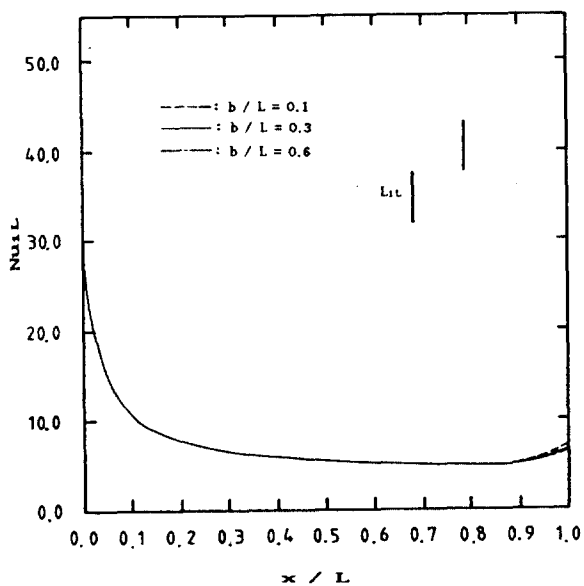


Fig. 14 Lower outside local Nusselt number versus x/L for various plate spacings at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$.

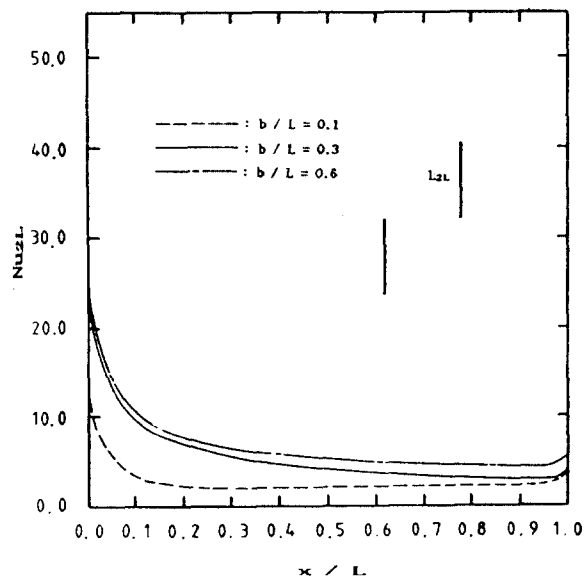


Fig. 15 Upper inside local Nusselt number versus x/L for various plate spacings at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$.

Fig. 16은 Fig. 13과 같은 경우에 대하여 위쪽 平板의 外側 局所 Nusselt 數를 나타낸 것이다. Fig. 14와 거의 유사한 경향을 보였으며, $b/L=0.3, 0.6$ 에서는 거의 동일한 局所 Nusselt 數 分布를 보였으며, $b/L=0.1$ 의 局所 Nusselt 數 分布는 $b/L=0.3, 0.6$ 보다 약간 낮은 경향을 보이고 있다.

Fig. 17은 $Pr=0.71, Gr=10^4$ 에서 Reynolds 數 變化에 대한 아래쪽 平板의 平均 Nusselt 數 分布를 나타낸 것이다. 平均 Nusselt 數는 Reynolds 數가 增加할수록 높은 값을 나타내고, 平板間隔이 增加할수록 左側, 右側값의 變化가 작으며, $Re=100$ 인 경우는 $b/L \leq 0.6$ 에서는 右側面이 左側面보다 다소 높은 값을 나타내고 $b/L > 0.6$ 에서는 平板間隔에 관계없이 동일한 分布를 보여주고 있다.

Fig. 18은 Fig. 17과 같은 경우에 대하여 위쪽 平板의 平均 Nusselt 數 分布를 나타내었다. 平均 Nusselt 數는 Reynolds 數가 增加할수록 높은 값을 가지며 平板間隔이 넓어질수록 左右側 變化가 작아지며 $Re=100$ 인 경우, 平均 Nusselt 數는 平均間隔이 넓어질수록 增加하였다.

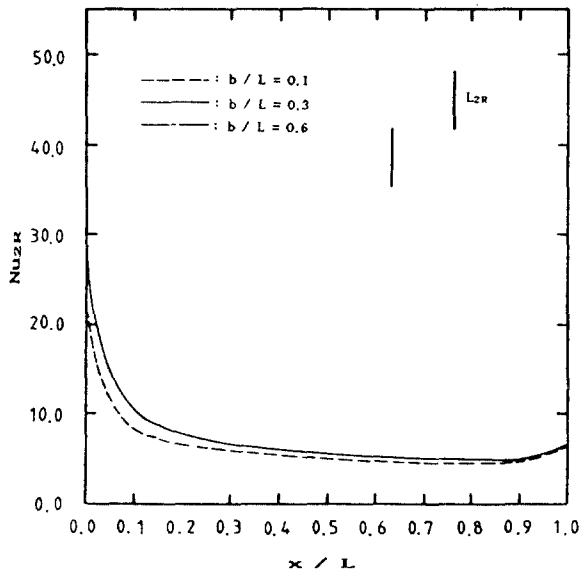


Fig. 16 Upper outside local Nusselt number versus x/L for various plate spacings at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$.

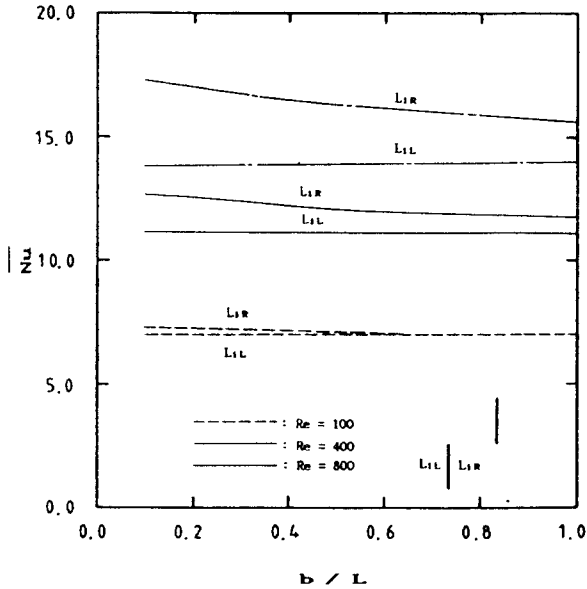


Fig. 17 Mean Nusselt number versus b/L for lower plate at $Pr=0.71$, $Gr=10^4$.

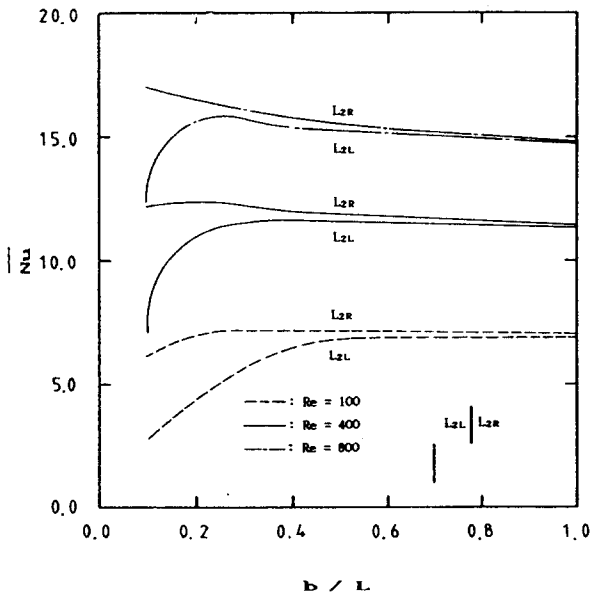


Fig. 18 Mean Nusselt number versus b/L for upper plate at $Pr=0.71$, $Gr=10^4$.

4. 結 論

두개의 垂直으로 어긋난 等溫平板에서의 混合對流 熱傳達到 대하여 $Pr=0.71$, $100 \leq Re, \leq 800$, $10^3 \leq Gr \leq 10^6$ 및 $0.1 \leq b/L \leq 1.0$ 의 範圍에서 數值解析한 結果는 다음과 같다.

1. $Re=100$, $Gr=10^4$ 인 경우 無次元 平板間隔 $0.1 \leq b/L \leq 1.0$ 의 範圍에서, 最適 平板間隔은 $b/L=0.6$ 에서 나타났다.

2. 同一한 Grashof數에서 最適平板間隔은 Reynolds數가 增加할수록 좁은 間隔에서 나타났다.

3. 同一한 Reynolds數에서 最適平板間隔은 Grashof數가 增加할수록 넓은 間隔에서 나타났다.

4. $Re=100$, $Gr=10^4$ 인 경우, 아래쪽 平板의 平均 Nusselt數는 $b/L \leq 0.6$ 에서는 右側面이 左側面보다 다소 높은값을 나타내고, $b/L > 0.6$ 에서는 平板間隔에 關係없이 同一한 分布를 나타내었다.

5. $Re=100$, $Gr=10^4$ 인 경우, 윗쪽 平板의 平均 Nusselt數는 平板間隔이 넓어질수록 增加하였다.

參 考 文 獻

1. E. M. Sparrow & J. L. Gregg, "Buoyancy Effects in Forced Convection Flow and Heat Transfer", ASME J. of Applied Mechanics, Vol. 26, pp. 133-134, (1959).
2. C. D. Jones and L. F. Smith, "Optimum Arrangement of Rectangular Fins on Horizontal Surfaces for Free-Convection Heat Transfer", ASME, J. Heat Transfer, Vol. 92, pp. 6-10, (1970).
3. C. A. Hieber, "Natural Convection around a Semi-Infinite Vertical Plate: Higher-Order Effects", Int. J. of Heat Mass Transfer, Vol. 17, pp. 785-791, (1974).
4. S. Habchi and S. Acharya, "Laminar Mixed Convection in Symmetrically or Asymmetrically Heated Vertical Channel", Numerical Heat Transfer, Vol. 9, pp. 605-618, (1986).

5. 권순석, 양성환, 이재신, 김상영, 1991, “수직 평행 평판에서 Interactive Flow가 대류열전달에 미치는 영향”, 대한기계학회논문집 제15권 제3호, pp. 992-1000.
6. W. E. Mercer, W. M. pearce & J. E. Hitchcock, “Laminar Forced Convection in the Entrance Region Between Parallel Plate”, ASME. J. of Heat Transfer, pp. 251-257, (1967).
7. Y. Jaluria, 1982, “Thermal Plume Interaction with Vertical Surfaces”, Letters in Heat and Mass Transfer, Vol. 9, pp. 107-117.
8. S. Ramanathan and R. Kumar, 1991, “Correlations for Natural Convection between Heated Vertical Plates”, Trans. of the ASME, J. of Heat Transfer, Vol. 113, pp. 97-107.