

판과 탄성지반의 상호작용을 고려한 3차원 유한요소해석에 관한 연구

A Study of 3-Dimensional Plate-Elastic Foundation Interaction
Analysis by Finite Element Method

황 창 규*¹
Hwang, Chang-Kyu
강 재 순*²
Kang, Jae-Sun

Abstracts

This paper is a basic study of three dimensional plate-elastic foundation interaction analysis by finite element method. Plate and foundation are assumed homogeneous, isotropic and elastic medium. Plate is discretized 4 node plate element and foundation discretized 8 node brick element. At the interface between plate and foundation, three dimensional 8 node interface element is adopted for considering plate and foundation's displacement discontinuity.

Measured vertical displacement obtained from field test are compared with those estimated by plate foundation interaction finite element analysis adopted interface element. The conclusion is followed as :

1. as being interface element adopted, plate and foundation can be discretized in plate-foundation interaction finite element analysis.
2. As being interface element adopted, the modulus of subgrade reaction is not required in plate-foundation interaction finite element analysis.
3. As being interface element adopted, displacement of underground can be calculated directly. Therefore, post processing that calculate displacement of underground is not need.

요 약

본 연구는 판 구조물과 지반의 상호작용을 고려한 3차원 유한요소해석법의 기초적 연구이다. 판 구조물과 지반은 균질 등방 탄성 연속체로 가정하며, 판 구조물은 4절점 판 요소, 지반은 8절점 6면체 요소로 분할한다. 판 구조물과 지반의 변위 불연속을 고려하기 위하여 3차원 8절점 경계면

*¹ 정회원, 경남 김해시 대성동 149-9

*² 정회원, 경남대학교 공과대학 토목공학과 부교수

요소를 도입한다. 실험으로 측정된 변위와 3차원 경계면 요소를 도입하여 판 구조물과 지반의 상호 작용문제를 해석한 수치변위를 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 경계면 요소를 도입함으로써 판 구조물과 지반 모두를 유한요소로 분할하여 상호작용문제를 해석할 수 있다.
2. 경계면 요소를 도입함으로써 판 구조물과 지반 상호작용문제의 해석에서 지반반력 계수를 필요로 하지 않는다.
3. 경계면 요소를 도입함으로써 판 구조물과 지반 상호작용문제의 해석에서 지중의 변위를 구하기 위한 후처리 과정이 필요 없다.

1. 서 론

지반위에 설치되는 판 구조물은 휨 모멘트에 저항할 수 있는 구조물이며, 지반에 비하여 상대적으로 강성이 매우 큰 구조물로서 지반과의 접촉면에서 변위 불연속이 생긴다.

판과 지반의 상호작용을 고려한 해석해 및 수치해석에 관한 기존의 연구는 지반을 Winkler 모델(model), Boussinesq 모델 등으로 가정하여 판의 변위 및 반력을 해석하고, 이 반력을 이용하여 지반의 변위 및 응력을 계산하였다.¹⁻⁶⁾ 이 방법은 지반의 특성을 고려하는 지반반력 계수가 필요하며, 판과 지반의 변위 불연속은 고려할 수 없었다. 지반을 Boussinesq 모델로 가정하는 경우, 지반을 유한요소로 분할할 필요는 없지만, 역 매트릭스를 풀어야 하고, 강도 매트릭스가 비대칭으로 되어 매트릭스 해법의 적용상 어려움이 있었다. 그리고, 지반은 비균질 비등방 재료이며, 제한된 응력범위에서만 탄성체로 가정할 수 있을 뿐이고, 연속체가 아닌 입상체이며, 흙층의 간극수압변화 등으로 매우 복잡하고 다양한 응력-변형률-시간의 관계를 나타내고 있어 지반반력계수만으로 지반의 역학적 특성을 표현하기는 매우 어렵다. 이외에도 판과 구조물의 상호작용해석을 위한 다양한 연구⁷⁻¹²⁾가 있었지만, 경계면에서의 변위 불연속을 고려하더라도 2차원해석의 경우가 많았다.

본 연구는 판과 지반의 상호작용을 고려한 3차원 유한요소해석법의 기초적 연구로 지반반력계수를 이용하는 기존의 해석방법과는 달리

판과 지반을 동시에 유한요소로 분할하여 해석한다. 판과 지반 모두를 균질 등방 탄성 연속체로 가정하며, 판은 4절점판 요소, 지반은 8절점 6면체 요소로 분할하고, 판과 지반의 변위 불연속을 고려하기 위하여 3차원 8절점 경계면 요소를 도입한다.

판과 지반의 상호작용을 고려한 유한요소해석에서 특수한 경우를 제외하고는 3차원 해석을 하여야 하며, 지반과 판 구조물을 동시에 유한요소로 분할하므로써 대형의 매트릭스를 연산하여야 하는 어려움이 있다. 본 연구에서는 대형 매트릭스를 풀기 위하여 비대칭형 블록드 스카이라인법(unsymmetric blocked skyline method)¹³⁾을 이용하며, 개인용 컴퓨터에서도 수행 가능하도록 개조하였다.

본 연구에서 작성한 프로그램의 검증을 위하여 장¹⁴⁾의 실험결과를 인용하고 변위를 기준으로 본 연구의 수치해석 결과와 비교한다.

2. 본 문

유한요소법에 관한 일반사항은 생략하고 강도 매트릭스, 변위, 외력으로 강도 방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$[K] \{\delta\} = \{F\} \quad (1)$$

2.1 경계면 요소

유한요소 중에서 변위 불연속을 표현하기 위한 요소로는 Goodman의 절리 요소(joint element)¹⁴⁾, Duncan의 결합 요소(linkage element)¹⁵⁾, Desai의 박층 요소(thin layer element)¹⁶⁾, Wilson

의 경계면 요소(interface element)¹⁷⁾ 등이 있다.

Wilson의 경계면 요소는 요소의 강도 매트릭스를 만드는 과정에서 어느 한쪽의 인접요소에만 결합하도록 되어 있어 요소마다 경계면의 존재여부와 경계면의 방향을 나타내는 지표를 가져야 하는 어려움이 있다.

본 연구에서는 경계면 요소를 8개의 절점을 갖는 하나의 독립된 요소로 간주하고 경계면 요소의 강도 매트릭스를 구한 다음 전체 강도 매트릭스와 결합한다. 본 연구의 경계면 요소는 Wilson의 경계면 요소의 처리방법과 비교하여 요소의 강도 매트릭스를 작성하기 쉬우며, 전체 강도 매트릭스와의 결합이 용이한 장점이 있다.

경계면 요소를 그림 1과 같이 8개의 절점과 z방향의 두께 t를 가정하고, 서로 마주하고 있는 절점의 좌표는 같이 둔다.

점 ①, ②, ③, ④에서 마주보고 있는 절점간의 변위차는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_1 &= u_1 - u_5 & \Delta v_1 &= v_1 - v_5 & \Delta w_1 &= w_1 - w_5 \\ \Delta u_2 &= u_2 - u_6 & \Delta v_2 &= v_2 - v_6 & \Delta w_2 &= w_2 - w_6 \\ \Delta u_3 &= u_3 - u_7 & \Delta v_3 &= v_3 - v_7 & \Delta w_3 &= w_3 - w_7 \\ \Delta u_4 &= u_4 - u_8 & \Delta v_4 &= v_4 - v_8 & \Delta w_4 &= w_4 - w_8 \end{aligned} \right\} (2)$$

경계면 요소내의 변형률을 마주보고 있는 절점간의 변위차로 나타내면 다음과 같다.

$$\epsilon_x = \frac{\partial \Delta u_i}{\partial x} \quad (3)$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial \Delta v_i}{\partial y} \quad (4)$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial \Delta w_i}{\partial z} = \frac{\Delta w_i}{t} \quad (5)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial \Delta v_i}{\partial x} + \frac{\partial \Delta u_i}{\partial y} \quad (6)$$

$$[B] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{N_i}{t} & 0 & 0 & \frac{N_i}{t} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{N_i}{t} & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & \frac{N_i}{t} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{N_i}{t} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{N_i}{t} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{array} \right] \quad (i=1-4) \quad (20)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial \Delta w_i}{\partial y} + \frac{\partial \Delta v_i}{\partial z} \approx \frac{\partial \Delta w_i}{\partial y} + \frac{\Delta v_i}{t} \quad (7)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial \Delta u_i}{\partial z} + \frac{\partial \Delta w_i}{\partial x} \approx \frac{\Delta u_i}{t} + \frac{\partial \Delta w_i}{\partial x} \quad (8)$$

t : 경계면 요소의 두께

경계면 요소내의 임의점의 변위차는 다음과 같다.

$$\Delta u = N_1 \Delta u_1 + N_2 \Delta u_2 + N_3 \Delta u_3 + N_4 \Delta u_4 \quad (9)$$

$$\Delta v = N_1 \Delta v_1 + N_2 \Delta v_2 + N_3 \Delta v_3 + N_4 \Delta v_4 \quad (10)$$

$$\Delta w = N_1 \Delta w_1 + N_2 \Delta w_2 + N_3 \Delta w_3 + N_4 \Delta w_4 \quad (11)$$

요소의 형상함수는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= 0.25(1-\xi)(1-\zeta) \\ N_2 &= 0.25(1+\xi)(1-\zeta) \\ N_3 &= 0.25(1+\xi)(1+\zeta) \\ N_4 &= 0.25(1-\xi)(1+\zeta) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

변형률과 변위차의 관계는 다음과 같다.

$$\{\epsilon\} = [\Delta B] \{\Delta \delta\} \quad (13)$$

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}\}^T \quad (14)$$

$$[\Delta B] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{N_i}{t} & 0 & 0 & \frac{N_i}{t} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{N_i}{t} & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & \frac{N_i}{t} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{N_i}{t} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{N_i}{t} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{array} \right] \quad (i=1-4) \quad (15)$$

식(2)와 평형조건을 고려하여, 식(15)를 절점의 변위-변형률 매트릭스로 고쳐 쓰면 다음과 같다.

$$\{\epsilon\} = [B]\{\delta\} \quad (17)$$

$$\{\delta\} = \{u_i, v_i, w_i\}^T \quad (18)$$

$$\{F\} = \{F_{x_i}, F_{y_i}, F_{z_i}\}^T \quad (19)$$

(i=1-8)

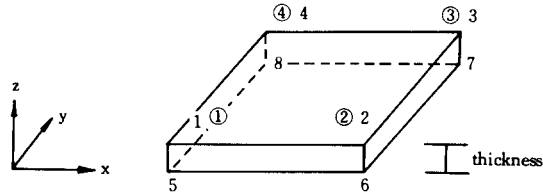


그림 1. 경계면 요소

고로, 경계면 요소의 국소 좌표계 강도 매트릭스는 다음과 같다.

$$[K_L] = \iiint [B]^T [D] [B] dx dy dz = t \iint [B]^T [D] [B] dx dy$$

$$= t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] |J|^{-1} d\xi d\eta \quad (21)$$

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$\times \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$$

(22)

E : 탄성계수 ν : 포아송비

|J| : jacobian determinant 경계면 요소의 국소 좌표계 강도 매트릭스를 전체 좌표계로 변환하면 다음과 같다.

$$[k_G] = [T_x]^T [T_y]^T [k_L] [T_y] [T_x] \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[T_x] \text{ or } [T_y] = \begin{bmatrix} 0 & L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$[L] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{또는}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\alpha = \frac{(z_4 - z_1)}{\sqrt{(x_4 - x_1)(y_4 - y_1)(z_4 - z_1)}}$$

$$\beta = \frac{(z_2 - z_1)}{\sqrt{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)(z_2 - z_1)}}$$

2.2 판 요소¹⁸⁾

본 연구에서 사용한 판 요소는 축력과 휨 모멘트를 받는 판으로 그림 2와 같은 4절점 판 요소이다. 휨 모멘트에 의하여 발생되는 판의 변형은 Mindlin의 가정에 따른다.

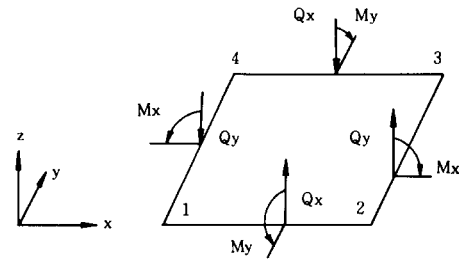


그림 2. 판 요소

축력 F_x, F_y 에 의한 판의 강도 매트릭스는 다음과 같다.

$$\{\delta\} = \{u_i, v_i\}^T$$

$$\{F\} = \{F_{x_i}, F_{y_i}\}^T$$

$$[K_p] = t \iint [B]^T [D] [B] dx dy \quad (26)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\left(\begin{array}{cc} \frac{\partial Ni}{\partial y} & \frac{\partial Ni}{\partial x} \end{array} \right) \quad (i=1-4)$$

단, t는 판의 두께이며, 형상함수 Ni는 식(12)와 같다.

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix} \quad (28)$$

E : 탄성계수 ν : 포아송비

힘에 의한 판의 강도 매트릭스는 다음과 같다.

$$\{\delta\} = \{w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}\}^T$$

$$\{F\} = \{F_{xi}, M_{xi}, M_{yi}\}^T$$

$$[K_b] = \iint [B]^T [D] [B] \, dx dy$$

$$[B] = \begin{pmatrix} \frac{\partial Ni}{\partial x} & -Ni & 0 \\ \frac{\partial Ni}{\partial y} & 0 & -Ni \\ 0 & -\frac{\partial Ni}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial Ni}{\partial y} \\ 0 & -\frac{\partial Ni}{\partial y} & \frac{\partial Ni}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (i=1-4) \quad (30)$$

단, 형상함수 Ni는 식(12)와 같다.

$$[D] = \begin{pmatrix} \frac{Et}{2.4(1+\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Et}{2.4(1+\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} & \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \\ 0 & 0 & \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} & \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-\nu)Et^3}{24(1-\nu^2)} \end{pmatrix} \quad (31)$$

판 요소의 강도 매트릭스는 $[K_p]$ 와 $[K_b]$ 의 합으로 주어진다.

$$\{\delta\} = \{u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}\}^T$$

$$\{F\} = \{F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}, M_{xi}, M_{yi}, M_{zi}\}^T$$

$$(i=1-4)$$

$$[K_{p+b}] = \begin{pmatrix} [K_p] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [K_b] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \, K_{zzi} \end{pmatrix} \quad (32)$$

K_{zzi} 는 영(zero)이다. 요소의 강도 매트릭스를 전체강도 매트릭스에 결합하면 대각항이 영(zero)이므로 매트릭스를 풀 수 없게 된다. 이 문제를 해결하기 위하여 K_{zzi} 의 항은 임의의 큰 수인 假剛度를 대입한다.

판 요소의 국소 좌표계 강도 매트릭스를 전체 좌표계로 변환하면 다음과 같다.

$$[K_G] = [T_x]^T [T_y]^T [K_{p+b}] [T_y] [T_x] \quad (33)$$

여기서, 좌표변환 매트릭스는 식(24)와 같다.

2.3 8절점 6면체 요소

8개의 절점으로 구성된 6면체 요소는 그림 3과 같다.

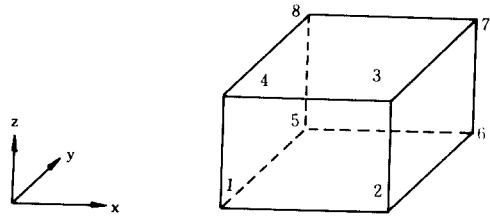


그림 3. 6면체 요소

$$\{\delta\} = \{u_i, v_i, w_i\}^T$$

$$\{F\} = \{F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}\}^T$$

$$[K] = \iiint [B]^T [D] [B] \, dx dy dz \quad (34)$$

$$[B] = \begin{pmatrix} \frac{\partial Ni}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial Ni}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial Ni}{\partial z} \\ \frac{\partial Ni}{\partial y} & \frac{\partial Ni}{\partial x} & 0 \end{pmatrix} \quad (35)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (i=1-8)$$

단, 형상함수 N_i 는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= 0.125(1-\xi)(1-\zeta)(1-\eta) \\ N_2 &= 0.125(1+\xi)(1-\zeta)(1-\eta) \\ N_3 &= 0.125(1+\xi)(1-\zeta)(1+\eta) \\ N_4 &= 0.125(1-\xi)(1-\zeta)(1+\eta) \\ N_5 &= 0.125(1-\xi)(1+\zeta)(1-\eta) \\ N_6 &= 0.125(1+\xi)(1+\zeta)(1-\eta) \\ N_7 &= 0.125(1+\xi)(1+\zeta)(1+\eta) \\ N_8 &= 0.125(1-\xi)(1+\zeta)(1+\eta) \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

여기서, $[D]$ 매트릭스는 식(22)와 같다.

2.4 매트릭스의 결합

8절점 6면체 요소와 경계면 요소는 한 절점당 3개의 자유도를 가지며, 판 요소는 6개의 자유도 즉, 변위와 변위각을 갖는다. 이들을 동시에 해석하는 경우, 매트릭스 결합의 편의를 위하여 판 요소의 변위와 변위각을 분리하여 다음과 같이 결합한다.

$$\begin{pmatrix} [K_d] & \cdots & 0 \\ \cdot & [K_d] & \cdots \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdots & [K_r] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ \delta \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ F \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ M \end{Bmatrix} \quad (37)$$

$[K_d]$ 는 변위에 대응하는 강도 매트릭스이며, $[K_r]$ 는 변위각에 대응하는 강도 매트릭스이다.

이와 같은 매트릭스 결합은 판 요소의 절점번호 부여위치에 따라 매트릭스의 밴드폭(band width of matrix)이 달라지게 되어 밴드형의 매트릭스 해법으로는 적당하지 않은 경우가 많다. 이 경우는 스카이 라인법(skyline method)이 적절하며, 대형 매트릭스의 경우는 대형의 컴퓨터를 사용하지 않는 한 블록드 스카이 라인법(blocked skyline method)이 가장 적절한 해법으로 생각되어 본 연구에서는 이 방법을 적용한다.

3. 수치해석결과의 비교 검토

3.1 프로그램의 구성

본 프로그램은 45개의 부 프로그램으로 구성되어 있으며 중·대형 컴퓨터는 물론, 개인용 컴퓨터의 보급과 속도면에서 급속한 발전을 감안하여 개인용 컴퓨터에서도 수행 가능하도록 구성하였다. 개인용 컴퓨터의 고속화와 운영체제(OS)의 고급화로 다양화하고 있지만, 개인용 컴퓨터(IBM-PC AT 또는 호환 이상급)중 하드 디스크(hard disk)를 갖춘 컴퓨터이면 본 프로그램을 수행할 수 있다.

본 프로그램에서는 13개의 테이프 유니트(tape unit)를 사용한다. 이중 2개는 컴퓨터의 입력 및 출력 화일(file)용으로 지정되며, 나머지의 테이프 유니트는 요소별의 데이터(data), 하중 벡터, 변위, 블록(block)화 한 강도 매트릭스의 저장 및 매트릭스를 연산하는데 사용한다.

본 프로그램으로 개인용 컴퓨터에서 연산할 수 있는 매트릭스의 크기는 OS를 DOS로 하는 경우 최대 16384 개이다. 이때 하드 디스크의 크기는 결과의 출력을 포함하여 약 $512(16 \times 16 \times 2)$ 메가 바이트(mega bytes) 이상이어야 한다. 그러므로, 개인용 컴퓨터에서 연산할 수 있는 매트릭스의 크기는 시스템이 갖추고 있는 하드 디스크의 사용 가능 용량에 따라 결정되는 경우가 많다. 그 이유는 프로그램 수행중 다량의 데이터를 하드디스크에 저장하여 입·출력하기 때문이다.

중·대형 컴퓨터에서 본 프로그램을 실행하는 경우는 배열 수의 확장만으로 대형의 매트릭스를 풀 수 있으며, 배열의 크기는 풀고자 하는 방정식 수의 4배 정도면 충분하다.

본 연구에서 완성한 프로그램의 개략적인 흐름도는 그림 4와 같다.

본 프로그램에서 사용된 주요 부 프로그램의 기능은 다음과 같다.

MAIN : 1차원 배열을 선언하고 사용할 테이프 유니트를 연다. 본 프로그램에서는 개인용 컴퓨터에서 사용할 수 있도록 출력용 파일은 입력자료의 출력파일과 결과의 출력파

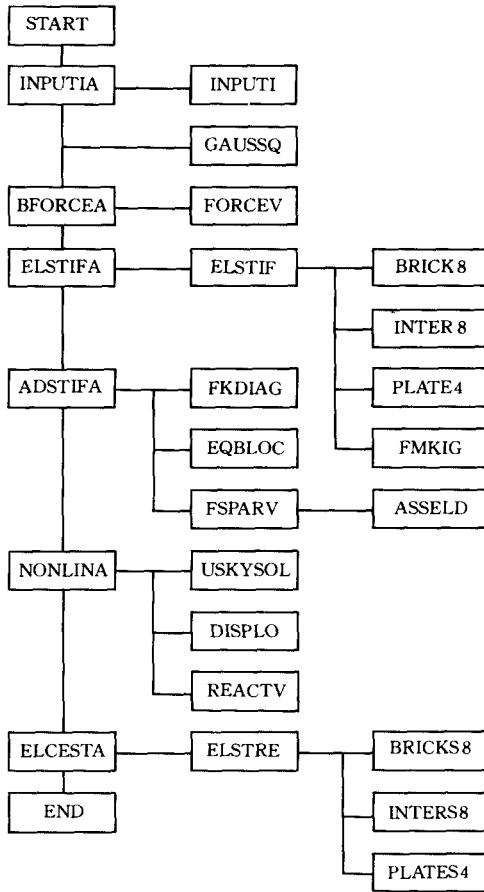


그림 4. 프로그램 TDCEP의 흐름도

일로 분리한다.

INPUTIA : 부 프로그램 INPUTI에서 사용되는 배열의 개수를 계산한다.

INPUTI : 각종의 자료를 입력하고 전체 매트릭스의 크기를 계산하며, 요소별의 재료번호, 요소의 형상번호, 재료의 항복모델번호(추후 사용), 요소의 절점번호 및 요소절점의 좌표를 요소별로 하드 디스크에 저장한다.

BFORCEA : 부 프로그램 FORCEEV에서 사용되는 배열의 개수를 계산한다.

FORCEEV : 하중 벡터를 계산하고 하드 디스크에 저장한다.

GAUSSQ : 가우스(Gauss) 적분점과 무게함수를 읽어들이다.

ELSTIFA : 요소별의 강도 매트릭스를 계산하는데 필요한 배열의 개수를 계산한다.

ELSTIF : 요소별의 강도 매트릭스를 만드는 부 프로그램을 불러 요소별의 강도 매트릭스를 계산한다. 그리고, 부 프로그램 FMKIG를 불러 요소의 절점별 자유도를 전체강도 매트릭스의 행(row)번호로 새긴다. 전체 강도 매트릭스로 행 번호 새긴 것에 변위 또는 변위각의 구속조건을 고려한다. 요소별의 전체 강도 매트릭스로 행 번호를 새긴 것과 요소의 강도 매트릭스를 하드 디스크에 저장한다.

BRICK8 : 8절점 6면체 요소의 강도 매트릭스를 계산한다.

INTER8 : 경계면 요소의 매트릭스를 계산한다.

PLATE4 : 판 요소의 강도 매트릭스를 계산한다.

FMKIG : 각 요소별 자유도를 전체 강도 매트릭스의 행 번호로 새긴다.

ADSTIFA : 부 프로그램 FKDIAG, EQBLOC, FSPARV에서 사용되는 배열의 개수를 계산한다.

FKDIAG : 부 프로그램 ELSTIF에서 저장한 요소별의 전체강도 매트릭스로 행 번호 새긴 것을 읽어 변위 또는 변위각의 구속조건별로 나누어 행별 비대각항의 높이(column height of off diagonal matrix)를 계산하고, 다시 전체강도 매트릭스 비대각항의 행별 번호를 계산하여 하드 디스크에 저장한다.

EQBLOC : 부 프로그램 USKYSOL에서 비대각항 매트릭스를 수용하기 위한 배열을 제외한 나머지의 것을 전체 배열의 수에서 빼고 4로 나누어 한 블록의 길이로 한다. 이때, 4로 나누면 비대칭형의 매트릭스를 푸는 경우가 되며, 2로 나누면 대칭형의 매트릭스를 푸는 경우가 된다. 최소 블록 길이는 전체 매트릭스의 최대 밴드폭보다 커야 하며, 개인용 컴퓨터에서 사용하는 포트란(fortran)의 종류에 따라 한번에 저장할 수 있는 길이가 제한되어 있어 블록

길이의 제한을 두어야 한다. 블록의 길이가 정해지면, 부 프로그램 FKDIAG에서 계산한 비대각항 높이의 합을 이용하여 블록으로 나누고, 하드 디스크에 저장한다.

FSPARV : 부 프로그램 EQBLOC에서 계산한 블록과 부 프로그램 ELSTIF에서 계산된 요소의 강도 매트릭스를 하드 디스크에서 읽고, 부 프로그램 ASSELD를 불러 블록별로 나누어 하드 디스크에 저장한다.

ASSELD : 요소별의 강도 매트릭스를 지정된 블록별 번지별로 새겨 넣는다.

NONLINA : 부 프로그램 USKYSOL, DISPLO, REACTV에서 필요한 배열의 개수를 계산한다.

USKYSOL : 부 프로그램 FORCEV의 하중벡터와 부 프로그램 FSPARV에서 저장한 블록별 매트릭스를 이용하여 가우스 소거법으로 매트릭스를 풀고 그 결과를 하드 디스크에 저장한다.

DISPLO : 부 프로그램 USKYSOL에서 계산하고 저장한 변위를 읽어 인쇄한다.

REACTV : 요소별의 강도 매트릭스와 변위를 이용하여 구속조건이 주어진 절점에서 반력을 계산한다.

ELCESTA : 부 프로그램 ELSTRE에서 필요한 배열의 개수를 계산한다.

ELSTRE : 각 요소별의 응력 및 변형률을 가우스 절점별로 계산하고 인쇄한다.

BRICKS8 : 8절점 6면체 요소의 응력 및 변형률을 계산한다.

INTERS8 : 경계면 요소 응력 및 변형률을 계산한다.

PLATES4 : 판 요소의 응력 및 변형률을 계산한다.

3.2 해석모델

본 연구에서 도입한 경계면 요소의 타당성을 검토하기 위하여 그림 5와 같은 넓이 120×120 cm², 두께 25cm의 정방형 콘크리트 판으로 실험한 장⁶⁾의 결과를 이용하였다. 하중은 2톤, 4톤, 6톤, 8톤, 10톤을 반복하여 재하 하였지만, 본 연구에서는 재료를 선형 탄성으로 가정하여 해석

하므로 2톤의 하중으로 재하한 경우를 해석하였다. 실험에서 사용된 콘크리트 판과 지반의 재료 특성은 표 1과 같았다. 지반은 풍화토를 다짐하여 축조하였으며, 흙을 채 분석한 결과 통일분류 기호 SW에 해당하였다. 지반의 탄성계수는 평판 재하시험으로 얻은 지반반력계수를 Hanrahan¹⁹⁾ 식으로 환산한 값이었으며, 지반의 포아슨 비는 추정된 값이었다. 경계면 요소의 재료특성은 두 재료간의 부착력과 마찰각에 지배되지만, 콘크리트의 판은 거칠은 경우로 가정하여 재료의 강도가 약한 지반의 재료특성을 경계면 요소의 재료특성으로 간주하여 해석한다.

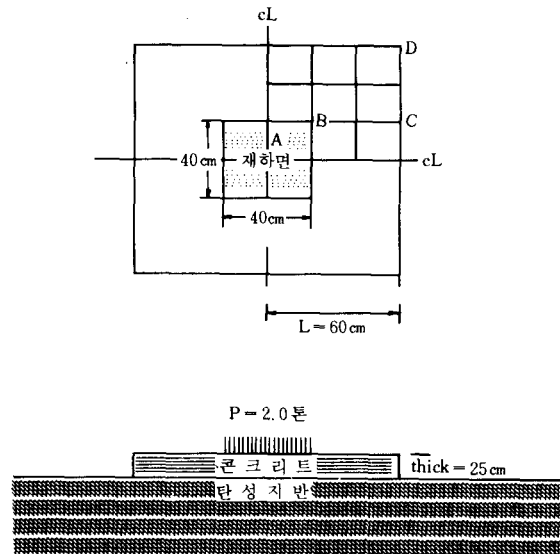


그림 5. 탄성지반상에 놓인 콘크리트판에 부분분포 하중이 작용하는 경우

표 1 재료의 성질

재 료	탄성계수(kg / cm ²)	포아슨 비
판 요소	$E_p=205000.0$	$\nu_p=0.17$
지반 요소	$E_s= 364.0$	$\nu_s=0.3$
경계면 요소	$E_l= 364.0$	$\nu_l=0.3$

유한요소해석 모델은 대칭인 점을 감안하여 그림 6과 같이 분할 하였다. 본 해석모델에서 GL -3.0 M 이후는 편평한 암반으로 간주하였다. 모델의 절점은 656 절점이며, 콘크리트 판 및 경계면 요소를 포함한 요소의 수는 453 개이

고, 경계조건을 포함한 전체 매트릭스의 크기는 2016*2016이다. 이 경우를 개인용 컴퓨터에서 수행한 결과 286급(16Mhz)에서는 약 7시간, 386(33Mhz)에서는 약 1시간 40분이 소요되었다.

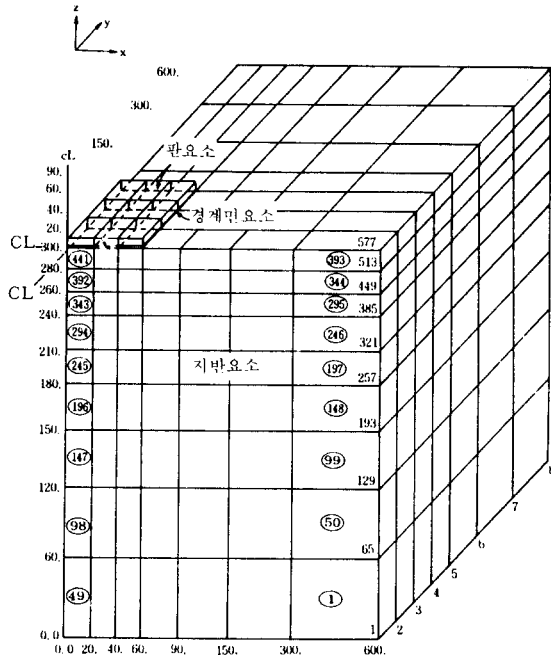


그림 6. 유한요소망

3.3 해석결과의 비교검토

경계면 요소의 가상두께를 결정하기 위하여 2톤의 하중으로 재하한 경우를 경계면 요소의 두께 0.1cm, 0.01cm, 0.001cm로 변화하면서 해석한 결과는 표 2와 같다. 표 2에서 알 수 있듯이 각 점의 수직 변위는 경계면 요소 두께의 변화와 관계없이 거의 같다. B점과 C점에서 측정값과의

차이는 암반을 포함한 반무한 지반을 유한영역으로 변환하여 해석하는 영역의 크기, 포아슨 비의 추정치에 의한 것으로 생각된다. 해석영역을 암반을 포함한 반무한영역까지로 확대하고, 포아슨 비를 정확히 측정하여 적용하면 수치해석결과는 좀 더 개선될 것으로 기대된다. 또한, 지반은 8절점 6면체 요소를 20절점 6면체 요소로, 콘크리트 판은 4절점 판 요소를 8절점 판 요소로 바꾸면 수치해석결과는 더욱더 개선될 것으로 생각된다. D점의 수직변위 차이는 콘크리트 판에 철근을 배근하였으나 무시한 것 때문으로 생각된다.

표 2 경계면요소 두께의 변화에 따른 콘크리트 판의 수직변위 비교

(하중 : 2톤) 단위=1 / 100mm

점	A	B	C	D
측 정 값	—	-26.25	-25.75	-25.75
경계면요소두께=0.100cm	-26.32	-25.90	-25.25	-24.09
=0.010cm	-26.21	-25.80	-25.15	-23.99
=0.001cm	-26.25	-25.84	-25.18	-24.02

콘크리트 판과 지반의 수직변위 비교는 표 3과 같다. 표 3에서 보는 바와 같이 경계면요소 두께 0.01cm와 0.001cm의 경우 콘크리트 판과 지반의 수직변위는 일치하지만, 경계면 요소 두께 0.1cm의 경우는 약간 다르다.

표 2와 표 3에서 수직변위를 비교한 결과, 콘크리트 판과 지반의 상호작용 문제를 유한요소법으로 해석하는 경우 경계면 요소를 도입하여 해석할 수 있음이 입증되고 있다.

콘크리트 판과 지반의 수평변위 비교는 표 4와 같다. 표 4에서 보는 바와 같이 콘크리트 판과 지반의 수평변위는 일치하지 않고 있다.

표 3 경계면요소 두께의 변화에 따른 콘크리트 판과 지반의 수직변위 비교 (GL -0.0)

단위=1 / 100mm

x / L or y / L	0.0		0.333		0.666		1.000	
	판	지반	판	지반	판	지반	판	지반
0.100cm	-26.31	-26.30	-26.22	-26.00	-26.00	-26.00	-25.83	-25.76
0.010cm	-26.21	-26.21	-26.12	-26.12	-25.90	-25.90	-25.73	-25.73
0.001cm	-26.25	-26.25	-26.15	-26.15	-25.93	-25.93	-25.76	-25.76

표 4 경계면요소 두께의 변화에 따른 콘크리트 판과 지반의 수평변위 비교
(GL -0.0)

단위=10⁻⁶cm

x/L or y/L	0.0		0.333		0.666		1.000	
경계면요소두께	판	지반	판	지반	판	지반	판	지반
0.100cm	0.00	0.00	-2.03	-7.23	-3.38	-12.7	-5.32	-87.7
0.010cm	0.00	0.00	-2.05	-2.62	-3.39	-2.14	-5.54	-13.7
0.001cm	0.00	0.00	-2.06	-2.12	-3.40	-3.75	-5.53	-6.27

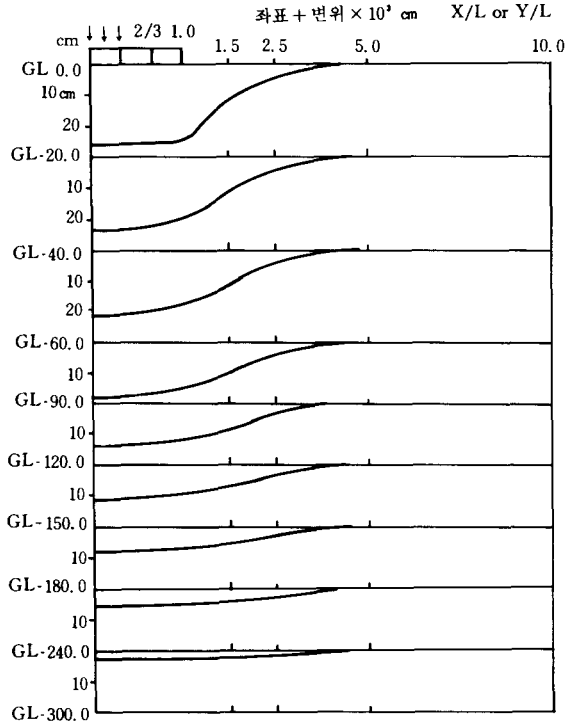


그림 7. 지반깊이별의 수직변위 변화

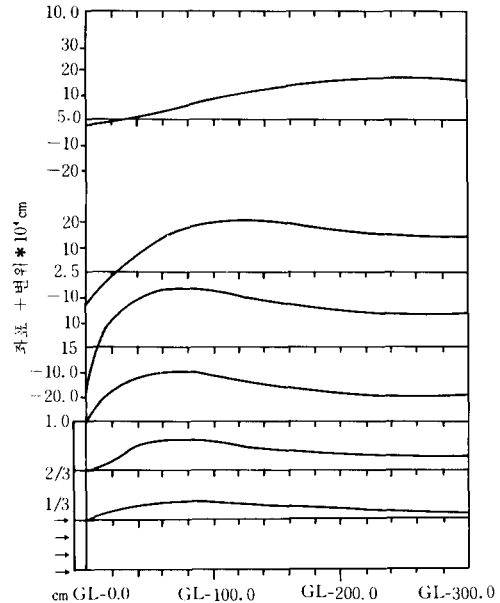


그림 8. 지반깊이별의 수평변위 변화

그러나, 단위를 고려하면 실용상 거의 무시할 수 있을 정도의 값이다. 콘크리트 판에 수평력이 작용하는 경우, 경계면 요소의 가상 두께를 결정하는 문제는 더 검토되어야 할 것이다.

판 구조물과 지반의 상호작용 문제를 유한요소법으로 해석할 때, 본 연구의 경계면요소를 이용하면 지중의 변위는 판 구조물의 변위와 함께 점점별로 구해지므로 지반반력계수를 이용하는 해석방법과 달리 지반반력을 구할 필요가 없으며, 지중의 변위를 알기 위한 후처리 해석과정이 필요 없는 장점이 있다.

지반깊이별 수직 변위는 그림 7과 같고, 수평 변위는 그림 8과 같다. 그림 7에서 판 주변 지반의 수직변형으로 미루어 보면, 판 주변의 지반에서 전단변형의 가능성을 충분히 나타내고 있다. 이를 고려하기 위한 별도의 연구가 있어야 할 것으로 생각된다. 그림 8의 지반깊이별의 수평변위 변화에서 지표면에 인장력이 작용하고 있음을 알 수 있다. 혹은 점착력을 제외하면 인장력에 저항할 수 없는 재료이므로 지반의 비선형성을 고려한 판과 지반의 상호작용 문제를 해석하는 경우 반드시 고려되어야 하며, 지반의 응력을

계산할 때도 고려되어야 할 것이다.

판 구조물과 지반의 상호작용 문제에서 경계면 요소를 도입하여 해석한 결과는 수직변위를 기준으로 현장의 재하실험결과와 비교적 잘 일치하였다. 이 결과는 본 연구에서 유도한 경계면 요소를 이용하여 판 구조물과 지반의 상호작용 문제를 고려한 유한요소 해석이 가능함을 보여주고 있다. 특히, 판 구조물과 지반을 동시에 유한요소로 분할하여 해석할 수 있으므로 비선형 지반상의 판 구조물을 해석하거나 비선형 지반중의 판 구조물을 해석함에 있어 지반요소에 비선형성을 고려한 역학적 모델을 적용하면, 비선형 지반과 구조물의 상호작용을 고려한 해석이 가능할 것으로 생각된다.

4. 결 론

판 구조물과 지반의 상호작용을 고려한 3차원 유한요소해석법의 기초적 연구로 판 구조물과 지반 모두를 균질 등방 탄성 연속체로 가정하였다. 판 구조물은 4절점 판 요소, 지반은 8절점 6면체 요소로 분할하고, 판 구조물과 지반의 경계면은 3차원 8절점 경계면 요소를 도입하였다. 실험으로 측정된 변위와 판 구조물과 지반의 상호작용 문제를 3차원 경계면 요소를 도입하여 해석한 수직변위를 기준으로 비교 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 경계면 요소를 도입함으로써 판 구조물과 지반 모두를 유한요소로 분할하여 상호작용 문제를 해석할 수 있었다.
2. 경계면 요소를 도입함으로써 판 구조물과 지반 상호작용 문제의 해석에서 지반반력 계수를 필요로 하지 않는다.
3. 경계면 요소를 도입함으로써 지중의 변위를 구하기 위한 후처리 과정이 필요없다.

지반의 역학적 모델에 관한 기존의 다양한 연구결과 실용상 거의 문제가 없을 정도이며, 3차원 경계면 요소를 도입함으로써 판 구조물과 지반을 동시에 유한요소로 분할할 수 있으므로, 콘크리트 포장판, 전면기초, 터널의 라이닝, 지중에 매설되는 강·연성관, 관거 구조물 및 지중연속벽 등등의 지반과 판 구조물의 상호작용 문제

에서 지반의 비선형성을 고려한 해석은 지반요소에 비선형성을 고려한 역학적 모델을 적용하면 가능할 것으로 생각되는 바, 계속하여 연구하고자 한다.

기호

- [B] : 변위-변형률 매트릭스
- [D] : 응력-변형률 매트릭스
- E : 재료의 탄성계수
- {F}={F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}}^T : 외력 매트릭스
- F_{xi} : 절점 i에서 x 방향의 외력
- F_{yi} : 절점 i에서 y 방향의 외력
- F_{zi} : 절점 i에서 z 방향의 외력
- |J| : jacobian 행렬식
- [K] : 강도 매트릭스
- [K_b] : 판에서 휨에 의한 강도 매트릭스
- [k_d] : 전체의 강도 매트릭스에서 변위에 대응하는 강도 매트릭스
- [K_C] : 전체 좌표계의 강도 매트릭스
- [K_p] : 판에서 축력에 의한 강도 매트릭스
- [K_{p,rb}] : 판에서 축력과 휨에 의한 강도 매트릭스의 합
- [K_r] : 전체의 강도 매트릭스에서 회전각에 대응하는 강도 매트릭스
- K_{zzi} : z 방향의 모멘트에 해당하는 가강도
- [L] : 좌표변환 소매트릭스
- {M}={M_{xi}, M_{yi}, M_{zi}}^T : 모멘트 매트릭스
- M_{xi} : 절점 i에서 x 방향의 모멘트
- M_{yi} : 절점 i에서 y 방향의 모멘트
- M_{zi} : 절점 i에서 z 방향의 모멘트
- N_i : 형상함수
- t : 경계면 요소의 두께 또는 판 요소의 두께
- [T_x], [T_y] : 좌표변환 매트릭스
- u_i : 절점 i의 x방향 변위
- v_i : 절점 i의 y방향 변위
- w_i : 절점 i의 z방향 변위
- α : 회전각
- β : 회전각
- {δ}={u_i, v_i, w_i} : 변위 매트릭스
- {ε}={ε_x, ε_y, ε_z, γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx}}^T : 변형률 매트릭스
- {σ}={σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{zx}}^T : 응력 매트릭스

ξ : 국소좌표계

ζ : 국소좌표계

η : 국소좌표계

ν : 포아슨비

$\{\theta\} = \{\theta_x, \theta_y, \theta_z\}$: 변위각 매트릭스

θ_x : x 방향의 변위각

θ_y : y 방향의 변위각

θ_z : z 방향의 변위각

참고문헌

1. Zienkiewicz, O.C. & Cheung, Y.K.(1965), "Plates and Tanks on Elastic Foundation an Application of Finite Element Method", J.Solids Struct., vol 1, pp451-461
2. 西澤辰男·松野三郎(1983). "콘크리트舗裝の構造解析における有限要素法の適用性について", 日本土木學會 論文報告集 第338號, 東京, pp.207-215
3. Selvadurai, A.P.S.(1979), "Elastic Analysis of Soil-foundation Interaction", Elsevier S.P, New York
4. 李外得(1988). "彈性地盤 위에 놓인 箱子構造의 解析", 釜山大學校 大學院 博士學位論文.
5. 金聲得(1987). "彈性 및 彈塑性地盤 위에 놓인 原形平板의 有限要素法解析", 서울大學校 大學院 博士學位論文.
6. 張炳淳(1988). "콘크리트 舗裝板의 力學的 特性에 관한 研究", 東亞大學校 大學院 博士學位論文
7. Desai, C.S.(1977), "Soil-Structure Interaction and Simulation Problems" in Finite elements in Geomechanics edited by Gudeus, G., John Wiley & Sons, New York, pp.209-250
8. Katona, G.Michael(1982), "Effects of Frictional Slippage of Soil-Structure of Buried Culverts", Transportation reseach Record 878, Transportation Research Board, National Academy of Science, Washington, D.C.
9. Kujawski, J. & Wiberg, N.E.(1986), "Influence of a Wall System on the Interaction between Soil and Foundation Plates", Int. J.Num. & Anal. Method in Geomech., Vol 10, pp.283-309
10. Lai, J. Y. & Booker, J.R.(1991), "A Residual Force Finite Element Approach to Soil-Structure Interaction Analysis", Int. J. Num. & Anal. Method in Geomech., Vol 15, pp.181-203
11. Kolar, V. & Nemeč, I.(1989). "Implementation of the Efficient Subsoil Model in the NE-XX Program Package" in Modelling of Soil-Structure Interaction, Elsevier S. P, Washington, D. C., pp.263-304
12. Lewis, R.W. & Tran, D.V.(1989). "Application of Soil-Structure Interaction to off Shore Foundations with specific Reference to Consolidation Analysis", Int. J. Num. Meth, in Eng., Vol 27, pp.195-213
13. 山田嘉昭·構内康人(1981). "有限要素法による 彈塑性解析 プログラミング EPIC-IV의 解説", 培風館, 東京, pp.159-183
14. Goodman, R.E., Taylor, R.L. & Brekke, T.L (1968), "A Model for the Mechanics of Jointed Rocks", ASCE. J. Soil and Found.Div., SM3, pp.399-422
15. Duncan, J.M. & Seed, R.B(1984), "A Finite Element Analysis Program for Evaluation of Soil-Structure Interaction and Compaction Effects", Report No.UCB/GT/84-02, California
16. Desai, C.S., Zaman, M.M., Lighter, J.C. & Sirwardane, H.J.(1984), "Thin Layer Element for Interface and Joints", Int. J. Num. & Anal. Method in Geomech., Vol 8, pp.8-19
17. Wilson, E.L.(1977), "Finite Elements for Foundations Joints and Fluids" in Finite Elements in Geomechanics edited Gudeus, G., John Wiley & Sons, New York pp.319-350
18. Zienkiewicz, O.C(1977), "The Finite Element Method 3rd edition", McGraw-Hill London, pp.329-355
19. Hanrahan, E.T.(1985), "The Geotechnics of Real Materials: the ϵ_g, ϵ_k method", Elsevier S.P, Amsterdam, pp.33-35

(접수일자 1991. 6. 15)