

# 비정상과정의 강한 지진에 대한 해양 가이드 타워의 동력학적 응답해석

## Nonstationary Response Analysis of Offshore Guyed Tower for Strong Earthquakes

류 정 선\*  
Ryu, Chung Son

### 요 약

해양 가이드 타워를 대상으로 하여 지진하중에 대한 심해용 구조물의 비정상 거동해법에 대하여 연구하였다. 지반운동의 비정상 특성을 정상과정 성분에 시간포락함수가 곱해진 형태로 모형화하였으며, 구조물의 비정상 거동은 시간종속 분산함수로 구하였다. 지진의 시간포락함수와 정상과정성분의 자기상관함수를 지수함수로 수식화하여 나타냄으로써, 구조물 거동의 시간종속 분산값을 해석적인 방법으로 구할 수 있는 기법을 개발하였다. 시간에 따른 거동의 분산값을 기본자료로 하여 지진의 발생기간 동안 예상되는 최대거동을 구하였으며, 이 값을 구조물 거동을 정상과정으로 가정하여 산정한 결과와 비교 분석하였다.

### ABSTRACT

A method for nonstationary response analysis of an offshore guyed tower subjected to earthquake loading is presented. The nonstationarity of the earthquake excitation is modeled by imposing a time varying envelope function onto a stationary random model. By taking the envelope function and the auto-correlation function of ground acceleration in terms of complex exponential functions of time, an analytical procedure is developed for computing time varying variances of the tower response. Example analysis indicates that the maximum responses estimated by considering nonstationary effect properly are significantly less than those obtained by the conventional frequency domain analysis method based upon the stationary assumption.

### 1. 서 론

가이드 타워는 심해저 석유생산을 위하여 개발된 것으로서<sup>1),2)</sup>, 일종의 compliant 구조물이므로 상당히 유연한 특징이 있다. 이 구조물은 그림

(1)에 보인 바와 같이 긴 타워와 계류장치를 주요 구조로 하고 있다. 계류장치는 타워를 중심으로 하여 방사상으로 배치된 일단의 계류선들로서 타워를 수평지지한다. 이 구조물의 지진에 대한 거동해석에 있어서 비정상과정(nonstationary

\* 정회원, 동신대학교 토목공학과 전임강사

이 논문에 대한 토론을 1992년 12월 31일까지 본학회에 보내주시면 1993년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

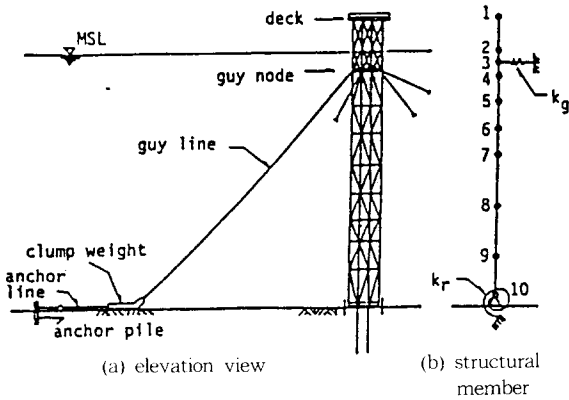


Fig. 1 Guyed tower and its structural model

process)의 특성을 고려함이 중요하다. 비정상과정의 특성은 직접적으로는 지진의 비정상적 성질과 관련되는데, 다른 한편으로는 고유진동수가 긴 구조물에 대한 단기간의 지진하중의 작용에도 관련이 있다.

해양구조물에 대한 지진해석에 관하여 많은 연구결과들이 발표되어 왔으나 지진작용 및 구조물 거동의 비정상과정 특성을 제대로 반영하여 해석을 수행하지는 못했다. 문헌들이 주로 사용한 근사적 지진해석법으로는 지진을 정상과정으로 가정하고 해석을 수행하는 주파수영역 해석법<sup>3)</sup>이 기록되거나 인위적으로 시뮬레이션한 지진자료들을 제한적으로 사용하는 시간이력해석법<sup>4,5)</sup> 등이 있다. 문헌(6), (7) 등은 보다 실제적인 비정상과정 거동해석을 다루었다. 문헌(6)은 지진의 비정상과정을 일련의 순간적 불규칙 작용들이라고 가정하여 비정상거동을 산정하는 방법을 보였고, 문헌(7)은 지진의 작용을 filtered Poisson process로 나타냄으로써 거동의 시간에 따른 분산함수(variance function)를 얻는 방법을 개발하였다. 문헌(8)은 최근에 후자의 방법을 작용하여 다중지점의 지진작용들에 대한 현수교의 비정상과정해석을 수행한 바 있다.

본 논문에서는 비교적 규모가 큰 지진이 작용할 때 해양 가이드 타워의 비정상 거동해석법에 대한 연구를 하였다. 재현주기가 긴 강진의 영향을 분석하였으며, 이때에 파랑의 영향은 고려하지 않았다. 강진과 큰 파랑(설계파고)을 동시에 고려하는 것은 적절치 않으나, 1개월에 1~2회 정도

발생하는 중급의 파랑과 조류의 영향은 지진과 동시에 고려하는 것이 타당하다고 생각된다. 이 경우에는 운동방정식을 본 논문의 제4절에서 처럼 선형화한 후, 파랑에 대하여는 정상과정의 영향이므로 종래의 주파수영역해법을 사용하고 지진에 대하여는 제6절에 기술한 비정상과정 거동해법을 사용하여 분석한 후, 그 결과를 합성하는 것이 타당할 것으로 판단된다. 운동방정식은 다자유도 모델에 대한 condensing 기법을 써서 구조물의 수평방향 운동만을 나타내었다. 지진이 작용하는 동안 지반운동으로 인해서 파랑이 부수적으로 발생하지는 않는다고 가정하였다. 그러나 지반운동으로 인한 구조물에 대한 유체의 점성저항력은 일종의 감쇠효과로서 운동식에 포함시켰다. 비정상과정의 지반운동은 정상과정성분(stationary process)에 시간변화의 포락함수(deterministic envelope function)를 곱하여 나타내었다. 따라서 타워의 거동은 시간에 따른 분산함수(variance)로써 얻어지는데 이 방법은 문헌(7)의 방법을 이용한 것이다. 지진의 정상과정성분의 불규칙성은 filtered Kanai-Tajimi 스펙트럼<sup>9),10)</sup>으로부터 유도한 자기상관함수로 나타내었다. 본 연구는 지진의 자기상관함수와 시간포락함수를 모두 지수함수로 나타냄으로써 구조물기동의 시간변화 분산값을 해석적으로 계산하는 방법을 개발하고, 이 결과로부터 문헌(11)의 방법을 써서 거동의 예상 최대값을 산정하였다. 또한 이 결과와 정상과정의 가정에 입각한 주파수영역 해석법에 의한 결과를 비교하여 본 연구의 방법을 검증하였다. 이후 지진의 크기와 포락함수 등을 변화시킨 여러 경우에 대한 parameter 연구를 수행하였다.

## 2. 운동방정식

지진하중에 대한 동적해석을 위해서 그림(1.b)와 같이 구조물을 단순화했다. 타워는 적당한 간격으로 질량이 집중된 직선형 보들의 조합으로 모형화하고, 계류장치는 하나의 비선형 스프링이 수평방향으로 계류점(fairlead position)에 장착된 것으로 나타내었다. 비선형 스프링의 복원력에 있어서 계류선 및 clumpweight의 동적 영향은 본 연구에서는 고려되지 않았다. 그림(2)는 본

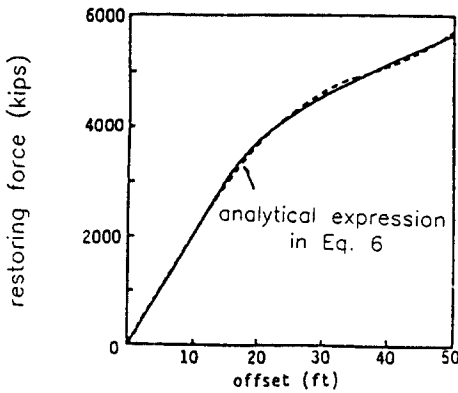


Fig. 2 Restoring force of guyline system

예제 구조물의 계류점의 변위에 대한 계류장치의 정적인(static) 복원력관계를 보인 것이다. 이 예에서는 계류점이 약 15ft 이상 변위될 때 계류장치의 강성이 비선형으로 점점 약화됨을 보이는데, 이것은 변위의 반대쪽 clumpweight가 해저면에서 모두 들어 올려졌기 때문이다. 타워의 자중을 지지하는 말뚝기초는 타워단면이 중앙에 집중 배치된 것으로 하여, 기초의 저항은 강성이 상당히 작은 회전스프링으로 모형화했다.

지진하중에 대한 구조모형의 운동방정식은 다음과 같이 수식화할 수 있다<sup>3)</sup>.

$$\begin{aligned} & [\bar{M}]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} + \{1_m\}R(x_m) \\ & = -[\bar{M}]\{\dot{U}_g\} - [0.5\rho C_d A]\{(\dot{U}_g + \dot{X})\}\dot{U}_g + \dot{X} \end{aligned} \quad (1)$$

$$[\bar{M}] = [M + M_a] \quad (2)$$

여기서  $\{X\}$ ,  $\{\dot{X}\}$ ,  $\{\ddot{X}\}$  = 타워의 수평변위, 속도 그리고 가속도 벡터(상대변위);  $x_m$  = 계류점의 수평변위;  $[M]$  = 구조 질량행렬;  $[C]$  = 구조 감쇠행렬;  $[K]$  = 타워 및 기초의 강성행렬(자중으로 인한 기하학 강성 포함);  $R(x_m)$  = 계류장치의 비선형 복원력;  $\{1_m\}$  = 계류점 운동에 대해서는 1, 나머지는 모두 0인 요소들로 구성된 상수벡터;  $\dot{U}_g$ ,  $\ddot{U}_g$  = 각각 지반의 수평속도, 가속도를 나타내고;  $[M_a]$  = 부가질량의 대각행렬(=  $\rho(C_m - 1)\nabla$ );  $\rho$  = 바닷물의 밀도;  $[\nabla]$ ,  $[A]$  = 각각 타워 운동으로 밀려난 물의 부피, 유동방향으로 타워의 사영면적을 나타내는 대각행렬;  $C_m$ ,  $C_d$  = 각각 유체의 관성계수, 점성저항계수를 나타낸다. 식(1)은 지진의

작용시 지면운동으로 인해 파랑이 발생되지 않는다고 가정한 것이다.

### 3. 지진에 의한 지반운동

지진의 작용기간은 보편적으로 10~30초 정도로 짧기 때문에 본 논문의 가이드 타워처럼 고유진동 주기가 비교적 긴 구조물은 동적거동이 steady state에 도달하기 이전에 지진작용이 끝난다. 따라서 이러한 구조물에 대한 지진해석에 있어서 지반운동 및 구조물 거동의 비정상과정 특성은 적절히 고려되어야 한다.

본 연구에서는 지진의 비정상과정 수평가속도,  $\ddot{U}_g(t)$ 를 다음과 같이 모형화 했다.

$$\ddot{U}_g(t) = \varphi(t)r(t) \quad (3)$$

여기서  $\varphi(t)$ 는 시간포락함수이고,  $r(t)$ 는 정상과정 성분이다. 본 연구에서 정상과정 성분의 자기상관함수(auto-correlation function),  $R_{rr}(\tau)$ 는 다음식의 filtered Kanai-Tajimi 스펙트럼<sup>9),10)</sup>,  $S_{rr}(\omega)$ 으로부터 유도하여 사용하였다.

$$S_{rr}(\omega) = \frac{S_0 \omega^4 (\omega_g^4 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2)}{[(\omega_f^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_f^2 \omega_f^2 \omega^2][(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2]} \quad -\infty < \omega < +\infty \quad (4)$$

여기서  $S_0$  = constant power spectral density;  $\omega_g$ ,  $\zeta_g$  = 각각 지반의 고유진동수, 지반진동의 감쇠율을 나타낸다.  $\omega_f$ 와  $\zeta_f$ 는 filter의 특징을 나타내는 상수들인데, 이로인해서 zero-frequency 근처에서 지반속도의 스펙트럼(=  $S_{rr}(\omega)/\omega^2$ )이 유한으로됨을(finite) 알 수 있다.

식(4)에 대해서 inverse Fourier 변환을 하면 지반가속도의 정상과정 성분에 대한 자기상관함수를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} R_{rr}(\tau) = & e^{-\omega_g \zeta_g |\tau|} \{a_g \cos(\omega D_g |\tau|) + b_g \sin(\omega D_g |\tau|)\} \\ & + e^{-\omega_f \zeta_f |\tau|} \{a_f \cos(\omega D_f |\tau|) + b_f \sin(\omega D_f |\tau|)\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \omega D_g &= \omega_g \sqrt{1 - \zeta_g^2} \\ \omega D_f &= \omega_f \sqrt{1 - \zeta_f^2} \end{aligned}$$

여기서  $a_g$ ,  $b_g$ ,  $a_f$  그리고  $b_f$ 는 부록(1)에 보인 바와 같이 주어진 상수들  $S_0$ ,  $\omega_g$ ,  $\zeta_g$ ,  $\omega_f$  그리고

5f로써 나타내진다.

#### 4. 비선형 항의 선형화

식(1)은 두가지 비선형 항을 포함한다. 하나는 계류장치의 비선형 복원력이고, 다른 하나는 수중에서 운동하는 구조물의 속도와 관련되는 비선형 점성저항력이다. 비선형 복원력의 선형화에 있어서 편의상 이를 계류점 변위의 5차 다항식으로 나타내었다.

$$R(x_m) = k_0 x_m + d_1 x_m^3 + d_2 x_m^5 \quad (6)$$

여기서  $k_0$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ 는 최소자승법으로 결정된 상수들이다. 비선형 복원력이 이러한 형태로 해석적으로 표현되면  $x_m$ 이 zero-mean Gaussian과정이라는 가정하에 등가 선형화 기법으로 다음과 같이 선형화 된다<sup>12)</sup>.

$$R(x_m) \approx k_{eqv} x_m \quad (7)$$

$$k_{eqv} = k_0 + 3d_1 \langle \sigma_{x_m}^2 \rangle + 15d_2 \langle \sigma_{x_m}^4 \rangle \quad (8)$$

여기서  $k_{eqv}$ 는 선형화 강성이고,  $\langle \sigma_{x_m}^2 \rangle$ 은  $x_m$ 의 분산값에 대한 temporal average를 나타낸다. 위와 같은 등가 선형화기법으로 식(1)에 나타난 비선형 점성저항력도 다음과 같이 선형화할 수 있다.

$$[0.5\rho C_d A] \{(\dot{U}_g + \dot{X})\} \dot{U}_g + \dot{X} \} \approx [C_h] \{ \dot{U}_g + \dot{X} \} \quad (9)$$

$$C_h = 0.5\rho C_d A \sqrt{8/\pi} \langle \sigma_{\dot{U}_g + \dot{X}} \rangle \quad (10)$$

여기서  $\langle \sigma_{\dot{U}_g + \dot{X}} \rangle$ 는  $i$ 번째 절점의 절대속도,  $\dot{U}_g + \dot{X}$ 의 표준편차에 관한 temporal average를 나타낸다.  $\sigma_{x_m}$ 와  $\sigma_{\dot{U}_g + \dot{X}}$ 가 각각 시간중속이기 때문에 식(7)의  $k_{eqv}$  및 식(9)의  $[C_h]$ 는 시간중속이 된다. 본 연구에서는 보다 간편한 계산을 위해 식(8) 및 식(10)에서와 같이 선형화계수의 산정에 있어서 지진의 중요한 기간 내에서 비정상과정에 대한 temporal average를 취하였다. 그림(5)의 시간포락함수에서 주된 지진의 작용기간을 20초로 보았다. 선형화계수들은 구조물 거동의 함수이므로 반복적인 계산과정이 필요함을 알 수 있다.

식(7)과 식(9)를 식(1)에 대입하여 다음과 같이 선형화된 운동방정식을 얻는다.

$$[\bar{M}]\{\ddot{X}\} + [\bar{C}]\{\dot{X}\} + [\bar{K}]\{X\} = -[\bar{M}]\{1\}\ddot{U}_g \quad (11)$$

여기서  $[\bar{C}] = [C + C_h]$ , 그리고  $[\bar{K}]$ 는 강성행렬에 계류장치의 등가선형강성이 포함된 것이다. 이 식에서 지반의 속도와 관련된 하중항인  $-[C_h]\{\dot{U}_g\}$ 항은 무시하였는데, 이 부분은 주파수영역해석을 이용하여 검토하여 보면 전체적인 거동의 산정에 그 영향이 1% 미만으로 나타나므로 중요하지 않은 것으로 판단하였고, 본 연구의 비정상과정해석 및 주파수영역해석에서는 이 하중항은 고려하지 않았다.

#### 5. 모우드 방정식

식(11)은 선형화 운동방정식이므로 그 해는 비감쇠 자유진동모우드를 중첩하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{X\} = [\Phi]\{Y\} \quad (12)$$

여기서  $[\Phi]$ 는 비감쇠 자유진동모우드 행렬이고,  $\{Y\}$ 는 모우드좌표 벡터이다. 특히 식(11)의  $[\bar{K}]$ 가 등가선형강성( $k_{eqv}$ )를 포함하므로  $[\Phi]$ 값의 반복계산이 필요한데,  $k_{eqv}$ 의 초기값으로  $k_0$ (초기강성)을 사용하면 효과적이다. 식(12)를 (11)에 대입하고  $[\Phi]^T$ 를 양변에 곱하여 독립적인 모우드 방정식으로써 나타내면 다음과 같다.

$$M_n''\ddot{Y}_n + C_n'\dot{Y}_n + K_n'Y_n = P_n' \quad n=1, \dots, l \quad (13)$$

여기서  $M_n' = [\Phi]_n^T [\bar{M}] [\Phi]_n$ ;  $K_n' = \{\Phi\}_n^T [\bar{K}] \{\Phi\}_n$ ;  $C_n'$  = 대각화된 모우드 감쇠계수;  $P_n' = -\{\Phi\}_n^T [\bar{M}]\{1\}\ddot{U}_g$ ;  $l$ 은 사용한 모우드좌표 수이다. 특히  $[\Phi]^T [\bar{C}][\Phi]$ 는  $[C_h]$ 로 인해서 대각행렬이 아니므로 대각화과정이 필요한데, 본 연구에서는 다음과 같이 추계론적 최적화기법으로 대각화하였다<sup>3)</sup>.

$$C_n' = \frac{1}{\sum_{j=1}^l \{(\Phi)_n^T [\bar{C}] (\Phi)_j\}} \langle E\{\dot{Y}_j \dot{Y}_n\} \rangle / \langle E\{\dot{Y}_n^2\} \rangle \quad (14)$$

여기서  $E\{\cdot\}$ 는 산술적 기대값을 의미하는데, 식(8), (10)에서 처럼 편의상 비정상과정의 기대값을 지진의 중요기간에서 temporal average를 취하여 산정하였다. 식(13)은 다음과 같이 간략한 형태로 나타낼 수 있다.

$$\ddot{Y}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{Y}_n + \omega_n^2 Y_n = -\Gamma_n \ddot{U}_g(t) \quad (15)$$

여기서  $\omega_n, \zeta_n$ 은 각각 n번째 모우드의 주파수와 그 감쇠율이고  $\Gamma_n$ 는 mode participation factor로서 다음 식으로 정의된다.

$$\Gamma_n = (\{\Phi\}_n^T \{\bar{M}\} \{1\}) / M_n \quad (16)$$

### 6. 비정상과정 거동해석

비정상과정의 거동은 시간종속 covariance로써 나타낼 수 있다. 식(12)의 관계식으로부터 구조물의 변위, 속도 등의 covariance를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$E[\{X(t)\}\{X(t)\}^T] = [\Phi] E[\{Y(t)\}\{Y(t)\}^T] [\Phi]^T \quad (17)$$

$$E[\{\dot{X}(t)\}\{\dot{X}(t)\}^T] = [\Phi] E[\{\dot{Y}(t)\}\{\dot{Y}(t)\}^T] [\Phi]^T \quad (18)$$

Convolution integral 기법으로 식(15)의 모우드 좌표들을 구하면 이들에 대한 시간종속 covariance는 다음 식과 같이 산정할 수 있다.

$$E[Y_m(t)Y_n(t)] = \Gamma_m \Gamma_n \int_0^t \int_0^t h_m(t-\tau_1) h_n(t-\tau_2) \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_2) \times R_{rr}(\tau_1-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (19)$$

$$E[\dot{Y}_m(t)\dot{Y}_n(t)] = \Gamma_m \Gamma_n \int_0^t \int_0^t \dot{h}_m(t-\tau_1) \dot{h}_n(t-\tau_2) \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_2) \times R_{rr}(\tau_1-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (20)$$

여기서  $h_n(t)$ 는 n번째 모우드의 impulse response function이고  $\dot{h}_n(t)$ 는  $h_n(t)$ 의 시간미분을 나타낸다. 즉,

$$h_n(t) = \begin{cases} \frac{1}{\omega D_n} e^{-\zeta_n \omega_n t} \sin \omega D_n t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (21)$$

$$\omega D_n = \omega_n \sqrt{1-\zeta_n^2}$$

식(19), (20)등의 이중적분식은 시간포락함수를 지수함수로 나타낸다면 해석적인 방법으로 계산할 수 있다. 본 연구에서는 시간포락함수를 문헌(7)에서 처럼 다음의 지수함수 꼴로 나타내었다.

$$\varphi(t) = \frac{e^{-at} - e^{-bt}}{c}, \quad (b > a > 0) \quad (22)$$

여기서 a, b는 지진기록으로부터 결정할 수

있는 상수들이며 c는 시간포락함수의 최대치를 1로 하도록하는 상수이다. 부록(2)는 식(19), (20) 등의 이중적분을 본 연구에서 해석적으로 수행하는 과정을 정리한 것이다.

식(10)에서 구조물의 절대속도에 대한 분산값은 다음식으로 산정된다.

$$\sigma_{\dot{U}_g + \dot{X}_i}^2 = E\{\dot{U}_g^2\} + 2E\{\dot{U}_g \dot{X}_i\} + E\{\dot{X}_i^2\} \quad (23)$$

지반운동의 가속도를 적분하여 식(23)의 처음 두항을 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$E\{\dot{U}_g^2(t)\} = \int_0^t \int_0^t \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_2) R_{rr}(\tau_2 - \tau_1) d\tau_1 d\tau_2 \quad (24)$$

$$E\{\dot{U}_g(t)\dot{X}_i(t)\} = E\{\dot{U}_g(t) (\sum_{j=1}^l \phi_{ij} \dot{Y}_j(t))\} \\ = \sum_{j=1}^l \phi_{ij} \Gamma_j \int_0^t \int_0^t \dot{h}_j(t-\tau_1) \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_2) R_{rr}(\tau_2 - \tau_1) d\tau_1 d\tau_2 \quad (25)$$

여기서  $\phi_{ij}$ 는 모우드행렬의 (i, j)요소이다. 부록(3)은 식(24), (25)의 이중적분에 대한 해석적인 계산과정을 보인 것이다.

구조물에 작용하는 등가 탄성하중은 구조강성과 변위의 곱으로써 다음과 같이 수식화할 수 있다.

$$\{f\} = [K_1] \{X\} \quad (26)$$

$$[K_1] = [\bar{K}] - [K_{gm}] - [k_{eqv}] \quad (27)$$

다음과 같이 전단력 및 휨모멘트와 등가탄성하중 사이의 관계식을 이용하면 전단력, 휨모멘트 등에 대한 비정상거동을 변위의 covariance로부터 얻을 수 있다.

$$\{f_s\} = [L_1] \{f\} \quad (28)$$

$$\{f_m\} = [L_2] \{f_s\} \quad (29)$$

여기서  $[L_1], [L_2]$ 는 lower triangular matrix를 나타내는데, 전자의 요소는 1로, 후자의 요소는 전단력의 적분길이로 구성된다.

### 7. 예상 최대 거동

주파수영역 해법의 정상과정 문제에서는, 문헌(13)에서 제시한 바와 같이, 타워의 거동이 Gaussian process라는 가정을 기초로하여 다음식으로부터 거동의 예상최대치를 산정하였다.

$$E\{|X_{max}| \} = \sigma_x (\sqrt{2\ln(2\nu_0^+ T)} + 0.5772/\sqrt{2\ln(2\nu_0^+ T)}) \quad (30)$$

여기서  $|X_{max}|$  = 최대 거동의 절대값;  $\sigma_x$  = 거동의 표준편차;  $\nu_0^+$  = response peak의 단위시간당 평균 횡수; 그리고 T는 지진의 작용기간이다.

본 연구의 비정상과정 문제에서는 문헌(11)에 제시된 방법을 이용하여 다음과 같이 예상최대값을 산정하였다.

$$E\{|X_{max}| \} = \sigma^*(Q + 0.5772Q^{1-\alpha}) \quad (31)$$

$$Q = (\alpha \ln \bar{N})^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$\bar{N} = 2 \int_0^T \nu^*(0,t) dt$$

$$\nu^*(0,t) = \frac{\sigma_X(t)}{2\pi\sigma_X(t)} (1 - \rho^2(t))^{1/2}$$

여기서  $\nu^*(0,t)$  = 시각 t에서 거동의 평균 up-crossing rate;  $\rho(t)$  = X(t)와  $\dot{X}(t)$  사이의 상관계수; 그리고  $\alpha$ 와  $\sigma^*$ 는 거동의 극값분포를 Weibull 분포로 나타낼 때 결정되는 상수들인데, 여기서 Weibull분포는 다음과 같이 정의된다.

$$F_{X_{max}}(x; T) = 1 - \exp\left\{-\frac{1}{\alpha} \left(\frac{x}{\sigma^*}\right)^\alpha\right\} \quad (32)$$

거동의 극값분포는 X(t)를 narrow band process로 가정하여 비정상과정해석 결과로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$F_{X_{max}}(x; T) = 1 - \frac{\int_0^T \nu^*(x,t) dt}{\int_0^T \nu^*(0,t) dt} \quad (33)$$

여기서  $\nu^*(x,t)$ 는 시각 t에서 거동이 수준 x를 상향으로 통과하는 평균횡수로서 X(t)와  $\dot{X}(t)$ 의 variance 및 covariance를 사용하여 구할 수 있다<sup>11)</sup>.

### 8. 예제해석과 결과검토

그림(1)과 같은 수심 1000ft 지역에 위치하는 가상적인 가이드 타워를 대상으로 하여 예제해석을 수행하였다. 본 연구에서 선정된 타워의 구조 모형, 계류장치의 복원력 등에 관한 자료는 문헌

(12)의 내용과 같다. 동적해석은 처음 4개의 자유진동 모우드를 써서 수행하였는데, 이들의 고유주기는 각각 26초, 3초, 1초, 0.5초로 나타났다. 각진동모우드에 대해서 구조 감쇠율은 5%로 가정하였다. 갑판변위, 해저면에서의 전단력 그리고 절점 8의 휨모멘트 등을 주로하여 동적거동을 구하였다.

식(4)의 제 상수들에 관하여는 견고한 지반조건을 가정하여  $\omega_g = 15.7 \text{ rad/s}$ ,  $\zeta_g = 0.6$ 을 사용하였고,  $\omega_f = 0.4 \text{ rad/s}$ ,  $\zeta_f = 0.9$ 를 그리고  $S_0 = 0.0459 \text{ ft}^2/(\text{s}^3 \cdot \text{rad})$ 을 적용하였는데, 여기서  $S_0$ 의 값은 El-Centro 지진(1940년)의 남-북방향 성분과 유사한 강도이다. 그림(3)은 지진가속도 스펙트럼의 모양을 나타내고, 그림(4)는 지진가속도에 대한 자기상관함수를 보인 것이다. 시간포락함수의 형태를 구성하는 매개변수들은 두개의 지진기록으로부터 각각 개략적으로 산정하였다. 하나는  $a = 0.083$  &  $b = 1.166$ 이고 다른 하나는  $a = 0.126$  &

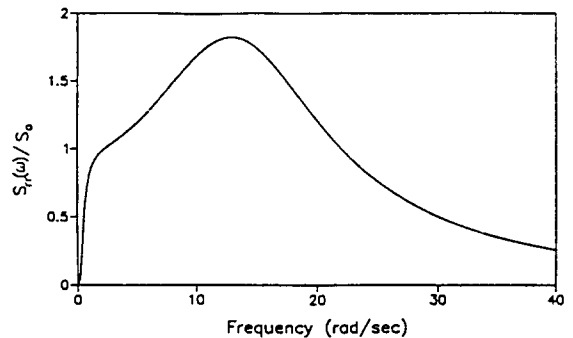


Fig. 3 Filtered Kanai-Tajimi spectrum for ground acceleration

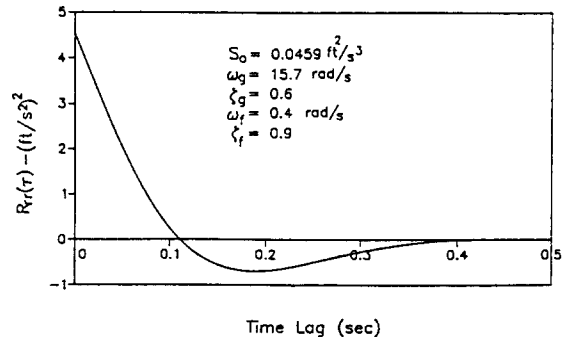


Fig. 4 Auto-correlation function corresponding to filtered Kanai-Tajimi spectrum

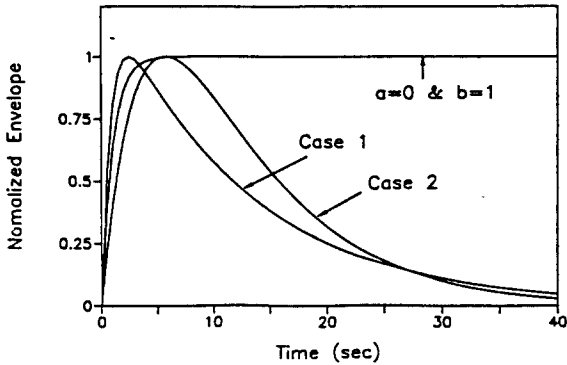


Fig. 5 Envelope functions

$b=0.234$ 인데 그림(5)에서 Case 1과 Case 2에 해당하는 값들이다. 한편, 그림(5)에 보인 바와 같이  $a=0$  &  $b=1$ 로 놓고 지진의 작용시간을 증가시키면 정상과정의 문제로 됨을 이용하여 본 연구의 비정상과정 해석방법을 검증할 수 있다.

표(1)은 주파수영역해법으로 구한 거동에 있어서 감판변위, 기초면에서의 전단력, 절점 8의 휨모멘트 등에 대한 표준편차, 예상최대값 등을 각각 보인 것이다. 예상최대값은 식(30)의 Davenport 방법으로 산정한 것인데, 지진의 작용기간은 25초로 보았다. 표(1)의 Peak Factor는 예상최대값의 표준편차에 대한 비율을 의미한다. 불규칙진동문제에서 이 값은 보통 3정도를 취하는 경향이 나, 본 예제 구조물처럼 긴 고유주기(26초)에 영향을 받는 변위에 대한 Peak Factor는 약 2정도로 상당히 작게 나타났다. 한편, 표(2)는 처음 3개의 모드 방정식에 나타난 각각의 모드 감쇠율인데, 5%로 가정한 구조감쇠율에 수중운동으로 인한 hydrodamping의 감쇠율이 추가로 더해진 것이다.  $S_0=0.0459 \text{ ft}^2/\text{s}^3$ 인 경우를 보면 첫번째 모드에 대한 hydrodamping이 약 9%로 산정되었으나 두번째 이상의 모드에서는 0.1%이하

Table 1 Expected maximum responses by frequency domain method

Response	$\sigma_x$	$\sigma_y$	Peak Factor	$E\{ X_m \}$
Deck Displ. (ft)	2.528	1.023	1.91	4.821
Base Shear ( $10^3$ kips)	1.10	5.53	2.93	3.23
Moment at No.8 ( $10^6$ kips · ft)	3.01	10.0	2.79	8.38

Note: Duration of Earthquake=25 sec  
 $(S_0=0.0459 \text{ ft}^2/\text{s}^3)$

Table 2 Total damping ratios for each mode( $\zeta_i = \zeta_i + \zeta_h$ )

$S_0$ ( $\text{ft}^2/\text{s}^3$ )	Case	$\zeta_i$ (%)	$\zeta_h$ (%)	$\zeta_i$ (%)	Remark
0.0459	1	14.6	6.1	5.4	$\zeta_i = 5\%$
	2	13.7	6.0	5.3	
0.1033	1	19.2	6.6	5.5	$\zeta_i = 5\%$
	2	17.6	6.4	5.5	

Table 3 Expected maximum responses by nonstationary method

Response	Case	$\sigma'$	$\alpha$	$N$	$E\{ X_m \}$
Deck Displ. (ft)	1	1.452	1.478	3.61	2.920
	2	1.522	1.619	4.19	3.196
Base Shear ( $10^3$ kips)	1	0.65	1.644	37.9	2.11
	2	0.73	1.665	39.7	2.37
Moment at No.8 ( $10^6$ kips · ft)	1	1.72	1.643	26.3	5.29
	2	1.94	1.654	27.7	6.00

Note:  $S_0=0.0459 \text{ ft}^2/\text{s}^3$

로 되었다. 따라서 감판변위와 같이 첫번째 모드에 관련된 거동은 hydrodamping의 영향으로 값이 크게 감소되었음을 알 수 있다. 지진의 강도를 50% 증가시킨 경우는( $S_0=0.1033 \text{ ft}^2/\text{s}^3$ ) hydrodamping의 영향도 50% 내외로 증가되었다.

그림(6)은 지진의 정상과정성분은 동일하나 시간포락함수가 다른 경우들에 대한 감판변위의 시간에 따라 변하는 분산값을 보인 것이다. 그림

Table 4 Comparison of expected maximum responses by different methods

$S_0$ ( $\text{ft}^2/\text{sec}^3$ )	Methods	Deck Displ. (ft)	Base Shear ( $10^3$ kips)	Moment at No.8 ( $10^6$ kips · ft)
0.0459	Nonst. - Case 1	2.920	2.11	5.29
	Nonst. - Case 2	3.196	2.37	6.00
	Freq. Domain	4.821	3.23	8.38
0.1033	Nonst. - Case 1	4.078	3.09	7.71
	Nonst. - Case 2	4.492	3.48	8.76
	Freq. Domain	6.616	4.72	12.2

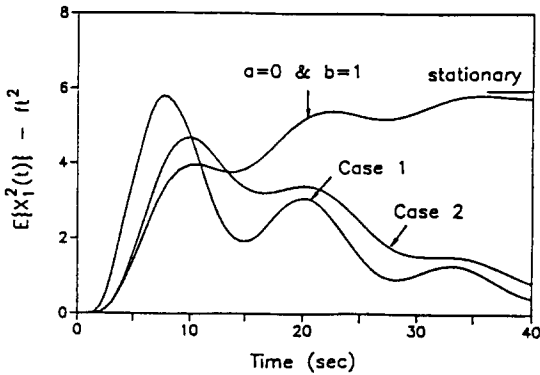


Fig. 6 Variance functions for deck displacement

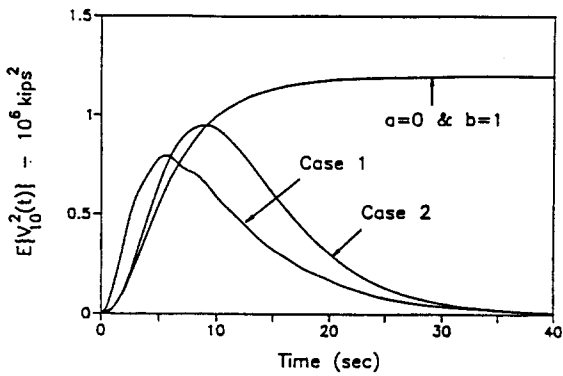


Fig. 7 Variance functions for base shear force

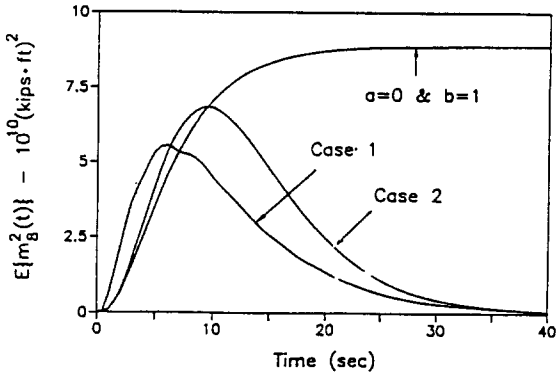


Fig. 8 Variance functions for bending moment at node 8

(7), (8)은 각각 해저면에서 타워의 전단력, 절점 8의 휨모멘트에 대한 시간변화 분산값을 보인 것이다. 여기서 지진포락함수값의 시간에 따른 증감에 더불어 거동의 분산값도 전반적으로 증감하고 있는 것을 볼 수 있는데, 분산의 response peak는 5~10초에서 나타나고 약 30초 이후는

거의 반응을 보이지 않게 되었다. 그림(6), (7), (8)에는 본 연구결과를 검증하기 위해 시간포락함수를 1로 접근시키면서(즉,  $a=0$  &  $b=1$ 의 경우) 비정상과정해석을 수행한 결과도 예시되어 있다. 이 경우는 주파수영역해법의 정상과정해석 결과와 잘 일치함을 보이고 있어, 본 연구의 해석과정은 적합한 것으로 판단되었다.

표(3)은 Weibull분포의 계수들인  $\sigma^*$ ,  $\alpha$  그리고 거동의 정점들(peak)의 전체 갯수( $\bar{N}$ )와 비정상거동의 예상최대값을 보인 것이다. 지진의 작용시간을 25초로 볼 때, 변위에 대한 정점의 횟수는 5회 이내로 나타났으나 휨모멘트, 전단력에 대해서는 각각 30, 40회 정도로 나타났다. 변위에 대한 정점들의 횟수가 작은 것은 고유진동 주기가 매우 큰 구조적 특징 때문이다. 갑판변위의 최대값은 약 3ft로 산정되었는데, 이처럼 지진하중만 작용한다면 그림(2)에 보인 계류장치의 비선형복원력은 선형구간내에서 반응하게 됨을 알 수 있다.

표(4)는 지진의 강도가 다른 두 경우에 있어서, 본 연구의 비정상과정 해석법과 주파수영역해법을 각각 사용하여 산정한 거동의 예상최대치들을 비교한 것이다. 비정상 과정해석의 경우는 지진의 강도가 같더라도 Case 1, Case 2처럼 시간포락함수가 다르면 거동의 최대값은 다소의 차이를 보인다. 변위, 전단력, 휨모멘트등 모든 거동에 있어서 비정상과정해석법으로 구한 결과들은 주파수영역해법의 결과보다 대체적으로 30% 더 적게 나타났다. 주파수영역해석 방법은 계산과정이 매우 간단한 잇점이 있으나, 거동의 보다 좋은 결과를 얻기 위해서는 지진의 비정상과정특성에 맞게 결과들을 적절히 보완해야 할 필요가 있다.

### 9. 결 론

본 연구는 지진하중에 대한 해양 가이드 타워의 비정상거동 해석방법을 제안하였다. 지진의 시간포락함수와 정상과정성분에 대한 자기상관함수를 복소 지수함수의 항으로 나타냄으로써, 타워거동의 시간중속 분산값을 해석적으로 계산할 수 있는 방법을 개발하였다. 시간에 따라 변하는 거동의 분산값을 자료로 하여 비정상과정의 예상최대 거동들을 구하였고, 이들을 주파수영역해석 방법



의 결과와 비교 분석하였다. 본 연구의 비정상과 정 해석법으로 산정한 타워의 최대거동들은 정상과정의 가정에 입각한 통상의 주파수영역해석 방법에 의한 결과보다 상당히 작게 나타났다.

감사의 글

이 논문은 1991년도 교육부지원 한국학술진흥재단의 지방대학육성과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었으며, 관계기관에 감사드립니다.

참 고 문 헌

[1] Mangiavacchi, A., et al., Design criteria of a pile founded guyed tower, Proc. Offshore Tech. Conf., Paper OTC3882, Houston, (1980).

[2] Mous, L.D., Finn, L.D. and Turner, J.W., Development of the guyed tower, Soc. Pet. Eng. J., AIME, APR(1985).

[3] Penzien, J., Kaul, M.K. and Berge, B., Stochastic response of offshore towers to random sea waves and strong motion earthquake, Computers and Structures 2, 733-756(1972).

[4] Nair, D. et al., Comparison of spectrum and time history techniques in seismic design of platforms, Proc. Offshore Tech. Conf., Paper OTC3823, Houston,(1980).

[5] Brynjolfsson, B. and Leonard, J.W., Response of guyed offshore towers to stochastic loads : time domain vs frequency domain, Engineering Structures 10, 106-116(1988).

[6] Lin, Y.K., Nonstationary excitation and response in linear systems treated as sequences of random pulses, J. Acoustic Soc. of America 38(3), 453-460(1965).

[7] Shinozuka, M., Itagaki, H. and Hakuno, M., Dynamic safety analysis of multistory buildings, J. Struc. Div., ASCE 94(1), 303-330(1968).

[8] Hyun, C.H., Yun, C.B., Lee, D.G. and Shinozuka, M., Nonstationary response analysis of suspension bridges for multiple support excitations, accepted for publication in Probabilistic Eng. Mechanics,(1991).

[9] Kanai, K., Semi-empirical formula for seismic characteristics of the ground, Univ. Tokyo Bulletin Earthquake Res. Instit. 35, 309-325(1957).

[10] Clough, R.W. and Penzien, J., Dynamics of structures, McGraw-Hill, 613-616(1975).

[11] Shinozuka, M. and Yang, J-N., Peak structural response to nonstationary random excitations, J. Sound Vibration 16(4), 505-517(1971).

[12] Ryu, J.S. and Yun, C.B., Nonlinear stochastic analysis of guyed towers, Proc. 6th Int. OMAE Symposium, ASME, 53-59(1987).

[13] Davenport, A.G., Note on the distribution of the largest value of a random function with application to gust loading, Proc. Inst. Civ. Eng. 28, 187-196(1964).

Appendix 1. Computation of  $R_{rr}(\tau)$

지반가속도의 자기상관함수를 유도하기 위해서 식(4)를 다음과 같이 두 부분으로 나타내었다.

$$S_{rr}(\omega) = \frac{A\omega^2 + B}{\omega^4 + 2\omega_g^2 \omega^2 (2\xi_g^2 - 1) + \omega_g^4} + \frac{C\omega^2 + D}{\omega^4 + 2\omega_f^2 \omega^2 (2\xi_f^2 - 1) + \omega_f^4} \quad (A.1)$$

여기서 계수 A, B, C, D는 계수비교법으로 결정되는데  $S_0, \omega_g, \xi_g, \omega_f, \xi_f$  등으로써 산정된다. 식(A.1)에 대한 역 Fourier 변환을 취하면 지반가속도의 자기상관함수를 얻을 수 있다. 즉,

$$R_{rr}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{rr}(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \quad (A.2)$$

$$= e^{-\omega_g \xi_g |\tau|} \{ a_g \cos(\omega_{D_g} |\tau|) + b_g \sin(\omega_{D_g} |\tau|) \} + e^{-\omega_f \xi_f |\tau|} \{ a_f \cos(\omega_{D_f} |\tau|) + b_f \sin(\omega_{D_f} |\tau|) \}$$

여기서  $a_g, b_g, a_f, b_f$  등은 다음과 같이 산정되는 상수들이다.

$$a_g = \frac{\pi(A\omega_g^2 + B)}{2\xi_g \omega_g^3} \quad (A.3)$$

$$b_g = \frac{-\pi(A\omega_g^2 - B)}{2\sqrt{1 - \xi_g^2} \omega_g^3} \quad (A.4)$$

$$a_f = \frac{\pi(C\omega_f^2 + D)}{2\xi_f\omega_f^3} \quad (\text{A.5})$$

$$b_f = \frac{-\pi(C\omega_f^2 - D)}{2\sqrt{1-\xi_f^2}\omega_f^3} \quad (\text{A.6})$$

Appendix 2. Analytical Expressions for Eqs  
19 and 20

$$E[Y_n(t) \cdot Y_m(t)] = \Gamma_n \Gamma_m I_{nm}^{1st}(t) \quad (\text{A.7})$$

$$E[Y_n(t) \cdot \dot{Y}_m(t)] = \Gamma_n \Gamma_m (-\xi_m \omega_m I_{nm}^{1st}(t) + \omega_{md} I_{nm}^{2st}(t)) \quad (\text{A.8})$$

$$E[\dot{Y}_n(t) \cdot \dot{Y}_m(t)] = \Gamma_n \Gamma_m \{ \xi_m \omega_m (\xi_m \omega_m I_{nm}^{1st}(t) - \omega_{md} I_{nm}^{2st}(t)) + \omega_{nd} (-\xi_m \omega_m I_{nm}^{3st}(t) + \omega_{md} I_{nm}^{4st}(t)) \} \quad (\text{A.9})$$

$$I_{nm}^{l'st}(t) = I_{nm}^{l'st}(t) + I_{nm}^{l'st}(t), \quad (l=1,2,3,4) \quad (\text{A.10})$$

$$I_{nm}^{l'st}(t) = I_{nm}^{l'st}(t) = \sum_{k=1}^4 H_k [J_{nm}^{AC\delta}(t) + J_{nm}^{AS\delta}(t) + J_{nm}^{BC\delta}(t) + J_{nm}^{BS\delta}(t)]_k \quad (\text{A.11})$$

$$[J_{nm}^{AC\delta}(t)]_k = \frac{a_g}{8\omega_{nd}\omega_{md}} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 \frac{A_i^\delta D_j^{1\delta} e^{(Bi+Ej)t}}{G_j + Q_1^k} W_{1g}^k(t) \quad (\text{A.12})$$

$$[J_{nm}^{AS\delta}(t)]_k = \frac{b_g}{8\omega_{nd}\omega_{md}} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 \frac{A_i^\delta D_j^{2\delta} e^{(Bi+Ej)t}}{G_j + Q_1^k} W_{1g}^k(t) \quad (\text{A.13})$$

$$[J_{nm}^{BC\delta}(t)]_k = \frac{a_g}{8\omega_{nd}\omega_{md}} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 \frac{A_i^\delta D_j^{1\delta} e^{(Bi+Ej)t}}{G_j + Q_2^k} W_{2g}^k(t) \quad (\text{A.14})$$

$$[J_{nm}^{BS\delta}(t)]_k = \frac{b_g}{8\omega_{nd}\omega_{md}} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 \frac{A_i^\delta D_j^{2\delta} e^{(Bi+Ej)t}}{G_j + Q_2^k} W_{2g}^k(t) \quad (\text{A.15})$$

여기서  $\delta$ 는  $\ell_g$ 이다.  $I_{nm}^{\ell g}$ 에 대한 계산식은 식

(A.11)과 같은 형태이나 다만  $\omega_g, \xi_g, a_g, b_g$  대신에  $\omega_f, \xi_f, a_f, b_f$ 를 각각 사용하면 된다. 식(A.12)-(A.15)에 사용되는 제 상수 및 수식은 다음과 같다.

$$H_1 = \frac{1}{c^2}, H_2 = -\frac{1}{c^2}, H_3 = -\frac{1}{c^2}, H_4 = 1 \Big) \frac{I}{c^2} \quad (\text{A.16})$$

$$W_{1g}^k(t) = \frac{e^{(G_j+Q_1^k+C_1^k+F_j) t} - e^{(G_j+Q_1^k) t}}{C_1^k + F_j} - \frac{e^{(C_1^k+F_j+G_j+Q_1^k) t} - 1}{C_1^k + F_j + G_j + Q_1^k} \quad (\text{A.17})$$

$$W_{2g}^k(t) = \frac{e^{(C_2^k+F_j+G_j+Q_2^k) t} - 1}{C_2^k + F_j + G_j + Q_2^k} - \frac{e^{(C_2^k+F_j) t} - 1}{C_2^k + F_j} \quad (\text{A.18})$$

$$A_1^\delta = d_{1m}^{1\delta}, A_2^\delta = d_{2m}^{2\delta} \quad (\text{A.19})$$

$$B_1 = -\xi_n \omega_n - \xi_m \omega_m - \sqrt{-1} \omega_{md} \quad (\text{A.20})$$

$$B_2 = -\xi_n \omega_n - \xi_m \omega_m - \sqrt{-1} \omega_{md}$$

$$C_1^k = \xi_m \omega_m + \xi_g \omega_g - S_k^2 + \sqrt{-1} \omega_{md}$$

$$C_1^{2k} = \xi_m \omega_m - \xi_g \omega_g - S_k^2 - \sqrt{-1} \omega_{md}$$

$$C_2^k = \xi_m \omega_m + \xi_g \omega_g - S_k^2 + \sqrt{-1} \omega_{md} \quad (\text{A.21})$$

$$C_2^{2k} = \xi_m \omega_m - \xi_g \omega_g - S_k^2 - \sqrt{-1} \omega_{md}$$

$$D_2^{1\delta} = d_n^{1\delta} \quad D_1^{2\delta} = -\sqrt{-1} d_n^{1\delta}$$

$$D_1^{1\delta} = d_n^{1\delta} \quad D_2^{2\delta} = \sqrt{-1} d_n^{1\delta}$$

$$D_3^{1\delta} = d_n^{2\delta} \quad D_3^{2\delta} = -\sqrt{-1} d_n^{2\delta} \quad (\text{A.22})$$

$$D_4^{1\delta} = d_n^{2\delta} \quad D_4^{2\delta} = \sqrt{-1} d_n^{2\delta}$$

$$E_1 = \sqrt{-1} \omega_{nd} \quad F_1 = -\sqrt{-1} \omega_{gd}$$

$$G_1 = \sqrt{-1} (-\omega_{nd} + \omega_{gd})$$

$$E_2 = \sqrt{-1} \omega_{nd} \quad F_2 = \sqrt{-1} \omega_{gd}$$

$$G_2 = \sqrt{-1} (-\omega_{nd} - \omega_{gd}) \quad (\text{A.23})$$

$$E_3 = -\sqrt{-1} \omega_{nd} \quad F_3 = -\sqrt{-1} \omega_{gd}$$

$$G_3 = \sqrt{-1} (\omega_{nd} + \omega_{gd})$$

$$E_4 = -\sqrt{-1} \omega_{nd} \quad F_4 = \sqrt{-1} \omega_{gd}$$

$$G_4 = \sqrt{-1} (\omega_{nd} - \omega_{gd})$$

$$Q_1^k = \zeta_n \omega_n - \zeta_g \omega_g - S_k^1 \quad (A.24)$$

$$Q_2^k = \zeta_n \omega_n + \zeta_g \omega_g - S_k^1$$

$$\begin{aligned} S_1^1 &= a & S_2^1 &= a & S_3^1 &= b & S_4^1 &= b \\ S_1^2 &= a & S_2^2 &= b & S_3^2 &= a & S_4^2 &= b \end{aligned} \quad (A.25)$$

$$\begin{aligned} d_n^{11} &= -\sqrt{-1} & d_m^{21} &= \sqrt{-1} \\ d_m^{11} &= -\sqrt{-1} & d_m^{21} &= \sqrt{-1} \\ d_n^{12} &= -\sqrt{-1} & d_m^{22} &= \sqrt{-1} \\ d_m^{12} &= 1 & d_m^{22} &= 1 \\ d_n^{13} &= 1 & d_m^{23} &= 1 \\ d_m^{13} &= -\sqrt{-1} & d_m^{23} &= \sqrt{-1} \\ d_n^{14} &= 1 & d_m^{24} &= 1 \\ d_m^{14} &= 1 & d_m^{24} &= 1 \end{aligned} \quad (A.26)$$

Appendix 3. Analytical Expressions for Eqs 24 and 25

식(24)의 이중적분에 대한 해석적 계산식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I^1 &= \int_0^t \int_0^t \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_2) R_{rr}(\tau_2 - \tau_1) d\tau_1 d\tau_2 \\ &= I_{nm}^{1\kappa'}(t) \end{aligned} \quad (A.27)$$

여기서  $I_{nm}^{1\kappa'}$ 는 식(A.10)에서  $\ell=1$ 인 경우인데 다만, 이와 관련된 식(A.12)-(A.15)의 분모항에서  $8\omega_{nd}\omega_{md}$ 를 2로 대체하여야 한다. 또한 식(A.19)-(A.26)에 나타나는 기본상수들은 다음 값들을 사용하여야 한다.

$$\zeta_n = \omega_n = 0$$

$$\zeta_m = \omega_m = 0$$

$$d_n^{11} = 1, d_n^{21} = 0, d_m^{11} = 1, d_m^{21} = 0$$

식(25)의 이중적분에 대한 해석적 계산식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_m^{12} &= \int_0^t \int_0^t h'_n(t - \tau_1) \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_2) \\ &\quad R_{rr}(\tau_2 - \tau_1) d\tau_1 d\tau_2 \\ &= -\zeta_m \omega_m I_{nm}^{1\kappa'}(t) + \omega_{md} I_{nm}^{2\kappa'}(t) \end{aligned} \quad (A.28)$$

여기서  $I_{nm}^{1\kappa'}$ ,  $I_{nm}^{2\kappa'}$ 는 식(A.10)에서 각각  $\ell=1, 2$ 인 경우인데 다만, 이와 관련된 식(A.12)-(A.15)의 분모항에서  $8\omega_{nd}\omega_{md}$ 를  $4\omega_{md}$ 로 대체하여야 한다. 또한 식(A.19)-(A.26)에 나타나는 기본상수들은 다음 값들을 사용하여야 한다.

$$\zeta_n = \omega_n = 0$$

$$d_n^{11} = 1, d_n^{21} = 0, d_n^{12} = 1, d_n^{22} = 0$$

(접수일자 : 1992. 9. 2)