

변분 유한요소법에 의한 비균질 비등방성 매질에서의 전파특성

(Wave propagation in an Inhomogeneous Anisotropic Medium through Variational Finite Element Method)

김 현 준*, 홍 용 인*, 김 두 경*, 김 정 기*
(Hyun Jun Kim, Yong In Hong, Doo Kyung Kim, Jung Ki Kim)

요 약

본 논문에서는 변분 유한요소법을 통하여 임의의 유전율 텐서를 포함하는 비등방성 매질에 수직으로 입사한 전자파의 전파특성을 고찰하였다. 먼저 유기정리, 리액션 정리, 가역정리 등에 기초한 새로운 접근 방법을 통해 변분수식을 유도하였다. 그 다음 유한요소법을 이용하여 구해진 범함수로부터 여러 전파특성에 대해 해석하였다. 특히 냉 자기 플라즈마 슬랩과 같은 균질 및 비균질 비등방성 매질에 평면파가 수직으로 입사한 경우에 대해 반사계수, 투과계수 및 축비율을 구하였다. 그리고 이 결과들은 기존의 방법과 비교하여 잘 일치함을 보였다.

ABSTRACT

In this paper the propagation problems of waves normally incident upon an anisotropic medium with arbitrary permittivity tensors are analyzed through the variational finite element method. First, a variational equation is derived from the new approach based on the induction theorem, reactions, and reciprocity. Next, by using the finite element method, the propagation problems are solved from the obtained functional. Specially, the reflection and transmission coefficient and axis ratio are obtained on the case of normally incident upon a homogeneous and inhomogeneous anisotropic medium such as cold magnetoplasma slab and showed agreement with those of the previous method.

I. 서 론

자기 플라즈마, 페라이트, 크리스탈과 같은 비등방성 매질에서의 전파전파(wave propagation)문제는

지난 수십년간 많이 다루어져 왔다^[1-5]. 비등방성 매질, 특히 비등방성 유전체 슬랩은 매질의 물질적인 특성을 이해하는 데 가장 단순하면서도 중요한 구조이다. 지금까지 많은 논문이 비등방성매질이 다루어져 왔으나, 수치해석 방법에 있어서 유전율이 각 방향의 텐서 성분을 모두 포함하고 있기 때문에 수식화 과정이 매우 어려울 뿐 만 아니라, 다층 비등방성 매

*중앙대학교 전자공학과

질이나 불연속 경계면을 갖는 비등방성 매질에 대해서는 이론을 적용하기가 쉽지 않다. 그러므로 본 논문에서는 임의의 단면 및 유전율 텐서를 갖는 매질에 대해서도 수식화가 단순한 방법을 소개하고, 유한요소법을 사용하여 매질에서의 전파특성(반사계수, 투과계수 및 축 비율)을 구하였다. 특히, 이 결과들을 기존의 등방성 매질을 다루었던 방법⁸⁾에서의 결과치와 비교하여 타당성을 검증하였다.

또한 유전체 손실을 고려하여 이것이 전파특성에 어떠한 영향을 미치는가를 알아보았다. 여기에 사용된 이론은 리액션 정리^{6,7,9)}, 유기정리(induction theorem)¹⁰⁾, 가역정리(reciprocity theorem)⁹⁾이며 균질 등방성 유전체와 비균질 등방성 유전체, 그리고 파라볼릭 및 여현파의 전하밀도 분포를 갖는 비균질 비등방성 자기 플라즈마 슬랩에 적용하여 전파특성을 구하였다. 이 방법은 매질분포가 완만한 변화를 하는 경우에 적용되는 WKB 법¹¹⁾ 또는 지역파(local wave) 해법을 사용한 Bahar의 일반 특성함수법(Runge-Kutta method)^{12,3)}, 적분방정식에 의한 해법⁴⁾ 등에 비해 접근하기가 매우 간단하고 효율적인 방법이며, 2차원 및 3차원 비등방성 매질에 임의의 각도로 입사하는 전자파에 대한 전파특성 해석에도 쉽게 적용할 수 있다.

II. 해석 대상에 대한 고찰

그림 1과 같은 유전율과 투자율텐서가 각각 $\vec{\epsilon}(x)$, $\vec{\mu}(x)$ 인 자유 공간내의 비균질 비등방성 슬랩에 대해 고찰해 보기로 한다.

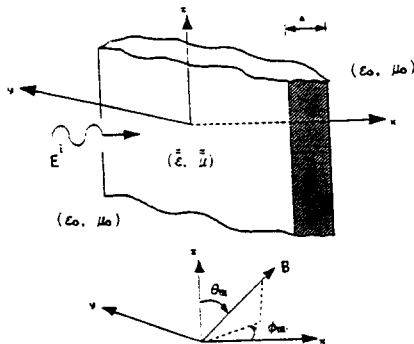
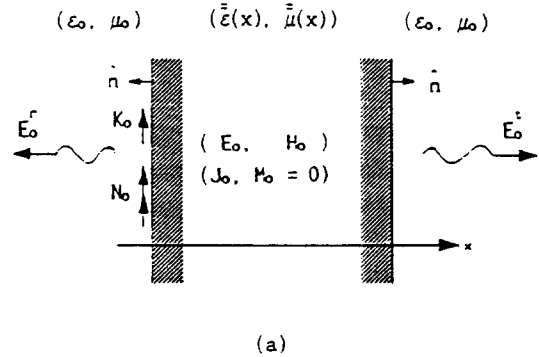
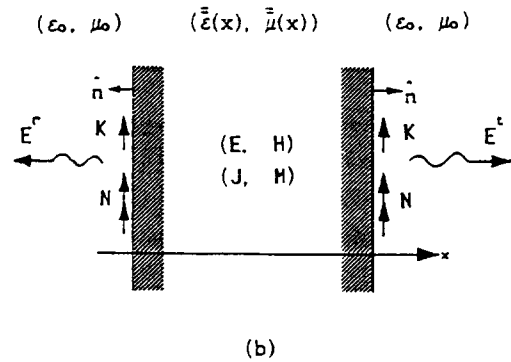


그림 1. 비균질 비등방성 유전체 슬랩

z방향으로 편파된 입사파는 슬랩의 비등방성에 의해 y방향으로 편파된 반사파와 투과파도 함께 생성한다. 반사파와 투과파는 x축을 따라 진행하므로 진계 및 자계는 x방향에 대해 횡성분을 갖는다. 그리고 슬랩 경계면에 유기정리¹⁰⁾를 이용하여 입사파를 하나의 표면전류원 $K = H_0^i \times \hat{n}$, $N = \hat{n} \times E_0^i$ 로 대체한다. 슬랩 내부의 필드는 변화하지 않고, 외부필드는 $x > a$ 와 $x < 0$ 인 영역에서 반사파 및 투과파만으로 표시할 수 있다. 이렇게 유기정리에 의해 변환된 시스템을 그림 2(a)에 나타냈으며 해 시스템(solution system) T_0 ($\epsilon, \mu, K_0, N_0; E_0, H_0$)로 표기한다. 본 논문에서는 해 시스템 T_0 의 필드분포 E_0 와 H_0 를 구하는 것이 목적이다.



(a)



(b)

그림 2. (a) 해 시스템 (b) 변수 시스템

III. 변분 수식의 유도

본 논문에서는 슬랩이 $x=0$ 부터 $x=a$ 의 영역에 놓

여있고 평면파가 수직으로 입사한다고 가정한다. 그러므로 전자계는 x방향 성분에만 의존하게 된다. 그러나 평면파가 임의의 각도로 입사하는 경우에 대해서도 본 논문에서 적용한 이론을 쉽게 적용할 수 있다. 일반적으로 입사파의 전계 및 자계성분은 다음과 같다고 가정한다.

$$\begin{aligned} E_0^i &= \hat{z} E_0^i \exp(-jk_0 x), & \eta_0 H_0^i &= -\hat{y} E_0^i \exp(-jk_0 x), \\ k_0 &= \omega(\epsilon_0 \mu_0)^{1/2}, & \eta_0 &= (\mu_0 / \epsilon_0)^{1/2} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 k_0 는 자유공간에서의 파수이고, η_0 는 고유 임피던스이다. 그리고 시간의존항인 $\exp(j\omega t)$ 는 생략하였다.

슬랩 내부에서 유전율과 투자율 텐서는 다음과 같이 표기한다.

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon} &= \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{tt} & \epsilon_{tz} \\ \epsilon_{zt} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \\ \bar{\mu} &= \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{tt} & \mu_{tz} \\ \mu_{zt} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 첨자 t는 횡성분을, 첨자 z는 종성분을 표시한다.

텐서 $\bar{\epsilon}$ 와 $\bar{\mu}$ 는 일반적인 경우, 대칭 또는 Hermitian 대칭도 아니다. 그리고 임의의 벡터 A는 다음과 같이 두 성분으로 분리된다.

$$A = A_t + \hat{z} A_z \quad (3)$$

슬랩 외부에서 반사파와 투과파는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} E_0^i &= E_0^i (\hat{z} R_z + \hat{y} R_y) \exp(jk_0 x) \\ \eta_0 H_0^i &= E_0^i (\hat{y} R_z - \hat{z} R_y) \exp(jk_0 x) \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} E_0^i \\ \eta_0 H_0^i \end{aligned}} \right\} x \leq 0$$

$$\begin{aligned} E_0^i &= E_0^i (\hat{z} T_z + \hat{y} T_y) \exp(-jk_0 x) \\ \eta_0 H_0^i &= E_0^i (\hat{y} T_z - \hat{z} T_y) \exp(-jk_0 x) \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} E_0^i \\ \eta_0 H_0^i \end{aligned}} \right\} x \geq a \quad (4)$$

본절에서는 해 시스템에 대한 변분수식을 유도한다. 즉, 해 시스템의 필드에서 시험필드(trial field)

로 표현된 범함수(functional) I의 일차 변분 δI 가 0이 되는 범함수를 구하는 것이다. 범함수를 유도하기 위해 시험필드 $E(x)$, $H(x)$ 를 설정한다(그림2(b)). 이 필드는 식(5)와 같이 전류원에 의해 생성된다.

$$\begin{aligned} J &= \nabla \times H - j\omega \bar{\epsilon} \cdot E \\ M &= -\nabla \times E - j\omega \bar{\mu} \cdot H \end{aligned} \quad (5)$$

그리고 표면전류는 경계조건에 의해

$$\begin{aligned} K &= [H(x=0^+) - H(x=0^-)] \times (-\hat{x}) \\ N &= [(-\hat{x}) \times [E(x=0^+) - E(x=0^-)]] \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} K \\ N \end{aligned}} \right\} x=0$$

$$\begin{aligned} K &= [H(x=a^-) - H(x=a^+)] \times \hat{x} \\ N &= \hat{x} \times [E(x=a^+) - E(x=a^-)] \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} K \\ N \end{aligned}} \right\} x=a \quad (6)$$

가 된다.

(E, H) = (E₀, H₀)이 되려면 맥스웰 방정식과 해 시스템 T₀의 경계조건에 의해 J = M = 0, K(x=0) = H₀ × (-x̂), N(x=0) = (-x̂) × E₀, K(x=a) = 0, N(x=a) = 0이 되어야 한다. 또한 원 시스템 및 변수 시스템에 대해 각각 보조 해 시스템 T⁰(ε^T, μ^T, J⁰ + K⁰, M⁰ + N⁰; E⁰, H⁰), 보조 변수 시스템 T^a(ε^T, μ^T, J^a + K^a, M^a + N^a; E^a, H^a)가 설정된다. 보조 변수 시스템 T^a에 대한 맥스웰 방정식은 다음과 같다^[5].

$$\begin{aligned} J^a &= \nabla \times H^a - j\omega \bar{\epsilon}^a \cdot E^a \\ M^a &= -\nabla \times E^a - j\omega \bar{\mu}^a \cdot H^a \end{aligned}$$

여기서 $\bar{\epsilon}^a = \bar{\epsilon}^T$ (실내적을 사용할 경우)
 $\bar{\epsilon}^a = (\bar{\epsilon}^T)^*$ (복소내적을 사용할 경우)

가 된다. 시스템 T^a의 전류, 전계 및 자계를 시스템 T와 같게 할 필요는 없다. 시스템 T와 T^a의 필드가 식(4)와 같은 형태로 주어진다면 다음과 같은 가역정리가 만족된다^[9].

$$\langle f^a | s \rangle = \langle s^a | f \rangle \quad (7)$$

여기서 $\langle f^a | s \rangle$ 는 T의 소스에 대한 T^a 필드의 리액션이고 $\langle s^a | f \rangle$ 는 T^a 소스에 대한 T 필드의 리액션이다.

리액션은 내적을 사용하여 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \langle f^a | s \rangle &= \int_0^a (E^a \cdot J - H^a \cdot M) dx \\ &\quad + [E^a(x=0^+) \cdot K - H^a(x=0^+) \cdot N]_{x=0} \\ &\quad + [E^a(x=a^-) \cdot K - H^a(x=a^-) \cdot N]_{x=a} \\ \langle s^a | f \rangle &= \int_0^a (E \cdot J^a - H \cdot M^a) dx \\ &\quad + [E(x=0^-) \cdot K^a - H(x=0^-) \cdot N^a]_{x=0} \\ &\quad + [E(x=a^+) \cdot K^a - H(x=a^+) \cdot N^a]_{x=a} \quad (8) \end{aligned}$$

식(8)에 표면전류원에 의한 리액션 항을 포함시켜야 가역정리 (7)이 만족된다. 식(8)에는 경계조건이 포함되어 있다.

위에서 정의한 리액션 수식을 이용하여 해 시스템과 변수 시스템의 필드가 일치하도록 하는 범함수를 구하여야 한다.

그리기 위해서는 다음과 같은 수식이 만족되어야 한다.

$$\begin{aligned} \delta I &= 0 \\ \delta I &= \langle f^a - f_0^a | \delta s \rangle + \langle \delta s^a | f - f_0 \rangle \quad (9) \end{aligned}$$

이 식은 임의의 δs , δs^a 에 대해 $f = f_0$, $f^a = f_0^a$ 일때만 성립한다. 그러므로 식(7)의 가역정리를 이용하면 식(9)를 만족하는 범함수는 다음과 같다^[9].

$$\begin{aligned} \delta I &= 0 \\ I &= \langle f^a | s \rangle - \langle f^a | s_0 \rangle - \langle s_0^a | f \rangle \quad (10) \end{aligned}$$

여기서 $\langle f^a | s_0 \rangle$ 는 T^a 와 T_0 사이의 리액션이고 $\langle s_0^a | f \rangle$ 는 T_0^a 와 T 사이의 리액션이다. 따라서 $(E, H) = (E_0, H_0)$ 와 $(E^a, H^a) = (E_0^a, H_0^a)$ 가 되기 위해서는 식(10)과 같은 형태의 범함수를 필요로 한다. 미지수의 수를 줄이기 위해 전류소스 $J = M = 0$ 으로 가정한다. 이 조건에 의해 맥스웰방정식으로부터 전계와 자계의 횡성분은 아래와 같이 증성분으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} E_t &= \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \bar{\epsilon}_{tt}^{-1} \cdot (\nabla H_z \times j\omega\epsilon_0 \bar{\epsilon}_{tz} E_z) \\ &= \bar{\epsilon}_{tt}^{-1} \cdot \bar{\epsilon}_{tz} E_z - \frac{1}{j\omega} \bar{\epsilon}_{tt}^{-1} \cdot \hat{y} \frac{\partial}{\partial x} H_z \\ H_t &= \frac{1}{j\omega\mu_0} \bar{\mu}_{tt} \cdot (\nabla E_z \times j\omega\epsilon_0 \bar{\epsilon}_{tz} H_z) \\ &= -\bar{\mu}_{tt}^{-1} \cdot \bar{\mu}_{tz} H_z - \frac{1}{j\omega} \bar{\mu}_{tt}^{-1} \cdot \hat{y} \frac{\partial}{\partial x} E_z \quad (11) \end{aligned}$$

이를 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} E_t \\ H_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\epsilon}_{tt}^{-1} \cdot \bar{\epsilon}_{tz} & -\frac{1}{j\omega} \bar{\epsilon}_{tt}^{-1} \cdot \hat{y} \frac{\partial}{\partial x} & E_z \\ -\frac{1}{j\omega} \bar{\mu}_{tt}^{-1} \cdot \hat{y} \frac{\partial}{\partial x} & -\bar{\mu}_{tt}^{-1} \cdot \bar{\mu}_{tz} & H_z \end{bmatrix} \quad (12)$$

또한 $N_t = N_0$, $K_t = K_0$ 로 하면 식(4)로부터 아래와 같은 반사계수와 투과계수에 대한 식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} R_z &= E_z(x=0^+) / E_0^i - 1, & R_y &= -\eta_0 H_z(x=0^+) / E_0^i \\ T_z &= E_z(x=a^-) \exp(jk_0 a) / E_0^i, \\ T_y &= \eta_0 H_z(x=a^-) \exp(jk_0 a) / E_0^i \quad (13) \end{aligned}$$

즉 경계면에서의 필드값을 구해서 반사계수 및 투과계수를 결정한다. 식(10)에 식(12)~(13)을 대입한 뒤 부분적분을 행하면 범함수 I는 아래식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \delta I &= 0 \\ I &= \int_0^a [E_z^a H_z^a \frac{\partial}{\partial x} E_z^a - \frac{\partial}{\partial x} H_z^a] \times \\ &\quad \begin{bmatrix} j\omega \bar{\epsilon}_{zt}^T \cdot \bar{\epsilon}_{tt}^{-1} \cdot \bar{\epsilon}_{tz} - j\omega \epsilon_{zz} & 0 & 0 & \bar{\epsilon}_{zt}^T \cdot \bar{\epsilon}_{tt}^{-1} \cdot \hat{y} \\ 0 & -j\omega \bar{\mu}_{zt}^T \cdot \bar{\mu}_{tt}^{-1} \cdot \bar{\mu}_{tz} - j\omega \mu_{zz} & \bar{\mu}_{zt}^T \cdot \bar{\mu}_{tt}^{-1} \cdot \hat{y} & 0 \\ 0 & \hat{y} \cdot \bar{\mu}_{tt}^{-1} \cdot \bar{\mu}_{tz} & -\frac{1}{j\omega} \hat{y} \cdot \bar{\mu}_{tt}^{-1} \cdot \hat{y} & 0 \\ \hat{y} \cdot \bar{\epsilon}_{tt}^{-1} \cdot \bar{\epsilon}_{tz} & 0 & \frac{1}{j\omega} \hat{y} \cdot \bar{\epsilon}_{tt}^{-1} \cdot \hat{y} & 0 \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} E_z \\ H_z \\ \frac{\partial}{\partial x} E_z \\ \frac{\partial}{\partial x} H_z \end{bmatrix} dx \\ &= (E_z^a E_z / \eta_0 - \eta_0 H_z^a H_z)_{x=0^+, x=a^-} \\ &\quad + 2(E_0^i E_z / \eta_0 + E_0^i E_z^a / \eta_0)_{x=0^+} \quad (14) \end{aligned}$$

위 식에서 슬랩이 등방성인 경우 원 시스템 및 보조 시스템의 변수들은 같게 놓는다. 이 경우 특히 H_z 를

0으로 하면 기존의 논문에서 유도된 수식과 일치한다.

IV. 수치해석 및 결과고찰

범함수 식(14)은 유한요소법^[11]을 통하여 풀게 된다. 먼저 슬랩을 N개의 요소로 나눈 뒤 각 요소에 몇 개의 절점을 선택한다. 그리고 Ritz법을 사용하여 식(14)을 선형 매트릭스 방정식으로 만든다. 이 매트릭스 방정식은 밴드형태이고 기존의 알고리즘으로 쉽게 해를 구할 수 있다. 수치적으로 등방성 유전체 및 냉자기 플라즈마와 같은 비균질 등방성(혹은 비등방성) 매질을 포함하는 슬랩에서의 반사 및 투과 계수를 보였다. 각각의 경우에 있어서 투자율 및 유전율은 다음과 같이 주어진다.

$$\bar{\mu} = \mu_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon(x) = 1 - \frac{X}{1 - jZ_0 \exp(\gamma x)}$$

$$X = X_m \left[1 - \left(\frac{2x}{a} - 1 \right)^2 \right] \quad (15)$$

$$\bar{\varepsilon} = 1 - X \cdot \begin{bmatrix} U & jY \cdot \ell_z & -jY \cdot \ell_y \\ jY \cdot \ell_z & U & -jY \cdot \ell_x \\ jY \cdot \ell_y & jY \cdot \ell_x & U \end{bmatrix}^{-1}$$

$$U = 1 - jZ$$

$$X = X_m \left[1 - \left(\frac{2x}{a} - 1 \right)^2 \right]$$

$$Z = Z_m \exp(-x/a)$$

$$\ell_x = \sin\theta_m \cos\phi_m, \ell_y = \sin\theta_m \sin\phi_m, \ell_z = \cos\theta_m \quad (16)$$

여기서 X, Y, Z는 각각 플라즈마 전하 밀도, 외부 정자계, 그리고 전자의 평균 충돌 주파수에 비례하는 값을 나타내며, θ_m, ϕ_m 은 외부자계의 방향각을 나타낸다. 그리고 X_m, Z_m 은 각각 최대전하밀도 및 최대 손실이다. 슬랩이 무손실($Z=0$)일 때 유전율은 텐서

는 Hermitian이고 손실이 있는 경우에는 Hermitian도 대칭도 아니다. 슬랩의 두께는 간단히 자유공간의 파장(λ_0)과 같게 놓고 전체를 20개의 요소로 분할하였다. 그리고 각 요소에 대해 기저함수로는 Lagrange 다항식을 사용하였다.^[11]

먼저 등방성인 매질로서 유전율이 식(15)처럼 주어지는 경우^[6]에 대하여 최대전하밀도를 변화시켜 반사계수 및 투과계수를 구하였다(그림 3). 등방성인

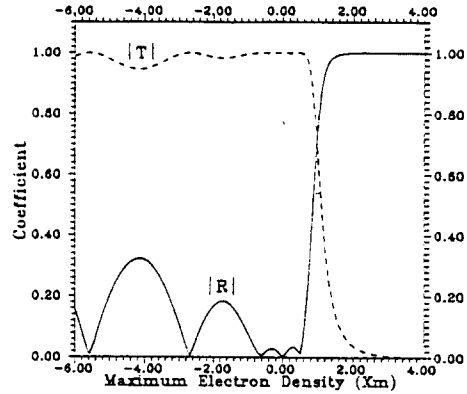


그림 3. 반사계수 |R| 과 투과계수 |T|의 크기(식(15)의 전하분포)
 $-6 \leq X_m \leq 4, a = \lambda_0, Z_0 = 0$

경우이므로 반사계수 및 투과계수는 한 방향 성분만 존재하므로 R과 T로써 표시하였다. X_m 이 음수인 경우는 이온화되지 않은 플라즈마를, 양수인 경우는 이온화된 플라즈마를 나타낸다. X_m 이 0인 경우는 자유공간을 의미하므로 반사계수는 0, 투과계수는 1이 되는 것을 알 수 있다. 그림 4는 이온화된 등방성 플라즈마에서 손실 Z_0 를 변화시켜 반사계수 및 투과계수를 구한 것이다. 손실이 커질 수록 반사계수와 투과계수의 크기가 감소하는 것을 알 수 있다. 그리고 다음에는 식(16)에서 X, Y, θ_m, ϕ_m 이 상수인 균질 비등방성 매질의 경우에 대해 최대전하밀도를 변화시켜 각 방향으로의 반사계수 및 투과계수(그림 5)를 구하였다. (a)는 슬랩의 두께 a가 자유공간의 파장과 같을 때이고 (b)는 파장의 2배일 때이다. 슬랩이 비등방성이므로 y편파 및 z편파도 존재한다. 그러나 z편파 입사의 경우 반사파의 y방향편파는 그 크기가 z방향 편파에 비해 작게 나타난다. 마지막으로 식(16)에서 X가 포물선 분포를, Z가 지수분포를 갖는 비균질 비등

방성 매질의 경우에 대해서 다루었다. 그림 6은 X_m , Y , θ_m , ϕ_m 과 Z_m 값을 변화시켰을 때 각 방향의 반사 및 투과계수에 대한 결과를 나타낸 것이다. 그림에서 a~f는 각 파라미터들이 아래와 같은 값을 가지는 경우에 해당한다. 그림 a는 $Y=Z_m=0$ 인 경우를, 그림 b는 $Y=0$ 이고 $Z_m=0.1$ 인 경우를 나타낸다. 그리고 그림 c에서 f까지의 각 파라미터들은 다음과 같다.

그림 c : $\bar{Y}=0.7$, $\theta_m=15^\circ$, $\phi_m=30^\circ$, $Z_m=0.1$
($Y < 1$, 작은 θ_m , 저손실)

그림 d : $Y=1.8$, $\theta_m=60^\circ$, $\phi_m=30^\circ$, $Z_m=0.1$
($Y > 1$, 큰 θ_m , 저손실)

그림 e : $Y=0.7$, $\theta_m=60^\circ$, $\phi_m=30^\circ$, $Z_m=0.1$
($Y < 1$, 큰 θ_m , 저손실)

그림 f : $Y=0.7$, $\theta_m=15^\circ$, $\phi_m=30^\circ$, $Z_m=2.0$
($Y < 1$, 작은 θ_m , 고손실)

그림의 각 곡선으로부터 정자계의 효과를 알 수 있다. Y 가 정자계의 크기에 관련되어 있으므로 Y 가 0이 아닌 경우는 슬랩이 비등방성이 되어 R_y 와 T_y 까지 나타나게 된다. 정자계가 없으면 R_z 와 T_z 만 나타나게

된다. 또한 그림 e의 경우에는 반사파의 전력과 투과파의 전력이 y 편파와 z 편파에 의해 양분되므로 진동을 하게 된다.

그림 7에는 외부정자계(B) 방향의 변화가 반사파 및 투과파의 분극에 미치는 효과를 나타내었다. 여기서 축 비율은 각 방향의 분극의 크기의 비율 의미한다. 그림(a)는 $X_m=0.4$ 에 대해 $\phi_m=0^\circ$ 인 경우 θ_m 을 변화시켜 축 비율을 구한 것이며, 그림(b)는 $\theta_m=90^\circ$ 인 경우 ϕ_m 을 변화시켜 구한 것이다. 단, 손실은 없는 것으로 가정하였다. 그림(a)에서는 θ_m 이 각각 0° , 180° 인 경우에 입사파 및 반사파, 투과파가 같은 방향의 분극을 갖게 되며, 그림(b)에서는 ϕ_m 이 각각 90° , 270° 인 경우에 같은 분극을 갖는다는 것을 보였다. 이것은 외부정자계가 입사전장 및 입사자장의 방향과 같을 때 플라즈마내의 전하에 y 방향으로 어떤 힘도 가해지지 않으므로 y 방향으로 여기되는 전계가 존재하지 않는다는 것을 의미한다. 그러므로 외부정자계의 특정한 방향에 대해 매질이 등방성이 되는 것을 알 수 있다.

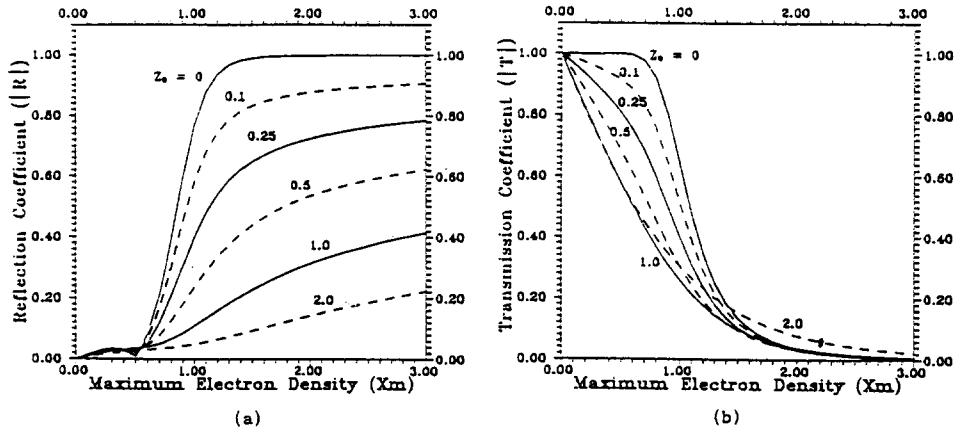


그림 4. 반사계수와 투과계수에 있어서 손실 Z_0 의 영향
(식(15)의 전하분포) $0 \leq X_m \leq 3$, $a = \lambda_0$, $Z_0 = 0, 0.1, 0.25, 0.5, 1.0, 2.0$
(a) 반사계수 $|R|$ (b) 투과계수 $|T|$

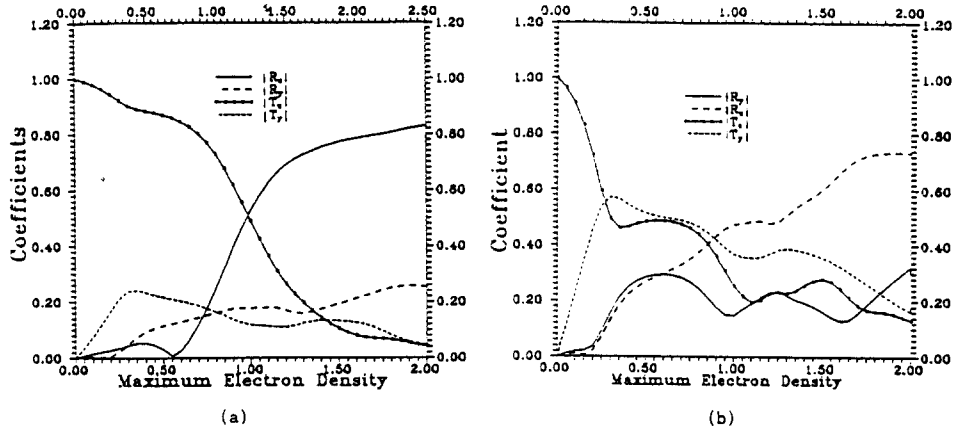


그림 5. 파장에 따른 각 방향의 반사계수 및 투과계수(식(16)의 전하분포)
 $X = X_m, Y = 0.7, Z_0 = 0.05$
 $\theta_m = 15^\circ, \phi_m = 30^\circ$
 (a) $a = \lambda_0$ (b) $a = 2\lambda_0$

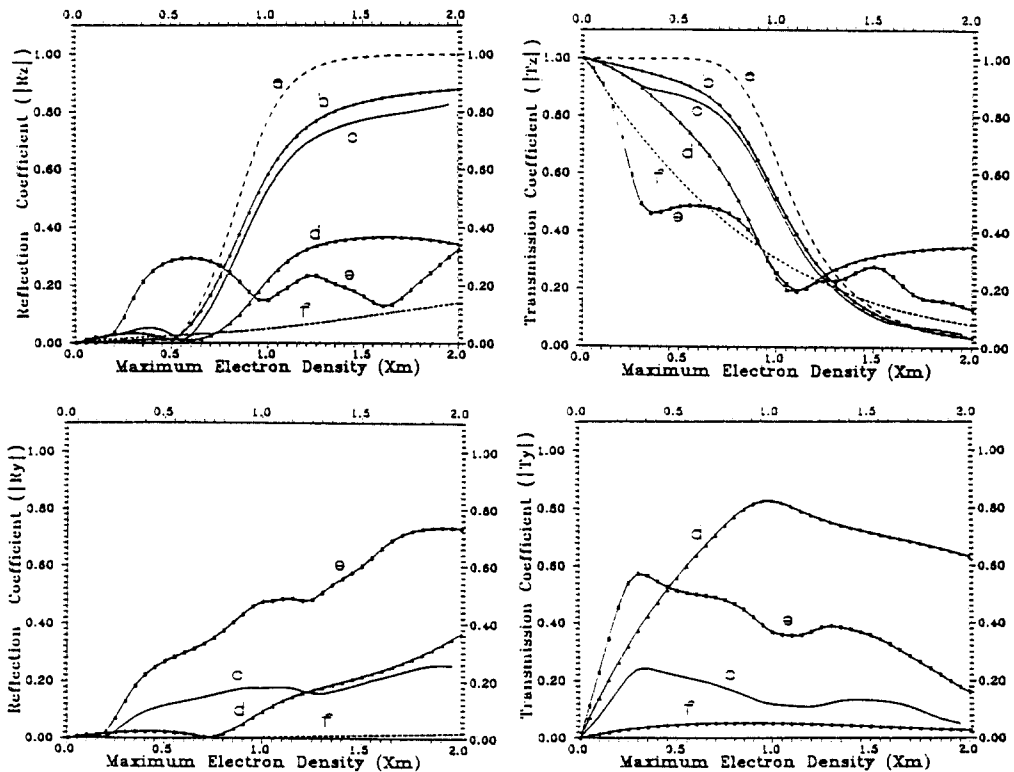


그림 6. X_m 변화에 따른 각 방향의 반사계수와 투과계수의 크기 (식(16)의 분포)

- a : $Y = 0.0, \theta_m = 15^\circ, \phi_m = 30^\circ, Z_m = 0.0$
- b : $Y = 0.0, \theta_m = 15^\circ, \phi_m = 30^\circ, Z_m = 0.1$
- c : $Y = 0.7, \theta_m = 15^\circ, \phi_m = 30^\circ, Z_m = 0.1$

- d : $Y = 1.8, \theta_m = 60^\circ, \phi_m = 30^\circ, Z_m = 0.1$
- e : $Y = 0.7, \theta_m = 60^\circ, \phi_m = 30^\circ, Z_m = 0.1$
- f : $Y = 0.7, \theta_m = 15^\circ, \phi_m = 30^\circ, Z_m = 2.0$

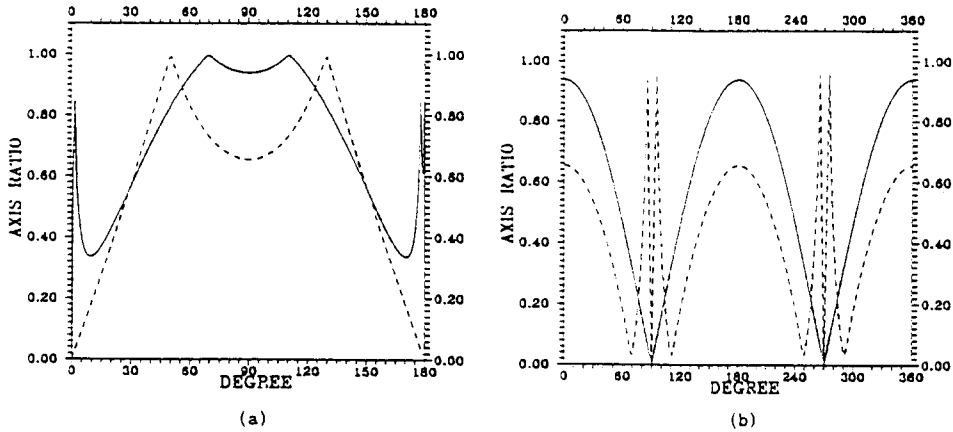


그림 7. 정자계의 방향변화에 따른 축비의 변화(식(16)의 전하분포)

$$a = \lambda_0, Y = 0.7, Z = 0, X_m = 0.4$$

r = 반사파, t = 투과파

(a) $\phi_m = 0^\circ$ (b) $\theta_m = 90^\circ$

V. 결 론

유기정리와 가역정리를 결합한 변분 리액션 정리를 이용하여 범함수를 구한 뒤 유한요소법을 이용하여 비균질 비등방성 매질(유전체 슬랩) 내에서의 전파특성을 고찰하였다. 이 이론에 의해 구해진 결과와 기존의 방법에 의한 결과와 비교하여 정확히 일치하였다. 본 논문에서 사용한 이론을 이용하면 비등방성 크리스탈 내에서의 광파해석 및 바이어스된 페라이트 층에서의 고주파산란 문제, 비등방성 매질이 장차된 도파관내에서의 전파특성 해석, 비등방성 매질의 불연속 문제등에 대해서도 쉽게 수식화가 가능하고 앞으로 많은 분야의 전파특성 해석에 유용하게 이용될 것이다.

참 고 문 헌

1. K.C.Yeh, C.H.Liu, Theory of Ionospheric Waves. New York : Academic Press, 1972.
2. B.S.Agrawal, E.Bahar, "Propagation of EM waves in inhomogenous anisotropic media," IEEE Trans.
3. E.Bahar, "Generalized characteristic functions

for simultaneous linear differential equations with variable coefficients applied to propagation in inhomogeneous anisotropic media," Can.J. Phys., 54, 301-316, 1976.

4. C.Su, C.H. Chen, "A fast algorithm for inhomogeneous slab scattering problems from the integral equation approach," J.Appl. Phys. 53(9), pp.6009-6014, Sep. 1982.
5. S.R.Cvetkovic, J.B.Davies, "Self-adjoint vector variational formulation for lossy anisotropic dielectric waveguide," IEEE Trans, on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-34, Jan. 1986.
6. J.A.Kong, Research Topics in Electromagnetic Wave Thoery. John Wiley & Sons, 1981.
7. V.H.Rumsey, "Reaction concept in electromagnetic theory," Phys. Rev., vol 94, pp. 1483-1491, June 1954.
8. M.H.Cohen, "Application of the reaction concept to scattering problems," IRE Trans. on Antennas and Propagation, pp. 193-199, Oct. 1953.
9. C.H.Chen, C.Lien, "The variational principle

- for non-self-adjoint electromagnetic problems,"
IEEE Trans. on Microwave Theory and
Techniques, vol, MTT-28, pp.878-886, Aug.
1980.
10. R.F.Harrington, Time Harmonic Electromag-
netic Fields, New York : McGraw-Hill, 1961.
 11. E.Hinton, D.R.J.Owen, Finite Element Pro-
gramming New York : Academic Press, 1977.