

〈論 文〉

추계학적 강우-유출관계의 실시간 순환예측모형

Real-time Recursive Forecasting Model of Stochastic Rainfall-Runoff Relationship

박 상 우\*, 남 선 우\*\*  
 PARK Sang Woo and NAHM Sun Woo

**Abstract** □ The purpose of this study is to develop real-time streamflow forecasting models in order to manage effectively the flood warning system and water resources during the storm. The stochastic system models of the rainfall-runoff process using in this study are constituted and applied the Recursive Least Square and the Instrumental Variable-Approximate Maximum Likelihood algorithm which can estimate recursively the optimal parameters of the model. Also, in order to improve the performance of streamflow forecasting, initial values of the model parameter and covariance matrix of parameter estimate errors were evaluated by using the observed historical data of the hourly rainfall-runoff, and the accuracy and applicability of the models developed in this study were examined by the analysis of the 1-step ahead streamflow forecasts.

**요 지 :** 본 연구에서는 호우시 홍수예경보 및 수자원의 효율적 관리를 위한 실시간 유출예측모형을 개발하고자 하였다. 그 방법으로 강우-유출과정의 추계학적 시스템모형을 구성하고 모형의 매개변수를 순환 최적추정할 수 있는 RLS 및 IV-AML 알고리즘을 적용하였다. 또한 기존에 관측된 시간별 강우-유출자료로부터 매개변수 및 추정오차의 공분산행렬의 초기치들을 산정하여 유출예측의 성과도를 향상시키고자 하였으며, 1단계전 유출예측치를 분석함으로써 본 연구에서 개발된 모형의 정확성과 적용가능성을 검토해 보았다.

1. 서 론

유역의 호우로 인한 하천의 홍수유출을 단기간내에 정확히 예측한다는 것은 치수를 비롯한 수자원의 효율적인 관리와 운영을 위하여 매우 중요하다. 이와 관련하여 최근에는 T/M수문계측망으로부터 매시간 입력되는 수문관측자료를 강우-유출모형에 적극 활용하여 호우발생시 장차 일어날 홍수유출을 실시간으로 예측하려는 많은 연구가 시도되고 있다.

일반적으로 하천유출해석에 관한 문제는 수문계에서의 강우와 유출간의 관계를 해석함으로써 해결될 수 있다. 그러나 우연성과 변동성이 강한 수문순환과정에 있어서 실제 호우기간 동안에 유출이 일어나는 물리적 과정을 구체적으로 분석한다는 것은 매우 어

려운 일이다.

따라서 대부분의 실시간 유출예측에서는 강우-유출과정을 비교적 간단한 추계학적 시스템모형으로 구성하는 반면에 실시간 자료의 순차적 이용에 따른 연속 최적추정이 가능한 상태공간(state-space) 개념의 filtering 기법을 도입하고 있다. 그 예로서 Todini (1978)<sup>(11)</sup>와 Wood 등(1978)<sup>(18)</sup>은 강우-유출관계의 추계학적 특성을 고려한 입력력시계열모형의 선형 Transfer Function(TF)모형에 Kalman Filter<sup>(7)</sup>를 적용하여 실시간 유출예측을 수행하였는데, Todini는 모형의 출력치를 상태변수로 간주한 반면, Wood 등은 모형의 매개변수를 상태변수로 간주하고 있다.

한편, 모형의 매개변수를 순환 추정할 수 있는 편리한 방법의 하나로 순환 최소자승(Recursive Least

\* 정회원, 서남대학교 공과대학 토목공학과 전임강사  
 \*\* 정회원, 동국대학교 공과대학 토목공학과 교수

Square; RLS) 알고리즘<sup>(1)</sup>을 들 수 있다. RLS 알고리즘은 매개변수의 순환 추정을 위한 상태공간모형에서 시스템방정식이 시불변(time-invariant)하다는 가정으로부터 유도되는 Kalman Filter 알고리즘과 동일하나, 실시간 유출예측에 이 알고리즘을 이용하는 경우에는 수문관측자료가 갖는 자기상관성(autocorrelation) 등의 특성에 기인하여 모형오차 또한 자기상관성을 갖게 된다. (Budzianowski, 1981)<sup>(2)</sup>

이 성질은 모형의 매개변수 추정치를 시간의 경과와 더불어 점근적으로 편기(bias)시키므로, 매개변수의 최소분산 추정치를 얻는다해도 유출예측의 성취도가 저하될 수 있다. Young(1986)<sup>(3)</sup>은 이러한 문제점을 개선하기 위한 대안으로 추계학적 시스템모형을 확정론적 성분의 과정모형(process model)과 추계학적 성분의 잡음모형(noise model)으로 분리하여 구성하고, RLS 알고리즘을 수정한 IV-AML (Instrumental Variable-Approximate Maximum Likelihood) 알고리즘<sup>(4)</sup>을 통하여 두 모형의 매개변수에 대한 일정추정치(consistent estimates)를 관측된 입출력자료로부터 동시에 순환 추정하고 있다.

본 연구에서는 자연 하천유역에서 이용가능한 실시간 순환 유출예측모형을 모색하고자 강우-유출관계에 대한 추계학적 시스템모형과 RLS 및 IV-AML 알고리즘의 이론을 파악하고, 기존에 관측된 강우-유출자료의 추계학적 해석으로부터 RLS 및 IV-AML 알고리즘에 필요한 모형구조 및 초기치 등을 유도하여 이를 임의의 호우사상에 적용함으로써 실시간 유출예측을 위한 각 방법의 정확도 및 적합성 여부를 검토하였다.

## 2. 추계학적 강우-유출모형

유역의 출구에서 관측된 유량  $Q_t$ 는 식 (1)과 같이 확정론적 성분  $q_t$ 와 추계학적 성분  $\eta_t$ 의 선형합으로 생각할 수 있다.

$$Q_t = q_t + \eta_t \quad (1)$$

강우-유출관계의 모형화에 있어서 유역을 하나의 black-box 시스템으로 간주하고 강우량  $p_t$ 에는 관측

오차가 존재하지 않는다고 가정하면 식 (1)의 확정론적 성분  $q_t$ 는 강우량  $p_t$ 를 입력치로 하는 시스템의 출력치라 하겠으며, 확정론적 성분에 대한 이 시스템의 동적거동(dynamic behavior)은 식 (2)와 같이 선형 TF 모형으로 나타낼 수 있다.<sup>(2,5)</sup>

$$\delta(B)q_t = \omega(B)p_{t-b} \quad (2)$$

여기서,  $\delta(B) = 1 - \delta_1 B^1 - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r$   
 $\omega(B) = \omega_0 - \omega_1 B^1 - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_s B^s$   
 $B =$  후진연산자(backward-shift operator)  
 $b =$  주어진 입력에 대한 시스템의 반응시간(deleyed time)

한편, 식 (1)의 추계학적 성분  $\eta_t$ 는 모형오차나 관측오차등과 같은 잡음(noise)을 나타내는 항으로써 식 (3)과 같이 백색잡음계열(white noise series)  $a_t$ 와 ARMA 과정을 이룬다고 가정할 수 있다.<sup>(10)</sup>

$$\phi(B)\eta_t = \theta(B)a_t \quad (3)$$

여기서,  $\phi(B) = 1 - \phi_1 B^1 - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$   
 $\theta(B) = 1 - \theta_1 B^1 - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$

식 (3)에서 백색잡음계열  $a_t$ 는 평균과 분산이 각각 0과  $\sigma_a^2$ 이고, 시스템의 입력치  $p_t$ 와는 독립인 계열이라고 가정한다.

일반적으로 입출력시계열의 추계학적 해석에 있어서 식(2)를 과정모형, 식(3)을 잡음모형이라고 하는데, 식(1)의 관측방정식을 식(2)에 대입하고 식(3)과 함께 다음과 같이 내터형으로 바꾸어 쓰면 관측자료에 대한 포괄적인 추계학적 동적 시스템모형이 된다.

$$Q_t = Z_t^T \cdot A + \epsilon_t \quad (4)$$

$$\eta_t = N_t^T \cdot C + a_t \quad (5)$$

여기서,  $\epsilon_t = \eta_t - \delta_1 \eta_{t-1} - \dots - \delta_r \eta_{t-r}$   
 $= \delta(B)\eta_t \quad (6)$

$$Z_t^T = [Q_{t-1}, \dots, Q_{t-r}, p_{t-b}, \dots, p_{t-b-s}]$$

$$A = [\delta_1, \dots, \delta_r, \omega_0, \dots, \omega_s]^T$$

$$N_t^T = [\eta_{t-1}, \dots, \eta_{t-p}, -a_{t-1}, \dots, -a_{t-p}]$$

$$C = [\phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q]^T$$

이런 모형에서 중요한 문제는 모형을 특성화시키는 매개변수 內터 A 및 C의 일정추정치를 관측된 입출력자료 p 및 Q로 부터 구하는 것이다.

### 3. 순환예측이론

#### 3.1 순환 최소자승방법

표본의 크기가 t인 경우, 종속변수 y<sub>i</sub>가 다른 n개의 독립변수와 선형관계를 이루는 회귀모형은 다음과 같다.

$$y_i = h_1 x_{i1} + h_2 x_{i2} + \dots + h_n x_{in} + e_i = X_i^T \cdot H + e_i \quad (7)$$

여기서, i=1, 2, ..., t

$$X_i^T = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]$$

$$H = [h_1, h_2, \dots, h_n]^T$$

e<sub>i</sub>=자기상관성이 없는 계열로서 평균과 분산이 각각 0, σ<sub>e</sub><sup>2</sup>이고, X<sub>i</sub>와 독립인 오차항

식(7)의 미지의 매개변수 內터 H를 추정하는 방법 중의 하나는 식(8)과 같은 함수 J를 최소화시키는 최소자승법으로써, J를 편미분하면 식(9)와 같은 정규방정식(normal equation)을 얻을 수 있다.

$$J = \sum_{i=1}^t [y_i - X_i^T \cdot \hat{H}]^T \cdot [y_i - X_i^T \cdot \hat{H}] \quad (8)$$

$$\frac{\partial J}{\partial H} = [\sum_{i=1}^t X_i \cdot X_i^T] \hat{H} - \sum_{i=1}^t X_i \cdot y_i = 0 \quad (9)$$

식(9)에서  $\sum_{i=1}^t X_i \cdot X_i^T$ 의 역행렬이 존재한다면, H의 최소자승추정량은 식(10)과 같이 구해진다.

$$\hat{H} = P_t \cdot G_t \quad (10)$$

$$P_t = [\sum_{i=1}^t X_i \cdot X_i^T]^{-1} \quad (11)$$

$$G_t = \sum_{i=1}^t X_i \cdot y_i \quad (12)$$

그런데 (t-1)번째 추정된  $\hat{H}_{t-1}$ 과 t번째 입력되는

새로운 정보량의 선형합으로 나타낼 수 있는 식(10)의 순환형(recursive form)은 먼저 식(11) 및 (12)를 다음과 같이 바꾸므로써 얻을 수 있다.<sup>(4)</sup>

$$P_t^{-1} = P_{t-1}^{-1} + X_t \cdot X_t^T \quad (13)$$

$$G_t = G_{t-1} + X_t \cdot y_t \quad (14)$$

여기서 식(13)은 '역행렬의 보조정리'를 이용하여 식(15)와 같이 변형된다.

$$P_t = P_{t-1} - K_t \cdot X_t^T \cdot P_{t-1} \quad (15)$$

$$\text{여기서, } K_t = P_{t-1} \cdot X_t [1 + X_t^T \cdot P_{t-1} \cdot X_t]^{-1} \quad (16)$$

따라서 식(14)와 (15)를 식(10)에 대입하여 정리하면, 최소자승법의 순환형은 다음과 같이 유도된다.

$$\hat{H}_t = \hat{H}_{t-1} + K_t [y_t - X_t^T \cdot \hat{H}_{t-1}] \quad (17)$$

그러나 식(17)의  $\hat{H}_t$ 는 통계학적으로 일정추정치이지만, 식(7)의 오차항 e<sub>i</sub>에 대한 어떤 정보도 갖고 있지 않다. 이런 문제는 매개변수 추정오차內터  $\hat{H} = \hat{H}_t - H$ 의 공분산 행렬에 대한 다음과 같은 성질을 고려함으로써 해결된다.<sup>(5)</sup>

$$E(\hat{H}_t \cdot \hat{H}_t^T) = \sigma_e^2 \cdot P_t = P_t^* \quad (18)$$

식(18)로 부터 식(15), (16) 및 (17)의 P<sub>t</sub>에 P<sub>t</sub><sup>\*</sup>/σ<sub>e</sub><sup>2</sup>을 대입하면 다음과 같이 오차항의 정보를 내포한 순환 최소자승(RLS)알고리즘이 유도된다.

$$\hat{H}_t = \hat{H}_{t-1} + K_t^* [y_t - X_t^T \cdot \hat{H}_{t-1}] \quad (19)$$

$$K_t^* = P_{t-1}^* \cdot X_t [\sigma_e^2 + X_t^T \cdot P_{t-1}^* \cdot X_t]^{-1} \quad (20)$$

$$P_t^* = P_{t-1}^* - K_t^* \cdot X_t^T \cdot P_{t-1}^* \quad (21)$$

RLS알고리즘은 상태공간모형에서 시스템방정식이 시불변하다는 가정으로부터 유도되는 Kalman Filter알고리즘과 동일하며, 이 알고리즘을 이용한 1단계전 예측치(one-step ahead forecast)는 다음과 같이 계산된다.

$$\hat{y}_{t+1/t} = X_{t+1}^T \cdot \hat{H}_t \quad (22)$$

3.2 순환 IV알고리즘

추계학적 강우-유출모형에서 식(4)의 형태는 식(7)의 회귀모형과 일치한다. 그러나 식(4)에서의  $\epsilon_t$ 는 회귀분석에서 요구되는 것과 같이  $Z_t$ 와 독립이 아닐뿐만 아니라 식(6)과 같이 계열상관을 갖고 있으므로, 식(4)는 회귀모형이라기 보다는 구조적 모형(structural model)이라고 하겠다. 이런 구조적 모형의 매개변수 內터 A를 일반적인 RLS알고리즘으로 구하면, 추정치  $\hat{A}$ 는 점근적으로 편기(bias)될 것이다. 따라서 이런 경우 모형의 매개변수 추정에는 다음과 같이 정의되는 IV(Instrumental Variable)內터  $\hat{X}_t$ 를 이용한다. (17)

$$\hat{X}_t = [\hat{q}_{t-1}, \dots, \hat{q}_{t-p}, p_{t-b}, -p_{t-b-1}, \dots, -p_{t-b-s}]^T \quad (23)$$

식(23)의 IV內터  $\hat{X}_t$ 는 확정론적 성분의 추정치  $\hat{q}_t$ 를 이용하므로 식(4)의  $Z_t$ 와 매우 높은 상관성을 가지나,  $\epsilon_t$ 와는 상관성을 거의 갖지 않는 것으로 생각할 수 있다. 이러한 IV內터  $\hat{X}_t$ 를 이용하여 식(4)의 매개변수 內터 A를 추정하는 경우, 최소자승법의 기본 식인 식(10)은 다음과 같이 수정된다.

$$\hat{A}_t = \hat{P}_t \cdot \hat{G}_t \quad (24)$$

$$\text{여기서, } \hat{P}_t = \left[ \sum_{i=1}^t \hat{X}_i \cdot Z_i^T \right]^{-1} \quad (25)$$

$$\hat{G}_t = \sum_{i=1}^t \hat{X}_i \cdot Q_i \quad (26)$$

식(24)와 같은 IV추정치  $\hat{A}_t$ 는 점근적으로 불편기(unbias)되는 일정추정치이며, 이의 순환 추정알고리즘은 RLS알고리즘과 유사한 방법으로 다음과 같이 구성된다. (20)

$$\hat{A}_t = \hat{A}_{t-1} + \hat{K}_t^* [Q_t - Z_t^T \cdot \hat{A}_{t-1}] \quad (27)$$

$$\hat{K}_t^* = \hat{P}_{t-1}^* \cdot \hat{X}_t [\sigma_a^2 + Z_t^T \cdot \hat{P}_{t-1}^* \cdot \hat{X}_t]^{-1} \quad (28)$$

$$\hat{P}_t^* = \hat{P}_{t-1}^* - \hat{K}_t^* \cdot Z_t^T \cdot \hat{P}_{t-1}^* \quad (29)$$

그리고 순환 IV알고리즘을 이용한 확정론적 성분의 1단계전 예측치  $\hat{q}_{t+1/t}$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\hat{q}_{t+1/t} = \hat{X}_{t+1}^T \cdot \hat{A}_t \quad (30)$$

3.3 순환 AML 알고리즘

IV알고리즘을 이용하여 확정론적 성분의 추정치  $\hat{q}_t$ 가 구해지면, 추계학적 성분의 추정치  $\hat{\eta}_t$ 는 식(1)로부터 다음과 같이 발생된다.

$$\hat{\eta}_t = Q_t - \hat{q}_t \quad (31)$$

또한 식(5)의 잡음모형에서 백색잡음계열의 추정치  $\hat{a}$ 를 가질 수 있다면, 식(5)의 매개변수 內터 C에 대한 일정추정치는  $\eta_t$ 와  $a$  대신에  $\hat{\eta}_t$ 와  $\hat{a}_t$ 를 이용하여 일반적인 RLS알고리즘으로 구할 수 있다. (11) AML방법이란 이때 얻어진 결과가 최우도법(Maximum Likelihood method)에 의한 추정치에 근사하다는 의미에서 주어졌으며, 이의 순환 추정알고리즘은 다음과 같다. (22)

$$\hat{C}_t = \hat{C}_{t-1} + \hat{K}_t^n [\hat{\eta}_t - \hat{N}_t^T \cdot \hat{C}_{t-1}] \quad (32)$$

$$K_t^n = P_{t-1}^n \cdot \hat{N}_t [\sigma_a^2 + \hat{N}_t^T \cdot \hat{P}_{t-1}^n \cdot \hat{N}_t]^{-1} \quad (33)$$

$$P_t^n = P_{t-1}^n - K_t^n \cdot \hat{N}_t^T \cdot P_{t-1}^n \quad (34)$$

여기서  $\hat{N}_t$ 는 식(35)와 같이 정의되며,  $\hat{a}_t$ 는 식(36)와 같이 현시점의 추정치  $C_t$ 에 근거하여 추정된다.

$$\hat{N}_t = [\hat{\eta}_{t-1}, \dots, \hat{\eta}_{t-p}, -\hat{a}_{t-1}, \dots, -\hat{a}_{t-q}] \quad (35)$$

$$\hat{a}_t = \hat{\eta}_t - \hat{N}_t^T \cdot \hat{C}_t \quad (36)$$

순환 AML알고리즘을 이용한 추계학적 성분의 1단계전 예측치  $\hat{\eta}_{t+1/t}$ 는 식(37)과 같이 계산되며, 유량의 1단계전 예측치  $\hat{Q}_{t+1/t}$ 는 결과적으로 식(38)과 같이 확정론적 성분 및 추계학적 성분의 1단계전 예측치의 합으로 이루어진다.

$$\hat{\eta}_{t+1/t} = \hat{N}_{t+1}^T \cdot \hat{C}_t \quad (37)$$

$$\hat{Q}_{t+1/t} = \hat{q}_{t+1/t} + \hat{\eta}_{t+1/t} \quad (38)$$

3.4 매개변수의 초기치 결정방법

RLS 및 IV-AML 알고리즘을 이용하여 on-line으로 입력되는 강우-유출자료에 대한 실시간 유출예측을 위해서는 먼저 모형의 구조와 매개변수 內터 및 추정오차의 공분산행렬의 초기치등이 주어져야 한다.

이와 관련하여 이용가능한 기존의 관측자료가 충분히 있다면 모형구조는 Box-Jenkins방법<sup>(1)</sup>등으로 등정할 수 있으며, 이 결과로부터 RLS알고리즘의 초기치는 식(10)을 off-line으로 계산하여 구해진다.

또한 IV알고리즘의 초기치는 RLS알고리즘의 초기치를 식(24)에 적용하여 반복 계산한 후 그 수렴치를 초기치로 이용할 수 있으며,<sup>(15)</sup> 이때 발생하는 잔차계열을 분석하여 시계열모형을 유도하면 순환 AML알고리즘을 위한 초기치를 효율적으로 얻을 수 있다.

### 3.5 모형의 검정

관측된 유량  $Q_t$ 와 모형으로부터의 예측치  $\hat{Q}_t$ 사이에는 다음과 같은 예측오차가 존재한다.

$$E_t = Q_t - \hat{Q}_t \quad (39)$$

예측오차에 대한 통계치 즉, 평균오차  $\bar{E}$ , 오차의 분산  $\sigma_E^2$ , RMSE(root mean square error) 및 결정계수  $R^2$ 등은 예측모형의 정확성 및 적합성 여부를 검정하는 지표로 이용된다.

$$\bar{E} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t E_i \quad (40)$$

$$\sigma_E^2 = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t (E_i - \bar{E})^2 \quad (41)$$

$$RMSE = \frac{\sum_{i=1}^t (Q_i - \hat{Q}_i)^2}{t} \quad (42)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^t (Q_i - \hat{Q}_i)^2}{\sum_{i=1}^t (Q_i - \bar{Q})^2} \quad (43)$$

## 4. 분석 및 결과고찰

### 4.1 대상유역 및 분석자료

본 연구의 대상유역은 국제수문개발계획(IHP)의 대표유역 가운데 하나인 평창강 수계의 방림지역으로서, 유역면적은 519.69km<sup>2</sup>이며, 11개의 자기우량계가 설치되어 있다. 분석자료는 1983년~1990년까지 발생한 주요 호우사상 중 비교적 관측정도가 양호한 19개 사상의 시간별 유량 및 Thiessen가중치에 의한 강우

량자료이며, 각 호우사상에 대한 발생시간 및 분석자료수는 표 1과 같다. 이 가운데 1~14번 호우사상은 모형의 구조 및 초기치 분석에 이용하였으며, 15~19번 호우사상은 실시간 유출예측을 위한 모형의 검정에 이용하였다.

표1 분석호우의 발생시간 및 자료수

호우사상	발생 시간	자료수(hr)
1	83.7. 2 4:00	118
2	84.7. 2 15:00	152
3	85.5.12 18:00	65
4	86.7.12 13:00	46
5	7.18 11:00	123
6	87.7.15 7:00	143
7	7.21 8:00	123
8	7.27 2:00	99
9	88.7.12 8:00	179
10	7.19 18:00	115
11	89.7.11 6:00	116
12	7.15 2:00	95
13	7.20 12:00	105
14	7.24 17:00	217
15	90.5.13 18:00	96
16	6.20 12:00	57
17	6.24 5:00	144
18	7.17 1:00	94
19	9.10 9:00	135

### 4.2 모형구성 및 초기치 산정

추계학적 시스템모형을 이용하여 실시간 유출예측을 효율적으로 수행하기 위해서는 먼저 모형의 구조를 결정하여야 한다. 남과 박(1992)<sup>(24)</sup>은 본 유역에 적합한 입출력시계열모형을 구하고자 표 1의 1~14번 호우사상을 Box-Jenkins방법으로 분석한 결과 TF(2, 1, 3)모형을 유도한 바 있으며, 본 연구에서도 이 모형을 이용하여 실시간 유출예측을 위한 과정모형의 기본 구조를 다음과 같이 정하였다.

$$Q_t = \delta_1 Q_{t-1} + \delta_2 Q_{t-2} + \omega_p Q_{t-3} - \omega_1 p_{t-1} + e_t \quad (44)$$

실시간 유출예측방법으로 식 (44)에 RLS알고리즘을 적용하기 위한 매개변수의 초기치는 표1의 1~14

표2 TF(2,1,3)모형의 매개변수 초기치 추정계산 결과

반복횟수	$\delta_1$	$\delta_2$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\epsilon$	$\sigma_e^2$	RMSE	$R^2$	비고
0	1.369	-0.415	3.730	-2.044	1.829	640.4	25.4	0.982	RLS의 초기치
1	1.048	-0.111	3.570	-4.601	2.105	727.5	27.1	0.979	
2	1.002	-0.067	3.546	-4.951	2.093	754.3	27.5	0.978	
3	0.993	-0.058	3.541	-5.029	2.097	760.4	27.7	0.978	
4	0.992	-0.057	3.540	-5.033	2.096	761.0	27.7	0.978	
5	0.991	-0.056	3.540	-5.038	2.095	761.5	27.7	0.978	

변 호우사상에 대하여 식(10)을 off-line으로 계산한 결과 표 2와 같이 추정되었으며, IV알고리즘을 위한 초기치는 이 매개변수 추정치를 식(44)에 적용하여 추정된 유량으로부터 식 (23)과 같은 IV내터를 구성하고 식(24)를 표2와 같이 5회 반복 계산하여 그 수렴치로 하였다. 이때 RLS 및 IV알고리즘의 수행을 위한 매개변수 추정오차의 공분산행렬 초기치는 식 (11) 과 (18) 및 (25)로부터 식(45) 및 (46)과 같이 계산되었으며, IV알고리즘에대한  $P_0^*$ 는 식(46)과 같이 비대칭행렬을 이루는 특징을 갖는다.

RLS알고리즘 :

$$P_0^* = \begin{bmatrix} 0.00044 & -0.00042 & -0.00022 & 0.00348 \\ & 0.00040 & 0.00025 & -0.00302 \\ & & 0.17206 & -0.14828 \\ & & & 0.20979 \end{bmatrix} \quad (45)$$

(symmetry)

IV알고리즘 :

$$P_0^* = \begin{bmatrix} 0.00108 & -0.00104 & -0.00240 & 0.00942 \\ -0.00102 & 0.00099 & 0.00233 & -0.00855 \\ -0.00050 & 0.00053 & 0.20572 & -0.17870 \\ 0.00886 & -0.00821 & -0.19329 & 0.29367 \end{bmatrix} \quad (46)$$

또한, 식 (3)과 같은 잡음모형을 유도하기 위하여 표 2의 IV알고리즘을 위한 매개변수의 수렴치를 식 (44)의 과정모형에 이용하여 확정론적 성분의 추정치 계열  $\hat{q}$ 를 구한 후 식(31)로부터 그림1과 같은 잡음계열을 발생시켰으며, 이 잡음계열을 시계열 분석한 결과 그림2 및 3과 같은 자기상관함수(ACF) 및 편자기상관함수(PACF)를 구할 수 있었다.

$$(1-B)^1 \eta_t = -0.934a_t - 0.422a_{t-1} - 0.294a_{t-2} \quad (47)$$

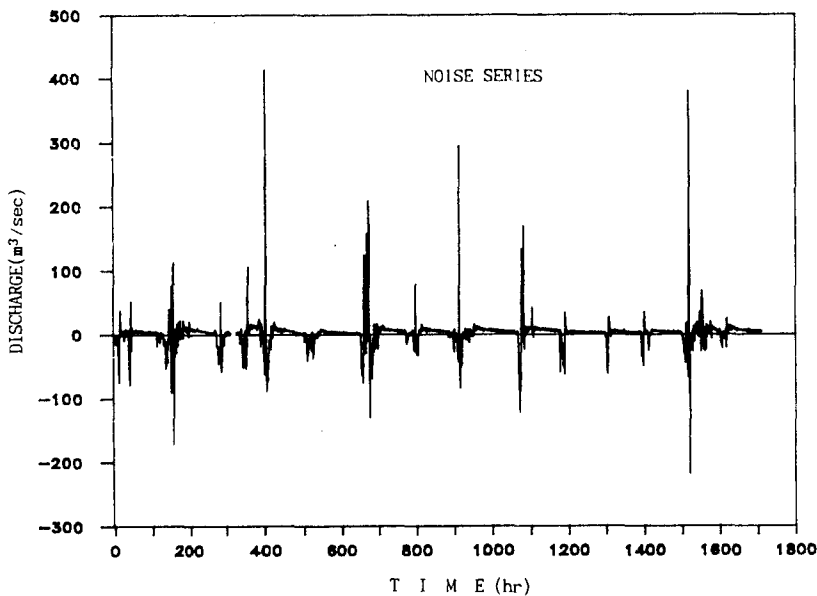


그림1 자료로부터 발생된 잡음계열

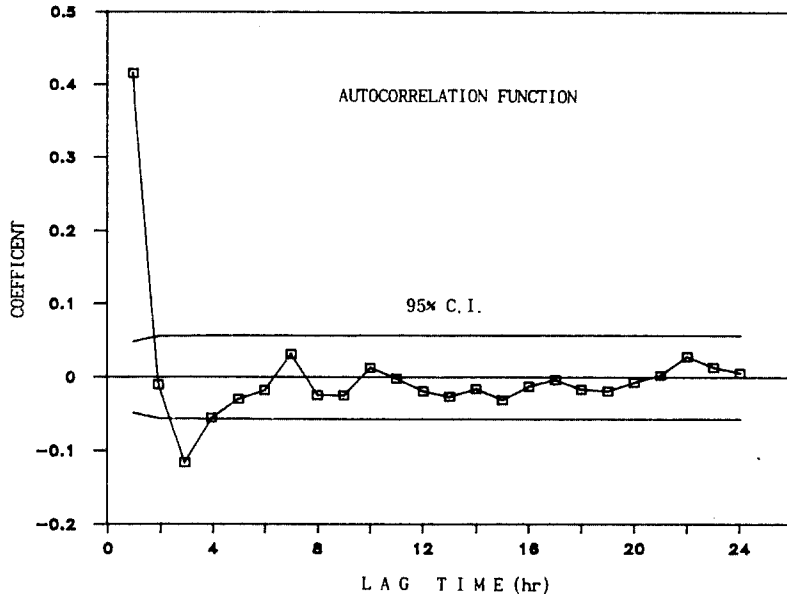


그림2 잡음계열의 자기상관함수(ACF)

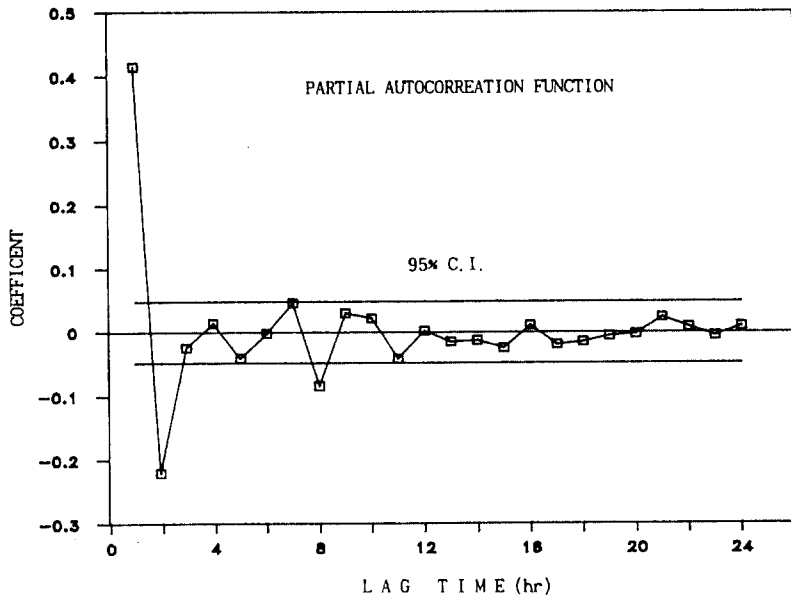


그림3 잡음계열의 편자기상관함수(PACF)

그림2와 3으로부터 유도하고자하는 잡음모형은 ARMA모형 또는 ARIMA모형의 형태임을 알수 있으나, 본 연구에서는 a계열의 평균을 제거하고 정상성 조건(stationary condition)을 만족시키고자 잡음모형을

식(47)과 같이 ARIMA(0,1,3) 모형으로 유도하였다. 식(47)의 a계열은 평균과 분산이 각각 0.02와 618.6으로 계산된 백색잡음계열이었으며, AML알고리즘의 적용을 위한 잡음모형의 매개변수 추정오차의 공분산

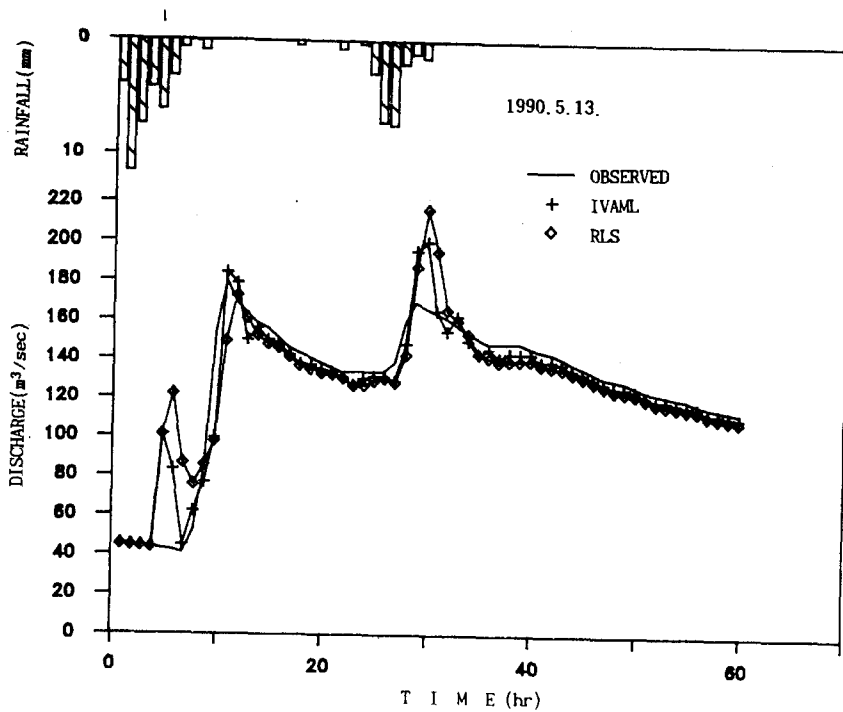


그림4 각 모형에 의한 1단계전 유출예측치의 비교도(호우사상 15)

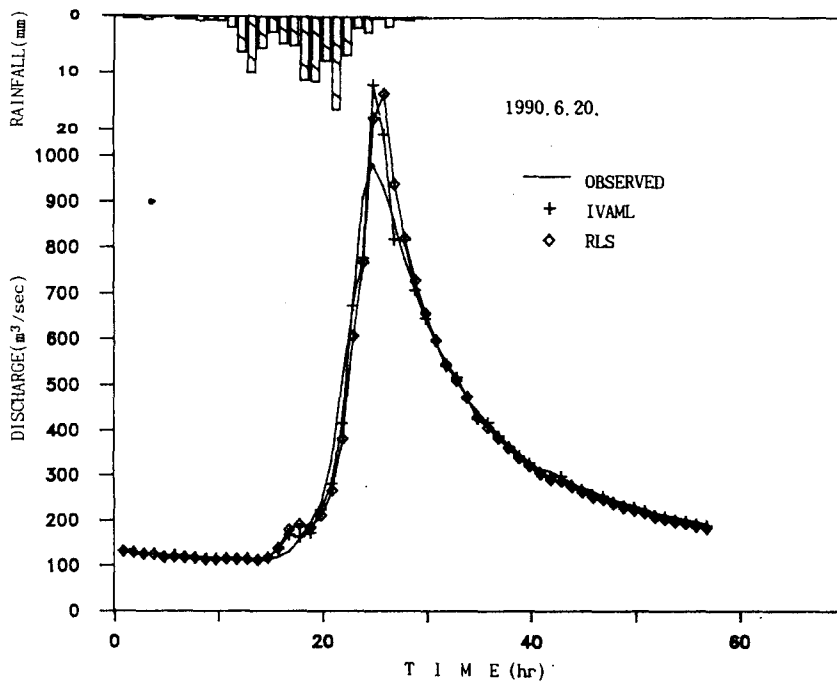


그림5 각 모형에 의한 1단계전 유출예측치의 비교도(호우사상 16)



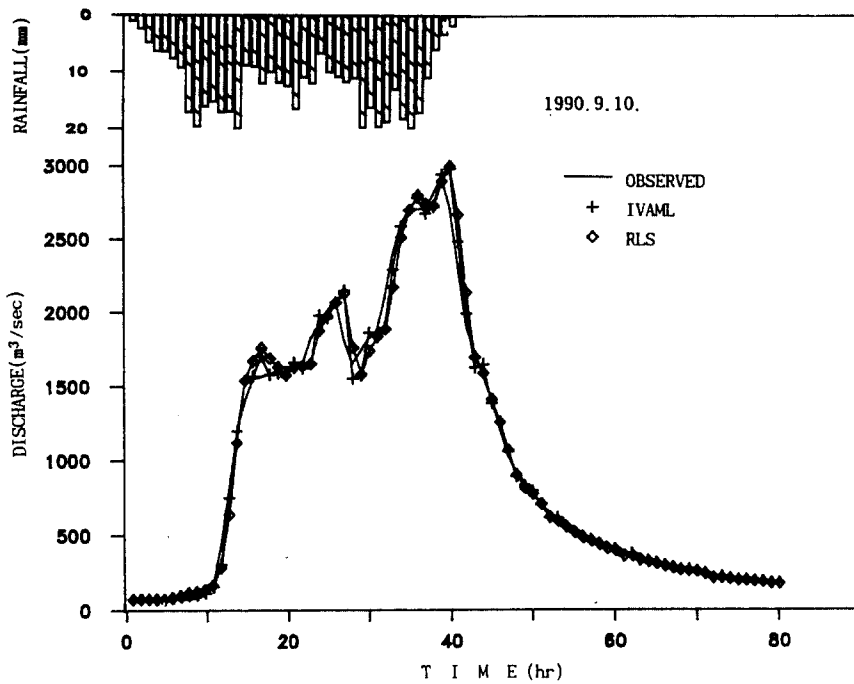


그림6 각 모형에 의한 1단계전 유출예측치의 비교도(호우사상 19)

행렬 초기치  $P_0^n$ 는 식(48)과 같다.

AML알고리즘 :

$$P_0^n = \begin{bmatrix} 0.92E-6 & -0.93E-5 & 0.20E-4 & -0.11E-4 \\ & 0.94E-4 & -0.20E-3 & 0.11E-3 \\ & & 0.45E-3 & -0.24E-3 \\ & & & 0.13E-3 \end{bmatrix} \quad (48)$$

(symmetry)

### 4.3 예측결과 및 검토

전술한 강우-유출관계의 추계학적 시스템모형에 RLS 및 IV-AML알고리즘을 적용하여 유출예측을

수행할 수 있는 전산프로그램을 작성하고, 시간별 강우-유출자료가 실시간 on-line으로 입력된다는 가정 하에서 표1의 15~19번 호우사상을 대상으로 1단계전 유출예측을 실시하였으며, 그 결과를 그림4~6과 같이 관측유량과 비교하였다. 또한 이러한 실시간 유출 예측의 결과로부터 각 모형의 정확성과 적합성 여부를 알아보기 위하여 통계학적으로 검정한 결과는 표3과 같다.

이상과 같은 분석결과를 고찰하여 보면 강우-유출 모형을 비교적 낮은 차수의 입출력시계열모형으로 구성하였으나 매시간 관측된 강우-유출자료와 순환 매

표3 각 알고리즘에 의한 예측결과의 검정

호우사상	RLS				IV-AML			
	$\hat{E}$	$\sigma_E^2$	RMSE	$R^2$	$\hat{E}$	$\sigma_E^2$	RMSE	$R^2$
15	1.559	240.9	15.6	0.742	1.252	121.6	11.1	0.869
16	2.539	2045.6	45.3	0.969	1.678	1433.6	37.9	0.977
17	3.521	76.0	9.4	0.997	1.508	77.0	8.9	0.997
18	4.154	345.5	18.7	0.945	2.154	254.6	16.1	0.958
19	4.348	5847.9	76.5	0.991	4.264	3678.5	60.8	0.995

개변수 추정기법을 이용함으로써 상당히 우수한 예측 결과를 얻을 수 있었고, 강우-유출과정을 확정론적 과정모형과 추계학적 잡음모형으로 분리하여 IV-AML알고리즘을 적용한 방법이 RLS알고리즘을 적용한 경우보다 더 좋은 예측 결과를 보이고 있으며, 또한 RLS알고리즘을 적용한 경우에도 유출예측의 성취도가 크게 저하되지는 않았다.

그림4~6과 표3에서 알 수 있듯이 오차의 크기나 편차가 매우 양호하며, 임의로 지정된 매개변수의 초기치를 이용하는 경우와 달리 유출예측수문곡선의 초기오차가 비교적 작고 전반적인 양상이 관측수문곡선에 상당히 접근하고 있다. 이것은 매개변수의 순환 추정기법으로서 RLS 및 IV-AML알고리즘의 높은 적용가능성을 보여주는 것이라 하겠으며, 본 연구에서 이용한 매개변수의 초기치가 많은 자료로부터 효율적으로 산정되었음을 의미한다고 하겠다.

그러나 그림 4와 같이 갈수기에 발생한 호우사상의 유출예측에서는 초기오차가 비교적 크게 나타났는데 이것은 유역의 초기토양습윤조건이나 강우의 시간적 공간적인 분포를 고려치 못한 결과라고 생각된다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 호우발생시 자연 하천유역에서 이용 가능한 실시간 순환 유출예측모형을 개발하고자 강우-유출관계의 추계학적 시스템모형에 순환 매개변수 추정기법인 RLS 및 IV-AML알고리즘을 도입하여 실시간 1단계전 유출예측을 수행하여 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 매시간 on-line으로 입력되는 수문관측자료를 이용하여 실시간 유출예측을 수행하는 경우에는 강우-유출모형을 비교적 간단한 추계학적 시스템모형으로 구성하여도 순환 매개변수 추정기법을 도입함으로써 상당히 정확한 예측결과를 얻을 수 있었다.
2. 실시간 유출예측을 위한 순환 매개변수 추정기법으로서 RLS 및 IV-AML알고리즘은 적용가능성이 매우 높으며, 특히 과정모형과 잡음모형의 매개변수를 동시에 추정할 수 있는 IV-AML알고리즘은 강우-유출과정의 추계학적 특성을 충분히

고려할 수 있는 좋은 방법임을 알 수 있었다.

3. 본 연구에서 이용한 매개변수의 초기치 산정방법은 유출예측 초기에 흔히 발생하는 부정확성을 개선할 수 있는 유용한 방법중의 하나라고 생각된다.
4. 앞으로 더 효율적인 유출예측모형을 개발하기 위해서는 더 많은 자료로부터 강우의 시간적, 공간적 분포를 고려할 수 있는 다중 입출력시스템(multiple input-output system)모형의 연구가 필요하다고 사료된다.

## 참 고 문 헌

1. Box, G.E.P. and G.M. Jenkins, 1970, Time Series Analysis Forecasting and Control, Holden day
2. Budzianowski, R.J. and W.G. Strupczewski, 1981, "On the structure of the linear stochastic forecasting models", Proc. Int. Symp. on Rainfall-Runoff Modeling, Mississippi State Univ., pp.315-330.
3. Chow, V.T. and S.T. Kareliotis, 1970, "Analysis of Stochastic Hydrologic System", W.R.R., Vol.6, pp. 1569-1582.
4. Hastings-James, R. et al., 1969, "Recursive generalized-least-squares procedure for on-line identification of process parameters", Proc. IEE, Vol. 116, No.12, pp.2057-2062.
5. Hipel, K.W. et al., 1985, "Casual and Dynamic Relationships between Natural Phenomena", in Time Series Analysis, Elsevier Science Publishers, 1985, pp.13-34.
6. Jazwinski, A.H., 1970, Stochastic Process and Filtering Theory, Academic Press
7. Kalman, R.E., 1960, "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems", Trans. ASME, Series D, J. of Basic Engineering, Vol. 82, pp.35-45.
8. Moore, R.J. and P.E. O'Connel, 1978, "Real-Time Forecasting of Flood Events Using TFN Models", Institute of Hydrology, U.K
9. Namec, J., 1986, Hydrological Forecasting, D. Reidel Publishing Company, pp.72-93.
10. O'Connel, P.E. and R.T. Clark, 1981, "Adaptive Hydrological Forecasting - a Review", J. of Hydrological Science, Vol.26, No.2, pp.67-89.
11. Panuska, V., "An adaptive recursive least squares identification algorithm", Proc. IEEE Symp. on Adaptive Process, Decision and Control, 1969.

12. Shumway, R.H. 1988, *Applied Statistical Time Series Analysis*, Prentice Hall
13. Soderstorm, T. et al., 1978, "A Theoretical Analysis of Recursive Identification Methods", *Automatica*, Vol.14, pp.231-244.
14. Todini, E., 1978, "Mutually Interactive State-Parameter (MISP) Estimation", Proc. AGU Chapman Conference, Univ. of Pittsburgh, pp.135-151.
15. Whitehead, P.G., 1979, "Application of Recursive Estimation Techniques to Time Variable Hydrological Systems", *J. of Hydrology*, No.40, pp.1-16.
16. William, P.D. and G. Mattew, 1984, *Multivariate Analysis Methods & Applications*, John Wiley & Sons, pp.157-208.
17. Wong, K.Y. and E. Polak, 1967, "Identification of Linear Discrete Time Systems Using the Instrumental Variable Method", *Trans. IEEE* Vol. AL-12, No.6, pp.707-718.
18. Wood, E.F. and A. Szollosi-Nagy, 1978, "An Adaptive Algorithm for Analyzing Short-term Structural and Parameter Changes in Hydrologic Prediction Models", *W.R.R.*, Vol.14, pp.577-581.
19. Wood, E.F. and P.E. O'Connel, 1985, "Real-Time Forecasting", in *Hydrological Forecasting*, John Wiley & Sons, pp.129-180.
20. Young, P.C., 1976, "Some observations on instrumental variable methods of time-series analysis", *International J. of Control*, Vol.23, No.5, pp.593-612.
21. Young, P.C., 1986, "Time-Series Methods and Recursive Estimation in Hydrological System Analysis", in *River flow modeling and forecasting*, D.Reidel Publishing Company, pp.129-180.
22. Young, P.C. and A. Jakeman, 1979, "Refined instrumental variable methods of recursive time-series analysis, - Part I.", *International J. of Control*, Vol.29, No.1, pp.1-30.
23. Young, P.C. and P.G. Whitehead, 1977, "A Recursive Approach to Time Series Analysis for Multivariable Systems", *International J. of Control*, Vol.25, No.3, pp.457-482.
24. 남선우, 박상우, 1992, "실시간 유출예측을 위한 선형강우지수별 TF모형의 유도", *대한토목학회 논문집*, Vol.12, No.1, 1992, pp.115-122.

-1992년 8월 17일 접수-