

〈論 文〉

有限要素法에 의한 小流域 流出模型의 適用

Application of Storm Runoff Model on Small Watershed by Finite Element Method

崔珍奎*, 孫在權**

CHOI Jin Kyu and SON Jae Gwon

Abstract □ The distributed hydrologic models are widely applied to estimate the storm-runoff with spatial variability in watershed characteristics and rainfall pattern.

This study was aimed to introduce the event-oriented storm runoff model using finite element method, and to try it's applicability on small watershed.

Yeonwha watershed was selected and 14 storm events in 1991 were used for the finite element model, and the simulation results were compared with hydrologic quantities.

要 旨: 分布形 水文模型은 유역의 공간적 특성과 강우양상을 고려한 강우-유출량의 추정을 위한 효과적인 수단으로 사용되고 있다.

본 연구는 小流域에서의 短期 洪水流出 解析을 위하여 有限要素 數值技法을 水文模型에 도입하고, 이를 소유역을 대상으로 하여 有限要素模型의 적용성을 검토하고자 하였다.

모형에 적용된 자료는 2.8 km² 인 연화천유역과 1991년 수문자료중 14개의 降雨事象이 사용되었으며, 관측 및 모의발생된 水文量을 비교하였다.

I. 緒 論

降雨-流出 模擬模型은 미세측유역의 降雨事象에 대한 水文學的 反應을 예측하는데 사용되며, 이는 水理 構造物의 設計, 영향분석, 浸蝕과 非點源汚染의 最小 化를 위한 토지이용계획 등의 목적을 위한 기본자료를 제공하게 된다.

일반적으로 水文模型은 분포형과 총괄형으로 분류되고, 유역의 공간적 변화를 중요시하는 경우에는 분포형모형이 더욱 효과적으로 적용될 수 있는데 이는 유역전체를 강우나 유역특성이 균등한 하나의 水文單位로 취급하는 總括形模型에 비하여 분포형모형은 流域에서의 局地的이고 變異的인 특성을 고려할 수 있기 때문이다.

한편 대부분의 확정론적 모형은 水路와 지표면의 유출추적을 하는데 있어서 운동과 근사해법에 의한 數式 化가 이루어져 왔다. 이러한 경우 편미분방정식으로 이루어진 支配方程式은 일반적으로 解析的인 해가 알려져 있지 않으므로 降雨形態와 유역의 幾何形狀을 간략화하거나 보통 한 方向으로의 흐름을 가정한 1차원 模型과 特性法이나 有限差分法과 같은 근사적 數值解法이 많이 사용되어 왔다.

그러나 1차원적 해석은 수학적 해가 비교적 간단하지만 流域의 크기나 특성에 따라 流域 水文現象의 再現을 위한 실세계를 정확히 나타내기가 어려우므로 2차원적으로 해석하는 것이 더욱 바람직할 때가 있으며, 有限差分法은 시간에 따른 連續性의 구현에는 적절하지만 여러가지 制限性이 있어 유역의 形態를 空間

* 全北大學校 農工學科 助教授

** 全北大學校 大學院 博士過程

의으로 표현하기에는 다소 미흡한 면이 있다.

따라서 최근에 많은 연구자들은 流域시스템을 模型化하는데 있어서 무딴치는 時間 및 空間의인 異質性 문제를 해결하기 위하여 다양한 要素와 格子網을 쉽게 이용할 수 있는 有限要素法을 surface 흐름의 近似解를 얻을수 있는 효과적인 數值技法으로 활용하고 있다. (Taylor et al.,1974/Cooley and Moin,1976/Keuning, 1976/Nwaogazie and Tyagi,1984) 특히 流域의 유출해석에 대한 유한요소법의 적용은 Judah et al. (1975), Ross (1978), Shanholtz et al. (1981), Heatwole et al. (1982), Jayawardena 와 White(1977)의 연구에서 찾아볼 수 있으며, 국내에서는 申과 徐(1987), 李 等(1989)이 적용한 바 있다.

본 연구에서는 小流域에서의 洪水流出 解析에 적용될 수 있는 分布形 模型의 特性을 전제로 流域의 형태를 삼각망법으로 구성하고, 地表面 및 水路흐름은 각각 2차원과 1차원의 기본방정식에 운동과이론을 적용한 流域水文模型을 도입하였다. 地表面 및 水路흐름의 數值解析은 기본 支配方程式의 간략화된 數式으로부터 Galerkin 加重殘差法을 사용하여 要素의 線形 代數方程式을 誘導하였으며, 이와같은 有限要素 水文模型을 전주시 연화천유역에 適用하고 모의발생자료를 비교검토하였다.

II. 基本 理論

1. 地表面 흐름

地表面흐름은 2차원 連續 및 運動量方程式을 기본으로 超過雨量을 連續方程式에 導入하고, 흐름의 마찰경사를 地表面傾斜과 같다고 가정하면 式(1), (2) 및 (3)으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uh) + \frac{\partial}{\partial y}(vh) = r \quad (1)$$

$$p = \frac{1}{n} R^{2/3} S_x^{1/2} h \quad (2)$$

$$q = \frac{1}{n} R^{2/3} S_y^{1/2} h \quad (3)$$

여기서 h=水深, u, v=x, y 方向의 流速成分, t=시

간, r=超過雨量, p, q=x, y 方向의 流量成分, Sx 및 Sy=x, y 方向의 地表面傾斜, R=動水半徑, n=Manning의 粗度係數이다.

基本方程式 (1), (2) 및 (3)의 場變數는 공간 x, y와 時間 t에 종속인 水深 h 및 流速成分 u, v등으로 이러한 變數에 補間函數 Ni를 사용하여 近似的으로 표시하면 다음과 같다.

$$h^* = N_1 h_1 + N_2 h_2 + N_3 h_3 = [N] |h| \quad (4)$$

$$u^* = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 = [N] |u| \quad (5)$$

$$v^* = N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 = [N] |v| \quad (6)$$

$$p^* = \sum N(x,y) p(t) = [N] |p| \quad (7)$$

$$q^* = \sum N(x,y) p(t) = [N] |q| \quad (8)$$

위 식에서 h*, u*, v*, p* 및 q*는 補間函數로 표시된 근사값을 의미하며, 이와같이 補間函數로 나타낸 變수들을 連續方程式에 代入하여 1개의 要素에 Galerkin 加重殘差法을 適用하면 다음과 같다.

$$\int_{\Delta} \left[\frac{\partial h^*}{\partial t} + \frac{\partial p^*}{\partial s} + \frac{\partial q^*}{\partial y} - r \right] N_i dA = 0 \quad (9)$$

위 式(9)에 Green 定理을 이용한 部分積分을 실시하고 境界條件을 적용하면 式(10)과 같은 要素方程式이 되며, 이를 모든 流域에 걸쳐 組合하면 全體 시스템方程式을 구성할 수 있다.

$$[M_1] |h| + [M_2] |p| + [M_3] |q| - [M_4] r = 0 \dots\dots\dots (10)$$

여기서 [M1]=時間微分項의 係數行列, [M2], [M3] 및 [M4]=各各 時間微分項을 포함하지 않은 項이며, 이와 같은 過程을 통해 만들어진 시스템方程式은 線形 代數方程式으로 Gauss 消去法을 이용하였다.

한편 要素內的 침투량과 超過雨量의 산정은 土壤, 土地利用 등 流出에 미치는 異質的인 特性이 같은 單位 즉, 水文應答單位(Hydrologic Response Unit ; HRU)의 개념을 도입하였으며 滲透量方程式은 Holtan 式을 이용하였다. (Li et al., 1977)

2. 水路 흐름

水路흐름은 1次元 連續方程式 (11)과 運動量方程式에

運動波理論을 適用하여 簡略化한 式(12)를 사용하였다.

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 1 \quad (11)$$

$$Q = \frac{1}{n} R^{2/3} S_c^{1/2} A \quad (12)$$

여기서 A=流水斷面積, Q=流量, q=地表面으로부터의 橫流入量, S_c=水路傾斜이다.

한편 水路흐름의 基本式인 (11) 및 (12)의 解를 구하기 위하여 節點에서의 未知量 A, Q 는 各 要素에서 x 方向으로 分布된다고 假定하고, 한 要素와 2個 節點사이의 關係를 1次函數로 나타내면 節點에서의 A, Q 및 q는 다음과 같다.

$$A^* = N_1 A_1 + N_2 A_2 \quad (13)$$

$$Q^* = N_1 Q_1 + N_2 Q_2 \quad (14)$$

$$q^* = \sum N_i q_i(t) = [N] q \quad (15)$$

여기서 한개의 要素에 유한요소법을 적용하면 式(16)과 같고, 이 式을 적분하면 式(17)과 같은 요소방정식으로 정리할 수 있다.

$$\int_{De} [N] \frac{dN}{dx} [Q] + N_1 A^* - N_2 q^* dDe = 0 \quad (16)$$

$$l [K] \{A\} + [L] \{Q\} - l [K] \{q\} = 0 \quad (17)$$

여기서 l=要素의 길이, De=要素의 領域, [K] 및 [L]=계수행렬이다.

한편 흐름의 解를 구하기 위해서는 初期 및 境界條件이 주어져야 하는데, 初期條件으로 t = 0 일 때 모든 節點에서의 流速과 水深은 零이고, 境界條件은 모든 시간에 있어서 各 要素의 最上端에서의 흐름은 零으로 가정하였다. (Chen and Chow, 1977/Ross, 1978)

III. 模型의 適用

1. 對象流域 및 水文資料

適用對象은 流域面積 2,788km²의 全州市 蓮花川流域으로 주위가 낮은 山으로 둘러싸인 盆地地形이며, 流域傾斜은 대체적으로 완만하고, 河川邊은 農耕地로 利用되

고 있으며, 流域標高는 EL.26m에서 EL.120m의 範圍이다. (崔, 1990)

수문자료로서 降雨 및 水位資料는 1991년 4월부터 9월까지 수집하였고, 流出量資料는 水位 및 流速測定資料의 回歸分析에서 얻어진 水位-流量關係式을 이용하였다.

2. 流域의 表示와 構成

水文模型에서 流域의 空間의 特性을 표현하는 데는 보통 點, 線 및 面積 등이 이용되는데 그 형태는 地形, 土壤, 土地利用, 流域크기와 方向에 따라 直線, 三角形, 四角形, 多角形, 기타 不規則한 形態로 구분되며 표시방법에는 多角形法, 格子法, 三角網法 등이 있다. (Grayman, 1985/Jett et al., 1979)

여기서는 地形의 층실한 표현과 特定領域의 크기를 조절할 수 있고, 河川, 道路 등의 線形態와 特정한 點과의 連關성이 좋은 三角網法을 사용하였다.

한편 流域의 구성은 크게 地表面과 水路成分으로 구분하고, 이를 다시 작은 要素로 세분하였으며, 이에 따른 연化천流域의 要素網은 그림 1.과 같이 内部節點이 없는 34個의 三角形 地表面要素와 11개의 1차 直線水路要素로 구성하였다.

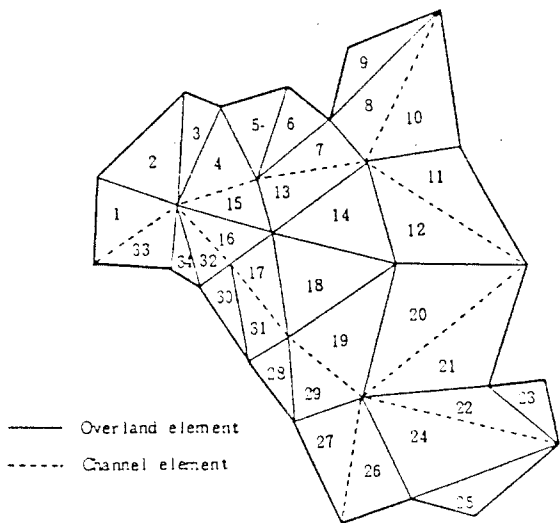


그림1 연化천유역의 要素 分割

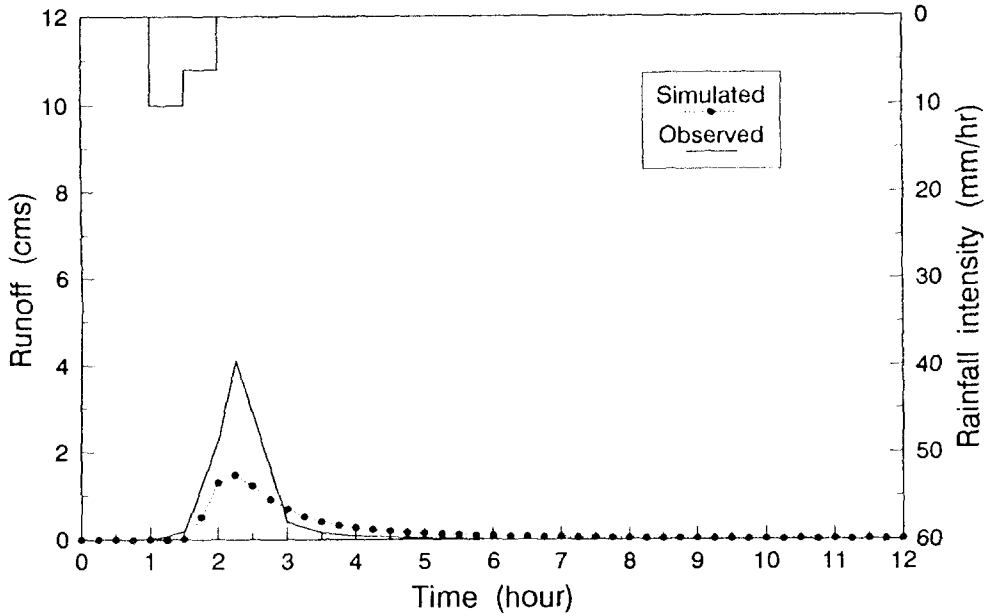


그림2 관측 및 모의발생 수문곡선(5/15)

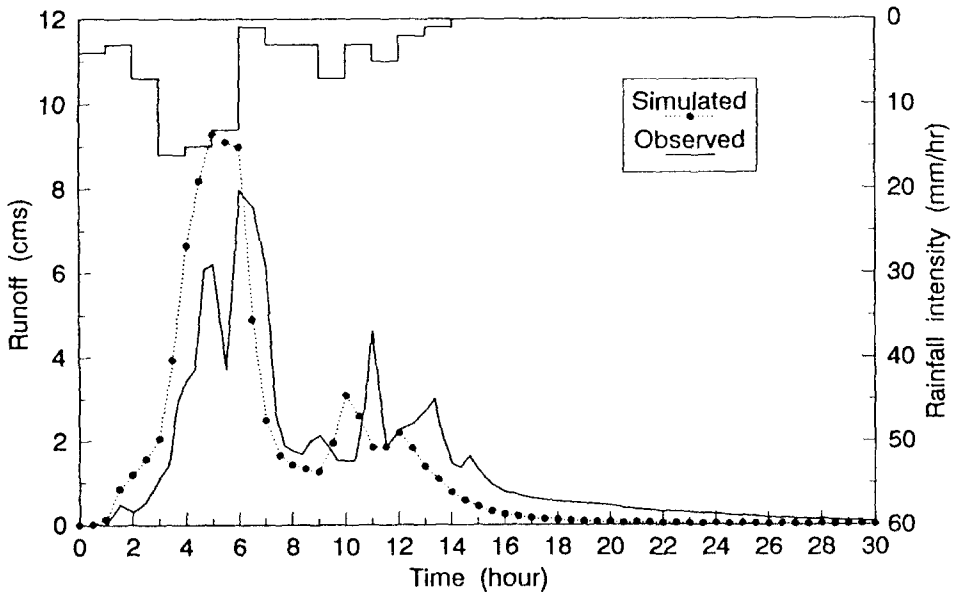


그림3 관측 및 모의발생 수문곡선(6/9)

3. 媒介變數

模型에 사용된 주요 媒介變數는 先行土壤水分條件 (Antecedent Soil Moisture Condition), 最終浸透率 등 HRU 別 特性値와 地表面 및 水路의 粗度係數이다.

初期含水量을 나타내는 변수 ASMC 값은 先行降水量에 따라 反復法을 사용하여 추정하였으며, HRU 는 土壤과 土地利用을 조합하여 11 종류로 분류하고 각 HRU 別 初期값은 土壤, 植生 및 土地利用 등의 資料를 이용하였다. (Li et al., 1977/Ross, 1978/崔, 1990)

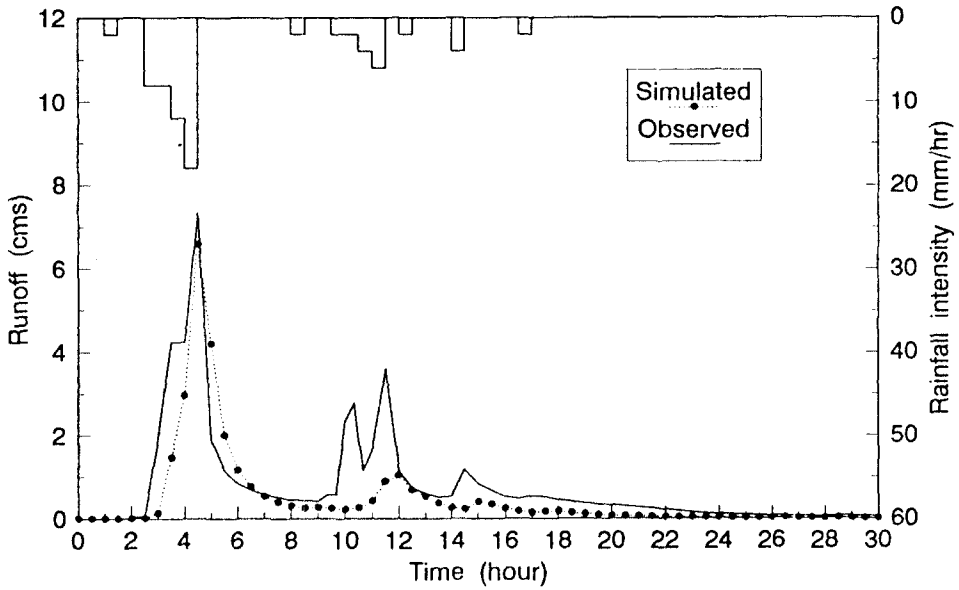


그림4 관측 및 모의발생 수문곡선(7/11)

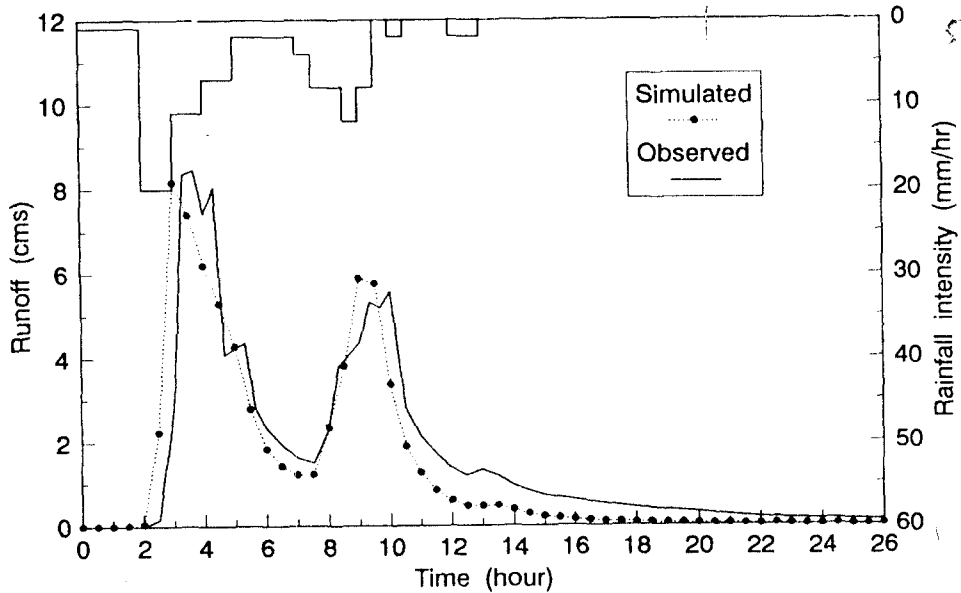


그림5 관측 및 모의발생 수문곡선(8/9)

4. 適用結果 및 考察

模型的 적용은 프로그램상의 ASMC 및 HRU 의 補正된 媒介變數 값과 1991年度의 14개 降雨事象을 利用하여 유출량을 모의발생시키고, 觀測된 유량자료와 水

文曲線을 比較하였으며, 이때의 計算時間增分은 地表面 300 sec, 水路 100 sec를 使用하였다.

표1.은 各 降雨事象에 對한 降雨容積, 觀測流量과 模擬發生된 直接流出, 침투유량 및 발생시간 등의 水文量을 특성별로 대비하여 要約한 것이며, 그림 2.에

서 그림 5.까지는 일부자료의 水文曲線을 나타낸 것이다.

표1.의 觀測流出量과 模擬發生된 直接流出量에서 보면 강수량에 대한 유출율은 관측치가 32.9-84.8%, 모의발생치가 30.2-69.2%로서 6/29, 7/7을 제외하고는 전반적으로 모의발생된 유출용적이 관측유출용적보다 작은 값을 나타내었으며, 이는 전체 평균유출율에서도 관측치가 59.8%, 모의발생치는 47.0% 로서 전체적인 경향을 뒷받침하고 하고 있다. 또한 觀測量에 대한 模擬發生 流出量의 상대오차는 2.6-51.0% 의 범위로서 전체 평균오차는 25.2 % 였으며, 특히 6/9, 7/4 및 7/8의 경우는 각각 2.6%, 8.2%, 11.3% 로서 비교적 차이가 적은 반면 5/26, 6/1, 7/11, 8/4, 9/26은 30% 이상의 비교적 많은 模擬誤差를 가져왔는데 유출용적에 영향을 주는 가장 중요한 因子는 ASMC 인 것으로 판단되었다.

한편 관측값에 대한 모의발생 尖頭流量의 相對誤差는 3.1-67.5%였으며, 7/4, 7/11 및 9/26은 誤差가 각각 3.1%, 10.1% 및 7.4% 로서 비교적 차이가 적은

반면 5/15, 8/2 및 8/4 에서는 각각 60%가 넘는 尖頭流量誤差를 가져왔다. 이러한 오차는 강우량의 기록시 짧은 시간간격으로 측정하고 이에 맞는 강우강도를 프로그램에 입력하여야 소유역의 예민한 유출수문곡선을 유도할 수 있는 데 본 연구수행시 강수량 자기기록간격을 비교적 길게 선택한 때문으로 생각된다.

그리고 尖頭流量 발생시간을 보면 5/15 및 7/11의 경우에만 일치되었고, 기타의 경우에는 30분 또는 1시간 이내의 빠르고 늦은 시간오차가 있었으며, 각종 매개 변수중 粗度係數가 침투유량과 침투유량발생시간에 가장 크게 영향을 미치는 인자로 작용하였다. 또한 대체적으로 강우강도가 10 mm/hr 이하인 경우는 모의발생된 침투유량이 관측값보다 작은 반면, 10 mm/hr 이상인 경우에는 반대의 결과를 나타내었는데 이는 본 모형의 강우강도에 대한 예민도를 간접적으로 표현한 것이라고 생각된다.

전체적으로 模擬發生 결과를 종합해 보면 水文曲線의 形態는 비슷하다고 볼 수 있으나 각 事象마다 流出容積과 尖頭流量 및 침투유량발생시간에서 誤差를 가

표1 模擬結果(1991)

Storm date (m/d)	Total rainfall (mm)	Direct runoff(mm)					Peak flow(cms)			Peaktime(hr)	
		Obs.	C ₁	Sim.	C ₂	E ₁	Obs.	Sim.	E ₂	Obs.	Sim.
515	8.0	4.33	54.2	3.15	39.3	27.5	4.119	1.482	64.0	2.25	2.25
526	11.0	6.39	58.1	4.33	39.5	32.1	3.766	1.949	48.3	2.50	3.25
61	43.0	26.83	62.4	17.05	39.6	36.4	1.914	1.397	27.1	19.50	20.50
69	83.0	57.35	69.1	55.85	67.3	2.6	7.959	9.289	16.7	6.00	5.00
629	23.0	11.45	49.8	13.24	57.6	15.6	7.012	8.165	16.5	4.50	5.00
74	17.0	5.60	32.9	5.14	30.2	8.2	0.876	0.849	3.1	4.00	3.50
77	72.0	39.65	55.1	49.81	69.2	25.6	7.379	9.348	26.7	7.50	8.0
78	14.0	4.80	34.3	4.26	30.4	11.3	1.666	1.275	23.4	5.50	6.50
711	36.0	30.51	84.8	18.57	51.6	39.2	7.322	6.583	10.1	4.50	4.50
718	7.0	3.53	50.4	2.49	35.6	29.4	1.586	0.842	46.9	2.00	3.00
82	37.0	23.45	63.4	16.84	45.5	28.2	7.976	2.753	65.5	1.67	2.00
84	39.0	28.75	73.7	14.09	36.1	51.0	4.322	1.403	67.5	6.00	5.50
89	67.0	54.23	80.9	46.03	68.7	15.1	8.467	8.163	35.9	3.67	3.00
926	68.0	45.83	67.4	31.99	47.0	30.2	8.272	7.663	7.4	11.50	10.50
Mean			59.8		47.0	25.2			32.8		

(Note) C₁, C₂(%)=강우량에 대한 관측 및 모의발생 유출량의 비율

E₁, E₂(%)=모의발생 유출량 및 침투유량의 상대오차

져왔는데, 이는 여러가지 원인이 있겠지만 지형이 복잡한 流域을 단순화하여 分割하였고, 地形의인 影響과 流域에 局部的으로 내린 降雨가 본 試驗流域에 설치된 雨量計의 降雨記錄과 降雨의 時間的 分布의 차이가 있으며, 계산시간간격, 그리고 각종 媒介變數의 값이 정확하게 補正되지 않은 점과 상류유역중 일부 개발지역 생활하수의 시간적인 변화때문으로 사료된다.

IV. 結 論

流域을 三角網으로 구성하고 유한요소 수치해석을 이용한 水文模型을 적용하여 유출량을 모의발생시키고 관측자료와 模擬發生 결과를 비교함으로써 유한요소모형의 적용성을 檢討하였으며 그 결과는 다음과 같다.

1. 각 降雨事象의 平均 流出率은 관측치가 59.8%, 모의발생 자료가 47.0 % 로서 전반적으로 모의발생 유출량이 관측값보다 적은 값을 나타내었으며, 模擬發生 流出容積의 상대오차는 25.2% 이었다.
2. 모의발생자료중 尖頭流量의 平均 誤差는 32.8% 였으며, 尖頭流量발생시간은 0-1시간까지의 차이를 가져왔다.
3. 모의발생 결과로부터 모형의 매개변수중 유출용적에는 ASMC, 침투유량 및 발생시간에는 粗度係數가 가장 중요한 인자로 판단되었다.
4. 水文曲線에서 나타나는 流出容積, 尖頭流量 및 침투유량발생시간의 차이는 降雨分布, 流域의 단순화, 媒介變數의 補正 등에 기인한 것이며, 향후 유한요소법의 수문분야 적용에 대한 지속적인 연구를 통하여 模型의 適用性은 커질 것이다.

感謝의 말

이 論文은 1990년도 文教部支援 韓國學術振興財團의 地方大育成 學術研究造成費에 의하여 研究되었으며, 이에 感謝를 드립니다.

參考文獻

1. 申應培,徐承源(1987) 河川水質의 2次元 有限要素解析, 大韓土木學會論文集, 7(3), pp. 89-100.

2. 李基春,朴承禹,崔珍奎(1989) 都市 小流域의 流出變化分析, 韓國農工學會誌, 31(1), pp. 45-57.
3. 崔珍奎(1990) 有限要素法에 의한 小流域 流出模型의 開發, 서울大學校 大學院, 博士學位論文.
4. Blandford, G. E. and M. E. Meadows(1990) Finite element simulation of nonlinear kinematic surface runoff, J. Hydrology, 119, pp. 335-356.
5. Chen, C. L. and V. T. Chow(1971) Formulation of mathematical watershed-flow model, ASCE, 97(EM3), pp. 809-828.
6. Cooley, R. L. and Moin, S. A. (1976) Finite element solution of Saint-Venant equation, ASCE, 102(HY6), pp. 759-773.
7. Grayman, W. M. (1985) Geographic and spatial data management and modeling, in Computer Applications in Water Resources (edited by Harry, C. T.), ASCE, New York, pp. 50-57.
8. Haan, C. T., H. P. Johnson and D. L. Brakensiek (1982) Hydrologic Modeling of Small Watersheds, ASCE Monograph No. 5, pp. 407-434.
9. Heatwole, C. D., V. O. Shanholtz and B. B. Ross (1982) Finite element model to describe overland flow on an infiltrating watershed, ASAE, 25(3), pp. 630-637.
10. Jayawardena, A. W. and J. K. White (1977) A finite element distributed catchment model, I. Analytical basis, J. Hydrology, 34(3), pp. 269-286.
11. Jett, S. C., A. D. Weeks and W. M. Grayman (1979) Geographic information systems in hydrologic modeling, Proc. of the Hydrologic Transport Modeling Symposium, ASCE, St. Joseph, Michigan, pp. 127-137.
12. Judah, O. N., V. O. Shanholtz and D. N. Contractor (1975) Finite element simulation of flood hydrographs, ASAE, 18(3), pp. 518-522.
13. Kawahara, M. and T. Yokoyama (1980) Finite element method for direct runoff flow, ASCE, 106(HY4), pp. 519-543.
14. Keuning, D. H. (1976) Application of finite element method to open channel flow, ASCE, 102(HY4), pp. 459-468.
15. Li, E. A., V. O. Shanholtz, D. N. Contractor and J. C. Carr (1977) Generating rainfall excess based on readily determinable soil and landuse characteristics, ASAE, 20(6), pp. 1070-1078.
16. Nwaogazie, F. I. L. and A. K. Tyagi (1984) Unified streamflow routing by finite elements, ASCE, 110(11), pp. 1595-1611.
17. Ross, B. B. (1978) A spatially responsive catchment model for predicting stormwater runoff from ungaged watersheds, Ph.D Thesis, VPI & SU, Blacksburg, VA.

18. Shanholtz, V. O., B. B. Ross and J. C. Carr (1981) Effect of spatial variability on the simulation of overland and channel flow, *ASAE*, 24(1), pp. 124-133, 138.
19. Taylor, C., Al-Mashidani, G. and Davis, J. M. (1974) A finite element approach to watershed runoff, *J. Hydrology*, 21(3), pp. 231-246.