

〈論 文〉

# 평판구조 결합부의 동적 모델링에 관한 연구

A Study on Dynamic Modelling of Joints in Plate Structure

이장무\* · 이재운\* · 성명호\*

Jang Moo Lee, Jae Woon Lee and Myung Ho Sung

## ABSTRACT

In general, structures have various joints such as bonded joint, bolted joint, bearing joint and welded joint. Dynamic modelling of such joints has been the current topic of interest. In this study, the dynamic modelling of plate structures with bonded joint was investigated by using modal testing, sensitivity analysis and condensation-inverse condensation method of FEM. A proper modelling procedure was proposed and the validity was verified.

## 1. 서 론

일반적인 기계 구조물에 존재하는 여러 형태의 결합부는 상세한 수학적 모델링이 어려우므로 유한요소 해석을 통한 구조물의 동적거동 해석에 장애가 되고 있다. 그러므로 구조물의 정확한 동특성을 파악하기 위해서는 접착 결합부, 보울트 결합부, 베어링 결합부, 용접 결합부 등 여러 형태의 결합부에 대한 유한요소 모델링이 필수적이다.

지금까지의 결합부 해석에 대한 연구로는 결합부를 굽힘이나 비틀림 스프링 등 집중강성으로 모델링하여 해석하거나<sup>(1)</sup> 모우드의 직교성을 이용하여 결합부를 해석하는 방법<sup>(2)</sup> 등이 있다. 또한 실험에서 구한 주파수 응답 함수를 이용하여 결합부를 해석하거나<sup>(3)</sup> 부분구조 합성법을 이용하는 방법<sup>(4)</sup>들도 연구되고 있으나 평판구조의 결합부에 대해서는 고려해야 될 자유도가 많고 일반적인 접근이 어렵기 때문에 많은 연구가 진행되어 있지 못한 실정이다.

따라서 본 연구에서는 평판 구조물 결합부에 대하여 모우드시험, 정축약, 역축약, 감도해석을 이용한 동적 모델링 기법을 제시하였고 간단한 평판 구조 결합부에 적용하여 유용성을 검증하였다.

## 2. 기초이론

결합부를 갖는 기계구조물을 적절하게 유한요소 모델링하면 식 (1)과 같은 미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

여기서  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ 는  $n \times n$ 의 질량, 감쇠, 강성 행렬을 나타낸다.

일반적으로  $[C]$ 가 일반점성감쇠일 경우에는 운동방정식 (1)을 비연성화 시키기가 어렵기 때문에 보조방정식을 부가하여  $2n \times 2n$ 의 새로운 방정식 (2)로 만든다.

$$[D]\{\dot{y}(t)\} + [E]\{y(t)\} = \{g(t)\}$$

\*서울대학교 공과대학 기계설계학과



$$= - \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B]^T & [C] \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서 노우드  $J_1, J_2, J_3, J_4$ 를 축약시킨 결합부 요소  $[H]$ 는 다음과 같다.

$$[H] = [A] - [B][C]^{-1}[B]^T \quad (14)$$

여기서  $[C]$ 에는 결합부위요소  $J$ 의 강성이 모두 포함되어 있다. 따라서 결합부위요소  $J$ 가 노우드 1, 2, 3, 4의 동적 거동에 영향을 주는 실제 구조물의 현상은 노우드  $J_1, J_2$ 와  $J_3, J_4$ 가 노우드 1, 2, 3, 4로 축약되는 정축약 과정으로 해석될 수 있고 식 (14)의  $[H]$ 는 노우드 1, 2, 3, 4의 동적 거동을 측정함으로써 구할 수 있다.

지금까지의 축약과정과는 반대로 이미 알고 있는 요소  $H_1$ 과 요소  $H_2$ 의 강성행렬과 실험에서 구한 결합부요소의 강성행렬  $[H]$ 로부터 다음과 같은 과정으로 축약된 결합부위요소  $J$ 의 강성행렬을 구할 수 있다.

$$[C] = \begin{bmatrix} [B]^+ & [[A] - [H]] \\ [B]^T & J^+ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [S_3] & [0] \\ [0] & [T_1] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [J_1] & [J_2] \\ [J_2]^T & [J_3] \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$[K]_J = \begin{bmatrix} [B]^+ & [[A] - [H]] \\ [B]^T & J^+ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [S_3] & [0] \\ [0] & [T_1] \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서  $[ ]^+$ 는 의역행렬(Pseudo inverse matrix)를 표시한다.

$$[A]^+ = [[A]^T[A]]^{-1}[A] \quad (17)$$

따라서 식 (13)부터 (16)까지의 식을 이용해서 직접적으로 노우드의 축정이 불가능한 기하학적 특징을 가진 결합부위요소의 강성을 유추할 수 있다.

### 3. 결합부의 모델링

Fig. 2는 본 연구에서 제안한 결합부의 모델링의 과정을 보이고 있다. 결합부를 모델링하고 관련 파라미터를 구하기 전에 우선 결합부를 제외한 부분구조의 유한 요소 모델의 주요 입력 파라미터에 대한 정확한 조정이 선행되어야 한다. 즉 결합부를 제외한 부분구조들의 유한 요소 해석 결과와 진동 모우드시험 결과를 비교하여 부분구조의 유한요소 모델을 결정하는 과정이 필요하다. 부분구조의 모우드시험이 불가능한 경우에 대해서는 유한 요소해석의 수렴성을 검토하여 부분구조의 유한요소 모델을 확정

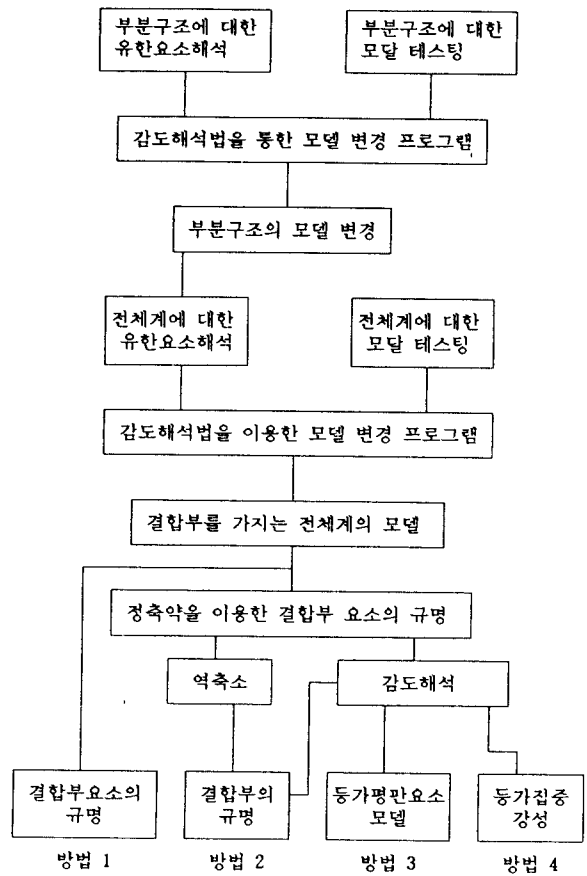


Fig. 2 결합부 모델링의 연구 순서

한다.

이와 같이 파라미터의 조정에 의하여 확정된 부분구조의 유한요소 모델을 이용하여 결합부가 있는 전체계에 대한 유한 요소 모델을 결정한다. 이때 결합부에 대하여는 부분 구조가 강결합된 것으로 가정한 것을 감도해석의 초기 모델값으로 이용한다. 각 부분 구조계의 유한 요소 모델은 실험값에 의하여 이미 조정되었기 때문에 전체계의 유한요소해석 결과와 실험에서 구한 결과와의 차이는 결합부 모델링의 오차에 기인하는 것으로 판단할 수 있고 이러한 오차는 감도해석을 통하여 결합부 요소를 조정함으로써 해결할 수 있다.

이와 같은 감도해석의 결과로 결합부를 가지는 전체 평판계의 유한 요소 모델을 구할 수 있고 이것으로부터 결합부의 모델을 얻을 수 있다. 모델을 얻는 방법은 Fig. 2에서와 같이 네가지가 있으며 본 연구에서는 첫째 방법과 둘째 방법에 의한 결합부 모델링에 대해 적용하였다.

첫째, 전체 구조의 모델로부터 결합부를 포함하는

결합부요소의 강성행렬로써 결합부의 모델을 대신하는 방법.

둘째, 첫째 방법에서 구성한 강성행렬을 전 절에서 살펴본 Guyan의 축약에 의해서 인접한 부재의 요소와 그 사이에 존재하는 결합부의 축약으로 구성된  $[H]$ 로 보아 결합부 자체의 요소인  $[K_f]$ 를 찾아내는 방법.

세째, 둘째 방법에서 규명된 결합부요소  $[K_f]$ 를 이용하여 상당한 길이를 갖는 질량을 무시한 보 또는 평판을 구성한 뒤 이것을 감도해석법을 이용, 조정하여 등가 보요소 또는 등가 평판요소를 찾아내는 방법.

네째, 둘째 방법에서 규명된  $[K_f]$ 를 이용하여 집중강성과 집중감쇠를 구성한 뒤 이것을 감도해석법에 의해 조정하여 등가집중요소를 찾는 방법.

#### 4. 실험 및 결합부 해석

본 절에서는 평판의 결합부 해석을 위해 특별히 제작한 모델에 대하여 감도해석에 의한 결합부 해석을 수행하고 결합부위 요소의 강성행렬을 계산하였다. Fig. 3은 해석에 사용한 모델이다. (a)는 부분구조 A의  $250 \times 150 \times 4.5$  평판이고 (b)는 부분구조 B의  $200 \times 150 \times 4.5$  평판이다. 부분구조 A는 철 구조물의 고정부에 강체결합 되어 있고 부분구조 A의 고정상태, 부분구조 A와 B의 결합상태는 Fig. 4에 나타나 있다. A와 B의 결합은 강력접착제로 하였고 고정부는 보울트로 정반에 고정하였다.

우선 유한요소 해석에 들어가기 전에 진동시험 (Modal Test)을 수행하였다. 부분구조 A는 한쪽면을 고정 (clamped) 상태로 실험하였고 부분구조 B는 자유상태로 놓고 실험하였다. Table 1은 진동시험으로 얻어진 결과이다. 강력 접착제로 부분구조 A, B를 결합한 전체 구조물은 Fig. 4 상태에서 실험하였다.

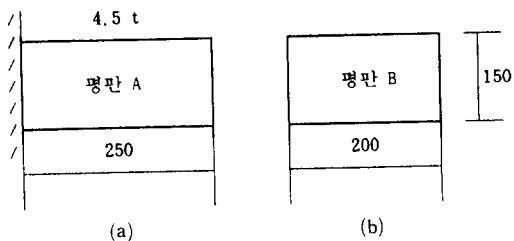


Fig. 3 해석에 사용한 모델

Table 1 진동 모우드시험에 의한 고유진동수

모우드순서	부분구조A (한쪽고정)	부분구조B (자유)	결합구조물
1	64Hz	503Hz	20Hz
2	230Hz	609Hz	119Hz
3	406Hz	1177Hz	369Hz

Fig. 5는 실험 결과로 얻어진 부분구조의 고유모우드 형태를, Fig. 6은 실험결과로 얻어진 결합된 구조물의 고유모우드를 보여주고 있다.

결합부의 영향을 살펴보기 이전에 각 부분구조 자체의 유한요소 입력 파라미터의 조정이 필요하다. 본 연구에서는 강성행렬에 대해서만 조정하기로 하였다. 고유진동수가 E값 (Young's Modulus)의 제곱에 비례하고 구조물이 간단하기 때문에 E값을  $2.09 \times 10^{11} \text{N/m}^2$ 으로 하면 계산된 저차의 3개의 고유진동수 (유한요소 해석결과)가 실험치와 잘 일치한다. 그러므로 각 부분구조의 조정은 강성행렬의 변경으로 대신하였다.

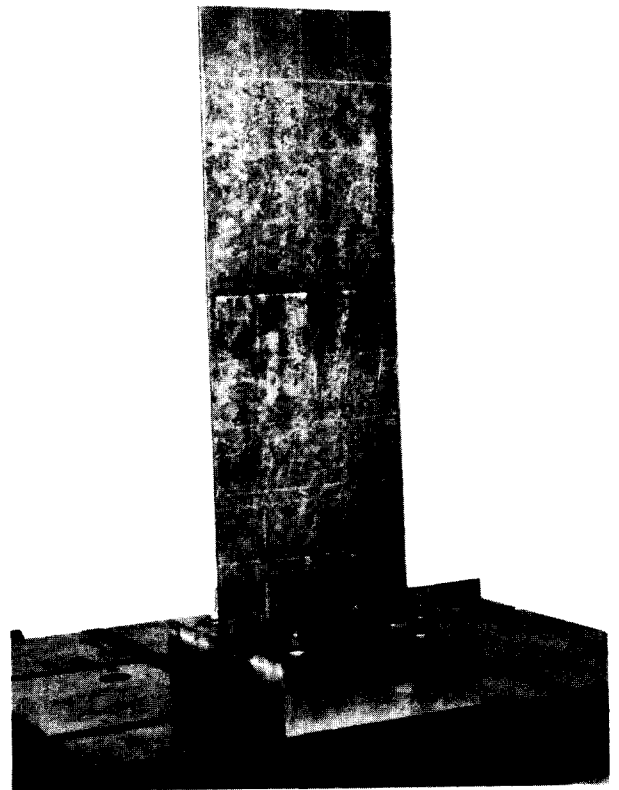
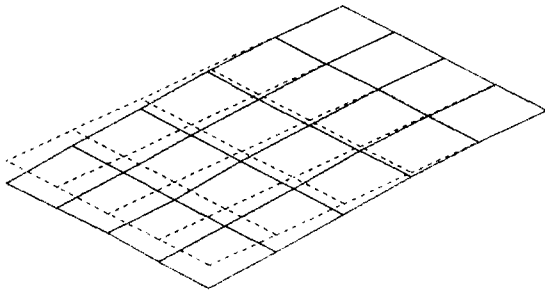


Fig. 4 두 부분구조의 결합 상태 사진

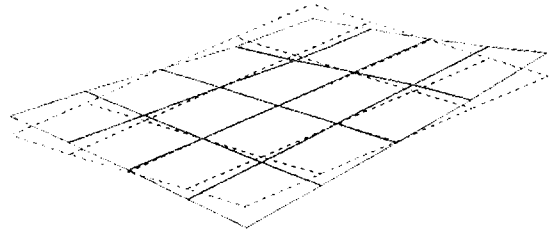
STRUCTURE 1



Mode # 1 63.63 Hz

(a) 부분구조 A

STRUCTURE 2

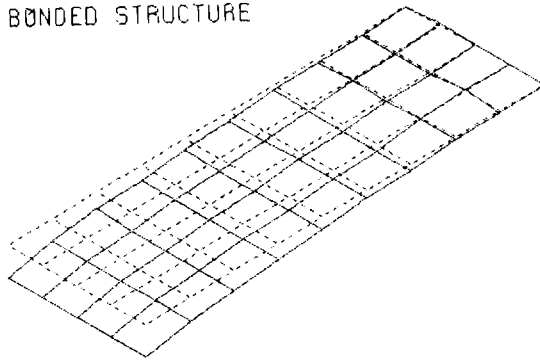


Mode # 1 503.40 Hz

(b) 부분구조 B

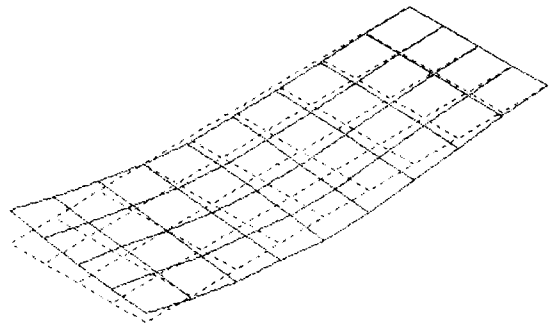
Fig. 5 각 부분구조의 고유모우드

BONDED STRUCTURE



Mode # 1 20.00 Hz

BONDED STRUCTURE



Mode # 2 118.80 Hz

Fig. 6 실험결과 얻어진 전체 구조물의 고유모우드

이미 조정된 부분구조의 유한요소 모델로부터 Fig. 7의 전체구조물에 대한 감도해석용 유한요소 모델을 구성하였다. 평판요소 5, 13, 21은 특별히 결합부 요소이기 때문에 결합부 요소 1, 2, 3으로 표시하였다. 감도해석시 사용하는 설계변수는 각 결합부 요소의 Young's Modulus, 비례감쇠의  $\alpha$ ,  $\beta$ 이다.

Table 2는 감도해석으로 얻은 결합부 요소의 E,

$\alpha$ ,  $\beta$ 값들이다. 접착부분의 가공정도와 접착상태에 따라 강성과 감쇠의 차이가 상당량 존재함을 알 수 있다. Table 3은 고유진동수의 실험치와 감도해석

Table 2 결합부 요소의 감도해석 결과

요 소	E(N/m <sup>2</sup> )	$\alpha$	$\beta$
결합부요소 1	$0.22331 \times 10^{12}$	$0.1 \times 10^{-1}$	$0.12312 \times 10^{-1}$
결합부요소 2	$0.20438 \times 10^{12}$	$0.1 \times 10^{-1}$	$0.11594 \times 10^{-1}$
결합부요소 3	$0.15927 \times 10^{12}$	$0.1 \times 10^{-1}$	$0.98549 \times 10^{-2}$

Table 3 고유진동수의 감도해석 결과

모우드순서	실험치	감도해석 초기치	감도해석 결과	오 차
1	20.0Hz	19.5Hz	19.9Hz	0.5%
2	118.8Hz	119.5Hz	199.0Hz	0.2%
3	368.8Hz	362.2Hz	368.0Hz	0.2%

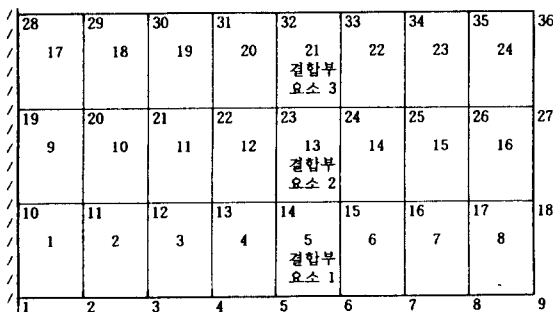


Fig. 7 결합된 전체 구조물의 감도해석 모델

결과를 비교하고 있다. 표에서 알 수 있듯이 감도 해석 결과는 실험치와 잘 일치하고 있다.

Table 4는 결과에서 얻은 결합부 요소의 강성행렬이고 Table 5는 결합부 요소의 역축소 과정에 의한 결합부위 요소의 강성행렬이다. Table 4, 5에서 각  $K_{ij}$ 는  $10 \times 10$  행렬이다. Table 6은 결합부 요소의 강성행렬의 일부분이다. 여기에서 구한 강성행렬은 결합부의 모델링, 전체 구조물의 유한요소 해석에 유용하게 사용될 수 있으며 대형/복합 구조물의 결합부 해석에 이용될 수 있다.

Table 4 결합부 요소의 강성 행렬

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ & & K_{33} & K_{34} \\ \text{sym.} & & & K_{44} \end{bmatrix}$$

Table 5 결합부위 요소의 강성행렬

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix}$$

Table 6 결합부 요소의 강성행렬의 예

K11 =

0.127E+10	-0.336E+09	0.000E+00	0.678E+04	-0.585E+04	-0.471E+09	0.336E+09	0.000E+00	0.509E+04	0.186E+04
-0.336E+09	0.162E+10	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.336E+09	-0.134E+10	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
0.000E+00	0.000E+00	0.123E+08	0.184E+06	-0.406E+05	0.000E+00	0.000E+00	-0.817E+07	0.187E+06	0.939E+04
0.678E+04	0.000E+00	0.184E+06	0.732E+04	0.208E+03	-0.509E+04	0.000E+00	-0.187E+06	0.206E+04	-0.747E+03
-0.585E+04	0.000E+00	-0.406E+05	0.208E+03	0.531E+04	0.186E+04	0.000E+00	-0.170E+05	-0.692E+03	0.440E+03
-0.471E+09	0.336E+09	0.000E+00	-0.509E+04	0.186E+04	0.254E+10	-0.672E+09	0.000E+00	-0.109E+05	-0.228E+04
0.336E+09	-0.134E+10	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-0.672E+09	0.325E+10	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
0.000E+00	0.000E+00	-0.817E+07	-0.187E+06	-0.170E+05	0.000E+00	0.000E+00	0.246E+08	0.351E+04	-0.231E+05
0.509E+04	0.000E+00	0.187E+06	0.206E+04	-0.692E+03	-0.109E+05	0.000E+00	0.351E+04	0.142E+05	0.809E+03
0.186E+04	0.000E+00	0.939E+04	-0.747E+03	0.440E+03	-0.228E+04	0.000E+00	-0.231E+05	0.809E+03	0.103E+05

### 5. 결 론

### 참고문헌

유한요소 모델링과 실험모우드 해석을 병용하여 구조물간의 진동 전달 특성과 결합부의 동적 모델링에 관한 기초연구로서 평판 구조물의 결합부에 대한 동적 모델링 기법을 제시하였다. 이를 위하여 감도 해석과 정축약을 이용한 결합부 해석 기법을 수립하였고 이를 수행하는 전용 프로그램을 개발하였다. 또한 본 연구를 위하여 제작된 평판 구조물의 모델에 대하여 본 연구에서 제시된 모델링 기법을 적용함으로써 제시된 해석방법의 유용성을 보였다. 앞으로는 결합부의 기하학적 불연속성, 비선형성, 변형 형태, 체결력의 상세 모델링과 보다 일반화된 해석 모델의 개발이 요구된다.

### 후 기

이 연구는 국방과학연구소 장기기초 연구(1991-1993)의 일부로서 행하여졌으며 관계자에게 감사한다.

1. Yoshimura, M. and Okushima, K., 1977, "Measurement of Dynamic Rigidity and Damping Property for Simplified Model and Simulation by Computer", Annals of the CIRP, Vol. 25, No. 1.
2. 송재복, 1985, 보울트 체결부의 동특성에 관한 연구, 서울대학교 공과대학 석사학위 논문.
3. J.H. Wang, C.M. Liou, 1991, "Experimental Identification of Mechanical Joint Parameter", ASME Vol. 113, pp. 28~36.
4. A.A. Huckelbridge, 1989, "Identification of Structural Interface Characteristics Using Component Mode Synthesis", ASME Vol. 111.
5. Guyan, R.J., 1965, "Reduction of Stiffness and Mass Matrix", AIAA Journal, Vol. 3.
6. Richard B. Nelson, 1976, "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives", AIAA Journal, Vol. 14, No. 9, pp. 1201~1205.