

# 設計渴水量的 誘導를 위한 水文統計學的 研究 (II)

## Statistical Studies on the Derivation of Design Low Flows (II)

李 淳 赫\* · 朴 明 根\*\* · 朴 鍾 國\*\*  
Lee, Soon Hyuk · Park, Myeong Keun · Park, Jong Kuk

### Summary

Derivation of reasonable design low flows was attempted by comparative analysis of design low flows was derived by Power and SMEMAX transformations for the normalizations of skewed distribution and by Type III extremal distribution presented in the first report of this study with annual low flows in the five watersheds of main river basins in Korea. The results were analyzed and summarized as follows.

1. Basic statistics of annual low flows for the selected watersheds were calculated by using Power and SMEMAX transformations.
2. Power transformation has found to be the best for the normalization of skewed distribution among others including log, square root and SMEMAX transformations.
3. Design low flows for the selected watersheds were derived by the Power and SMEMAX transformations.
4. Judging by the relative suitabilities of the Type III extremal distribution, Power and SMEMAX transformation, it was found that design low flows of all methods are closer to the observed data within 10 years of the return period and those of Power transformation can be acknowledged as a reasonable one among others from the viewpoint of the median between values of Type III extremal distribution and SMEMAX transformation in addition to closing the observed than others over 10 years of the return period.

\* 忠北大學校 農科大學

\*\* 忠北大學校 大學院

키워드: 冪變換, SMEMAX 變換, Type III 極值分布,  
歪曲度係數, Weibull 프룻팅, 設計渴水量

## I. 緒 論

우리나라는 近年 經濟發展과 文明의 發達로 인해 生活用水를 비롯한 農業用水 및 工業用水의 急激한 需要增加를 가져오고 있음은 周知의 사실이다.

그런데 우리나라는 治水計劃을 위해 洪水頻度分析에 의한 洪水量 豫測에 관한 研究는 많이 遂行되고 있으나 가뭄시 農業用水의 利水計劃을 위한 設計渴水量에 관한 研究는 거의 全無한 實情이다. 따라서 앞으로 이에 관한 보다 많은 研究로서 旱魃時 利水計劃에 萬全을 期할 수 있는 對策이 切實히 要求되어진다. 設計渴水量의 追求를 위한 確率分布型 分析에 관한 研究動向은 本 研究의 第I報에서 이미 言及되었기 省略하고 本 報에서 重點의으로 다루게 될 變換法(Transformation method)에 의한 設計渴水量 誘導에 관한 既往의 研究에 한해 살펴보면 國內外的으로 別無한 形便으로 國外的으로는 Prakash<sup>19)</sup>가 SMEMAX 變換法이 100년 頻度の 確率渴水量을 推定하는데 適正한 方法이라고 提唱하였을 뿐이며 國內的으로는 筆者<sup>13, 14)</sup>에 의해 SMEMAX 變換 및 Weibull 分布法에 의한 基本的인 渴水頻度 分析이 遂行되었을 뿐이다. 이에 筆者는 本 研究에 대한 第I報에 이어 本 稿인 第II報에서는 時系列의 正規化 過程인 變換法으로서 冪變換(Power transformation)法과 SMEMAX 變換法에 의한 渴水頻度分布를 遂行 함으로써 장차 發生될 수 있는 量的推定 및 發生頻度の 信憑性있는 豫測이 가능한 渴水量 頻度分析 方法을 追求하고 變換法에 의해 結果된 設計渴水量과 第I報에서 發表된 Type III 極值分布에 의해 誘導된 結果值와의 比較分析을 遂行하여 最終的으로 精度 높은 分析方法을 提示하고 이에 대한 再現期間별 設計渴水量을 誘導함으로써 장차 利水計劃을 위한 各種 水利構造物의 水文學的 設計基準을 提供하고자 하는데 그 重點을 두고자 한다.

## II. 對象流域 選定 및 流域特性

本 分析을 위한 對象流域으로는 第I報에서 言及된 바와 같이 錦江의 窺岩, 沃川流域과 洛東江의 鼎岩流域, 榮山江의 羅州 및 馬勒流域의 都合 5個流域을 選定하였으며 分析 對象流域의 流域面積을 위시한 主 河川長, 平均幅, 形狀係數, 位置 等은 第I報에서의 Table-1과 같다.<sup>7-10)</sup>

## III. 變換法(Transformation method)의 理論的 分析

### 1. 冪變換法(Power transformation)의 理論分析

冪變換(Power transformation)은 歪曲된 時系列 分布를 正規化하는데 쓰이는 變換法으로서 Box와 Cox에 의해 提示된 것으로 Box-Cox 變換이라고도 하며 다음의 式(1) 및 (2)와 같다.<sup>2)</sup>

$$Z_i = \frac{y_i^\lambda - 1}{\lambda}, \quad \lambda \neq 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$Z_i = \log y_i, \quad \lambda = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

여기에서

$y_i$ : 주어진 系列의 變量

$Z_i$ : 變換된 系列의 變量

$\lambda$ 는 變換常數로 歪曲度係數를 零에 接近시키기 위한 係數이며  $\lambda$ 가 增加하거나 減少함에 따라서 歪曲度係數도 增加하거나 또는 減少하게 되며 一般的으로  $-0.1 \sim 1.0$ 의 範圍를 갖는다. 變換常數  $\lambda$ 는 最尤法이나 最少自乘法 및 試行 錯誤法 等에 의해 求해될 수 있으며 本 研究에서의 變換常數인  $\lambda$ 의 求值는 歪曲度係數가 零에 最大한 接近할 수 있도록 하는 試行 錯誤法을 採用하였으며 이 方法에 의해 變換된 變量의 歪曲度係數가 零에 近接되도록 試圖된 冪變換의 Flow Chart는 다음의 Fig. 1과 같다.

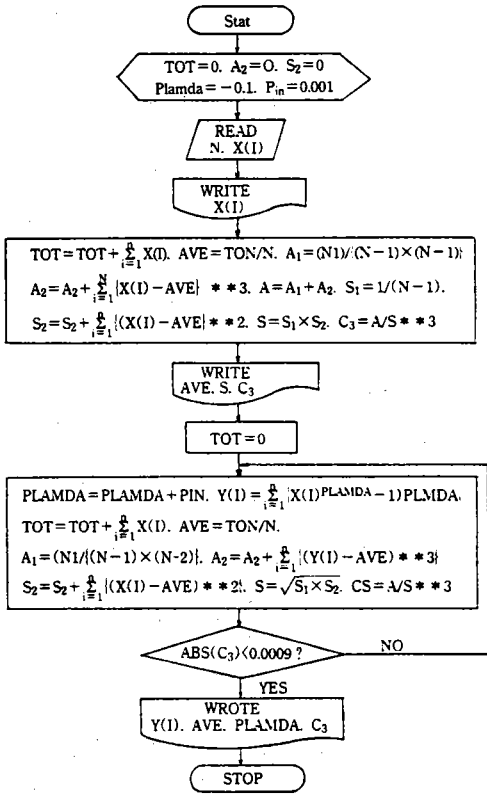


Fig. 1. Flow chart of Power transformation

各 對象流域에 대한 設計頻度別 渴水量은 上記 幕變換에 의거 式(3)에 의해 誘導된다.

$$y_1 = (\lambda Z_1 + 1)^{1/\lambda} \dots\dots\dots(3)$$

여기에서

$$Z_1 = Z - K \cdot \sigma_z$$

Z : 幕變換된 變量의 平均値

K : 再現期間別 頻度係數

$\sigma_z$  : 幕變換된 變量의 標準偏差

2. SMEMAX 變換法의 理論分析

SMEMAX 變換은 水文資料의 歪曲度와 尖銳度를 減少시켜 時系列 分布를 正規化시키고자 하는 것으로 資料의 最少值( $x_s$ ), 中央值( $x_m$ ) 및 最大値( $x_L$ )가 꼭지점이 되는 直角三角形에 그

理論的 根據를 두고 있다.<sup>12,19)</sup>. 따라서 直角三角形의 밑변과 높이는 資料의 中央值 보다 작거나 큰 것으로 나뉘어 진다.

資料의 變換된 對應値는 斜邊에 位置하게 되며 各 資料의 對應値에 관한 解析은 正弦의 三角形法則에 따르게 된다.

SMEMAX의 作圖는 Fig. 2에서 보는바와같이  $X_s$ 를 基點으로 하여 觀測資料値를 프룻트하고 轉換點으로서 中央值  $X_m$ 의 左側에 있는 線分  $X_s X_m$ 을 밑邊으로 하고 다시  $X_m$ 를 基點으로 하여 反時計方向으로 90° 回轉시킴으로써 線分  $X_m X_L$ 의 높이를 이룬 다음 두 線分의 끝인  $X_s$ 와  $X_L$ 을 이음으로써 三角形의 斜邊을 이룬다.

또한 線分  $M X_m$ 은 中央值  $X_m$ 을 斜邊의 中心點 M에 連結시킨것이며, 三角形의 밑邊이나 높이에 있는 어느 임의의 觀測値 X를 지나고 線分  $M X_m$ 에 平衡하게 그려진 線은 X의 變換値를 代表하는 斜邊의 2個로 兩分된 線을 따라서 同等하게 分布되게 된다. Fig. 2에서의  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 角은 各各 다음과 같다.

$$\alpha = \tan^{-1} \left[ \frac{X_L - X_m}{X_m - X_s} \right] \dots\dots\dots(4)$$

$$\beta = 180^\circ - 2\alpha \dots\dots\dots(5)$$

觀測値,  $X_i$ 가  $X_m$ 보다 작거나 같으면 正弦法則에 의해서 斜邊에 따른  $T_i X_s$ 의 길이는

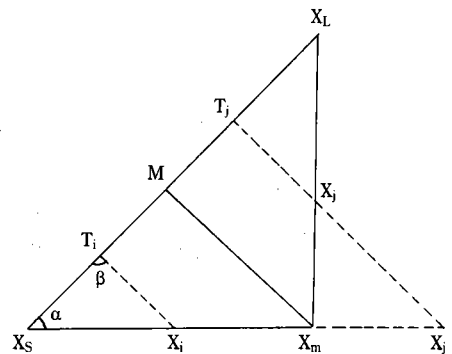


Fig. 2. SMEMAX transformation

$$T_i X_s = (X_i - X_s) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{(X_i - X_s)}{2 \cos \alpha} \quad \dots(6)$$

한편 觀測值,  $X_j$ 가  $X_m$ 보다 크면 밑변의 延長에 대한 線分  $X_j X_m$ 의 投影은

$$X_j' X_m = (X_j - X_m) \cot \alpha \quad \dots(7)$$

또한 正弦法則에 의해서 斜邊에 沿한  $T_j X_s$ 의 길이는

$$T_j X_s = [(X_m - X_s) + (X_j - X_m) \cot \alpha] \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad \dots(8)$$

或은

$$T_j X_s = \frac{(X_m - X_s + (X_j - X_m) \cot \alpha)}{2 \cos \alpha} \quad \dots(9)$$

$X_i$ 와  $X_j$ 가  $X_m$ 와 같을 때 線分  $T_i X_s$ 와  $T_j X_s$ 와의 길이는 같다.  $X_i = X_s$  이면 式(6)에 의해  $T_i X_s = 0$ 이 되므로  $T_i = 0$ 이 된다. 여기에서 線分  $T_i X_s$ 와  $T_j X_s$ 의 길이를 각각  $T_i$ 와  $T_j$ 로 나타낼 수 있으며, 이들은 각각  $X_i$ 와  $X_j$ 의 變換된 對應值이다. 式(6)과 式(9)는  $X_i$ 와  $X_j$ 의 變換된

對應值들이 구해졌을 때  $X_i$ 와  $X_j$ 에 대해 計算될 수 있다.

$$X_i = T_i 2 \cos \alpha + X_s \quad \dots(10)$$

$$X_j = (T_j 2 \cos \alpha + X_s - X_m) \tan \alpha + X_m \quad \dots(11)$$

式(10)은 濁水量 中央值의 變換인  $\frac{X_m - X_s}{2 \cos \alpha}$ 보다  $T_i$ 의 값이 작게 될 때 사용되고 其外의 境遇에는 式(11)을 利用하면 된다.

#### IV. 分析結果 및 考察

##### 1. 變換法에 따른 基本統計值

가. 冪變換에 의한 基本統計值

冪變換에 의하여 구한 基本的인 統計值의 結果는 Table-1과 같으며 標準偏差,  $\sigma_2$ 는 0.097~1.438이며 歪曲度係數  $C_s$ 와 變換係數  $\lambda$ 는 各各 -0.0007~0.259 및 -0.999~0.602의 範圍를 나타내고 있다.

나. SMEMAX 變換에 의한 基本統計值

SMEMAX 變換에 의해 구해진 基本統計值의 結果는 Table-2와 같으며, 標準偏差는 1.330~5.

Table-1. Basic statistics calculated by power transformation

Watershed	Mean ( $\bar{z}$ )	Standard deviation( $\sigma_2$ )	Coefficient of skewness( $C_s$ )	Coefficient of transformation( $\lambda$ )
Gyu Am	5.886	1.336	-0.00059	0.407
Og Cheon	4.678	1.438	-0.00070	0.602
Jeong Am	1.861	0.699	-0.00052	0.216
Na Ju	0.745	0.097	0.259	-0.999
Ma Reug	1.241	0.850	0.00069	0.342

Table-2. Basic statistics calculated by SMEMAX transformation

Watershed	Mean ( $\bar{x}$ )	Standard deviation(s)	Kurtosis ( $C_k$ )	Coefficient of skewness( $C_s$ )
Gyu Am	11.398	5.947	-0.551	-0.217
Og Cheon	3.766	2.579	-0.661	-0.004
Jeong Am	2.165	1.824	-1.239	-0.218
Na Ju	4.990	2.772	-0.334	0.265
Ma Reug	2.583	1.330	-0.366	0.043

947이고 尖銳度과 歪曲度係數는 各各 -1.239~ -0.334 및 -0.218~0.265의 範圍를 나타내고 있다.

다. 變換法의 效率性 分析

一般으로 水文資料의 變換效率은 變換된 水文時系列에 있어서 歪曲分布를 正規化 시키는 데 至大한 影響을 끼치는 歪曲度係數를 零에 얼마나 近接시키느냐에 따라 評價된다. 따라서 歪曲度係數를 零에 近接시키는데 가장 效果的인 變換法의 追求를 위해 對數, 平方根, SMEMAX 및 Power 變換을 各 流域에 試圖한 結果 Table-3에서 보는바와 같이 Power 變換에 의한 歪曲度係數의 값이 羅州流域의 0.259를 除外하고는 全 流域에서 -0.0007~0.00052의 結果로서 他 變換方法에 비해 훨씬 零에 近接된 좋은 結果를 보이고 있다.

Table-3. Transformation effect for the coefficient of skewness

Watershed	Transformation				
	None	Ln	Square root	SMEMAX	Power
Gyn Am	0.442	-0.320	0.070	-0.217	-0.00059
Og Cheon	0.299	-0.394	-0.073	-0.004	-0.00070
Jeong Am	0.411	-0.091	0.133	0.218	-0.00052
Na Ju	2.269	1.306	1.819	0.265	0.259
Ma Reug	0.043	-0.575	0.233	0.043	-0.00069

2. 變換法에 의한 設計頻度別 渴水量的 誘導

가. Power 變換에 의한 設計頻度別 渴水量的 誘導

再現期間에 따른 歪曲된 分布의 正規化를 위한 頻度係數 K의 값은 Table-4와 같다.

그리고 Power 變換에 의한 各 流域別 再現期間에 따른 設計渴水量은 다음의 式(12)에 의해 誘導된다.

$$y_{(T)} = (\lambda Z(T) + 1)^{1/\lambda} \dots\dots\dots (12)$$

여기에서  $Z(T) = Z - K\sigma_z$ 로서 Z와  $\sigma_z$ 는 各各 變換된 Z 系列의 平均值와 標準偏差이다.

따라서 Power 變換에 의한 各 流域의 再現期間別 設計渴水量을 구한 結果値는 Table-5와 같다.

Table-4. Frequency factors for the different return periods

Return period	2	5	10	20	50	100
Frequency factor	0	-0.8416	-1.2816	-1.6449	-2.0538	-2.3264

Table-5. Low flows estimated by using power transformation(m<sup>3</sup>/sec)

Watershed	Return period(yrs)					
	2	5	10	20	50	100
Gyu Am	20.15	14.13	11.44	9.51	7.85	6.63
Og Cheon	9.25	6.51	5.22	4.26	3.16	2.65
Jeong Am	4.80	3.08	2.42	1.93	1.49	1.25
Na Ju	3.91	2.97	2.63	2.41	2.19	2.07
Ma Reug	2.81	1.62	1.16	0.85	0.57	0.43

나. SMEMAX 變化에 의한 設計頻度別 渴水量

1) 渴水量 中央値의 變換值 計算

本 分析에 사용된 觀測渴水値 中 最少値( $X_s$ ), 中央値( $X_m$ ) 및 最大値( $X_L$ )를 利用하여 渴水量 中央値에 對應하는 變換值  $\frac{X_m - X_s}{2 \cos \alpha}$ 를 各 流域 別로 구한 結果는 Table-6과 같다.

2) 設計頻度別 渴水量的 誘導

前述한 各 流域別로 구해진 渴水量 中央値의 變換된 값이 變換된 資料値의 平均值와 標準偏差에 의해 구해진 確率渴水量 보다 큰 경우에는 式(10)를, 그리고 작은 경우에는 式(11)를 사용하여 最終的으로 구한 設計頻度別 渴水量的 結果値는 Table-7과 같다.

Table-6. Transformed values corresponding to the median of the low flows

Watershed	$X_L$	$X_m$	$X_s$	$\alpha = \tan^{-1} \left[ \frac{X_L - X_m}{X_m - X_s} \right]$	$2 \cos \alpha$	$\frac{X_m - X_s}{2 \cos \alpha}$
Gyu Am	38.78	18.86	8.50	62.52°	0.9228	11.227
Og Cheon	17.70	9.94	4.70	53.41°	1.1922	4.395
Jeong Am	10.10	5.75	2.40	52.43°	1.2194	2.747
Na Ju	14.79	3.82	2.33	82.26°	0.2694	5.531
Ma Reug	7.53	2.67	0.55	66.43°	0.7997	2.651

$X_L$ : The largest  $X_m$ : The median,  $X_s$ : The smallest

Table-7. Low flows estimated by using SME-MAX transformation(m<sup>3</sup>/sec)

Watershed	Return period(yrs)					
	2	5	10	20	50	100
Gyu Am	19.16	14.40	11.98	9.99	7.75	6.25
Og Cheon	9.19	6.60	5.25	4.13	2.87	2.04
Jeong Am	5.04	3.17	2.19	1.38	0.47	0.13
Na Ju	3.67	3.05	2.72	2.45	2.14	1.94
Ma Reug	2.62	1.72	1.25	0.87	0.43	0.14

3. Type III 極值分布, Power 變換 및 SMEMAX 變換에 의한 設計渴水量의 比較

對象流域들의 適正確率分布型으로 判定된 3 個 變數에 의한 Type III 極值分布型과 두가지 變換法인 Power 變換 및 SMEMAX 變換에 의해서 구해진 再現期間別 設計渴水量을 綜合한 結果는 Table-8과 같으며 이들을 實測值의 Weibull 프롯팅을 비교하기 위하여 正規確率紙 상에 그린 結果는 Fig. 3~Fig. 7과 같다.

Table-8. Comparison of design low flows calculated by Type III extremal distribution, Power and SMEMAX transformation methods  
unit: m<sup>3</sup>/sec

Watershed	Distribution & Transformation	Return period, T(yrs)					
		2	5	10	20	50	100
Gyu Am	Type III extremal	20.16	13.88	11.28	9.54	8.03	7.27
	Power	20.15	14.13	11.44	9.51	7.85	6.63
	SMEMAX	19.16	14.40	11.98	9.99	7.75	6.25
Og Cheon	Type III extremal	9.05	6.45	5.41	4.74	4.17	3.90
	Power	9.25	6.51	5.22	4.26	3.16	2.65
	SMEMAX	9.19	6.60	5.25	4.13	2.87	2.04
Jeong Am	Type III extremal	4.57	3.09	2.64	2.41	2.25	2.19
	Power	4.80	3.08	2.42	1.93	1.49	1.25
	SMEMAX	5.04	3.17	2.19	1.38	0.47	0.13
Na Ju	Type III extremal	3.99	2.76	2.47	2.35	2.28	2.26
	Power	3.91	2.97	2.63	2.41	2.19	2.07
	SMEMAX	3.67	3.05	2.72	2.45	2.14	1.94
Ma Reug	Type III extremal	2.87	1.54	1.02	0.70	0.43	0.30
	Power	2.81	1.62	1.16	0.85	0.57	0.43
	SMEMAX	2.62	1.72	1.25	0.87	0.43	0.14

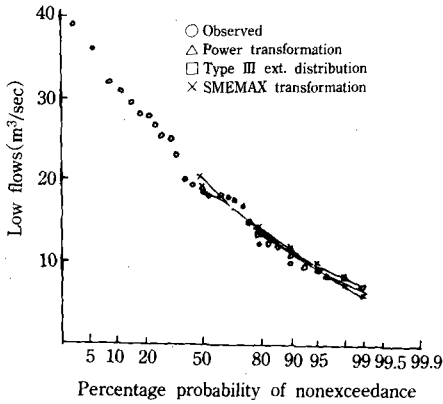


Fig. 3. Comparison of estimated low flows at Gyu Am watershed in the Geum river

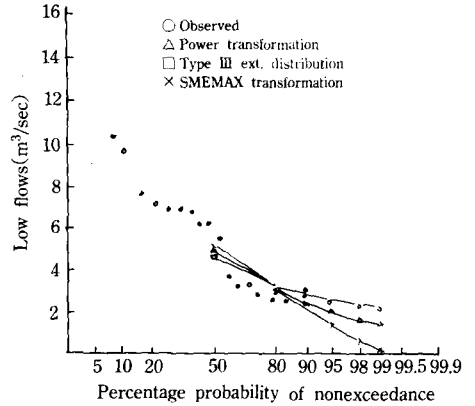


Fig. 5. Comparison of estimated low flows at Jeong Am watershed in the Nag Dong river

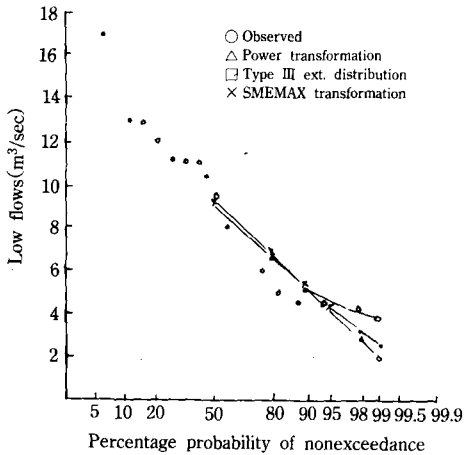


Fig. 4. Comparison of estimated low flows at Og Cheon watershed in the Geum river

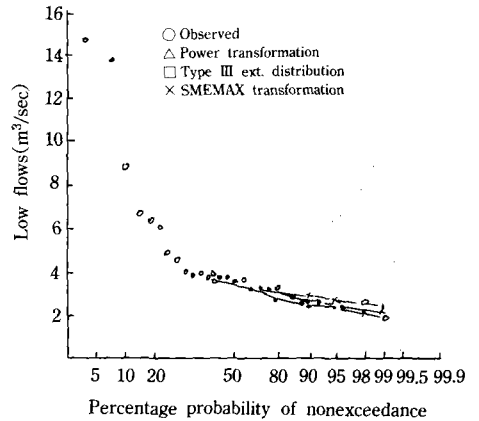


Fig. 6. Comparison of estimated low flows at Na Ju watershed in the Yeong San river

그림에 보는바와 같이 3個方法 共히 全 對象流域에서 再現期間이 커짐에 따라서 設計渴水量値가 점점 減少되는 反面, 一般의으로 流域面積이 커짐에 따라서 設計渴水量 역시 增加됨을 읽을 수 있다. 그리고 Type III 極値分布와 Power 變換 및 SMEMAX 變換에 의한 再現期間별 渴水量의 相對的인 適合性 判定을 위해 實測値의 Weibull 프룻팅에 의한 結果와 比較 分析한 結果는 Fig. 3~Fig. 7에서 보는바와 같

이 全 流域에서 10年 以內의 再現期間에서는 3個方法 共히 實測値에 매우 近接된 結果를 보이고 있으나 10年 以上의 再現期間에서는 一般的으로 Power 變換에 의한 設計渴水量値가 Type III 極値分布와 SMEMAX 變換值들의 中央値에 該當하며 實測値에 보다 近接함에 비추어 Power 變換에 의한 設計頻度별 渴水量을 適正設計渴水量으로 인정할 수 있다고 사료된다.

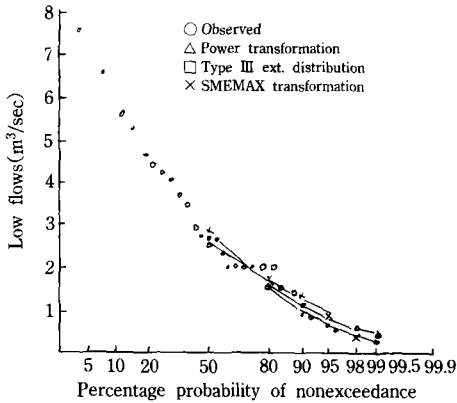


Fig. 7. Comparison of estimated low flows at Ma Reuk watershed in the Yeong San river

### V. 結 論

本 研究는 우리나라 主要水系의 5個 選定 流域에 대한 年渴水量을 對象으로 時系列의 正規化를 위한 冪變換과 SMEMAX 變換法에 의한 渴水頻度分析을 遂行하고 이들에 의해 結果된 設計渴水量과 第I報에서 誘導된 Type III 極值 分布型에 의한 設計渴水量과를 比較 分析함으로써 最終的인 適正設計渴水量을 이끌어 내하고자 試圖된 것으로 여기에서 얻어진 結果를 要約하면 다음과 같다.

1. 各 對象流域별로 Power 變換과 SMEMAX 變換에 의한 基本統計值를 구하였다.
2. 變換法의 效率性 分析에서 他 變換法에 비해 Power 變換이 歪曲分布의 正規化를 試圖하는데 가장 좋은 結果를 나타내었다.
3. Power 및 SMEMAX 變換에 의한 設計頻度別 渴水量을 誘導하였다.
4. 適正確率分布型으로 檢定된 Type III 極值分布와 Power 變換 및 SMEMAX 變換에 의한 設計渴水量의 相對的인 適合性 判定을 試圖한 結果 全 流域에서 10年 以內의 再現期間에서는 3個方法 共히 實測值에 近接된 結果를 보이고 있으나 10年 以上의 再現期間에서는 Power 變

換의 結果值가 Type III 極值分布와 SMEMAX 變換의 結果值들의 中央值에 該當되며 또한 實測值에 보다 接近됨에 비추어 Power 變換에 의한 結果值가 適正設計渴水量으로 認定될 수 있다고 사료된다.

本 論文은 '90~'92年度 韓國科學財團의 研究支援 (課題番號 901-1501-006-2)에 의하여 遂行된 것임

### 參 考 文 獻

1. Benjamin, J. R. and Cornell, C. A. 1970, Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers, McGraw-Hill, New York, pp. 370-500.
2. Box, G. E. P. and Cox, D. R., 1964, An Analysis of Transformation, Jour. of the Royal Statistical Society, Vol. B 26, pp. 211-252.
3. Chander, S., Spolia, S. K. and Kumar, A., 1978, Flood Frequency Analysis by Power Transformation. J. Hyd. Div. Am. Soc. Civ. Eng., 104(HY 11), pp. 1495-1504.
4. Chow. V. T., 1966, Statistical and Probability Analysis of Hydrological Data, Handbook of Applied Hydrology, McGraw Hill Book CO., Inc., New York N. Y., Part 1, Frequency Analysis, Section 8-8, 8-9.
5. Gupta, V. K., Kisiel, C. C. and Duckstein, L., 1973, Droughts as Extreme Distributions from a Point Ranfall Process, Proceedings of the Second International Symposium in Hydrology. W. R. P. Fort Collins, Colorado, pp. 637-647.
6. Haan, C. T., 1977, Statistical Methods in Hydrology, ISU Press, Ames., pp. 97-158.
7. 建設部, 1962, 韓國水文調查書 (水位編)
8. 建設部, 1962, 錦江流域調查事業報告書



9. 建設部, 1972, 産業基地開發會社, 1974, 韓國河川調查書
10. 建設部, 1979, 韓國水文調查書 (雨量, 水位編)
11. Millan, J. 1973, Statistical Properties of Runs as applied to Hydrologic Droughts, Proceedings of the Second International Symposium in Hydrology, W. R. P. Colorado, pp. 627-636.
12. 李淳赫, 朴明根, 1985, SMEMAX 變換에 의한 洪水頻度分析에 관한 研究, 忠北大論文集 第30輯, pp. 165-175.
13. 李淳赫, 朴明根, 1987, SMEMAX 變換에 의한 渴水頻度 分析에 관한 研究, 韓國農工學會誌, Vol. 9, No. 2, pp. 98-102.
14. 李淳赫, 趙成甲, 1991, Weibull 分布에 의한 確率渴水量的 誘導, 忠北大 農業科學研究 9-2, pp. 98-102.
15. Linsley, R. K., Kohler, M. A. and Paulhus, J. L. H., 1982, Hydrology for Engineers, Third Edition, McGraw Hill Book Co. Inc., N. Y., pp. 357-374.
16. McMahon, T. A., Mein, R. G., 1986, River and Reservoir yield, W. R. P. Colorado, U. S. A., pp. 45-54.
17. 岩井重久, 石黑政儀, 1970, 應用水文統計學, 森北出版社.
18. Plamer, N. C., 1965, Meteorological Drought, Research Paper No. 45, U. S. Weather Bureau, Silver Spring, Maryland.
19. Prakash A., 1981, Statistical determination of Design low flows, Jour. of Hydrology, Vol. 51, pp. 109-118.
20. Rasheed, H. R., Ramamoorthy, M. V. and Aldabbagh, A. S., 1982, Modified SMEMAX transformation for frequency analysis, W. R. R., Vol. 18, No. 3, pp. 509-511.
21. Thomas, H. E., 1962, The Meteorological Drought, No. 44, U. S. Weather Bureau, Maryland.
22. Wadsworth, P. G. and Bryan, G. F., 1960, Introduction to probability theory and random variables, McGraw Hill, N. Y.
23. Yevjevich, V., 1972, Probability and Statistics in Hydrology, W. R. P. Colorado, pp. 118-167.