

푸리에 변환을 이용한 파면위상의 복구

남기봉

한림대학교 물리학과

(1992년 2월 10일 받음)

Twyman-Green형 간섭계의 시험파면의 변형을 추출하기 위하여 fourier변환을 이용하는 방법을 모사실험과 실험을 통하여 검토하였다. 대상 방법중에서는 Takeda의 방법이 변형을 추출하는 용도로 적절함이 밝혀졌다. 이 방법을 평면경에 적용하여 얻은 표면의 구조에는 curvature가 존재하며, 그 크기는 $\lambda/6$ 정도였다. 이 측정의 정확도는 $\lambda/40$ 정도로 얻어져, 기 발표된 유사연구의 결과보다 그 精度가 높음을 확인하였다.

I. 서 론

거리나 변위의 정밀측정의 도구로서의 간섭계는 그 정밀도와 신뢰도에서 다른 어떠한 기기보다도 탁월한 성능을 인정받고 있다. 이러면서도 간섭계의 일반정밀 측정의 응용은 비교적 느린 속도로 진행되어 왔는데, 이는 이 정밀측정에 필요한 선수조건들을 충족하기가 어려웠고 또한 data의 분석에 많은 훈련이 필요하였고, 또한 이에 부수된 광학적 원리들에 대한 이해가 선행되어야 했던 것으로 보인다. 이런 추세는 80년대 들어 서면서 출현한 소형 고성능 컴퓨터와 2차원 광검출기의 결합에 의하여 전혀 다른 새 가능성을 보이기 시작하여, 현재는 광학소자 품질검사의 경우, 시료만 제자리에 위치시키면 나머지 모든 검사와 분석은 간섭계에 연결된 컴퓨터가 처리하게 되었다. 이런 방법에 의한 한계 성능도 검출한계가 파장의 1% 이하로 까지 발전되었다.

이와 같은 용도로 출하된 제품들모두가 phase shifting 또는 phase stepping 기법을 이용하여, 간섭계에서 출력된 간섭무늬로부터 측정대상시료의 표면, 곡률, 굴절률, 광로정도의 차이를 환산하는 방법을 쓰고 있다. 이 방법은 Creath¹¹에 의하여 자세히 정리된 바 있는데, 이들 방법에서는 간섭하는 두 빛의 상대적인 광로정을 의도한 만큼씩 변경시키고 이들에게서 얻어진 3~5개의 간섭화면을 이용하여 소기의 목적을 달성하게 된다. 이 측정도중에 대상시료는 절대 정지상태로 있어야 한다. 그러나 시료나 측정대상이 진동등으로 하여 정지할 수 없거나 또는 대상 자체가 짧은 시간동안만 존재하는 등의

경우, 위에서 언급한 phase stepping기법을 적용할 수 없다.

본 연구에서는 이와 같은 경우 하나의 간섭화면만을 이용하여 대상시료의 표면구조를 추출할 수 있는 방법들을 비교분석하고 적절한 방법론을 제시하고자 하였다. 비교된 방법들은 모사실험(simulation)에 의하여 그 적합성을 판정하였고, 이렇게 얻어진 방법론을 실제로 평면형 시료에 적용한 결과를 소개하였다

II. Fourier 변환을 이용한 간섭무늬의 해석

Twyman-Green형의 간섭계로 평면을 검사하고자 할 경우에는 기준 반사면을 의도적으로 작은 각도로 기울여, 관찰면에 직선형의 간섭무늬가 얻어지도록 하고, 이 무늬들이 직선에서 벗어나는 정도가 검사면의 왜곡을 나타내는 척도가 되도록 하는 기법을 많이 이용한다. 이와 같이 직선형으로 나란하게 배열된 간섭무늬를 무늬의 방향과 나란한 이외의 방향으로 절단하여 그 밝기를 구해 보면 대부분의 경우, 절단한 방향을 x 로 나타 낼 경우

$$i(x) = a(x) + b(x) \cos(2\pi f_c x + \phi(x)), \quad (1)$$

의 꼴로 주어진다. 여기서 f_c 는 절단선 상에서 관찰되는 무늬 간격의 역수이며 이를 공간반송주파수(spatial carrier frequency)라 한다. 이 f_c 는 의도적으로 기울인 기준거울의 각도에 의하여 나타난 항이므로 구하고자 하는 시료의 표면변형과는 직접적인 관계가 없으며, 시료 표면의凹凸에 관한 정보는 (1)식에서 $\phi(x)$ 에 포함되어

*본 연구는 한국과학재단의 '90 기초연구과제로 선정되어 수행되었음.

있다. (1)에서 $i(x)$ 는 관찰된 양이며, f_0 도 간섭무늬로부터 측정이 가능한 양이나 $a(x)$, $b(x)$ 와 $\phi(x)$ 가 미지량이므로 (1)로부터 $\phi(x)$ 를 얻기 위해서는 (1)과 유사한 관계식이 3개 이상이 필요함을 알 수 있다. Phase shifting기법에서는 이를 위하여 $\phi(x)$ 에 조절된 크기의 위상, 예를 들면 $\pi/2$, $2\pi/2$, $3\pi/2$ 을 추가하면서 필요한 수 만큼의 관계식을 성립시키고 이들로 부터 $\phi(x)$ 를 추출하는 원리를 이용한다.

Takeda^[2,3]는 이와 달리 fourier transform을 이용하여 하나의 간섭무늬로부터 $\phi(x)$ 를 구할 수 있는 방법을 소개하였다. 그는 (1)의 $a(x)$, $b(x)$ 가 공간적으로 느리게 변화하여, 이들의 fourier 성분들이 f_0 보다 훨씬 작다고 가정하고, fourier 공간에서 이들 성분과 (-)주파수 성분들을 제거한 뒤, f_0 를 중심으로 이동시키고 이를 다시 역 fourier 변환시켜 이로부터 $\phi(x)$ 를 추출할 수 있음을 보였다. Fourier spectrum을 한 쪽으로 f_0 만큼 이동하는 것은 실제공간에서 $e^{-i f_0 x}$ 를 곱하여 주는 것과 같은 의미가 되므로 사실은 (1)의 cos 항에서 f_0 부분을 제거하는 결과를 가져오는데, 이는 바로 직선형 간섭무늬를 형성하기 위하여 인위적으로 가한 거울의 기울기를 제거하는 것을 의미한다. Kreis^[4]도 fourier 변환법을 이용하여 유사한 시도를 하였으나, 그는 위의 공간반송주파수가 없는 경우에도, 일정한 위상차 만큼 달라진 두장의 입력화면을 이용하여 위상추출시에 유발되는 부호의 불확정성을 배제하도록 하였다. 그러나 이 방법은 여전히 두장 이상의 간섭영상을 필요로 한다는 점에서 전래의 phase shifting법과 Takeda의 공간반송주파수 이동법과의 중간적 성격을 가진다. 본 연구에서는 이 Kreis의 방법중에서, 두번째 영상을 이용하지 않고 부호가 명확하지 않은 상태의 위상 정보를 추출하는 방법을 Kreis 법으로 칭하기로 한다. 따라서 Kreis 법과 Takeda 법의 차이는 fourier 공간에서 고역통과 필터처리를 한 spectrum을 반송주파수 만큼 이동을 시키는가에 있다. 두 방법의 세부 사항에 대하여서는 위에 언급한 문헌들을 참고하도록 한다.

III. 모사실험에 의한 검증

위의 두 방법에 의한 거리정보, 즉 위상의 추출에 대한 신뢰도를 확인하기 위하여 모사실험을 수행하였다. 이 실험에서는 서로 간섭하는 두개의 평면파중, 하나의 파를 형성된 간섭무늬의 간격이 sampling limit보다 충분히 크게 되도록 하는 정도로 기울여 주고, 여기에 최대 크기가 사용파장의 3, 4 배 정도 되는 표면변형을 가하여

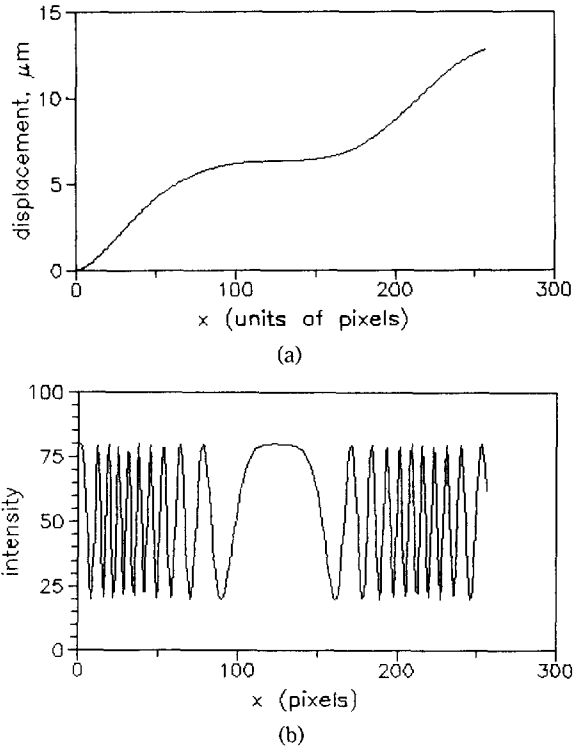


그림 1. a) 변형시킨 검사파면. tilt에 완만한 굴곡을 첨가하였다. b) 변형된 파면에 의하여 형성된 간섭영상의 예상도.

위상 $\phi(x)$ 를 주고 간섭무늬를 계산하였다. 사용한 data의 수는 256개로 잡고, 파장은 He-Ne 레이저를 염두에 두고 $0.6328 \mu\text{m}$ 로 설정하였다. 그림 1-a), 1-b)에 이러한 과정에 의하여 형성된 시험파면의 꼴과 이에 의하여 나타날 간섭무늬를 보였다. 간섭무늬의 계산에는 주변광에 의한 잡음을 나타내기 위하여 일정한 크기의 직류신호를 가해 주었다. 이 간섭영상은 위에 언급한 Kreis 방법에 의하여 처리되었고, 여기에서 얻어진 위상정보 $\phi'(x)$ 를 $\phi(x)$ 와 비교하였다. FFT는 Microway Co.의 MS fortran library를 이용하여 처리하였다. 그림 2에 이 과정을 단계별로 보였다.

그림 2-a)에 보인 fourier spectrum중에서 직류성분을 포함한 저조파(lower harmonics)성분을 제거한 상태가 그림 2-b)이다. 이들 그림 2-a), 2-b)사이에는 서로 다른 scale이 사용되고 있음을 주의하여야 한다. 그림 2-c)는 2-b)를 역 fourier 변환하고 이로부터 얻은 파면상 각 점의 절대위상값을 보인 것이다. 이렇게 얻어진 위상은 $-\pi \sim \pi$ 의 값을 가지는데, 전체적인 위상분포도는 이들

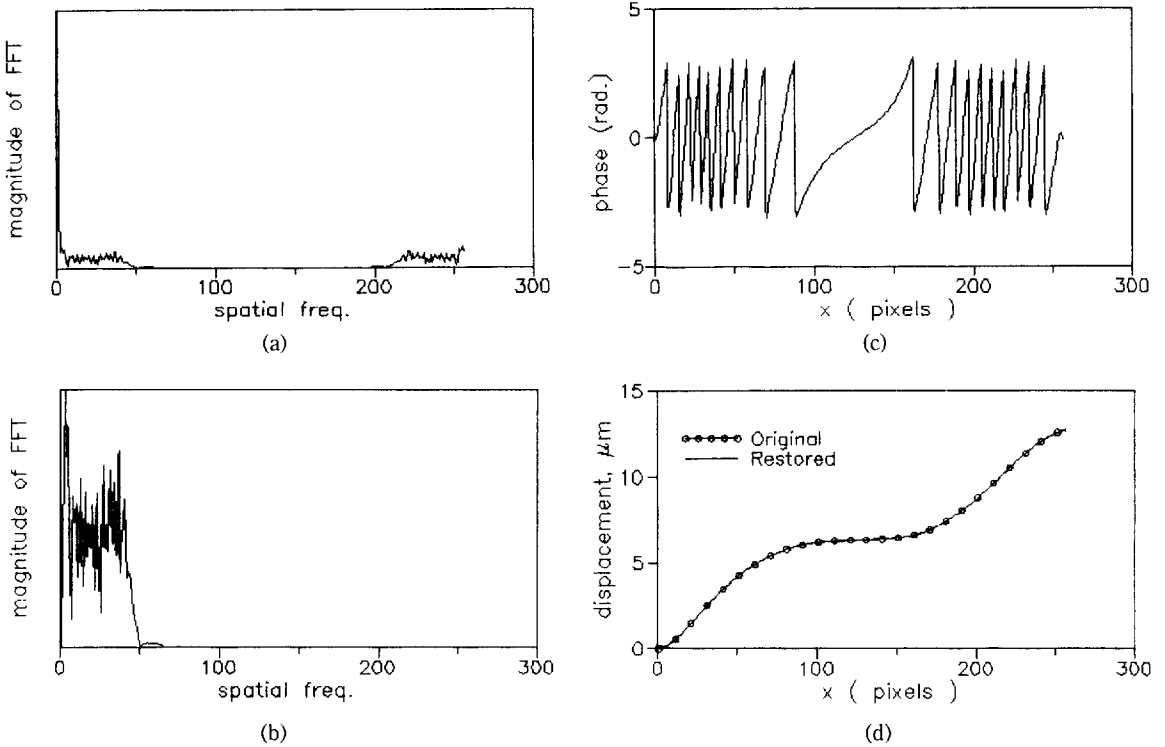


그림 2. a) 간섭무늬를 1 차원 FFT 처리한 결과. 수평축의 숫자는 기본 공간주파수 의 고조파 차수를 의미한다. b) Fourier spectrum에서 저차수와 고차수의 공간주파수를 제거한 형태. c) 위의 fourier spectrum을 역 fourier변환하여 얻은 각 점의 위상. d) 각 점의 위상을 연결시키고 위상을 변형의 크기로 scaling한 결과.

단편적인 절대 위상을 불연속 점에서 서로 연결하여 얻어진다. 그림 2-c)의 결과를 이처럼 연결시키고 이를 표면의 변형으로 환산한 결과를 그림 2-d)에 나타내었다. 여기에는 또한 원래의 변형을 같이 보였는데, 원래 시험 파면의 변형이 Kreis법으로 충실하게 추출됨을 볼 수 있다. 그러나 이 방법은 Kreis 자신이 지적하였듯이 변형의 방향에 대하여 무감각하다는 단점을 가지고 있다. 즉 그림 1-a)에서, 150번째 화소이후의 부분이 아래쪽으로 변형되었다 하더라도 Kreis법에 의한 결과는 여전히 그림 2-d)와 같이 유도된다는 점이다. Kreis는 이 부호의 모호성 (ambiguity)을 해결하기 위하여 위상이 약간 변화된 또 하나의 간섭영상을 이용하였다.

한편 그림 1의 영상을 Takeda 법으로 처리할 경우의 결과는 그림 3에 정리, 도시하였다. 그림 2-a)의 fourier 공간에서 5 고조파($\alpha=5$ 에 해당하는 주파수) 이하와 64 고조파 이상의 성분들을 제거하면 그림 3-a)에 보인 바와 같이 된다. 이때 저역, 고역의 경계설정에는 임의성을 배제할 수 없는데, 이 정도로 설정하면 무난한 결과를

얻을 수 있었다. 그림 2-a)나 3-a)에는 어느 두드러지게 강한 성분이 존재하지 않으므로 f_0 를 정확하게 찾아낼 수는 없다. 그림 3-b)는 3-a)를 적당한 만큼 좌로 이동시킨 것으로 이 이동한 거리가 위의 f_0 로 이용되었다. 이 f_0 값은 몇차례의 시행착오로 결정하였다. 이 과정중 그림 3-a)에서 f_0 의 좌변에 존재하던 성분들은 음의 주파수를 가지게 되는데, 이는 그림 3-b)에서 오른쪽 끝단에 나타나고 있다. 이와 같은 음의 주파수의 이동은 복소수의 FFT 과정에서 얻어지는 부수적 결과이다. 즉 전체 data수의 절반점 (본 연구에서는 128) 이상의 fourier spectrum 은 실제의 spectrum이 아니라 음의 주파수를 가지는 성분들이 이동하여 나타난 것이다⁵⁾. 이제 그림 3-b)를 역 fourier 변환시키는데, 최초의 간섭영상은 실수들로 입력되었지만, 위와 같은 일련의 과정을 거쳐서 얻어진 영상은 복소수값들을 가지게 되고, 이 복소수의 위상각이 바로 각 점에서의 $\phi(x)$ 가 된다. 이 위상도 역시 $-\pi \sim \pi$ 사이의 값으로 얻어지는데 이를 연속연결시키고, 위상을 변위로 환산해 주면 그림 3-d)에 보인것과 같은 결

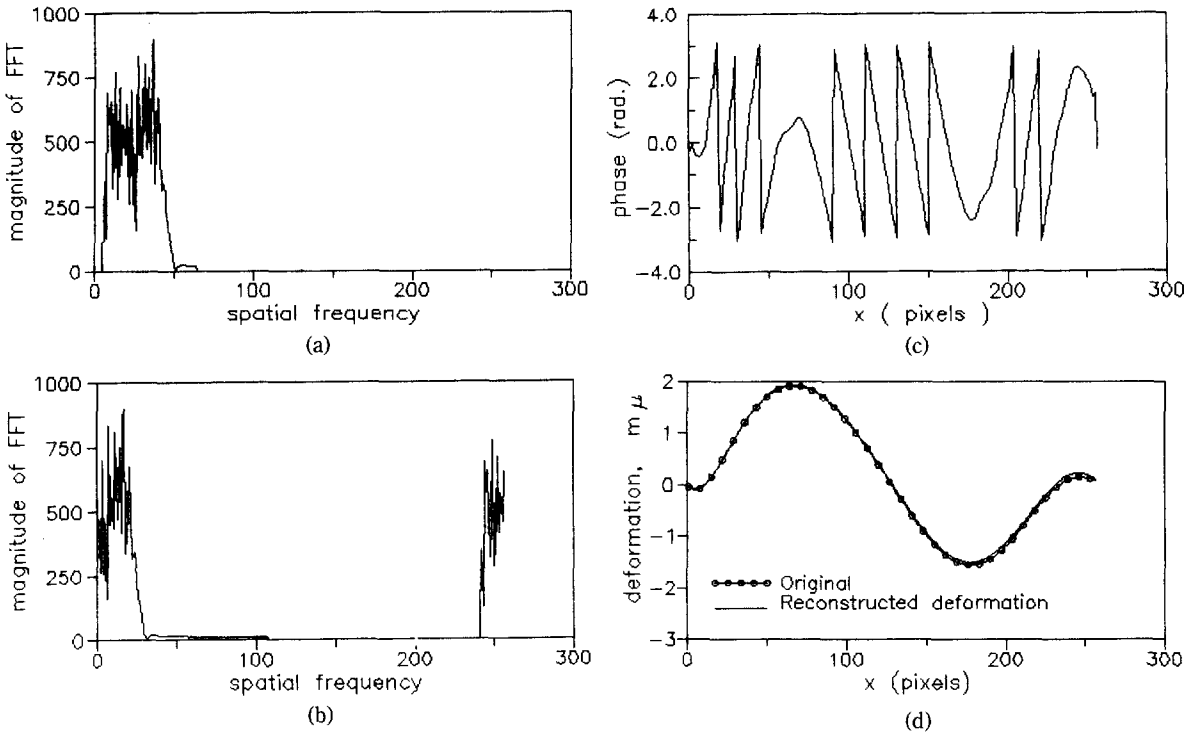


그림 3. a) Fourier spectrum에서 저차수와 고차수의 공간주파수를 제거한 형태. 그림 2-b)와 같은 상태임. b) 위의 결과를 $-f_0$ 만큼 이동시킨 모양. c) 위 b)를 inverse fourier 변환하여 얻어진 각 점의 절대위상. d) 위상들을 연결시키고 변형으로 scaling한 결과.

파를 얻는다. 그림 2와 그림 3의 최종결과는 눈에 띄게 다른 형태로 얻어짐을 보게 되는데, 이는 II 절에서 언급한 바 처럼, Takeda 법은 fourier공간에서 f_0 만큼 좌로 이동하는 과정에서 최초 영상에 내재해 있던 기울기(tilt)를 제거하는데, 이에 따라 그림 1-a) 나 그림 2-d)에서의 평균기울기를 제거하면 그림 3과 같은 결과를 얻게 된다. 그림 3-d)에는 이 비교를 위하여 최초로 가해진 변위를 같이 표시하였다. 여기서 보이는 약간의 차는, fourier 공간에서 f_0 만큼 이동하는 과정에서 digital FFT의 특성상 정확한 f_0 를 정의하기 어려워 얻어진 결과가 주류를 이룬다. 그림 3은 가해진 변위의 크기가 파장의 3~4 배에 이를 경우에 대한 결과로, 그 추출에 큰 애로가 없음을 알 수 있으나, 이 변위를 6 파장 정도로 한 경우에는 이 변위의 복구에 10%정도의 오차가 관찰되었다. 이 실험에 사용한 변위는 근본적으로 그림 3의 변위를 확대한 것으로, 이 경우의 간섭무늬의 간격은 sampling limit (Nyquist limit)의 2배 정도이다. 이 보다 더 간격이 좁아 질수록 오차가 더욱 커지는 경향을 보였으므로,

이들 오차는 주로 sampling의 한계에서 얻어지는 것으로 판단되었다. 따라서 신뢰도 있는 위상복구를 위한 변위의 한계는 절대적 크기로 정의되기 보다는, 변위의 기울기에 의한 간섭무늬의 간격이 sampling limit 보다 3, 4배 이상되는 기울기를 지닌 변위로 정의됨을 볼 수 있었다.

이상의 모사실험에서 Kreis법에 반하여, Takeda 법은 단조증가하는 표면변형외에도 증가, 감소하는 변형을 구분할 수 있으며 제 2의 간섭영상을 필요로 하지 않는다는 강점을 지니는 것으로 밝혀져, 본 연구에서는 이후 Takeda의 fourier 변환방법을 주로 이용하였다. 아울러 밝혀진 것은 Hanning 창외의 불요성이었다. 유한한 범위의 data를 fourier 변환할 때에는 Hanning 혹은 Hamming 창을 사용하는 것이 타당하나, 위의 두 경우에 Hanning window를 사용하면 복구된 위상이 주어진 위상과 상이점이 현저하게 관찰되었다. Takeda도 이 window사용에 따른 오차를 주목한 바 있다. 그러나 위의 모사실험에서는 이들 window를 사용하지 않고도 위상의 복구가 가능함을 보았기 때문에 이 후로는 이를 win-

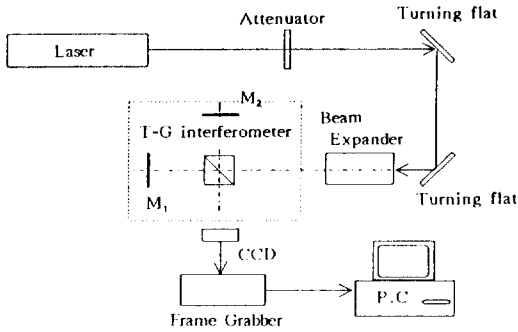


그림 4. 실험에 사용한 Twyman-Green형 간섭계의 개략도.

dow의 사용을 고려하지 않았다.

IV. 실험에 의한 검증

가) 평면경 시료

앞 절에서 simulation한 결과들을 검증하기 위한 간섭계를 그림 4와 같이 구성하였다. 파장 $0.6328\ \mu\text{m}$ 인 평행입사광의 직경은 1cm 정도로 조절하였고, 간섭무늬는 frame grabber를 통하여 PC에 입력, 저장되었다. 화상 검출기에는 $510(H) \times 492(V)$ 개의 감광소자가 있었으나, 본 실험에서는 원리의 입증용 목적으로 하여 이들 중 한 열만을 선택하였다. 실험에 사용한 frame grabber는 256×256 개의 array를 읽을 수 있어 계산에 사용한 한 줄은 256개의 1차원 array 값이었다. 이에 해당하는 CCD상의 거리는 2.57 mm이다. 간섭계 기준거울 M_1 으로는 $\lambda/20$ 급의 평면경을, 그리고 M_2 에는 표면의 질이 알려지지 않은 평면경을 사용하였다. 이 실험에서 얻어지는 전형적인 간섭무늬는 그림 5에 보이바와 같고, 여기서 한 줄에 대한 밝기는 6-a)에 도시하였다. 그림 5와 6-a)를 보면 간섭무늬가 위치에 따라 그 밝기는 고르지 않지만 전체적으로 비교적 일정한 간격으로 분포하고 있음을 알 수 있다. 이는 물론 거울 M_2 의 비교적 그 평면도(flatness)가 우수함을 의미하는데, 실제로 이 간섭영상을 Takeda법으로 처리한 결과인 그림 6-b)를 보면, 간섭무늬만으로 본 평면도와 실제에는 약간의 차이가 있음을 알 수 있다. 그림 6-b)의 수직축은 "위상 $\times \lambda/2\pi$ "의 량으로서 "변형(deformation)"을 나타내기기는 하지만 실험에 사용한 Twyman-Green형의 간섭계는 시료 거울의 변형을 빛이 2회 통과하므로, 이 경우의 변형은 실제 "변형"의 2 배가 되는 점을 유의하여야 한다 (아래의 식 (2) 참조). 이 결과에 의하면 대상 평면경에는

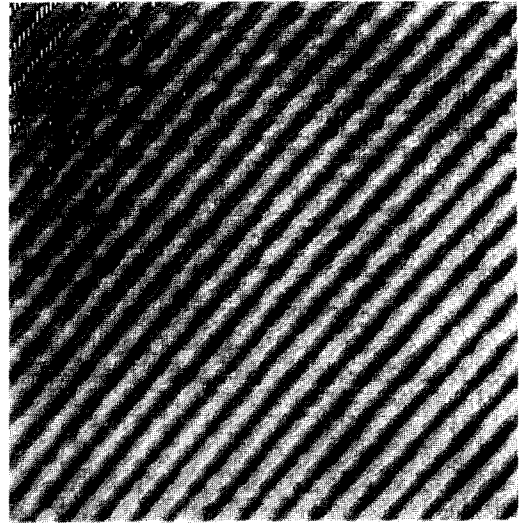


그림 5. 평면경 시료에 의한 간섭무늬의 전형적인 모양.

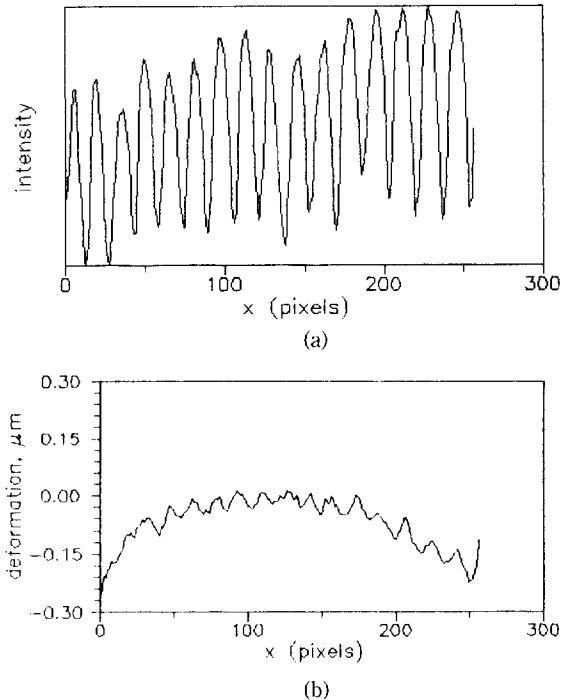


그림 6. a) 그림 5의 가운데부분을 아래로 scan한 결과. b) Takeda 법을 이용하여 복구된 표면의 모양.

약한 curvature가 있어, 측정된 구각상에서 약 $\lambda/6$ 정도의 변형이 있다 (그림상에서는 $\lambda/3$ 이지만 이는 변형이

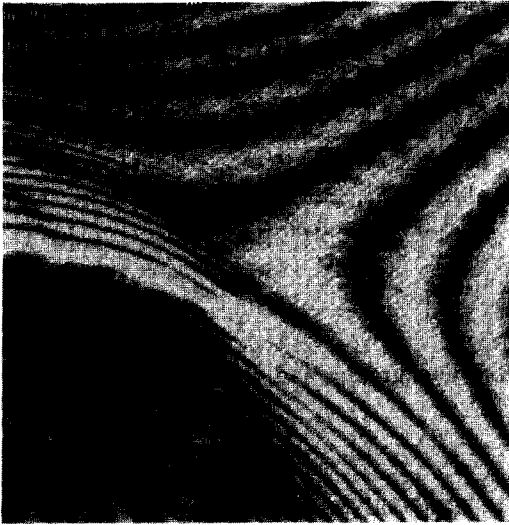


그림 7. 간섭계의 한 팔에 불균질 유리판을 넣어 얻어진 간섭무늬 모양.

2배로 나타난 것임을 유의). 다른 부수적인 결과로는, 그림 6-b)에는 위의 curvature 외에도 주기가 빠르고 진폭이 작은 구조들이 관찰되는데, 이 진폭은 $0.03 \mu\text{m}$ 정도로 어렵다. 따라서 실제 진폭은 $0.015 \mu\text{m}$ 정도이며 이는 사용파장의 2.5% 정도로서, 표면의 미세구조로 보기에는 그 크기가 작고, 또 여타 연구^[3]에서 보고된 측정 한계 3.3%에 근사한 것으로 미루어 보아, 이는 본 측정의 불확정도(noise)로 취급되어야 할 것으로 판단된다.

나) 불균질 매질의 경우

그림 7은 M_2 앞에 조성이 공간적으로 일정하지 않은 판유리를 위치시키고 얻은 간섭무늬이다. 이 경우, 유리판의 두께를 균일하다고 가정한다면 여기서 얻어지는 위상은 바로 유리판 굴절율의 공간적 변화에 직결되어 있다. 빛살가르개부터 M_1 , M_2 까지의 거리를 각각 d_1 , d_2 그리고 시료 유리판의 두께를 d_0 라 하면 위상차 $\Delta\phi$ 는

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \frac{2\pi}{\lambda} (2n_0d_1 - 2\{n_0(d_2 - d_0) + nd_0\}) \\ &= 2\frac{2\pi}{\lambda} (n_0(d_1 - d_2 + d_0) + nd_0) \end{aligned} \quad (2)$$

로 얻어지게 되며, 여기서 $n_0(d_1 - d_2 + d_0)$ 부분은 상수항이 되어 위상차로서의 의미를 갖지 않으므로 결국 간섭무늬에서 얻어지는 위상차는 바로 유리의 굴절률 n에 정비례하여 나타날 것임을 예상할 수 있다. 그림 7에 사용한 유리판은 부분적으로 굴절율도 미지의 양이었을

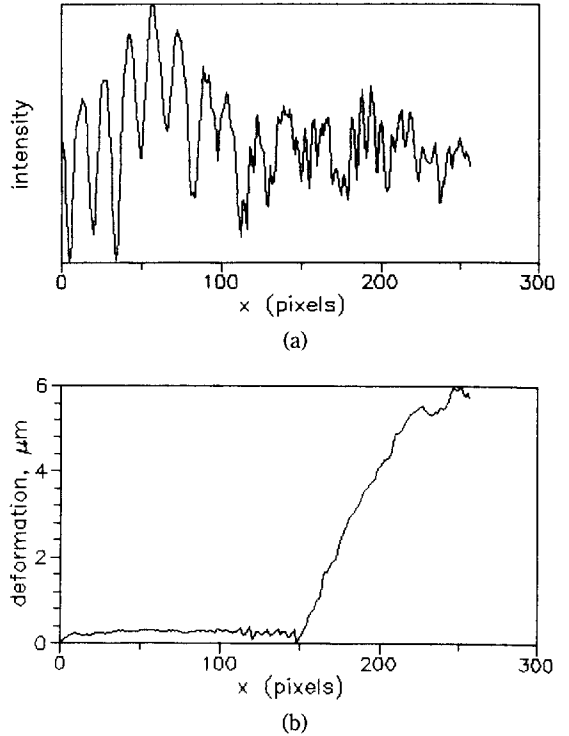


그림 8. a) 그림 7의 가운데 부분을 아래로 scan한 모양. b) 복구된 “유효 변형”.

뿐 아니라, 두께도 일정하지 않은 시료로서 이에서 도출된 $\Delta\phi \times \lambda / 2\pi$ 를 나타낸 그림 8-b)는 따라서 이들 두 미지량의 기여분이 복합되어 나타난 것이다. 참고로 그림 8-b)의 수직축에 보인 “변형”은 실제의 변형이 아닌 “유효 변형”으로 이해되어야 하며, 실제 유효 변형의 2 배로 나타나 있음을 주의할 필요가 있다.

V. 결 론

본 연구에서는 phase stepping 법과 달리, 푸리에 변환을 이용, 한장의 간섭영상으로부터 시험파면의 위상 분포를 정확하게 복구할 수 있음을 모사실험과 실제의 시료에 대하여 입증하였다. 위상으로 부터 유도된 표면 굴곡 측정 한계는 본 실험의 경우 파장의 2.5% 정도였는데, 이는 기 출판된 유사 연구^[2]의 3.3%를 능가하는 성능을 본 설비가 실현하였음을 의미한다. 본 연구에서 입증된 푸리에 변환을 이용한 간섭영상의 해석법은 간섭무늬의 해석에만 국한되지 않고 non-contour형의 간섭무늬가 나타나는 대상에는 임의로 적용이 가능한 방법으로서, fringe projection이나 2 기준파 홀로그램에

의한 공간의 3차원적 위치 판독등으로의 응용연구를 발전시킬 가치가 있을 것으로 보인다.

참고문헌

[1] K. Creath, "PHASE-MEASUREMENT INTERFEROMETRY TECHNIQUE" in Progress in Optics, Vol. 26 (North Holland Physics Publishing, Amsterdam, 1988).

[2] M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi, J. Opt. Soc. Am., **72**, 156 (1982).
[3] M. Takeda, Industrial Metrology, **1**, 79 (1990).
[4] T. Kreis, J. Opt. Soc. Am., A, **3**, 847 (1986).
[5] Reference Manual for 87FFT, v.2.03, MicroWay Inc. (1985).
Also, E. Oran Brigham, The Fast Fourier Transform (Prentice Hall, NJ, 1983).

Fourier Transform Method of Surface Topography and Interferometry

Kie B. Nahm

Dept. of Physics, Hallym University, Chunchon, 200-702

(Received February 10, 1991)

The fourier transform method of retrieving the phase of the test wavefront from a Twyman-Green interferometer was reviewed by numerical simulations and experiments. Of the two methods reviewed, Takeda's approach proved more reliable in reconstructing the deformation of the test surface. The application of this approach to a plane mirror showed the existence of the surface curvature, whose maximum deviation was about $\lambda/6$. The accuracy in the measurement was evaluated to be around $\lambda/40$.