

# 형태제어에 기초한, 여유자유도를 갖는 로봇 머니플레이터의 여유 자유도 이용에 관한 연구

## Redundancy Utilizations of Redundant Robot Manipulators Based on Configuration Control

崔 榮 奎\* · Homayoun Seraji\*\*  
(Young-Kiu Choi · Homayoun Seraji)

*Abstract* - Previous investigations of redundant manipulators have often focussed on local optimization for redundancy resolution by using the Jacobian pseudoinverse to solve the instantaneous relationship between the joint and end-effector velocities. This paper establishes some new goals for redundancy resolution at position level by using configuration control approach which has been recently developed. Minimum gravity loading, joint limit avoidance, minimum sensitivity, maximum stiffness and minimum impulse are introduced as redundancy resolution goals. These new goals for redundancy resolution allow more efficient utilizations of the redundant joints based on the desired task requirements. Simple computer simulation examples are given for illustration.

**Key Words** : · Redundant Robot Manipulator      · Kinematic Function Optimization  
(여유자유도를 갖는 로봇트 머니플레이터) (기구학함수최적화)  
· Configuration Control (형태제어)      · Adaptive Control (적응제어)

### 1. 서 론

산업용로봇트가 여러종류의 생산라인에 투입되

\*正 會 員 : 釜山大 工大 電氣工學科 副教授 · 工博  
\*\*非 會 員 : Ph. D., Technical Staff, Jet Propulsion  
Laboratory, California Institute of  
Technology

接受日字 : 1991年 9月 18日  
1次修正 : 1991年 12月 30日

어 사용되어짐에 따라, 산업용로봇트의 성능에 대한 다양성(versatility)과 기민성(dexterity)이 더욱 요구되는 추세이며, 이러한 요구를 수용하기 위해서 로봇트 머니플레이터(robot manipulator)가 현재보다 더 많은 자유도를 갖을 필요성이 있다. 로봇트 머니플레이터가 지정된 작업을 수행하기 위해서 필요한 자유도보다 많은 자유도를 갖을 때에, 여유자유도(redundancy)를 갖는다고 한다.

현재 대부분의 로봇트머니플레이터는 5개 내지 6개의 최소한의 자유도만을 갖고 있어서 여유자유도가 없는 상태이므로, 특이점 회피(singularity point avoidance)와 방해물 회피(obstacle avoidance) 및 관절의 위치, 속도한계회피(joint position and velocity limit avoidance)등을 용이하게 할 수 없으나, 여유 자유도를 추가하게 되면 이러한 문제들을 해결할 수 있고 따라서 로봇트머니플레이터를 효과적으로 사용할 수 있어서 생산성 향상과 제품의 질을 높이는 데에 이바지할 수 있다.

이러한 여유자유도를 갖는 머니플레이터는, 여유자유도로 말미암아 특정한 작업을 수행할 때에 무한히 많은 팔의 형상을 갖으므로 앞에서 언급한 바와 같은 성능상의 여러가지 이점을 취할 수 있으나, 제어문제가 매우 복잡하므로 이에 대한 연구가 비교적 최근에 와서야 활성화되고 있다 [1~12]. Whitney[1]가 여유자유도를 갖는 머니플레이터 제어를 위해서 Jacobian행렬의 가상역행렬(pseudo-inverse matrix)를 사용했고, Liégeois [2]는 가상역행렬방식의 수정된 형태를 제시하였다. Baillieul[3, 4]는 목적함수를 최소화하거나 최대화하기 위해서 확장된 Jacobian 방법을 제시하였다. Klein과 Huang[5]는 여유자유도를 갖는 머니플레이터에 대한 기존의 가상역행렬제어방식을 포괄적으로 정리하여 기술하였으며, Khatib[6]는 작업공간에서 머니플레이터 동역학을 이용하여 여유자유도에 대한 분석방법을 구하였고, Klein[7, 8]은 여유자유도를 갖는 머니플레이터의 동적 시뮬레이션과 방해물회피에 대해서 연구결과를 발표하였다. Hollerbach[9, 10]은 여유자유도를 갖는 머니플레이터의 설계와 토오크 최적화 문제를 제시하였고, Dubey와 Euler 및 Babcock[11]은 7자유도 머니플레이터에 대한 경사투영최적화(gradient projection optimization)방식을 기술하였다. 이러한 방식들은 직접적으로나 간접적으로 Jacobian 행렬의 가상역행렬을 사용하여 속도차원에서 여유자유도를 사용하였으나, 비주기적 운동(non-cyclic motion)이라는 문제가 발생하였고 또한 여유자유도를 이용한 부수작업(additional task) 수행이 지역적 최적화(local optimization)에 빠져 그 의미를 잃게 되는 경우가 많다.

최근에 이르러 여유자유도를 갖는 로봇트머니플레이터의 제어문제에 형태제어(configuration control)[12]라는 새로운 방식이 도입되었다. 이 방식에서는 수행하고자 하는 부수작업을 여유자유도 갯수만큼의 기구학함수(kinematic function)들로 표현하여 이러한 기구학함수들이 지정된 함수값을

을 갖도록 위치차원에서 직접적으로 제어하여 부수작업을 수행하므로 주기적 운동을 실현할 수 있다. 최적화문제도 형태제어형식으로 취급될 수 있으며 초기형태가 최적형태로 시작하고 전운동구간에서 특이점을 만나지 않는다면 최적형태를 유지할 수 있다.

본 논문에서는, 여유자유도를 이용하여 수행하고자하는 부수작업 5가지(최소 중력부하, 관절한계회피, 최소 민감도, 최대 강성, 최소 충격량)를 최적화문제로 새로이 설정하고 각각에 대하여 최적화조건식을 구하며 이러한 최적화조건식을 기구학 함수로 삼음으로써 형태제어를 통하여 최적화문제를 처리한다. 그리고 3자유도 평면 머니플레이터를 대상으로, 앞에서 설정한 부수작업이 형태제어하에서 성공적으로 수행됨을 컴퓨터시뮬레이션을 통하여 확인한다.

## 2. 형태제어 개요

형태제어방식[12]에서 여유자유도를 이용하여 부수작업을 수행하기 위해서, 작업공간 또는 관절공간에서 기구학함수를 정의해야 한다.

이러한 기구학함수  $\{\phi_1(\theta), \phi_2(\theta), \dots, \phi_r(\theta)\}$ 를 작업자가 선택하며,  $\phi_i(\theta)$ 는 머니플레이터의 형태에 대한 임의의 함수가 된다. 머니플레이터의 자유도 수를  $n$ 이라 하고, 지정된 작업을 하기 위한 필요자유도 수를  $m$ 이라고 할때에, 여유자유도 수  $r$ 은  $n-m$ 이 된다.

여유자유도의 이용목적은  $r$ 개의 작업제한조건(task constraint)으로 표현하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \phi_{a1}(t) &= \phi_1(\theta) \\ \phi_{a2}(t) &= \phi_2(\theta) \\ &\vdots \\ \phi_{ar}(t) &= \phi_r(\theta) \end{aligned} \tag{1}$$

이때에  $\phi_{ai}(t)$ 는, 작업자가 선택한 기구학함수  $\phi_i(\theta)$ 의 목표시간 함수를 뜻한다. 식(1)을 벡터식으로 표현하면,

$$\Phi_a(t) = \Phi(\theta) \tag{2}$$

단,  $\Phi_a$ 와  $\Phi$ 는  $r$ 차원 벡터이다.

기구학적 제한조건식 (2)는, 여유자유도에 의해 수행되는 여분의 작업을 나타내고, 원래 작업공간 상에서 지정된 작업은 다음식과 같이 표현하자.

$$Y_d(t) = Y(\theta) \tag{3}$$

이때에  $Y_d(t)$ 는  $m \times 1$ 벡터로서, 단말효과기(end-

effector)의 작업공간에서 지정된 위치와 방향의 제어를 나타낸다.

단말효과기의 작업공간에서의 좌표  $Y(\theta)$ 와 기구학함수  $\Phi(\theta)$ 를 합쳐서  $n$ 차원의 형태벡터  $X(\theta)$ 를 다음과 같이 만들 수 있다.

$$X(\theta) = \begin{pmatrix} Y(\theta) \\ \Phi(\theta) \end{pmatrix} \quad (4)$$

형태벡터  $\{x_1(\theta), \dots, x_n(\theta)\}^T$ 는  $n$ 개의 작업관계 일반좌표로 나타나며, 식(4)의 머니플레이터 기구학적 표현식은 더 이상 여유자유도를 갖지 않는다. 즉 합쳐진 작업공간의 차원과 관절공간의 차원이 각각  $n$ 이다. 그래서 머니플레이터는,  $n$ 차원의 작업공간에서 동작하는 여유자유도가 없는 머니플레이터로 간주되어, 특이형태(singular configuration)가 나타나지 않는다고 할 때에 주기성(cyclicity)을 갖게되며 따라서 단말효과기의 작업공간에서의 폐곡선운동이 관절공간에서의 폐곡선운동으로 매핑(mapping)된다.

이와같은 형태제어방식을 통하여, 여유자유도를 갖는 로봇트 머니플레이터의 제어문제는 지정된 형태제어벡터  $X_d(t) = (Y_d(t)^T \Phi_d(t)^T)^T$ 에 형태벡터  $X(\theta) = (Y(\theta)^T \Phi(\theta)^T)^T$ 가 가능한가깝게 추적하게 하는 문제로 바꿀 수 있으며, 이에 대한 블록선도는 그림 1과 같다. 기구학함수  $\Phi(\theta)$ 와 지정된 제적  $\Phi_d(t)$ 는 작업자가 선택하므로, 형태제어방식은 특별한 경우의 응용에 국한되지 않고 여유자유도를 갖는 로봇트 머니플레이터의 제어에 대한 일반적인 틀을 제공한다. 최적화문제도 형태제어의 한 접근방식으로 처리될 수 있다[12].

여유자유도를 이용하여 최적화하고자 하는 스칼라 기구학 목적함수(scalar kinematic objective

function)을  $L(\theta)$ 라고 표시하자. 이때의 여유자유도를 갖는 로봇트 머니플레이터의 제어문제는,  $Y = f(\theta)$ 라는 단말효과기 제한 조건하에서  $L(\theta)$ 를 최적화하는 관절벡터  $\theta$ 를 찾는 것이다. 이와 같은 제한된 최적화문제는 Lagrange multiplier를 사용하여 풀 수 있다.

합성된 스칼라 목적함수  $L^*(\theta, P)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$L^*(\theta, P) = L(\theta) + P^T \{Y - f(\theta)\} \quad (5)$$

이때에  $P$ 는  $m$ 차원 벡터로서 Lagrange multiplier를 뜻한다.

최적화를 위한 필요조건을 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial L^*}{\partial \theta} = 0 \rightarrow \frac{\partial L}{\partial \theta} = \left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)^T P = J_e^T P \quad (6)$$

$$\frac{\partial L^*}{\partial P} = 0 \rightarrow Y = f(\theta) \quad (7)$$

윗식에서  $J_e$ 는  $m \times n$ 행렬로서  $\theta$ 에 대한 단말효과기의 Jacobian 행렬을 뜻한다.  $N_e$ 라는  $r \times n$  full-rank 행렬을 다음과 같이 정의하자

$$N_e J_e^T = 0 \quad (8)$$

즉,  $N_e$ 의  $r$ 개의 열벡터(row vector)가 단말효과기의 Jacobian행렬  $J_e$ 의 영공간(null-space)를 구성하도록  $N_e$ 를 설정한다.

식(6)의 양변에  $N_e$ 를 곱하면, 최적화 조건은 다음과 같게 된다.

$$N_e \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (9)$$

$L(\theta)$ 의 최적화를 위해서,  $L(\theta)$ 의  $\theta$ 에 대한 미분벡터가 단말효과기의 Jacobian 행렬  $J_e$ 의 영공간에 대한 투영(projection)이 0으로 되어야 함을 식(9)에서 알 수 있다.

그리고 식(9)는 최적화를 위한 필요조건이므로, 로봇트 머니플레이터의 초기형태가 최적형태로 시작되어야 전운동구간에서 최적형태가 이루어진다 [12].

식(9)의 행렬  $N_e$ 는 여러가지 방법으로 만들 수 있으며,  $J_e = [J_{e1} : J_{e2}]$ 로 할때에  $J_{e2}$ 가 비특이행렬(non-singular matrix)이라면  $N_e$ 를 다음과 같이 간단히 취할 수 있다.

$$N_e = [I_r : -J_{e1}^T (J_{e2}^T)^{-1}] \quad (10)$$

단,  $J_{e1}$ 와  $J_{e2}$ 는 각각  $J_e$ 의  $m \times r$ ,  $m \times m$ 부분행렬이며,  $I_r$ 은  $r \times r$ 단위행렬을 의미한다.

식(9)를 Baillieul[3]이 다른 방법을 통하여 처

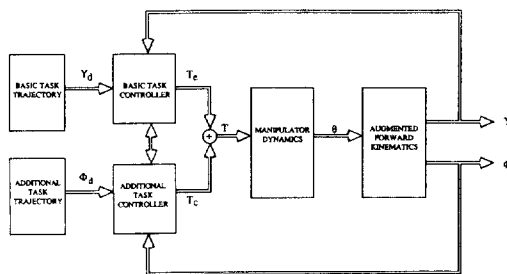


그림 1 형태제어의 블록선도  
Fig. 1 Architecture of configuration control scheme

음 유도하였으며, 확장된 Jacobian방법(extended Jacobian method)에서 여유자유도 해석을 위해 사용하였다. 기구학함수  $\Phi(\theta) = N_e \frac{\partial L}{\partial \theta}$  로 놓고  $\Phi_a(t) = 0$ 으로 놓음으로써, 최적화문제를 형태제어의 틀에서 여분의 작업수행문제로 취급할 수 있다. 따라서 Baillieul의 확장된 Jacobian방법은 형태제어방식의 특별한 한 경우로 볼 수 있다.

**3. 여유자유도를 갖는 로봇트머니플레이터의 여유자유도 이용**

앞장에서 언급한 형태제어방식을 사용하여, 로봇트 머니플레이터가 지정된 작업을 하게 하는 동시에, 목적하는 부수작업수행에 여유자유도를 유용하게 사용할 수 있으며, 본 논문에서 새롭게 취급하는 부수작업은 다음과 같이 5가지이고 각각에 대한 자세한 기술은 아래와 같다.

**3.1 최소 중력부하**

로봇트머니플레이터의 운동방정식에는 중력항이 포함되어 있으며, 대부분의 경우에 이러한 중력항이 전체 구동 토크중 비교적 큰 비율을 차지한다. 본 절에서는 중력항의 크기를 최소화 하기 위해서 어떻게 여유자유도를 사용할 수 있는 지를 살펴본다.

머니플레이터 동적운동방정식은 다음과 같이 나타내진다.

$$\tau = D(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + V\dot{\theta} \quad (11)$$

단,  $\tau$ 는 관절 토크이고,  $D(\theta)$ 는 관성행렬이며,  $H(\theta, \dot{\theta})$ 는 Coriolis력 및 원심력을 뜻하고,  $G(\theta)$ 는 중력을 나타내며,  $V$ 는 점성마찰계수를 나타낸다. 식(11)에서 중력항  $G(\theta)$ 는  $\theta$ 만의 함수이므로, 여유자유도를 적절히 사용하여 중력항을 최소화시킬 수 있다.

목적함수  $L_g$ 를 다음과 같이 선택하자.

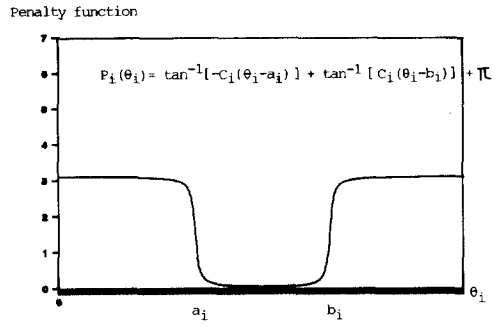
$$L_g = G^T(\theta)WG(\theta) = \sum_{i=1}^n w_i G_i^2(\theta) \quad (12)$$

단,  $n \times n$ 행렬  $W = \text{Diag}\{w_i\}$ 는 관절들간의 비중계수(weighting factor)를 나타낸다.

머니플레이터의 단말효과기가 지정된 위치와 방향을 따라 운동하면서(즉 단말효과기의 제한조건  $Y_d = f(\theta)$ 를 만족), 목적함수  $L_g$ 를 최소화하기 위한 필요조건은 2장의 식(9)와 같다.

$$N_e(\theta) \frac{\partial L_g}{\partial \theta} = 0 = \Phi_d \quad (13)$$

단,  $N_e(\theta)$ 는 식(10)과 같은 형태로 구할 수 있다.



**그림 2** 관절한계회피를 위한 페널티함수  
**Fig. 2** Penalty function for joint limit avoidance

**3.2 관절한계회피**

여유자유도를 사용하여, 로봇트 머니플레이터의 관절좌표가 주어진 범위내를 벗어나지 않도록 하고자 한다.

각 관절좌표의 한계를 다음과 같이 나타내자.

$$a_i \leq \theta_i \leq b_i \quad (14)$$

단,  $\theta_i$ 는  $i$ 번째 관절의 위치좌표를 나타내고,  $a_i$ 와  $b_i$ 는 각각  $\theta_i$ 의 하한(lower bound)와 상한(upper bound)를 나타낸다.

그림 2와 같은 형태의 페널티 함수(penalty function)  $P_i(\theta_i)$ 를 이용하여, 목적함수  $L(\theta)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^n w_i P_i(\theta_i) \quad (15)$$

$$= \sum_{i=1}^n w_i [\tan^{-1}\{-C_i(\theta_i - a_i)\} + \tan^{-1}\{C_i(\theta_i - b_i)\} + \pi]$$

단,  $w_i$ 는 비중계수이고,  $C_i$ 는 페널티함수의 경사도와 관련된 상수로서  $C_i$ 가 클수록 곡선의 경사도가 커진다.

식(15)은  $\theta_i$ 가 관절범위  $[a_i, b_i]$ 내에 있으면 페널티를 아주 작게주고, 관절범위를 벗어나면 큰 페널티를 준다.

$L(\theta)$ 를  $\theta$ 에 대해서 최소화함으로써  $(N_e(\theta) \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 = \Phi_a)$ , 각 관절의 위치좌표가 주어진 범위를 벗어나지 않도록 여유자유도를 사용할 수 있다.

**3.3 최소 민감도**

로봇트 머니플레이터의 단말효과기의 정적위치오차(static positioning error)는 관절기어의 backlash 및 관절위치감지기에서의 측정오차등에 의한 다. 단말효과기의 정적위치오차의 특정한 방향의

성분이, 조립작업이나 deburring 작업 또는 pick-and-place 작업 등에서 성공적인 작업수행에 결정적인 역할을 한다. 여유자유도를 이용하여 이러한 정적위치오차의 특정방향성분을 최소화 시킴으로써 성공적으로 작업을 수행하게 하는 방안을 모색하자.

정적위치오차의 특정방향성분을  $\Delta\alpha$ 라고 하면

$$\Delta\alpha = M\Delta Y \quad (16)$$

단,  $\Delta\alpha$ 는 스칼라이고  $\Delta Y$ 는  $m \times 1$  벡터이며  $M$ 은  $1 \times m$  벡터이다.

그런데  $\Delta Y = J_e(\theta)\Delta\theta$ 가 성립하므로 식(16)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta\alpha = M J_e(\theta)\Delta\theta = B(\theta)\Delta\theta \quad (17)$$

윗식으로부터,

$$(\Delta\alpha)^2 \leq \|B(\theta)\|^2 \|\Delta\theta\|^2 \quad (18)$$

$L(\theta) = \|B(\theta)\|^2$ 로 놓고,  $L(\theta)$ 를  $\theta$ 에 대해서 최소화 시킴으로써  $(\Delta\alpha)^2 / \|\Delta\theta\|^2$ 의 상한(upper bound)을 최소화 시킬 수 있다.

관절위치오차의 방향이 알려진 경우에는 위와같이  $L(\theta)$ 를 최소화 시키는 대신에,  $(\Delta\alpha)^2$ 를 직접 최소화 시키는 것이 실제적 의미를 갖는다. 목적함수  $L_a(\theta)$ 를  $(\Delta\alpha)^2$ 로 정의하면 식(17)로부터 다음식을 얻을 수 있다.

$$L_a(\theta) = (\Delta\alpha)^2 = \Delta\hat{\theta}^T \{J_e^T(\theta) M^T M_e(\theta)\} \Delta\hat{\theta} \quad (19)$$

단,  $\Delta\hat{\theta}$ 는  $\Delta\theta$ 의 단위벡터로서 알려진 값이다.

윗식의  $L_a(\theta)$ 를  $\theta$ 에 대해서 최소화시킴으로써, 관절오차에 대한 단말효과기의 오차의 민감도를 최소화 시킬 수 있다.

### 3.4 최대 강성

머니플래이더 강성(stiffness)은, 외란에 의한 외부력이나 부하의 하중등으로 발생하는 위치오차를 결정짓는 요소이다. 특히 harmonic drive를 사용한 경우에는 머니플래이더 관절부위의 탄성이 커지며 이러한 탄성이 위치오차에 큰 영향을 미칠 수 있다. 따라서 여유자유도를 사용하여, 머니플래이더의 단말효과기 입장에서의 강성을 최대로 하여 위치오차를 최소화하자.

머니플래이더의 각 관절은 탄성계수  $k_i$ 의 스프링으로, 각 링크는 강체로 모델링한다. 관절에 가해진 관절토크벡터  $\tau$ 와 그에 따른 관절변위벡터  $\Delta\theta$ 는 다음 관계식을 만족한다.

$$\tau = K\Delta\theta \quad (20)$$

단,  $K$ 는  $n \times n$  탄성행렬로  $K = \text{Diag}\{k_i\}$ 이다.

작업공간에서 머니플래이더의 단말효과기에  $F$ 라는 힘을 가했을 때에, 발생하는 단말효과기의 변위를  $\Delta Y$ 라고 하면 다음 관계식이 성립함을 알 수 있다.

$$\Delta Y = J_e(\theta)\Delta\theta \quad (21)$$

식(21)에 식(20)을 대입하면

$$\Delta Y = J_e(\theta)K^{-1}\tau \quad (22)$$

그런데 관절토크  $\tau$ 와 단말효과기에 미치는 힘  $F$ 가 아랫식을 만족한다.

$$\tau = J_e^T(\theta)F \quad (23)$$

식(22)에 식(23)을 대입하여 다음 관계식을 얻는다.

$$\Delta Y = J_e(\theta)K^{-1}J_e^T(\theta)F = C(\theta)F \quad (24)$$

식(24)의 양변에 norm을 취하면,

$$\|\Delta Y\| \leq \|C(\theta)\|_F \|F\| \quad (25)$$

단,  $\|\cdot\|_F$ 는 행렬에 대한 Frobenous norm[13]으로서 행렬의 각 원소들을 제곱한 뒤에 합하여 제곱근을 구한 값을 나타낸다.

$L(\theta) = \|C(\theta)\|_F$ 로 놓고,  $L(\theta)$ 를  $\theta$ 에 대해서 최소화 시키면  $\|\Delta Y\|/\|F\|$ 의 상한값을 최소화 시킬 수 있다. 외부에서 가해지는 힘  $F$ 의 방향이 알려진 경우에는 위와 같이  $L(\theta)$ 를 최소화 시키는 대신에,  $\|\Delta Y\|$  자체를 최소화 시키는 것에 실제적 의미를 더 부여 할 수 있다. 이때의 목적함수를 다음과 같이 정의하자.

$$L_f(\theta) = \|\Delta Y\|^2 = \hat{F}^T C(\theta)C(\theta)\hat{F} \quad (26)$$

단,  $\hat{F}$ 는  $F$ 의 단위벡터로서 알려진 값이다.

윗식의  $L_f(\theta)$ 를  $\theta$ 에 대해서 최소화 시키면 최대강성을 얻을 수 있다.

### 3.5 최소 충격량

로봇 머니플래이더가 물건을 나르거나, deburring, 조립작업 등을 할때에, 단말효과기와 주변물체간에 접촉이 일어나게 되며 이러한 접촉은 충격을 유발한다. 충돌로 인한 충격량은 머니플래이더의 관절속도나 단말효과기의 속도에 불연속을 야기시키고 기계적 손상을 초래한다. 그런데 이러한 충격량은 머니플래이더의 형태함수로 표시되므로, 적절한 형태를 취함으로써 충격량을 최소화 시킬 수 있다. Walker[15]는 관절공간에서의 머니플래이더 동역학식을 적분하여 충격량을 구하

고, 속도차원에서 가상역행렬 방식으로 최소 충격량 형태를 구한 바 있다. 본 논문에서는 작업공간에서의 머니플레이터 동역학식을 바로 적분하여 충격량을 구하고 형태제어방식으로 최소 충격량 형태를 구한다.

머니플레이터의 동적운동방정식을 작업공간형태로 나타내면 다음과 같다.

$$F_a + F_c = D_y(\theta) \dot{Y} + H_y(\theta, \dot{\theta}) + G_y(\theta) \quad (27)$$

단,  $F_a$ ,  $F_c$ 와  $\dot{Y}$ 는 각각 작업공간에서의 구동력, 충격력(impulsive force) 및 단말효과기의 가속도를 나타내며,  $D_y(\theta)$ ,  $H_y(\theta, \dot{\theta})$  및  $G_y(\theta)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} D_y(\theta) &= [J_e(\theta)D^{-1}(\theta)J_e^T(\theta)]^{-1} \\ H_y(\theta) &= D_y(\theta)[J_e(\theta)D^{-1}(\theta)H(\theta, \dot{\theta}) - \dot{J}_e(\theta, \dot{\theta})] \\ G_y(\theta) &= D_y(\theta)J_e(\theta)D^{-1}(\theta)G(\theta) \end{aligned}$$

식(27)의 양변을  $t$ 에서  $t + \Delta t$ 까지 적분하면,

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} F_a dS + \int_t^{t+\Delta t} F_c dS = \\ \int_t^{t+\Delta t} D_y(\theta) \dot{Y} dS + \int_t^{t+\Delta t} H_y(\theta, \dot{\theta}) dS \\ + \int_t^{t+\Delta t} G_y(\theta) dS \end{aligned} \quad (28)$$

그런데  $F_a$ ,  $\theta$ 와  $\dot{\theta}$ 는 유한하므로 [14],  $\Delta t \rightarrow 0$ 으로 할 때에 충격량(impulse)  $\hat{F}_c$ 는 다음 식을 만족한다.

$$\hat{F}_c = D_y(\theta) \{ \dot{Y}(t + \Delta t) - \dot{Y}(t) \} \quad (29)$$

단,

$$\hat{F}_c = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_t^{t+\Delta t} F_c ds$$

식(29)는 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\Delta v = D_y^{-1}(\theta) \hat{F}_c = J_e(\theta) D^{-1}(\theta) J_e^T(\theta) \hat{F}_c \quad (30)$$

단,

$$\Delta v = \dot{Y}(t + \Delta t) - \dot{Y}(t)$$

머니플레이터의 단말효과기가 벽과 충돌할 때에, 단말효과기의 속도를  $v$ , 벽의 속도를 0으로 하고, 충돌후의 속도증가분을  $\Delta v$ 로 나타내며, 충돌면에 수직인 단위벡터를  $n$ 으로 나타내고,  $e$  ( $0 < e < 1$ )가 충돌의 종류를 나타내는 계수라고 하면 다음 관계식이 성립한다 [14].

$$(v + \Delta v)^T n = -e v^T n \quad (31)$$

충격량의 방향은 충돌면에 수직이므로

$$\hat{F}_c = \|\hat{F}_c\| n \quad (32)$$

식(30), (31) 및 (32)로 부터 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$\|\hat{F}_c\| = \frac{-(1+e)v^T n}{n^T [J_e(\theta)D^{-1}(\theta)J_e^T(\theta)] n} \quad (33)$$

주어진  $v$ 와  $n$ 에 대해서,  $n^T [J_e(\theta)D^{-1}(\theta)J_e^T(\theta)] n$ 을  $\theta$ 에 대해서 최대화함으로써 충격량의 크기  $\|\hat{F}_c\|$ 를 최소화 시킬 수 있다.

### 4. 컴퓨터 시뮬레이션

앞에서 취급한 개념들의 효용성을, 그림 3과 같은 3 자유도 평면 머니플레이터의 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 확인해 본다. 그림 3으로부터 절대관절각( $X$ 축에 대한 각도)  $\theta$ 와 단말효과기의 위치 좌표  $Y = [x, y]^T$ 를 연관시키는 전향기구학방정식이 다음과 같이 주어진다.

$$Y = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 + \cos \theta_2 + \cos \theta_3 \\ \sin \theta_1 + \sin \theta_2 + \sin \theta_3 \end{pmatrix} \quad (34)$$

단, 링크의 길이는 1로 한다.

윗식을 시간  $t$ 에 대해서 미분하면,

$$\begin{aligned} \dot{Y} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = J_e \dot{\theta} = \begin{pmatrix} -\sin \theta_1 & -\sin \theta_2 \\ \cos \theta_1 & \cos \theta_2 \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (35)$$

식(35)의  $J_e$ 로부터 식(8)의  $N_e$ 를 구하면 다음과 같다.

$$N_e = [\sin(\theta_3 - \theta_2) \sin(\theta_1 - \theta_3) \sin(\theta_2 - \theta_1)] \quad (36)$$

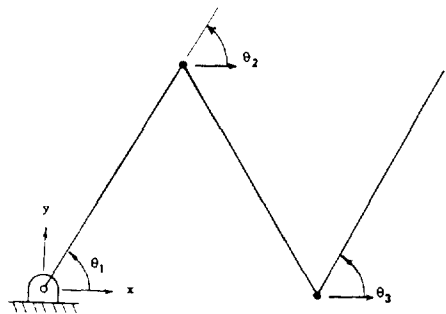


그림 3 3 자유도 평면 머니플레이터  
Fig. 3 Planar manipulator with 3 degrees of freedom

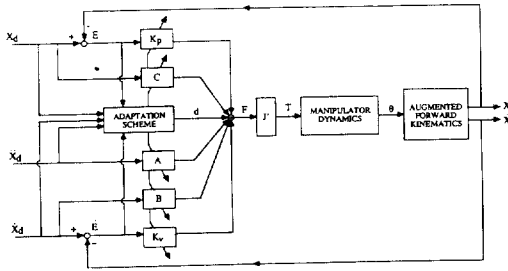


그림 4 머니플레이터 적응제어제  
**Fig. 4** Adaptive control system for manipulator

그림 3의 3 자유도 평면 머니플레이터는 1개의 여유자유도를 갖으며, 각 링크는 질량 10kg의 질량 분포가 일정한 가느다란 막대기로 가정하고 각 관절의 점성마찰계수는 1로 한다.

원하는 궤적이 아래와 같다고 하자.

$$X_d(t) = \begin{pmatrix} x_d(t) \\ y_d(t) \\ \phi_d(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.5\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

단,  $0 \leq t \leq 2$  (37)

형태제어를 이미 발표된 적응제어알고리즘 [12]으로 실현한다면 그림 4와 같은 구조를 갖게 되며 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\tau = J^T [d(t) + k_p(t)E + k_v(t)\dot{E} + C(t)X_a + B(t)\dot{X}_a + A(t)\ddot{X}_a] \quad (38)$$

윗식에서  $J = [J_e^T : J_c^T]^T$ 로 정의되며  $J_c$ 는 기구학 함수  $\phi(\theta)$ 를  $\theta$ 로 편미분한 것이다.  $E = X_d - X$ 는 추적오차를 나타내고 적응이득  $\{d, k_p, k_v, C, B, A\}$ 는 다음과 같은 적응제어 법칙으로 구해진다 [12].

$$\begin{aligned} q &= 5000E + 500\dot{E} : d(t) = 0.5 \int_0^t q(t) dt \\ k_p(t) &= 2 \int_0^t q(t) E^T(t) dt \\ k_v(t) &= 2 \int_0^t q(t) \dot{E}^T(t) dt \\ C(t) &= 0.5 \int_0^t q(t) X_a^T(t) dt \\ B(t) &= 0.5 \int_0^t q(t) \dot{X}_a^T(t) dt \\ A(t) &= 0.5 \int_0^t q(t) \ddot{X}_a^T(t) dt \end{aligned} \quad (39)$$

최소 중력부하에 관해서 살펴보면 다음과 같다.

그림 3의 머니플레이터의 운동방정식은 식 (11)과 같으며 중력벡터  $G(\theta)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$G(\theta) = \begin{pmatrix} 25g\cos\theta_1 + 15g\cos\theta_2 + 5g\cos\theta_3 \\ 15g\cos\theta_2 + 5g\cos\theta_3 \\ 5g\cos\theta_3 \end{pmatrix} \quad (40)$$

단,  $g = 9.81 \text{m/sec}^2$

식 (12)의 비중계수  $w_1 = w_2 = 0, w_3 = 1$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} L_g &= 25g^2\cos^2\theta_3 \\ \phi(\theta) &= N_e \frac{\partial L_g}{\partial \theta} = -25g^2\sin(\theta_2 - \theta_1)\sin 2\theta_3 \quad (41) \end{aligned}$$

윗식의  $\phi(\theta)$ 의 목표치가 0이므로,  $\phi(\theta)$ 를 다음 식과 같이 표현해도 무방하다.

$$\phi(\theta) = \sin(\theta_2 - \theta_1)\sin 2\theta_3 \quad (42)$$

따라서

$$\begin{aligned} J_c(\theta) &= \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = (-\cos(\theta_2 - \theta_1)\sin 2\theta_3 \\ &\quad \cos(\theta_2 - \theta_1)\sin 2\theta_3 \quad 2\sin(\theta_2 - \theta_1)\cos 2\theta_3) \end{aligned} \quad (43)$$

이때의 시뮬레이션 결과는 그림 5-7과 같다.

그림 5에서는 전 운동구간에서의 형태궤적을 보여주고 있는데, 3번째 링크가 수직으로 유지되는 것은 3번째 관절에 미치는 중력부하를 최소화한

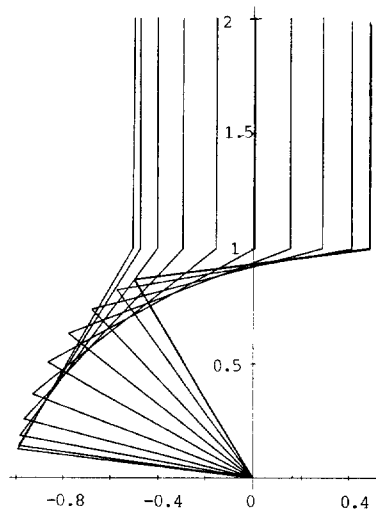


그림 5 최소중력부하의 경우에 대한 형태궤적  
**Fig. 5** Configurations in case of minimum gravity loading

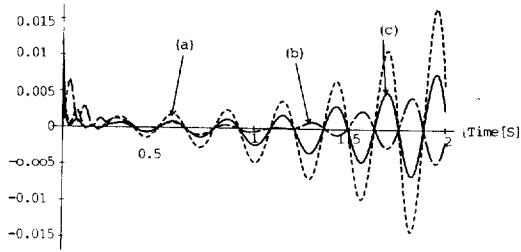


그림 6 최소중력부하의 경우에 대한 오차궤적  
 (a)  $e_x$  :  $x$ 의 오차  
 (b)  $e_y$  :  $y$ 의 오차  
 (c)  $\phi$  : 기구학함수 값

Fig. 6 Error trajectories in case of minimum gravity loading

- (a)  $e_x$  : error of  $x$
- (b)  $e_y$  : error of  $y$
- (c)  $\phi$  : kinematic function

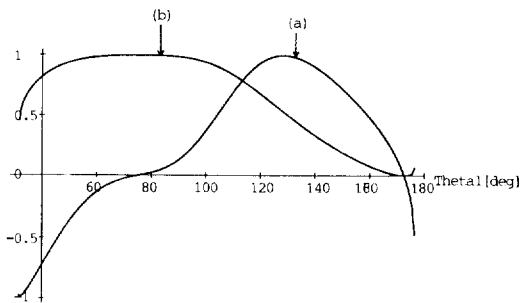


그림 7  $t=0$ 에서의 자기동작

- (a) 기구학함수  $\phi(\theta) = N_e \frac{\partial L_g}{\partial \theta}$
- (b) 목적함수  $L_g$

Fig. 7 Self-motion at  $t=0$

- (a) kinematic function  $\phi(\theta) = N_e \frac{\partial L_g}{\partial \theta}$
- (b) objective function  $L_g$

결과로 볼 수 있다.

그림 6은 단말효과기의 위치오차 및 기구학함수 값 ( $e_{xmax}=0.0168$ ,  $e_{ymax}=0.00652$ ,  $\phi_{max}=0.12$ )을 나타내고, 그림 7은 초기상태에서 자기동작(self-motion)을 통해서 최적화조건인 기구학 함수  $\phi(\theta)$ 와 목적함수  $L_g$ 를 도시하였다.

그림 7에서 목적함수  $L_g$ 가 최소화되는  $\theta_1=172.77$ 에서 기구학함수  $\phi(\theta)$ 가 0이 되며, 이 형태를 초기형태로 잡고 운동을 시작한다.

두 번째로 관절한계회피의 경우는 다음과 같다. 식(15)의 비중계수  $w_1=1$ ,  $w_2=w_3=0$ 으로 놓고,

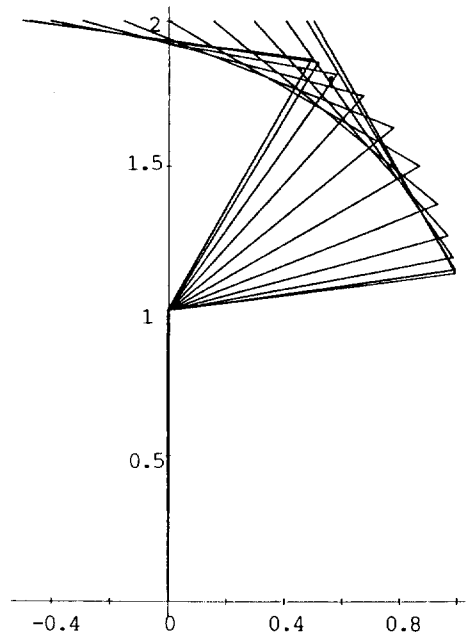


그림 8 관절한계회피의 경우에 대한 형태궤적

Fig. 8 Configurations in case of joint limit avoidance

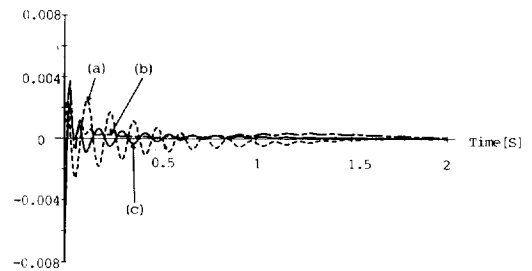


그림 9 관절한계회피의 경우에 대한 오차궤적

- (a)  $e_x$  :  $x$ 의 오차
- (b)  $e_y$  :  $y$ 의 오차
- (c)  $\phi$  : 기구학함수 값

Fig. 9 Error trajectories in case of joint limit avoidance

- (a)  $e_x$  : error of  $x$
- (b)  $e_y$  : error of  $y$
- (c)  $\phi$  : kinematic function

$a_1=\pi/3$ ,  $b_1=2\pi/3$  및  $c_1=10$ 으로 놓으면,

$$L = \tan^{-1}\{-10(\theta_1 - \pi/3)\} + \tan^{-1}\{10(\theta_1 - 2\pi/3)\} + \pi$$

$$\phi(\theta) = N_e \frac{\partial L}{\partial \theta} = \sin(\theta_3 - \theta_2) \left\{ \frac{-10}{1 + 100(\theta_1 - \pi/3)^2} \right\}$$



$$J_e(\theta) = \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \left[ \begin{array}{l} \sin(\theta_3 - \theta_2) \left[ \frac{2000(\theta_1 - \pi/3)}{(1+100(\theta_1 - \pi/3)^2)^2} \right] \\ - \frac{2000(\theta_1 - 2\pi/3)}{(1+100(\theta_1 - 2\pi/3)^2)^2} \\ - \cos(\theta_3 - \theta_2) \left\{ \frac{-10}{1+100(\theta_1 - \pi/3)^2} \right. \\ \left. + \frac{10}{1+100(\theta_1 - 2\pi/3)^2} \right\} \\ \cos(\theta_3 - \theta_2) \left\{ \frac{-10}{1+100(\theta_1 - \pi/3)^2} \right. \\ \left. + \frac{10}{1+100(\theta_1 - 2\pi/3)^2} \right\} \end{array} \right] \quad (44)$$

이때의 시뮬레이션 결과는 그림 8, 9와 같다.

그림 8에서 첫번째 링크가 거의 수직으로 유지됨으로써  $\pi/3$ 와  $2\pi/3$ 사이의 구간을 벗어나지 않는다는 사실을 확인할 수 있다. 그림 9는 단말효과기의 위치오차 및 기구학 함수값 ( $e_{x\max} = 0.00275$ ,  $e_{y\max} = 0.00396$ ,  $\phi_{\max} = +0.0122$ )을 나타낸다.

다음에는 관절미소변위  $\Delta\theta$ 가 알려졌다고 할 때에 발생하는 단말효과기의 y방향변위  $\Delta y$ 를 최소화하는 형태를 구하자.

$$\begin{aligned} \Delta y &= (0 \ 1) J_e \Delta \theta \\ L_f &= (\Delta y)^2 = (\Delta \theta_1 \cos \theta_1 + \Delta \theta_2 \cos \theta_2 + \Delta \theta_3 \cos \theta_3)^2 \\ \phi(\theta) &= N_e \frac{\partial L_f}{\partial \theta} = (\Delta \theta_1 \cos \theta_1 + \Delta \theta_2 \cos \theta_2 + \Delta \theta_3 \cos \theta_3) \\ &\quad * \{ \Delta \theta_1 \sin \theta_1 \sin(\theta_2 - \theta_3) + \Delta \theta_2 \sin \theta_2 \sin(\theta_3 - \theta_1) \\ &\quad + \Delta \theta_3 \sin \theta_3 \sin(\theta_1 - \theta_2) \} \end{aligned} \quad (45)$$

그림 10은  $\Delta\theta_1=2^\circ$ ,  $\Delta\theta_2=1^\circ$ ,  $\Delta\theta_3=1^\circ$ 이고 단말효과기의 좌표가 (0, 2)일 때의 최적형태를 나타낸다.  $\theta_1=90^\circ$ 이므로  $\Delta\theta_1$ 에 의한  $\Delta y$ 는 0이며,  $\theta_2=30^\circ$ ,  $\theta_3=150^\circ$ 이므로  $\Delta\theta_2$ 와  $\Delta\theta_3$ 에 의한  $\Delta y$ 값은 서로 상쇄되어 결과적인  $\Delta y$ 는 0이 됨을 알 수 있다.

마지막으로 최소충격량 형태에 관해 고찰하기 위해 식(11)에서의 관성행렬  $D(\theta)$ 를 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} D_{11} &= 40 + 30\cos(\theta_2 - \theta_1) + 10\cos(\theta_3 - \theta_2) \\ &\quad + 10\cos(\theta_3 - \theta_1) \\ D_{12} &= D_{21} = 16.67 + 15\cos(\theta_2 - \theta_1) \\ &\quad + 5\cos(\theta_3 - \theta_1) + 10\cos(\theta_3 - \theta_2) \\ D_{13} &= D_{31} = 3.33 + 5\cos(\theta_3 - \theta_2) + 5\cos(\theta_3 - \theta_1) \end{aligned}$$

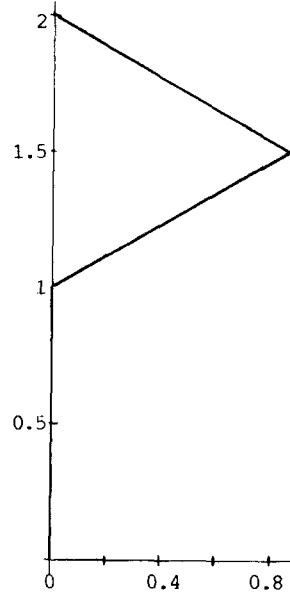


그림 10 최소민감도 형태  
Fig. 10 Configuration for minimum sensitivity

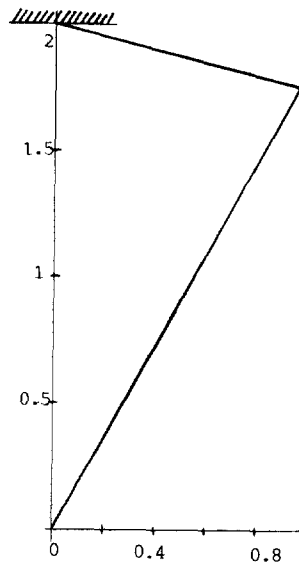


그림 11 최소충격량 형태  
Fig. 11 Configuration for minimum impulse

$$\begin{aligned} D_{22} &= 16.67 + 10\cos(\theta_3 - \theta_2) \\ D_{23} &= D_{32} = 3.33 + 5\cos(\theta_3 - \theta_2) \\ D_{33} &= 3.33 \end{aligned}$$

위와 같이  $D(\theta)$ 가 주어지고, 식(35)와 같이  $J_e$

가 주어질 때, 식(33)의  $\|\hat{F}_c\|$ 의 분모를 목적함수  $L(\theta)$ 로 놓고  $\theta$ 에 대해서 최대화 시킴으로써 충격량  $\|\hat{F}_c\|$ 를 최소화할 수 있다. 그런데 최대화에 관련된 기구학함수  $\phi(\theta) = N_e \partial L(\theta) / \partial \theta$ 를  $D^{-1}(\theta)$  때문에 해석적으로 구하기 어려운 경우에는 수치적 미분기법[16]을 이용하여 수치적으로 구할 수 있다. 매니플레이터의 단말효과기가 (0, 2)의 위치에서 +y방향으로 움직이고,  $y > 2$ 인 영역에 존재하는 벽면과 충돌한다면 식(31)에서의 충돌면의 수직단위벡터  $n = (0, -1)^T$ 로 주어지고, 최적형태를 구해보면 그림 11과 같다. 충격량을 줄이기 위해서는 가능한 한 3번째 링크가 충돌면과 이루는 각도가 작아야 한다는 직관과 일치함을 알 수 있다.

### 5. 결 론

본 논문에서는, 여유자유도를 이용하여 수행하고자 하는 부수작업(최소 중력부하, 관절한계회피, 최소 민감도, 최대 강성, 최소 충격량)을 작업공간 또는 관절공간에서 최적화문제로 새로이 설정하였고 각각에 대하여 최적화 조건식을 구하였으며, 이러한 최적화조건식을 기구학 함수로 삼음으로써 형태제어를 통하여 최적화 문제를 처리하였다. 기존의 Jacobian가상역행렬을 이용하여 최적화하는 것과 형태제어를 이용하여 최적화하는 것에는 미묘한 차이가 있다.

Jacobian가상 역행렬방법에서는 목적함수  $L$ 을 각 미소단계에서 지역적으로 증가 또는 감소시키므로 운동중에 반드시 최적화가 이루어지는 것은 아니다. 반면에 형태제어방식에서는 최적조건 ( $N_e \partial L / \partial \theta = 0$ )이 운동중에 레환제어를 통해 계속적으로 성립하도록 함으로써 전 운동구간에서 최적화가 이루어지는 것을 알 수 있다.

본 연구는 1990년도 전반기 한국과학재단 해외연수과정중에 수행된 결과의 일부본이며, 동 재단의 지원에 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

[1] D.E. Whitney, "Resolved motion rate control of manipulators and human prostheses," IEEE Trans. Man-Machine Syst. Vol. MMS-10. No. 2, pp. 47~53, 1969.  
 [2] A Liégeois, "Automatic supervisory control of the configuration and behavior of multibody mechanisms," IEEE Trans. Sys-

tem, Man Cybern., Vol. SMC-7, No. 12, pp. 868~871, 1977.  
 [3] J. Baillieul, J. Hollerbach, and Brockett, "Programming and control of kinematically redundant manipulators," in Proc. 23rd IEEE Conf. on Decision and Control, pp. 768~774, Dec. 1984.  
 [4] J. Baillieul, "Kinematic programming alternatives for redundant manipulators," in Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (St. Louis, Mo, Mar. 1985), pp. 722~728.  
 [5] C.A. Klein and C.H. Hung, "Review of pseudoinverse control for use with kinematically redundant manipulators," IEEE Trans. System, Man Cybern., Vol. SMC-13, No. 3, pp. 245~250, 1983.  
 [6] O. Khatib, "A Unified approach for motion and force control of robot manipulators : the operational space formulation", IEEE J. Robotics Automat., Vol. RA-3, No. 1, pp. 43~53, 1987.  
 [7] A.A. Maciejewski and C.A. Klein, "Obstacle avoidance for kinematically redundant manipulators in dynamically varying environments," Int. J. Robotics Res., Vol. 4, No. 3, pp. 109~117, 1985.  
 [8] C.A. Klein and A.I. Chirco, "Dynamic simulation of a kinematically redundant manipulator system," J. Robotic Syst., Vol. 4, No. 1, pp. 5~23, 1987.  
 [9] J.M. Hollerbach, "Optimum kinematic design for a seven degree of freedom manipulator," in Proc. 2nd Int. Symp. on Robotics Research (Kyoto, Japan, Aug. 1984).  
 [10] J.M. Hollerbach and K.C. Suh, "Redundancy resolution of manipulators through torque optimization," in Proc IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation(St. Louis, Mo, Mar. 1985), pp. 1016~1021.  
 [11] R.V. Dubey, J.A. Euler, and S.M. Babcock, "An efficient gradient projection optimization scheme for a 7 dof redundant robot with spherical wrist," in Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (Philadelphia, PA, Apr. 1988), pp. 28~36.  
 [12] H. Seraji, "Configuration control of redundant manipulators : the theory and implemen-

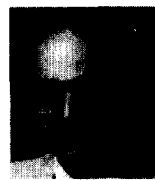
- tation," IEEE Trans. Robotics Automat., Vol. 5, No. 4, pp. 472~490, 1989.
- [13] M. Marcus, Basic theorems in matrix theory, National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series 57, Jan. 22, 1960.
- [14] A. Higdon, W.B. Stiles, A.W. Davis, and C. R. Evces, Engineering mechanics: Vol. II : dynamics, Prentice-Hall Inc, 1976.
- [15] I.D. Walker, "The use of kinematic redundancy in reducing impact and contact effects in manipulation," in Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 434~439, 1990.
- [16] M.J. Maron, Numerical analysis: a Practical approach, Macmillan, 1982.

## 저 자 소 개



### 최영규(崔榮奎)

1957년 6월 18일생. 1980년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1982년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(석사). 1987년 동대학원 전기 및 전자공학과 졸업(공학박사). 1990~91년 CALTECH Visiting Scholar. 현재 부산대 공대 전기공학과 부교수.



### Homayoun Seraji

1947년 테헤란 출생. 1969년 Univ. of Sussex, England 졸업. 1972년 Univ. of Cambridge, England 졸업(공학박사). 1974~84년 Tehran Univ. of Technology Professor. 1984~85년 Univ. of New Mexico, Albuquerque Visiting professor. 현재 Jet propulsion Lab. CALTECH Technical Staff.