

## 개선된 수렴 특성을 갖는 적응 극배치 제어기의 설계에 관한 연구

### A Study on the Design of an Adaptive Pole Placement Controller with Improved Convergence Properties

洪淵燦\*·金鍾煥\*\*  
(Yeon-Chan Hong · Jong-Hwan Kim)

**Abstract** - In this paper, a direct adaptive pole placement controller for an unknown linear time-invariant single-input single-output nonminimum phase plant is proposed. To design this direct adaptive pole placement controller, the auxiliary signals are introduced. Consequently, a linear equation error model is formulated for estimating both the controller parameters and the additional auxiliary parameters. To estimate the controller parameters and the additional auxiliary parameters, the exponentially weighted least-squares algorithm is implemented, and a method of selecting the characteristic polynomials of the sensitivity function filters is proposed. In this method, all the past measurement data are weighted exponentially. A series of simulations for a nonminimum phase plant is presented to illustrate some features of both the parameter estimation and the output response of this adaptive pole placement controller.

**Key Words** : Adaptive Control(적응제어), Pole Placement Control(극배치제어), Least Squares Algorithm(최소 자승 알고리즘), Exponential Weighting(지수 함수적 가중), Bezout Identity (Bezout 항등식)

#### 1. 서 론

기존 모델 적응 시스템과 자기 동조기는 공정의 극점과 영점을 제어기로 상쇄하여 새로운 극점과 영점을 설정하는 방법이므로, 최소 위상(mini-

\*正 會 員 : 順天鄉大 工大 電子工學科 專任講師·工博

\*\*正 會 員 : KAIST 電氣 및 電子工學科 副教授·工博

接受日字 : 1991年 5月 3日

1次修正 : 1991年 10月 10日

2次修正 : 1991年 12月 30日

mum phase) 공정에만 적용 가능하다. 그러나 적응 극배치 제어는 귀환에 의하여 극점의 위치를 지정하여 페루우프 시스템이 안정성과 바람직한 과도 특성을 갖도록 하는 제어기 설계의 방법으로, 페루우프 시스템의 전달 함수에 공정의 영점이 유지되도록 하므로 비최소 위상(nonminimum phase) 공정에도 적용 가능하다.

적응 극배치 제어는 제어기 설계 방법에 따라 간접 적응 극배치 제어와 직접 적응 극배치 제어로 분류된다. 간접 적응 극배치 제어는 공정의 매개변수를 추정하여 이를 참값이라고 가정하고 이로부터 극배치 방정식에 의하여 제어기의 매개변수를 구하는 방식이고, 직접 적응 극배치 제어는 평가함수(criterion function)를 최소화하는 제어기의 매개변수를 직접 추정하는 방식이다.

제어기의 매개변수를 선형 추정 과정으로 구하기 위하여 Elliott[1]와 Elliott등[2]은 Bezout 항등식을 도입하였다. 이 제어기의 총체적인 수렴 특성은 Elliott등[3]에 의하여 보장되었다.

Feuer[4]는 기준모델을 이용하여 적응 극배치 제어를 하기 위한 매개변수화 기법을 제안하였다. 이 방법은 매개변수 추정 구조에 감도함수 여파기(sensitivity function filter)를 도입한 것이다. 그 밖에 여러가지 적응 극배치 제어기들이 많은 사람들에 의하여 연구되었다[5~6].

본 논문에서는 선형 시불변 단일 입출력 비최소 위상 공정의 제어를 위한 직접 적응 극배치 제어기를 제안하고자 한다. 또한 매개변수 추정 특성과 출력 응답 특성을 개선하기 위하여 본 직접 적응 극배치 제어기의 감도함수 여파기를 모든 과거의 입출력 데이터들이 지수 함수적으로 가중[7] 되도록 선정하고자 한다.

## 2. 문제 설정

본 장에서는 제어하고자 하는 이산 시간 공정을 설정하기로 한다.

선형 시불변인  $n$ 차 단일 입력 단일 출력 공정을 다음과 같이 ARMA 형태로 나타낼 수 있다.

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k) \tag{1}$$

단,

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n} \tag{2}$$

$$B(q^{-1}) = b_1q^{-1} + \dots + b_nq^{-n} \tag{3}$$

여기서  $q^{-1}$ 은 단위 지연 연산자(unit delay operator)이다.

공정에 관하여 다음 사항들을 가정한다.

A1)  $n$ 을 알고 있다.

A2) 미지의 매개변수들을 포함하고 있는  $A(q^{-1})$ 과  $B(q^{-1})$ 은 서로소(relatively prime)이다.

(1) 식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A(q^{-1})z(k) = u(k) \tag{4}$$

$$y(k) = B(q^{-1})z(k) \tag{5}$$

여기서  $z(k)$ 는 부분 상태변수 벡터(partial state variable vector)이다.

## 3. 극배치 방식

본 장에서는 미지의 다항식인  $A(q^{-1})$ 과  $B(q^{-1})$ 을 알고 있다고 가정할 때 페루우프 시스템이 원하는 극점을 갖도록 하는 극배치 방식에 관하여 설명하기로 한다.

차수가  $n$ 인 임의의 안정한 다항식  $Q_1(q^{-1})$ 과  $Q_2(q^{-1})$ 을 각각 다음과 같이 정의한다.

$$Q_1(q^{-1}) = q_{10} + q_{11}q^{-1} + \dots + q_{1n}q^{-n}, q_{10} = 1 \tag{6}$$

$$Q_2(q^{-1}) = q_{20} + q_{21}q^{-1} + \dots + q_{2n}q^{-n}, q_{20} = 1 \tag{7}$$

공정(1) 식에 대한 동적 보상기(dynamic compensator)를 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$Q_1(q^{-1})d(k) = R(q^{-1})y(k) + S(q^{-1})u(k) \tag{8}$$

$$u(k) = d(k) + v(k) \tag{9}$$

여기서  $v(k)$ 는 외부 입력이고  $R(q^{-1})$ 과  $S(q^{-1})$ 은 다음과 같다.

$$R(q^{-1}) = r_1q^{-1} + \dots + r_nq^{-n} \tag{10}$$

$$S(q^{-1}) = s_1q^{-1} + \dots + s_nq^{-n} \tag{11}$$

(8)식과 (9)식으로 나타내진 제어 법칙을 공정에 적용하면 다음과 같은 페루우프 시스템의 전달 함수를 얻을 수 있다.

$$y(k) = \tag{12}$$

$$\frac{Q_1(q^{-1})B(q^{-1})}{Q_1(q^{-1})A(q^{-1}) - A(q^{-1})S(q^{-1}) - B(q^{-1})R(q^{-1})}v(k)$$

차수가  $n$ 인 안정한 다항식  $A^*(q^{-1})$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$A^*(q^{-1}) = 1 + a_1^*q^{-1} + \dots + a_n^*q^{-n} \tag{13}$$

$A^*(q^{-1})$ 의 영점들이 페루우프 시스템의 원하는 극점들을 나타낸다고 하면 (12)식의 분모와 (13)식의  $A^*(q^{-1})$ 은 서로 같아야 한다. 그러므로  $S(q^{-1})$ 과  $R(q^{-1})$ 은 다음의 관계식을 만족시킨다.

$$A(q^{-1})S(q^{-1})+B(q^{-1})R(q^{-1})=Q_1(q^{-1})[A(q^{-1})-A^*(q^{-1})] \quad (14)$$

여기서  $A(q^{-1})$ 과  $B(q^{-1})$ 은 서로소이므로  $S(q^{-1})$ 과  $R(q^{-1})$ 은 항상 유일한 해를 갖는다[8].

선형 방정식 오차 모델(linear equation error model)을 구성하기 위하여 보조 신호  $y_a(k)$ ,  $y_b(k)$ , 그리고  $y_c(k)$ 를 각각 다음과 같이 정의한다.

$$Q_2(q^{-1})y_a(k)=H(q^{-1})y(k)+K(q^{-1})u(k) \quad (15)$$

$$y_b(k)=\frac{B^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})}v(k) \quad (16)$$

$$y_c(k)=y_b(k)-y_a(k) \quad (17)$$

단,

$$H(q^{-1})=h_1q^{-1}+\dots+h_nq^{-n} \quad (18)$$

$$K(q^{-1})=k_1q^{-1}+\dots+k_nq^{-n} \quad (19)$$

$$B^*(q^{-1})=b_1^*q^{-1}+\dots+b_n^*q^{-n} \quad (20)$$

여기서  $H(q^{-1})$ 과  $K(q^{-1})$ 은 선형 방정식 오차 모델에 의하여 추정되어야 할 다항식들이고  $B^*(q^{-1})$ 은 임의의 안정한 다항식이다.

(12)식, (14)식, (15)식, (16)식, 그리고 (17)식에 의하여  $y_c(k)$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$y_c(k)= \quad (21)$$

$$\frac{Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})-A(q^{-1})K(q^{-1})-B(q^{-1})H(q^{-1})}{Q_2(q^{-1})}$$

$v(k)$

(21)식의  $y_c(k)$ 를 다항식  $H(q^{-1})$ 과  $K(q^{-1})$ 으로 매개변수화된 공정의 출력이라고 하면 공정의 출력  $y(k)$ 와 (21)식의  $y_c(k)$ 는 서로 같다. 그러므로  $H(q^{-1})$ 과  $K(q^{-1})$ 은 다음의 관계식을 만족시킨다.

$$A(q^{-1})K(q^{-1})+B(q^{-1})H(q^{-1})=Q_2(q^{-1})[B^*(q^{-1})-B(q^{-1})] \quad (22)$$

여기서  $A(q^{-1})$ 과  $B(q^{-1})$ 은 서로소이기 때문에  $H(q^{-1})$ 과  $K(q^{-1})$ 은 항상 유일한 해를 갖는다. (14)식과 (22)식에 의하여 다음을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} Q_1(q^{-1})Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})A(q^{-1}) &= Q_1(q^{-1}) \\ & Q_2(q^{-1})A^*(q^{-1})B(q^{-1}) \\ & + Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})[A(q^{-1})K(q^{-1}) \\ & + B(q^{-1})H(q^{-1})] \\ & + Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})[A(q^{-1})S(q^{-1}) \\ & + B(q^{-1})R(q^{-1})] \end{aligned} \quad (23)$$

여기서  $S(q^{-1})$ ,  $R(q^{-1})$ ,  $H(q^{-1})$ , 그리고  $K(q^{-1})$ 이 유일한 해를 갖기 위하여  $Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})$ 과  $Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})$ 이 서로소이어야 한다. 부분 상태 변수  $z(k)$ 에 (23)식의 양변의 다항식을 연산시키고 (4)식과 (5)식을 대입하면 다음과 같이 간단히

쓸 수 있다.

$$y^*(k)=\phi(k)^T\theta^* \quad (24)$$

여기서

$$y^*(k)=Q_1(q^{-1})Q_2(q^{-1})[B^*(q^{-1})u(k)-A^*(q^{-1})y(k)] \quad (25)$$

$$\phi(k)=\begin{bmatrix} Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})y(k-1) \\ \vdots \\ Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})y(k-n) \\ Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})u(k-1) \\ \vdots \\ Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})u(k-n) \\ Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})y(k-1) \\ \vdots \\ Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})y(k-n) \\ Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})u(k-1) \\ \vdots \\ Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})u(k-n) \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\theta^*=[r_1, \dots, r_n, s_1, \dots, s_n, h_1, \dots, h_n, k_1, \dots, k_n]^T \quad (27)$$

(24) 식은 미지의 매개변수 벡터  $\theta^*$ 를 선형 방정식으로 나타내고 있다.

#### 4. 직접 적응 극배치 제어 알고리즘

다항식  $A(q^{-1})$ 과  $B(q^{-1})$ 의 매개변수들을 알고 있다면 (14) 식으로부터  $R(q^{-1})$ 과  $S(q^{-1})$ 의 매개변수들, 즉 제어기의 매개변수들을 구할 수 있다. 그러나 실제로  $A(q^{-1})$ 과  $B(q^{-1})$ 의 매개변수들은 미지이므로 (24) 식을 이용하여 제어기의 매개변수들을 추정하여야 한다.

$A(q^{-1})$ 과  $B(q^{-1})$ 이 미지일 때 (24)식은 다음과 같이 변화된다.

$$\hat{y}^*(k)=\phi(k)^T\hat{\theta}^*(k) \quad (28)$$

단,

$$\hat{\theta}^*(k)=[\hat{r}_1(k), \dots, \hat{r}_n(k), \hat{s}_1(k), \dots, \hat{s}_n(k), \hat{h}_1(k), \dots, \hat{h}_n(k), \hat{k}_1(k), \dots, \hat{k}_n(k)]^T \quad (29)$$

여기서  $\hat{y}^*(k)$ ,  $\hat{\theta}^*(k)$ ,  $\hat{r}_i(k)$ ,  $\hat{s}_i(k)$ ,  $\hat{h}_i(k)$ , 그리고  $\hat{k}_i(k)$ ( $i=1, 2, \dots, n$ )는 각각  $y^*(k)$ ,  $\theta^*$ ,  $r_i$ ,  $s_i$ ,  $h_i$ , 그리고  $k_i$ 의 추정치이다. 추정 오차  $e^*(k)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} e^*(k) &= y^*(k) - \hat{y}^*(k) \\ &= y^*(k) - \phi(k)^T\hat{\theta}^*(k) \end{aligned} \quad (30)$$

위 식은 선형 방정식 오차 모델을 나타내고 있다.

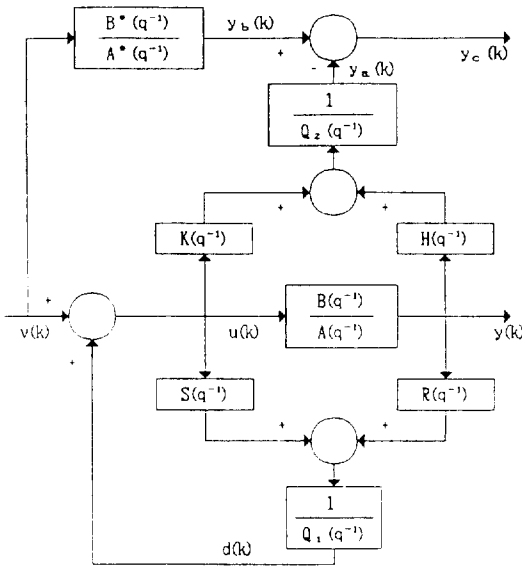


그림 1 직접 적응 극배치 제어기의 구성도.  
**Fig. 1** A block diagram of the direct adaptive pole placement controller.

추정 오차  $e^*(k)$ 를 지수 함수적 가중 최소 자승 법에 적용하여  $\hat{\theta}^*(k)$ 를 구하면 다음과 같은 순환 방정식이 된다.

$$\hat{\theta}^*(k) = \hat{\theta}^*(k-1) + \Omega(\lambda, k)\phi(k) \{y^*(k) - \phi(k)^T \hat{\theta}^*(k-1)\} \quad (31)$$

$$\Omega(\lambda, k) = \frac{\Omega(\lambda, k-1)}{\lambda^2} \quad (32)$$

$$\frac{\Omega(\lambda, k-1)}{\lambda^2} \phi(k)\phi(k)^T \frac{\Omega(\lambda, k-1)}{\lambda^2} \frac{1 + \phi(k)^T \frac{\Omega(\lambda, k-1)}{\lambda^2} \phi(k)}{\lambda^2}$$

여기서

$$\Omega(\lambda, k) = [\Phi(\lambda, k)\Phi(\lambda, k)^T]^{-1} \quad (33)$$

$$\Omega(\lambda, 0) = d^2 I_n \quad (34)$$

$$\Phi(\lambda, k) = [\lambda^{k-1}\phi(1), \lambda^{k-2}\phi(2), \dots, \phi(k)] \quad (35)$$

그러므로 (31) 식에 의하여 추정된 매개변수들로부터  $R(q^{-1})$ 과  $S(q^{-1})$ 의 추정치를 구하여 (8)식과 (9)식에 적용함으로써 제어 법칙을 실현할 수 있다.

이상을 종합하여 직접 적응 극배치 제어기를 그림 1의 구성도로 나타내었다.

### 5. 감도함수 여파기의 선정

본 장에서는 임의의 다항식  $A^*(q^{-1})$ 과  $B^*(q^{-1})$

이 결정된 후에 적응 알고리즘에서 과거 데이터들이 지수 함수적으로 가중되도록 하는 임의의 다항식  $Q_1(q^{-1})$ 과  $Q_2(q^{-1})$ 의 선정 방법에 관하여 설명하기로 한다.

(35)식에 (26)식을 대입하면  $\Phi(\lambda, k)$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi(\lambda, k) = \begin{bmatrix} \lambda^{k-1}y_r(0), \lambda^{k-2}y_r(1), \dots, y_r(k-1) \\ 0, \lambda^{k-2}y_r(0), \dots, y_r(k-2) \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, y_r(k-n) \\ \lambda^{k-1}u_r(0), \lambda^{k-2}u_r(1), \dots, u_r(k-1) \\ 0, \lambda^{k-2}u_r(0), \dots, u_r(k-2) \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, u_r(k-n) \\ \lambda^{k-1}y_s(0), \lambda^{k-2}y_s(1), \dots, y_s(k-1) \\ 0, \lambda^{k-2}y_s(0), \dots, y_s(k-2) \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, y_s(k-n) \\ \lambda^{k-1}u_s(0), \lambda^{k-2}u_s(1), \dots, u_s(k-1) \\ 0, \lambda^{k-2}u_s(0), \dots, u_s(k-2) \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, u_s(k-n) \end{bmatrix} \quad (36)$$

여기서

$$y_r(k) = Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})y(k) \quad (37)$$

$$u_r(k) = Q_2(q^{-1})B^*(q^{-1})u(k) \quad (38)$$

$$y_s(k) = Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})y(k) \quad (39)$$

$$u_s(k) = Q_1(q^{-1})A^*(q^{-1})u(k) \quad (40)$$

(36)식에서 과거의 임출력 데이터들을 지수 함수적으로 가중하기 위한  $Q_1(q^{-1})$ 과  $Q_2(q^{-1})$ 을 선정하여 다음과 같은 감도함수 여파기 [4]에 적용할 수 있다.

$$E_u^i(k+1) = A_i E_u^i(k) + B_i u(k) \quad (41)$$

$$E_y^i(k+1) = A_i E_y^i(k) + B_i y(k), \quad i=1, 2 \quad (42)$$

여기서  $A_1$ 과  $A_2$ 의 특성 다항식은 각각  $Q_1(q^{-1})$ 과  $Q_2(q^{-1})$ 이다.

(36)식에서 첫번째 행의 세번째 요소인  $\lambda^{k-3}y_r(2)$ 를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\lambda^{k-3}y_r(2) = \lambda^{k-3}[(q_{21}b_1^* + b_2^*)y(0) + b_1^*y(1)] \quad (43)$$

위 식에서 과거 데이터  $y(1)$ 은 과거 데이터  $y(0)$ 보다 더 새로운 데이터이므로  $y(0)$ 는  $y(1)$ 보다  $b_1^*$ 만큼 가중이 더 되어야 한다. 그러므로  $q_{21}$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$q_{21} = \frac{b_1^* b_1^* - b_2^*}{b_1^*} \quad (44)$$

같은 방법으로 (36)식의 첫번째 행의 네번째 요소인  $\lambda^{k-4}y_r(3)$ 를 해석하면 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$q_{22} = \frac{b_1^*(q_{21}b_1^* + b_2^*) - (q_{21}b_2^* + b_3^*)}{b_1^*} \quad (45)$$

여기서  $q_{21}$ 은 (44)식으로 주어진다. 같은 방법으로  $q_{23}$ 부터  $q_{2n}$ 까지를 구해 보면  $q_{2n}$ 을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$q_{2n} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} q_{2i}(b_1^* b_{n-i}^* - b_{n-i+1}^*)}{b_1^*} \quad (46)$$

여기서  $b_{n+1}^*$ 는 0이다. 위 식은 순환 방정식이므로 위 식에 의하여  $q_{21}, q_{22}, \dots, q_{2n}$ 을 순환적으로 구할 수 있다.

(46)식에 의하여 구해진  $Q_2(q^{-1})$ 을  $u_r(k)$ 에 적용하면  $u(k)$ 가 지수 함수적으로 가중된다는 것을 알 수 있다.

$Q_1(q^{-1})$ 의 계수를 구하기 위해서  $Q_2(q^{-1})$ 을 구할 때와 마찬가지로 (36)식의  $2n+1$ 번째 행의 두번째 요소인  $\lambda^{k-2}y_s(1)$ 을 고려하면  $\lambda^{k-2}y_s(1)$ 은 다음과 같다.

$$\lambda^{k-2}y_s(1) = \lambda^{k-2}[(q_{11} + a_1^*)y(0) + y(1)] \quad (47)$$

위 식에서  $y(0)$ 가  $y(1)$ 보다  $0 < m < 1$ 인  $m$ 만큼 더 가중되어야 하므로  $q_{11}$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$q_{11} = m - a_1^* \quad (48)$$

$q_{11}$ 을 구한 방법과 동일한 방법을 (36)식의  $\lambda^{k-3}y_s(2)$ 에 적용하면  $q_{12}$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$q_{12} = m(q_{11} + a_1^*) - (q_{11}a_1^* + a_2^*) \quad (49)$$

여기서  $q_{11}$ 은 (48)식으로 주어진다. 같은 방법으로  $q_{13}$ 부터  $q_{1n}$ 까지를 구해 보면 다음과 같은 순환 방정식이 구해진다.

$$q_{1n} = \sum_{i=0}^{n-1} q_{1i}(ma_{n-i-1}^* - a_{n-i}^*) \quad (50)$$

여기서  $a_0^*$ 는 1이다.

(50)식에 의하여 구해진  $Q_1(q^{-1})$ 을  $u_s(k)$ 에 적용하면  $u(k)$ 가 지수 함수적으로 가중된다는 것을 알 수 있다.

과거의 측정 데이터를 지수 함수적으로 가중하기 위한  $b_1^*$ 와  $m$ 의 범위는 다음과 같다.

$$0 < |b_1^*|, |m| \leq \lambda < 1 \quad (51)$$

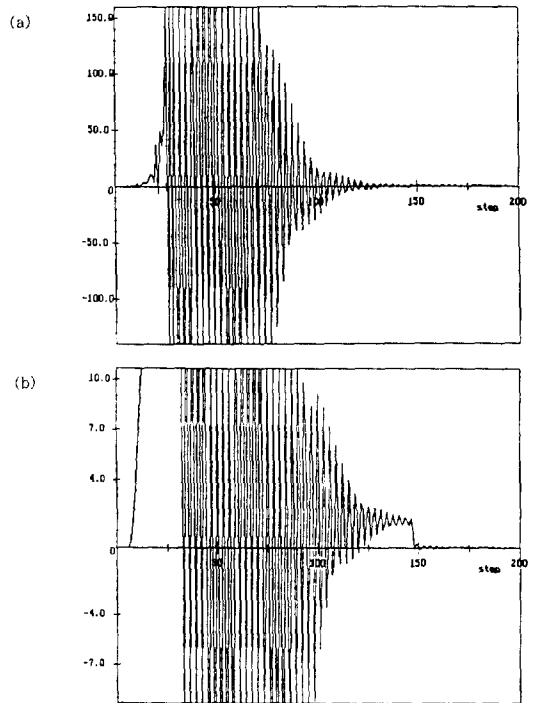
$Q_1(q^{-1})$ 과  $Q_2(q^{-1})$ 이 안정한 다항식이 되도록  $Q_1(q^{-1})$ 과  $Q_2(q^{-1})$ 의 계수들을 선택해야 한다. 다음의 제안은 기준 모델과 관련하여 다항식  $Q_1(q^{-1})$ 과  $Q_2(q^{-1})$ 이 안정하기 위한 조건을 제시한다.

**제안 1:**  $Q_1(q^{-1})$ 과  $Q_2(q^{-1})$ 의 계수들을 각각 (50)식과 (46)식으로 구하고 기준 모델의  $A^*(q^{-1})$ 과  $B^*(q^{-1})$ 의 계수들이 다음과 같이 주어진다

$$a_i^* = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^i, \quad i=0, 1, 2, \dots, n \text{ 이 때 } \alpha > 1 \quad (52)$$

$$b_i^* = \left(\frac{1}{\beta}\right)^{i-1} b_1^*, \quad i=1, 2, \dots, n \text{ 이 때 } \beta > 1 \quad (53)$$

다항식  $Q_1(q^{-1})$ 과  $Q_2(q^{-1})$ 이 안정하도록 계수  $b_1^*$ 와 상수  $m$ 을 다음과 같은 영역 내에서 선택해야 한다.



**그림 2** Bezout항등식을 사용한 직접 적응 극배치 제어기의 입력과 출력.

(a) 입력  $u(k)$       (b) 출력  $y(k)$

**Fig. 2** Input and output of direct adaptive pole placement controller making use of Bezout identity.

(a) input  $u(k)$       (b) output  $y(k)$

$$\frac{1}{\alpha} < m \leq \lambda < 1 \quad (54)$$

$$\frac{1}{\beta} < b_1^* \leq \lambda < 1 \text{ 충분히 큰 } n \text{에 대해} \quad (55)$$

증명 : 부록 참조

이상과 같이 과거의 측정 데이터를 지수 함수적으로 가중하여야만 새로운 데이터에 비해 더 오래된 데이터를 지수 함수적으로 버릴 수 있게 된다. 따라서 본 논문의 방식은 시변 시스템과 같이 최근의 측정 데이터를 더 중시해야 하는 경우에 매우 유용하다.

### 6. 컴퓨터 시뮬레이션

제어하고자 하는 불안정한 비최소 위상 공정의 다항식을 다음과 같이 설정한다.

$$A(q^{-1}) = 1.0 - 2.0q^{-1} + 0.99q^{-2} \quad (56)$$

$$B(q^{-1}) = 0.5q^{-1} + q^{-2} \quad (57)$$

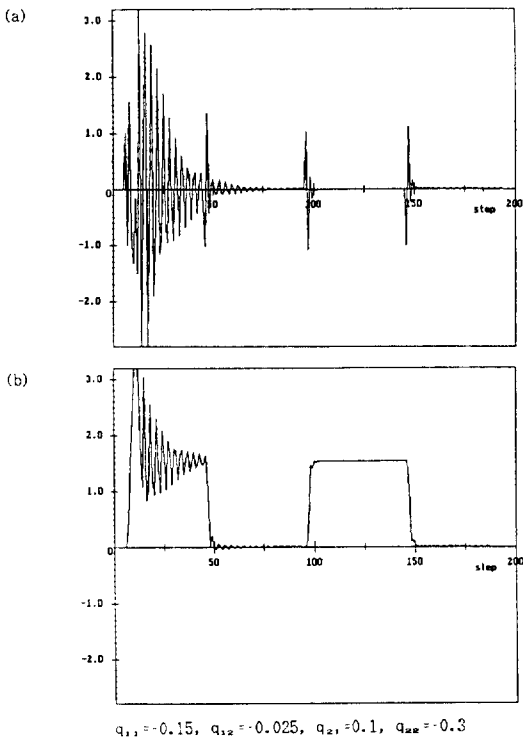


그림 3 직접 적응 극배치 제어기의 입력과 출력.  
(a) 입력  $u(k)$  (b) 출력  $y(k)$

Fig. 3 Input and output of direct adaptive pole placement controller.

(a) input  $u(k)$  (b) output  $y(k)$

위의 공정은 안정한 극점 0.9와 불안정한 극점 1.1을 갖고 있으며, 불안정한 영점 -2.0을 갖고 있다.

외부 입력,  $v(k)$ 는 50단계마다 1과 0의 값을 반복하도록 설정하였다.

그림 2는 Bezout 항등식을 도입한 직접 적응 극배치 제어기 [1]의 응답 특성을 나타낸다. 출력  $y(k)$ 가 160단계에서 원하는 특성을 나타내는 매우 불안정한 응답 특성을 나타낸다.

그림3은 본 논문에서 제안된 직접 적응 극배치 제어기의 응답 특성을 나타낸다. 그림 2의 응답 특성과 비교하기 위하여 페루우프 시스템의 특성 다항식  $A^*(q^{-1})$ 과 임의의 안정한 다항식  $Q_1(q^{-1})$ 을 그림2의 경우와 같도록 선정하였다. 출력  $y(k)$

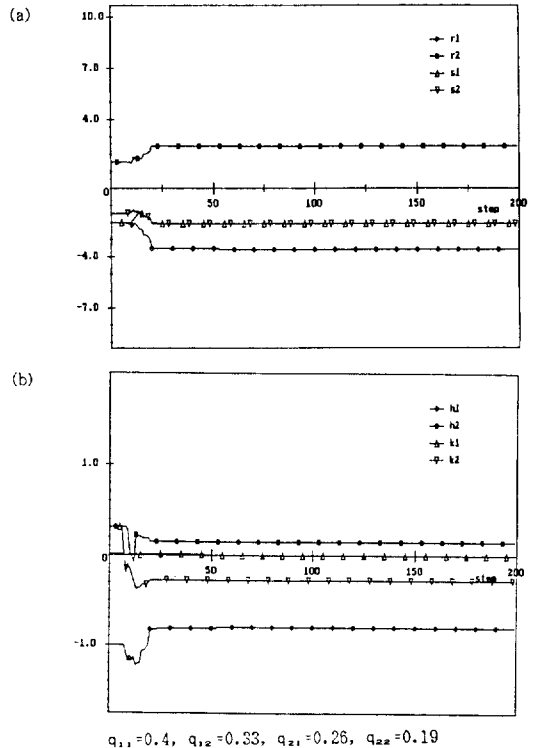


그림 4 직접 적응 극배치 제어기의 매개변수 추정치.

(a) 제어기의 매개변수

(b) 보조 매개변수

Fig. 4 Parameter estimates of direct adaptive pole placement controller.

(a) controller parameters

(b) auxiliary parameters

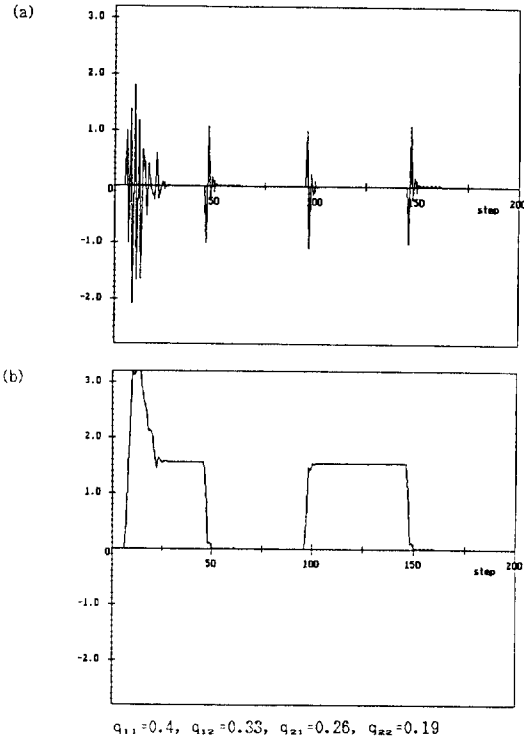


그림 5 직접 적응 극배치 제어기의 입력과 출력.  
 (a) 입력  $u(k)$  (b) 출력  $y(k)$   
**Fig. 5** Input and output of direct adaptive pole placement controller.  
 (a) input  $u(k)$  (b) output  $y(k)$

가 60 단계에서 원하는 특성을 나타낸다. 그러므로 Bezout항등식을 도입한 직접 적응 극배치 제어기를 일반화함으로써 불안정한 비최소 위상 공정에 대한 응답 특성을 크게 개선할 수 있다.

그림4와 5는 그림3의 경우의 다항식  $Q_1(q^{-1})$ 과  $Q_2(q^{-1})$ 을 (46) 식과 (50)식에 의하여 각각  $1+0.4q^{-1}+0.33q^{-2}$ 과  $1+0.26q^{-1}+0.19q^{-2}$ 으로 선정할 경우의 매개변수 추정치와 응답 특성을 각각 나타낸다. 출력  $y(k)$ 가 25단계에서 원하는 특성을 나타내므로, 그림5의 응답 특성이 그림3의 응답 특성보다 개선되었음을 알 수 있다.

### 7. 결 론

본 논문에서는 미지의 시불변 단일 입력 단일 출력 이산 시간 공정을 제어하기 위하여 보조 신호들을 사용한 직접 적응 극배치 제어기를 설계하였다. 또한 직접 적응 극배치 제어 알고리즘에서

모든 과거의 입출력 데이터들이 지수 함수적으로 가중되도록 감도함수 여파기를 선정하였다.

본 직접 적응 극배치 제어기는 Bezout 항등식을 도입한 직접 적응 극배치 제어기[1]를 일반화하기 위하여 보조 신호들을 도입하였다. 그 결과로 선형 추정 구조를 갖는 선형 방정식 오차 모델을 구하였다.

제어 대상 공정을 비최소 위상 공정으로 선정하여 응답 특성을 컴퓨터 시뮬레이션으로 비교 검토해 보았다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 비최소 위상 공정의 제어가 가능함을 확인하였으며, 제안된 직접 적응 극배치 제어기의 응답 특성이 개선되었음을 알 수 있었다.

### 부 록

주어진 다항식의 모든 근들이 단위 원 내부에 존재함을 보장하는 monotony조건[9]을 사용한다.

(46)식에서  $b_1^* > (b_{n-i+1}^*/b_{n-1}^*)$ 이면

$$q_{2n} > 0, n=1, 2, \dots, n \quad (A.1)$$

(46) 식으로부터 다음을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} q_{2n-1} - q_{2n} &= \left[ \sum_{i=0}^{n-2} q_{2i} (b_1^* b_{n-i-1}^* - b_{n-i}^*) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=0}^{n-1} q_{2i} (b_1^* b_{n-i}^* - b_{n-i+1}^*) \right] / b_1^* \\ &= \sum_{i=0}^{n-2} q_{2i} [b_1^* (1 - b_1^{*2} + b_2^*) b_{n-i-1}^* \\ &\quad - (1 + b_1^* - b_1^{*2} + b_2^*) b_{n-i}^* \\ &\quad + b_{n-i+1}^*] / b_1^* \quad (A.2) \end{aligned}$$

(A.1) 식이 만족되고 (A.2) 식이 양수이면 monotony조건 of 부등호 조건이 항상 만족된다.

이 목적을 위해 다음과 같이 선택한다.

$$b_i^* = \left(\frac{1}{\beta}\right)^{i-1} b_1^*, i=1, 2, \dots, n \text{ 이 때 } \beta > 1 \quad (A.3)$$

그러면

$$b_1^* > \frac{1}{\beta} \quad (A.4)$$

이므로 (A.1) 식이 만족된다. 그리고  $n$ 이 충분히 크다면 (A.2)식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} q_{2n-1} - q_{2n} &= \sum_{i=0}^{n-2} q_{2i} \left(\frac{1}{\beta}\right)^{n-i} [(b_1^* - b_1^{*3})\beta^2 \\ &\quad + (2b_1^{*2} - b_1^* - 1)\beta - b_1^* + 1] \quad (A.5) \end{aligned}$$

(A.5) 식의 대괄호 내의 항을  $\beta$ 의 함수인  $f(\beta)$ 라고 하면

$$f(\beta) = (b_1^* - b_1^{*3})\beta^2 + (2b_1^{*2} - b_1^* - 1)\beta - b_1^* + 1 \quad (A.6)$$

$0 < b_1^* < \lambda < 1$ 이므로  $(b_1^* - b_1^{*3}) > 0$ 이고  $f(\beta)$ 의 근은  $1/b_1^*$ 와  $1/(1+b_1^*)$ 이다.

$\beta > 1$ 이므로  $f(\beta) > 0$ 이 되기 위해서는  $\beta$ 는 다음과 같아야 한다.

$$\beta > 1/b_1^* \quad (A.7)$$

(A.7) 식이 만족되면 (A.5) 식이 항상 양수가 된다. (A.7) 식은 (A.4) 식과 같은 조건이다.

그러므로 (51) 식과 (A.7) 식으로부터 다음을 구할 수 있다.

$$\frac{1}{\beta} < b_1^* \leq \lambda < 1 \quad (A.8)$$

같은 방법으로 (54) 식을 구할 수 있다. (50) 식에서  $m > (a_{n-i}^*/a_{n-i-1}^*)$ 이면

$$q_{1n} > 0, n=1, 2, \dots, n \quad (A.9)$$

(50) 식으로부터 다음을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} q_{1n-1} - q_{1n} &= \left[ \sum_{i=0}^{n-2} q_{1i} (ma_{n-i-2}^* - a_{n-i-1}^*) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=0}^{n-1} q_{1i} (ma_{n-i-1}^* - a_{n-i}^*) \right] \\ &= \sum_{i=0}^{n-2} q_{1i} [m(1-m+a_1^*)a_{n-i-2}^* \\ &\quad - (1+a_1^*)a_{n-i-1}^* + a_{n-i}^*] \quad (A.10) \end{aligned}$$

(A.9) 식이 만족되고 (A.10) 식이 양수이면 monotony 조건의 부등호 조건이 항상 만족된다.

이 목적을 위해 다음과 같이 선택한다.

$$a_i^* = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^i, i=1, 2, \dots, n \text{ 이 때 } \alpha > 1 \quad (A.11)$$

그러면

$$m > \frac{1}{\alpha} \quad (A.12)$$

이므로 (A.9) 식이 만족된다. 그리고 (A.10) 식은 다음과 같이 된다.

$$q_{1n-1} - q_{1n} = \sum_{i=0}^{n-2} q_{1i} \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{n-i-1} [(1-m)(\alpha m - 1)] \quad (A.13)$$

(A.13) 식의 대괄호 내의 항을  $\alpha$ 의 함수인  $g(\alpha)$ 라고 하면

$$g(\alpha) = (1-m)(\alpha m - 1) \quad (A.14)$$

$0 < m < \lambda < 1$ 이므로  $(1-m) > 0$ 이다.

$\alpha > 1$ 이므로  $g(\alpha) > 0$ 이 되기 위해서는  $\alpha$ 는 다음과 같아야 한다.

$$\alpha > 1/m \quad (A.15)$$

(A.15) 식이 만족되면 (A.13) 식이 항상 양수가 된다. (A.15) 식은 (A.12) 식과 같은 조건이다.

그러므로 (51) 식과 (A.15) 식으로부터 다음을 구할 수 있다.

$$\frac{1}{\alpha} < m \leq \lambda < 1 \quad (A.16)$$

이 논문은 1990년도 문교부 지원 한국학술진흥재단의 자유공모과제 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음.

### 참 고 문 헌

- [1] H. Elliott, "Direct adaptive pole placement with application to nonminimum phase system," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-27, No. 3, pp. 720~722, June 1982.
- [2] H. Elliott, W.A. Wolovich, and M. Das, "Arbitrary adaptive pole placement for linear multivariable systems," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-29, No. 3, pp. 221~229, Mar. 1984.
- [3] H. Elliott, R. Cristi, and M. Das, "Global stability of adaptive pole placement algorithms," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-30, No. 4, pp. 348~356, Apr. 1985.
- [4] A. Feuer, "A parametrization for model reference adaptive pole placement," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-31, No. 8, pp. 782~785, Aug. 1986.
- [5] G.S. Miminis and C.C. Paige, "An algorithm for pole assignment of time invariant linear systems," Int. J. Contr., Vol. 35, No. 2, pp. 341~354, 1982.
- [6] Jong-Hwan Kim, Yeon-Chan Hong, Sung-Jun Lee, and Keh-Kun Choi, "Direct adaptive control of nonminimum phase systems using integral action," IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. IE-36, No. 3, pp. 361~364, Aug. 1989.
- [7] Yeon-Chan Hong, Jong-Hwan Kim, and Keh-Kun Choi, "Discrete adaptive observer with exponential weighting properties," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-34, No. 2, pp. 229~231, Feb. 1989.
- [8] W.A. Wolovich, Linear Multivariable Systems. New York: Springer-Verlag, 1974.
- [9] Y. Xi and G. Schmidt, "A note on the loca-



tion of the roots of a polynomials," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-30, pp.

78~80, Jan. 1985.

## 저 자 소 개



**홍연찬(洪淵燦)**

1961년 1월 21일생. 1983년 서울대 공대 전자공학과 졸업. 1985년 동 대학원 전자공학과 졸업(석사). 1989년 동 대학원 전자공학과 졸업(공학박). 현재 순천향대 공대 전자공학과 전임강사.



**김종환(金鍾煥)**

1957년 7월 13일생. 1981년 서울대 공대 전자공학과 졸업. 1983년 동 대학원 전자공학과 졸업(석사). 1987년 동 대학원 전자공학과 졸업(공학박). 현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 부교수. 1988년 제3회 춘강 학술상 수상.