

저 자 소 개



이명의(李明儀)

1958년 6월 10일생. 1985년 인하대 공대 전기공학과 졸업. 1987년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1991년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 현재 현대전자(주) 산업전자 연구소 근무.



권오규(權五圭)

1952년 11월 14일생. 1978년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1980년 동 대학원 졸업. 1985년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(공박). 1984년 인하대 공대 전기공학과 조교수. 1988~89년 호주 뉴카슬대 객원교수. 현재 인하대 공대 전기공학과 부교수.

비선형궤환 선형화 기법을 사용한 단일자석 자기부상 시스템의 제어기 개발

Controller Development for a Single-Magnet Suspension System Using Nonlinear Feedback Linearization

陳 胄 華* · 徐 鎮 憲** · 金 國 憲***
(Juhwa Jin · Jinheon Seo · Kook-Hun Kim)

Abstract - A nonlinear feedback linearizing control method for an EMS (Electro-Magnetic Suspension) system is proposed. After linearizing the system using the exact linearizing method, conventional linear system control theory has been applied. Robustness properties of the proposed controller with respect to the load variations is also analysed for a single magnet suspension system. Computer simulation is carried out in order to compare the performance of the proposed controller with that of the existing controller designed by using Taylor series expansion around nominal points.

1. 서 론

EMS(Electromagnetic Suspension)방식을 이용한 자기부상시스템은 부상공극이 매우 좁을 뿐 아니라 무궤환시 불안정(open loop unstable)하기 때문에 부상제어기의 개발이 매우 중요하다. 자기부상시스템은 비선형 시스템이므로 그 선형화 기법이 제어기의 형태와 성능을 결정한다. 비선형 시스템을 선형화 하는 기법으로는 공칭점(nominal point)에서 테일러(Taylor)급수로 전개하여 2차

이상의 항들을 무시함으로써 선형시스템으로 근사화하는 방법이 일반적으로 사용되고 있다. 그러나 시스템의 동작점이 공칭점에서 멀리 벗어날 때는 이 방법을 사용할 수 없다는 단점을 가진다. 그 밖의 방법으로는 최근에 제안되어서 선형화기법의 하나로 큰 주류를 이루고 있는 비선형 궤환을 사용하여 비선형 시스템을 선형화시키는 방법이 있다. 이 방법은 근사화방법이 아니므로 특별한 제약조건이 없는 한 모든 영역에서 선형화가 유효하다고 볼 수 있다. 따라서 일단 비선형 궤환에 의해 선형화된 모델은 상태 공간의 일정한 영역 내에서 선형화가 유효함으로 실속 동작점에서 크게 벗어난다 하더라도 기존의 선형시스템 제어이론을 쓰는데 별 무리가 없게 되므로 매우 강력한 선형화

*正 會 員 : 서울大 大學院 電氣工學科 博士課程

**正 會 員 : 서울大 工大 電氣工學科 助教授·工博

***正 會 員 : 韓國電氣研究所 制御應用研究室長·工博

接受日字 : 1991年 5月 31日

1次修正 : 1991年 12月 23日

기법중의 하나로 간주된다. 이와 같은 비선형 변환을 통한 선형화 기법의 응용 예는 참고문헌 [1, 2]에서 찾아 볼 수 있다.

자기부상시스템을 위한 기존의 제어기는 테일러 (Taylor) 급수 전개를 통하여 얻어진 선형근사화 모형에 상태궤환 제어기법을 적용하여 구성되었다. 본 논문에서는 비선형궤환을 사용하여 선형화 (nonlinear feedback linearization) 시킨 모델에 대한 상태궤환제어기 (state feedback controller)의 구성에 관해 연구하였다. 먼저 2장에서는 단일자석을 가진 자기부상시스템의 모델링을 소개하고 기존의 선형화기법과 본 논문의 비선형 궤환기법을 사용한 제어기의 구성을 3장에서 행하였다. 4장에서는 비선형 궤환기법을 사용한 제어기의 무게에 대한 강인성을 보이고 5장에서는 시뮬레이션 을 통하여 기존의 제어기와 비교 검토하였다.

2. 단일자석 자기부상 시스템의 모델링

단일 자석을 사용한 자기부상 시스템의 구성도를 간략히 그림1과 같이 나타낼 수 있다. 참고문헌 [3]에서 유도된 이 모델에 대한 상태방정식은 식 (2.1)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{z} \\ \dot{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{z} \\ -k_f [i/z]^2 + G \\ [k_z(z, i)/k_i(z)] \times \dot{z} - [R/k_i(z)] \times i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/k_i(z) \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \\ 0 \end{bmatrix} f_a \quad (2.1)$$

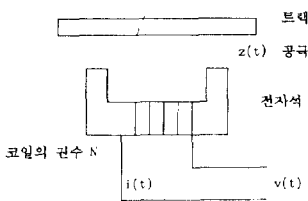


그림 1 단일 자석을 사용한 자기부상 시스템의 구성
Fig. 1 Single-Magnet EMS system Configuration

상기식에서,

- $k_f : = \mu_0 N^2 A / 4m$
- $k_i(z) : = \mu_0 N^2 A / 2z(t)$
- $k_z(z, i) : = \mu_0 N^2 A i(t) / 2z(t)^2$
- $i(t) :$ 전자석에 흐르는 전류
- $N :$ 전자석의 권수
- $A :$ 전자석의 극면적
- $R :$ 전자석 코일의 저항
- $m :$ 전자석의 질량
- $f_a :$ 외부교란
- $\mu_0 :$ 투자율 $G :$ 중력 가속도

식 (2.1)는 $\dot{x} = f(x) + g(x)v + g_a(x)f_a$ 의 비선형 상태방정식의 형태를 이룬다.

3. 제어기의 구성

3.1 선형근사화 모델에 대한 제어기의 구성

기존의 제어기에서 사용되고 있는 이 방법은 평형점 (i_0, z_0) 에서 테일러 (Taylor) 급수 전개를 통하여 선형 근사화 모델을 얻는다. 상태 방정식은 식 (3.1)로 표현된다. [3, 4]

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{z}(t) \\ \Delta \dot{z}(t) \\ \Delta \dot{i}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ k_z/m & 0 & -k_i/m \\ 0 & k_z/k_i & -R/L_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z(t) \\ \Delta z(t) \\ \Delta i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/m \\ 1/L_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v(t) \\ f_a(t) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

상기식에서,

- $\Delta z(t) : = z(t) - z_0$
- $\Delta i(t) : = i(t) - i_0$
- $F(i, z) : = \mu_0 N^2 A / 4 [i(t)/z(t)]^2$
- $k_i : = \partial F(i, z) / \partial i |_{(i_0, z_0)}$
- $k_z : = \partial F(i, z) / \partial z |_{(i_0, z_0)}$
- $L_0 : = \mu_0 N^2 A / 2z_0$

식 (3.1)에 얻어진 선형 근사화 모델에 대해서 상태궤환제어기를 구성하여 본다. 승객을 태우는 본 시스템에서 대표적인 외부교란은 시스템 질량의 변화이므로 $f_a(t)$ 는 무시되어 질 수 있다. (질량에 대한 제어기의 강인성은 4장에서 다룬다.) $\Delta z, \Delta \dot{z}, \Delta \ddot{z}$ 를 궤환시켜 표현하면 식 (3.2)가 된다.

$$\dot{x} = A_1 x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/L_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_p & K_v & K_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta \dot{z} \\ \Delta \ddot{z} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

상기식에서,

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta \dot{z} \\ \Delta i \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ k_z/m & 0 & -k_i/m \\ 0 & k_z/k_i & -R/L_0 \end{bmatrix}$$

k_p, k_v, k_a : 제한 이득값

$$\Delta \dot{z} \cong -[k_i/m]\Delta i + [k_z/m]\Delta z$$

3.2 비선형 제한 선형화를 이용한 제어기의 구성

3.2.1 비선형 제한 선형화[8, 9]

비선형 제한을 통한 비선형 시스템의 선형화를 다루기 위해 다음의 정의를 필요로 한다.

정의 1

벡터장 f 와 g 의 Lie Bracket ($f, g: R^n \rightarrow R^n$)은 식 (3.3)으로 정의 된다.

$$[f, g] := \frac{\partial g}{\partial x} f - \frac{\partial f}{\partial x} g \quad (3.3)$$

상기식에서,

$\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial g}{\partial x}$ 는 $n \times n$ 자코비안 행렬 (Jacobian Matrix)

이 정의를 회귀적(recursive)으로 다음과 같이 표현한다.

$$ad_f^k(g) := [f, ad_f^{k-1}(g)], ad_f^0(g) := g$$

정의 2

$f(x), g(x)$ 가 R^n 상의 무한히 미분가능한 벡터필드(smooth vector field)인 다음의 SISO비선형 시스템이 주어져있다.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

이때 아래의 조건들을 만족하는 R^n 상의 영역 U 가 존재하면 제한 선형화가 가능하다고 말한다.

- ① diffeomorphism $T: U \rightarrow R^n$ 가 존재한다.
- ② 상태변수를 좌표변환 $y := T(x)$ 를 통해 y 로 변환시켰을 때

$$\dot{y} = Ay + bv$$

가 되도록 하는 비선형 제한

$$u := \alpha(x) + \beta(x)v, \beta(x)(\neq 0) \in U$$

가 존재한다.

상기식에서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix}$$

정의2를 만족하는 T 와 비선형 제한 입력 u 를 구하기 위해, 먼저 식(3.4b)를 만족하는 T_i 을 찾은 후 식(3.4c)에 의해 회귀적으로 T_n 을 구한다. 그 후 식(3.4a)에 의해 u 를 구할 수 있다.

$$u := -\frac{1}{\langle dT_n, g \rangle} (v - \langle dT_n, f \rangle) \quad (3.4a)$$

상기식에서,

$$\langle dT_i, ad_f^k(g) \rangle = 0; k=0, 1, \dots, n-2$$

$$\langle dT_i, ad_f^{n-1}(g) \rangle \neq 0 \quad (3.4b)$$

$$\langle dT_i, f \rangle = T_{i+1}; i=1, \dots, n-1 \quad (3.4c)$$

SISO의 비선형 시스템을 비선형 제한을 사용하여 선형화하기 위한 필요충분조건은 다음과 같다.

정리^[10]

$f(x)$ 와 $g(x)$ 가 무한히 미분가능한 벡터 필드(smooth vector fields)인 다음의 비선형 시스템은 비선형 제한을 통한 선형화가 가능하다.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

⇔ 다음의 두 조건을 만족하는 R^n 에서 영역 U 가 존재한다.

1. 벡터필드 $\{g, ad_f(g), \dots, ad_f^{n-1}(g)\}$ 가 영역 U 에서 선형독립이다.
2. 집합 $F := \{g, ad_f(g), \dots, ad_f^{n-2}(g)\}$ 가 영역 U 에서 involutive하다.

즉, 집합 F 의 임의 두벡터의 Lie Bracket은 집합 F 의 각 벡터의 선형 조합으로 나타낼 수 있다.

3.2.2 자기 부상시스템의 비선형 제한을 이용한 선형화

먼저 정리에 의해 비선형 제한 선형화가 가능함을 보이고 제한 입력을 구해 내도록한다. 식(2.1)의 상태방정식에서 $f(x)$ 와 $g(x)$ 를 다음과 같이 놓는다.

$$f(x) := \begin{bmatrix} x_2 \\ -k_F x_1^{-2} x_3^2 + G \\ x_1^{-1} x_2 x_3 - k_0 x_1 x_3 \end{bmatrix}$$

$$g(x) := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_1 x_1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

상기식에서,

$$k_0 := 2R / [\mu_0 N^2 A]$$

$$k_1 := 2 / [\mu_0 N^2 A]$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \\ i \end{bmatrix}$$

$$ad_f^0(g) = g$$

$$ad_f^1(g) = (\partial g / \partial x) f - (\partial f / \partial x) g$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 2k_f k_1 x_1^{-1} x_3 \\ k_0 k_1 x_1^2 \end{bmatrix}$$

$$ad_f^2(g) = [f, ad_f^1(g)]$$

$$= \begin{bmatrix} -2k_f k_1 x_1^{-1} x_3 \\ 0 \\ k_0 k_1 x_1 x_2 - 2k_f k_1 x_1^{-2} x_3^2 + k_0^2 k_1 x_1^3 \end{bmatrix}$$

$\{g, ad_f^1(g), ad_f^2(g)\}$ 는 x_1 이 0가 아닌 영역 $U(\subset R^3)$ 에서 선형독립인 집합이다.

다음으로 $\{g, ad_f^1(g)\}$ 가 위의 영역 U 에서 involutive함을 보이도록 한다.

$$[g, ad_f^1(g)] = \begin{bmatrix} 0 \\ 2k_f k_1^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

involutive의 정의에 의해서 아래의 식을 만족하는 α_1, α_2 가 존재하면 g 와 $ad_f^1(g)$ 가 involutive하다.

$$\alpha_1 g + \alpha_2 ad_f^1(g) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2k_f k_1^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

이를 만족하는 α_1, α_2 를 구하면 다음과 같다.

$$\alpha_1 = -x_1^2 x_3^{-1} k_f k_1, \quad \alpha_2 = k_1 x_1 x_3^{-1}$$

따라서 g 와 $ad_f^1(g)$ 는 영역 U 에서 involutive하다.

$\{g, ad_f^1(g), ad_f^2(g)\}$ 가 선형독립이고 $\{g, ad_f^1(g)\}$ 가 involutive함을 만족하는 영역 U 가 존재하므로 정리에 의해 선형화 가능성을 알 수 있다. 다음은 비선형 제환 입력 v 를 구한다. 식(3.4 b), 식(3.4c)를 만족하는 상태변수의 좌표변환 T 를 식(3.6)로 잡을 때 제환입력 v 는 식(3.7)과 같다.

$$y_1 := x_1$$

$$y_2 := x_2$$

$$y_3 := -k_F(x_3/x_1)^2 + G \quad (3.6)$$

$$v := \frac{1}{\langle dT_3, g \rangle} (u - \langle dT_3, f \rangle)$$

$$= \frac{u - 2k_f k_0 x_1^{-1} x_3^2}{-2k_f k_1 x_1^{-1} x_3} := N^{-1}(x)u$$

$$+ N^{-1}(x)M(x) \quad (3.7)$$

상기식에서,

$$N(x) = -2K_F K_1 x_1^{-1} x_3$$

$$M(x) = -2K_F K_0 x_1^{-1} x_3^2$$

식(3.6)의 좌표변환과 식(3.7)의 제환입력을 통해 얻어지는 선형화된 시스템은 식(3.8)과 같다.

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

여기서, 시스템의 출력 $y_1 (= z(t))$ 와 입력 u 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\ddot{y}_1 = u$$

3.2.3 제어기의 구성

식(3.6)에서 정의된 새로운 상태변수를 제환하여 기준 입력을 r 이라 놓고 페루프 시스템을 구성하면 다음과 같다.

$$\text{상태제환 : } u = r - K_p y_1 - K_v y_2 - K_a y_3$$

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -K_p & -K_v & -K_a \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (3.9)$$

이 시스템이 안정하기 위해서는 식(3.10)의 조건이 필요하다.

$$K_p > 0, K_a > 0, K_v > K_p / K_a \quad (3.10)$$

실제의 상태 제환 입력 u 는 식(3.6)의 관계를 이용하여 다음과 같이 실현 된다.

$$u = r - K_p x_1 - K_v x_2 - K_a [-k_F(x_3/x_1)^2 + G] \quad (3.11)$$

식(3.9)는 식(3.6)의 좌표변환과 식(3.7)의 비선형 상태제환 입력을 인가하여 선형화된 시스템에 식(3.11)의 상태제환 입력을 적용하여 얻어진 상태방정식이다. 실제 시스템에 적용된 전체 상태제환 입력과 좌표변환 이전의 상태방정식은 식(3.12), (3.13)과 같다.

$$v = \frac{u - 2k_f k_0 x_1^{-1} x_3^2}{-2k_f k_1 x_1^{-1} x_3}$$

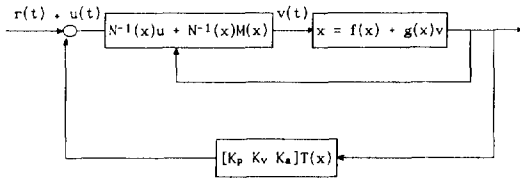


그림 2 비선형 제환 선형화기법을 이용한 제어기의 블록선도
Fig. 2 Block Diagram of Controller with Feedback Linearizing Method

$$u = r - K_p x_1 - K_v x_2 - K_a [-k_F(x_3/x_1)^2 + G] \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -k_F(x_3/x_1)^2 + G \\ \dot{x}_3 &= \frac{x_2 x_3}{x_1} - \frac{r x_1^2 - K_p x_1^3 - K_v x_1^2 x_2 + K_a k_F x_3^2 - K_a G x_1^2}{2k_F x_3} \end{aligned} \tag{3.13}$$

비선형 제환을 통해 얻어진 제어기를 실제 시스템에 적용하였을 때 시스템의 구성을 블록선도로 표현하면 그림2와 같다.

4. 비선형 제환을 이용한 제어기의 무게 변화에 대한 강인성

승객등을 태우는 자기부상 시스템은 무게의 변화가 심하다. 자기부상 시스템에서 부하의 무게변화에 대한 제어기의 강인성의 문제는 해결되어야 할 중요한 문제라고 할 수 있다.

식(3.5)와 비선형 제환 입력식(3.7)에서 시스템의 무게 변화에 관계된 계수는 k_F ($:\mu_0 N^2 A / 4m$)뿐이다. 시스템의 무게 m 이 m' 으로 변할 때의 k_F 를 k_F' ($:\mu_0 N^2 A / 4m'$)으로 정의하면, 제어기에서 계산에 이용되는 부하의 무게는 m 으로 고정되어 있는 반면, 실제의 자기 부상 시스템을 표현하는 상태방정식은 식(4.1)로 변화한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -k_F'(x_3/x_1)^2 + G \\ \dot{x}_3 &= \frac{x_2 x_3}{x_1} - k_0 x_1 x_3 + x_1 x_1 v \end{aligned} \tag{4.1}$$

식(4.1)의 상태 변수에 대하여 좌표변환 $w = V(x)$ 를 식(4.2)로 정의하고, 제환입력 v 는 식(3.12)과 같이 인가한다.

$$\begin{aligned} w_1 &:= x_1 \\ w_2 &:= x_2 \end{aligned}$$

$$w_3 := -k_F'(x_3/x_1)^2 + G \tag{4.2}$$

식(4.1)의 상태 변수에 대하여 좌표변환 $w = V(x)$ 를 식(4.2)로 정의하고, 제환입력 v 를 식(3.7)과 같이 인가 할 경우 식(4.1)의 무게가 변화한 시스템은 또한 비선형 제환 선형화가 가능하게 된다. 무게가 변화된 자기부상시스템이 식(4.2)의 좌표변환과 식(3.7)의 제환입력을 통해 선형화됨을 보이기 위해서 \dot{w}_3 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{w}_3 &= (d/dt)[-k_F'(x_3/x_1)^2 + G] \\ &= -2k_F' x_3 (x_2 x_3 x_1^{-1} - k_0 x_1 x_3 + k_1 x_1 v) / x_1^2 \\ &\quad + 2k_F' x_2 x_3^2 / x_1^3 \\ &= -2k_F' \frac{x_3}{x_1} [-k_0 x_3 + k_1 v] \end{aligned}$$

여기서 식(3.7)의 제환 입력 v 를 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{w}_3 &= -\frac{2k_F' x_3}{x_1} \left[-\frac{x_1}{2k_F x_3} u \right] \\ &= [k_F' / k_F] u \\ &= [m' / m'] u \end{aligned}$$

따라서 선형화된 상태 방정식은,

$$\dot{w} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m' / m' \end{bmatrix} u \tag{4.3}$$

상기식에서,

$$\begin{aligned} w_1 &:= x_1 \\ w_2 &:= x_2 \\ w_3 &:= -k_F'(x_3/x_1)^2 + G \end{aligned}$$

식(4.3)의 선형화된 시스템에 식(3.11)의 상태 제환 입력 u 를 인가하여 페루프시스템을 구성한다. 이때 제환입력 u 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u &= r - K_p x_1 - K_v x_2 - K_a [-k_F(x_3/x_1)^2 + G] \\ &= r - K_p x_1 - K_v x_2 - K_a [K_F / K_F' (-k_F'(x_3/x_1)^2 + G + (K_F' / K_F - 1)G)] \\ &= r - K_p w_1 - K_v w_2 - K_a [K_F / K_F'] w_3 \\ &\quad - K_a [(K_F' - K_F) / K_F] G \end{aligned}$$

따라서 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{w} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -K_p' & -K_v' & -K_a \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m' / m' \end{bmatrix} r \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ [(m' - m) / m'] K_a' G \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -K_p' & -K_v' & -K_a \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m/m' \end{bmatrix} (r + [(m' - m)/m]K_a'G) \quad (4.4)$$

상기식에서

$$K_p' = (m/m')K_p, \quad K_v' = (m/m')K_v, \\ K_a' = (m/m')K_a$$

이 시스템이 안정하기 위해서는 다음의 조건이 필요하다.

$$K_p' > 0, \quad K_a > 0, \quad K_v' > K_p'/K_a \quad (4.5)$$

따라서 다음의 조건을 만족하는 제환 이득 값을 찾으면 무게가 변하는 경우에도 시스템은 안정하게 된다.

$$K_p > 0, \quad K_a > 0, \quad K_v > K_p/K_a \quad (4.6)$$

상태방정식 (4.4)에서 입력에 해당하는 부분을 h 라고할 때 입력 h 와 공극 $x_1(:=z)$ 과의 전달함수를 구해보면,

$$\frac{Z(s)}{H(s)} = \frac{m/m'}{s^3 + K_a s^2 + K_v' s + K_p'} \quad (4.7)$$

상기식에서,

$$h := r + [(m' - m)/m]K_a'G$$

이 된다. $H(s)$ 의 스텝응답에 대한 최종치를 최종치정리에 의해서 구하면,

$$\lim_{s \rightarrow 0} sZ(s) = \frac{(m/m')h}{K_p'} = \frac{r + [(m' - m)/m]K_aG}{K_p} \quad (4.8)$$

이 된다. 최종치에서 알 수 있듯이 무게의 변화에 의하여 시스템에 정상상태의 오차가 발생한다. 이 무게 변화에 관계 없이 정상상태의 오차를 줄이기 위해서는 가능한 한 K_p 값을 크게하고 K_a 값을 작게한다.

5. 시뮬레이션 및 검토

기존의 테일러 전개에 의한 선형근사화 모델에서 상태제환(state feedback) 제어기와 비선형 제환을 이용한 상태제환 제어기의 비교를 행하였다. 부상제어의 주된 관점은 어떤 경우에도 시스템이 안정해야 한다. 본 논문에서는 임계제동(critical damping)이 일어나는 제환이득값을 취하여 진동

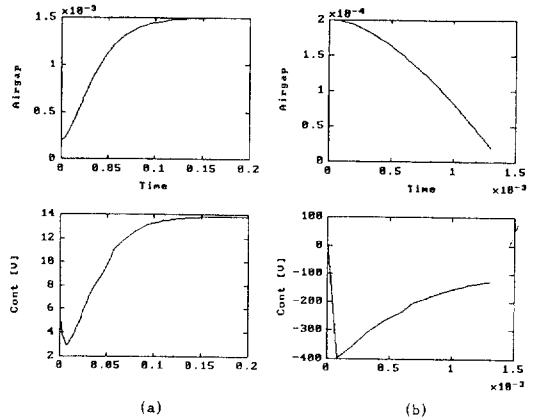


그림 3 초기공극이 0.2mm일 때의 제어기 응답
(a) 비선형제환 제어기 ($k_p=25000 \quad k_v=5100 \quad k_a=270$)
(b) 선형근사화 제어기 ($k_p=27000 \quad k_v=200 \quad k_a=1$)

Fig.3 Controller Response when initial airgap is 0.2mm
(a) Nonlinear Feedback Controller ($K_p=25000 \quad K_v=5100 \quad K_a=270$)
(b) Linear Approximation Controller ($K_p=27000 \quad K_v=200 \quad K_a=1$)

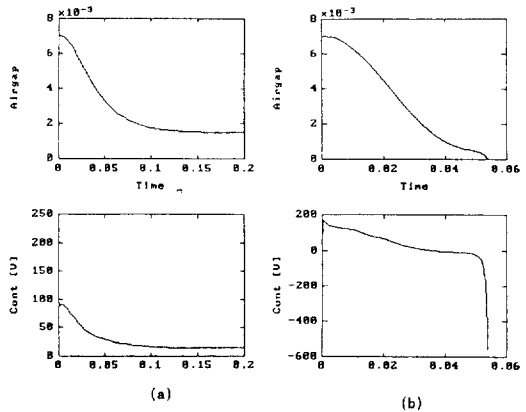


그림 4 초기공극이 7mm일 때의 제어기 응답
(a) 비선형제환 제어기 (제환이득 동일)
(b) 선형근사화 제어기 (제환이득 동일)

Fig.4 Controller Response when initial airgap is 7mm
(a) Nonlinear Feedback Controller (Same Feedback Gains)
(b) Linear Approximation Controller (Same Feedback Gains)

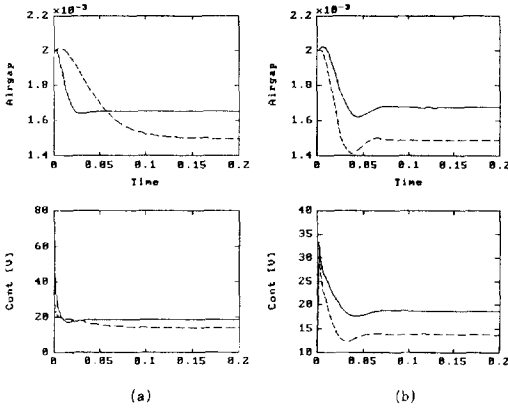


그림 5 시스템의 질량이 변할 때의 제어기 응답
 (a) 비선형제환 제어기(제환이득 동일)
 (b) 선형근사화 제어기(제환이득 동일)
 (실선: 질량이 변했을 경우, 점선: 질량의 변화가 없는 경우)

Fig. 5 Controller Response when mass changes
 (a) Nonlinear Feedback Controller(Same Feedback Gains)
 (b) Linear Approximation Controller(Same Feedback Gains)
 (Solid Line : when mass changes
 Dotted Line : No mass changes)

이 없도록 하였다. 시뮬레이션에 사용된 데이터값 [3]은 아래와 같다.

$$k_i = 44[N/A], k_z = 58 \times 10^3[N/m]$$

$$k_F = 5.64 \times 10^{-6}$$

$$z_0 = 1.5[mm], i_0 = 2[A]$$

$$F_0 = 43[N]$$

$$L_0 = 33 \times 10^{-3}[H], R = 7[\Omega]$$

$$m = 4.39[Kg]$$

각 결과에서 위의 그림이 공극의 변화곡선이고 아래 그림은 제어 입력의 크기이다. (단위 : volt)

그림3과 그림4는 시스템의 초기공극이 0.2mm일 때와 7mm일 때 비선형 선형화기법을 이용한 제어기 (a)와 기존의 제어기 (b)와의 비교이다. 기존의 제어기는 공극이 공칭점으로부터 너무 벗어난 관계로 제어기의 응답이 불안정해진다. 그러나 비선형제환 선형화기법을 이용한 제어기에서는 공칭점이 존재하지 않으므로 안정된 응답형태를 보인다.

그림5는 무게가 4.39Kg에서 6.43Kg으로 변했을 경우 제어기의 강인성을 본 것이다. 평형식을 이

루는 시스템의 무게는 4.39Kg이지만 승객등이 타는 이유로 인하여 무게가 변화한다. 이 경우 비선형 제환제어기에 있어서는 제환이득 값을 조절하여 정상상태의 오차를 줄일 수 있으나 종래의 제어기는 그러한 해석을 하기에 어렵다.

6. 결 론

본 논문은 비선형 시스템인 자기부상시스템을 선형화하는 데 있어서 기존의 방식과는 다른 비선형 제환을 써서 선형 근사화가 아닌 완벽한 선형 시스템으로 변환시키는 이론과 기법을 제시하였다. 또한 4장에서 이 기법을 사용하여 구성된 제어기는 시스템의 무게의 변화에 대하여 강인함을 지님을 보였고 시뮬레이션을 통하여 비선형 제환을 사용한 제어기는 다양한 초기 공극에서도 안정화가 가능하며 무게의 변화에 강인함을 지님을 검토하였다. 비선형 제환선형화기법을 사용한 선형화는 완벽한 선형화라는 잇점으로 인해 제어기의 응답곡선의 특성을 해석할 수 있다. 따라서 원하는 성능을 만들기 위한 해석적인 접근이 종래의 선형근사화 기법과는 달리 매우 용이하므로 그 응용의 폭이 넓다 할 수 있다. 본 논문에서는 간단히 단일자석을 가진 자기부상 시스템에 적용을 하였으나 실제의 경우처럼 다중 자석을 가진 자기부상 시스템에 대한 본 논문 기법의 적용이 필요하며 디지털 제어기의 구현 시 문제가 될 수 있는 계산기의 단절오차로 인한 선형화의 유효성에 대한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- [1] Marino, R.W., and Spong, M.W., "Nonlinear Control Techniques for Flexible Joint Manipulators: A single Link Case Study," Proc. 1986 IEEE Conference on Robotics and Automation, San Francisco, pp. 1030~1026, April 1986.
- [2] Spong, M.W., "Modeling and Control of Elastic Joint Robots," Trans. ASME J. of Dyn. Sys, Meas., and Contr., Vol. 109, pp. 310~319, Dec. 1987.
- [3] Sinha, P.K., "Electromagnetic Suspension Dynamics & Control," Peter Peregrinus Ltd., 1987.
- [4] Kailath, T., Linear System, Prentice-Hall, Inc., 1980.

- [5] Jayawant, B.V., and Sinha, P.K., "Development of 1-Ton Magnetically Suspended Vehicle Using Controlled D.C. Electromagnets," PROC. IEE, Vol. 123, No. 9, pp. 941~948, 1976.
- [6] Sinha, P.K., "Magnetic Suspension for Low-Speed Vehicles," Trans. ASME J. Dyna. Sys. Meas. & Cont., Vol. 100, pp. 333~342.
- [7] Sinha, P.K. and Jayawant, B.V., "Analytical and Design Apects of Magnetically Suspend- ed Vehicles," Automatica, Vol. 15, pp. 539~552, 1979.
- [8] Spong, M.W. and Vidyasagar, M., Robot Dynamics and Control, John Wiley & Sons, Inc. 1989.
- [9] Ha, I.-J., Tugcu, A.K. and Boustany, N.M., "Feedback Linearizing Control of Vehicle Longitudinal Acceleration," IEEE Trans. Autom. Contr., Vol. 34, No. 7, 1989.
- [10] Su, R., "On the Linear Equivalents of Non- linear Systems," System and control Letters, Vol. 2, 1981.

저 자 소 개



진주화(陳靑華)

1966년 7월 20일생. 1989년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1991년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 현재 서울대 대학원 전기공학과 박사과정.



김국헌(金國憲)

1957년 3월 28일생. 1979년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1987년 동 대학원 졸업(공학). 1987~1988년 영국 옥스포드 대학 Self-Tuning Control Lab. 연구원. 1989한국전기연구소 전력전자 연구부 선임연구원. 현재 한국전기연구소 제어응용연구실장.



서진헌(徐鎭憲)

1952년 11월 30일생. 1978년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1980년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1985년 미국 U.C.L.A 전기공학과 졸업(공학). 1985~88년 미국 Texas Tech Univ. 조교수. 현재 서울대 공대 전기공학과 조교수.