

〈論 文〉

웨이퍼 가공기의 진동 해석 및 실험적 검증

김명업* · 임경화* · 이종원*

(1991년 5월 27일 접수)

Vibration Analysis of Wafer Cutting Machine and its Experimental Verification

Myeong-Eob Kim, Kyung-Hwa Rim and Chong-Won Lee

Key Words : Vibration(진동), Circular Plate(원판), Wafer Cutting Machine(웨이퍼 가공기)

Abstract

The free vibrations of the outer-clamped spinning annular disk which simulates a wafer cutting machine are investigated. The effects of the initial tension, the centrifugal force and outer-fixture extension caused by spinning on the vibration characteristics of the disk are considered. The modal parameters of the disk are calculated by using Galerkin's method as the rotating speed and initial tension are varied. Laboratory experiments are also performed with a rotating and stationary disk, and, it is found that experimental and simulation results are in good agreement.

1. 서 론

원판의 동특성과 안정성은 진동을 연구하는 공학인들에게 중요한 관심의 대상이었으며, 많은 연구들이 진행되어 왔다. Vogel과 Skinner⁽¹⁾는 균질의 환형원판에 대해 여러 경계조건에서 진동특성을 연구하였으며, Kirk와 Leissa⁽²⁾는 원판의 내주를 따라서 강성이 큰 환형보가 있는 경우에 동적특성을 알아보았다. 그리고 Loh와 Carney III⁽³⁾는 원판의 경계조건을 고정에서 단순 지지조건까지 변화 시키면서 고유진동수의 변화를 알아보았으며, Sinha⁽⁴⁾는 외주에 환형보가 있는 회전하는 환형원판의 진동특성을 연구하였다. 또한 Flatau⁽⁵⁾등은 환형원판에 대한 충격실험을 이용하여 고유 진동수를 구하였다. 최근에는 재료의 손실을 줄이기 위하여 재료 가공에 이용되는 회전원판의 두께가 매우 얇아지고, 가공면의 정밀도 및 생산성을 높이기 위하여

고속화되고 있다. 그러므로 얇은 원판으로 이루어진 회전톱과 같은 가공기에서는 동특성의 해석이 매우 중요한 과제가 되고 있다. Mote⁽⁶⁾는 안정성을 높이기 위하여 원판에 인위적인 잔류응력이 존재하도록 하였으며, Dyka와 Carney⁽⁷⁾는 내부와 외부경계에 환형보를 붙여서 원판의 경계조건이 고정지지조건에서 단순지지조건으로 변화될 때 회전하는 극직교 이방성(polar orthotropic) 원판의 안정성에 대해 연구하였다. 또한 Lee, Park과 Rim⁽⁸⁾은 외주고정원판 형태인 웨이퍼 가공기에서 회전에 의한 원심력과 초기장력에 따른 고유진동수 변화를 연구하였다. 지금까지 연구들은 대부분 이상적인 경계조건을 갖는 경우의 고유진동수를 계산함으로써 실제모형이 갖는 현상을 적절하게 나타내지 못했다. 웨이퍼 가공기는 일반적인 회전톱과 다른 형태인 외부가 고정된 회전원판이므로 이상적인 경계조건을 갖는 경우에 대하여 고유진동수를 계산하면 회전속도가 증가함에 따라 고유진동수가 감소하고 결국 좌굴현상이 발생하게 되지만 실제의 실험결과 는 외주의 늘어남 때문에 고유진동수가 오히려 증

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

가하는 것으로 나타났다⁽⁸⁾.

본 논문에서는 이러한 현상을 설명하기 위하여, 원판의 외주를 고정하기 위한 고정대가 원심력에 의해서 늘어나는 현상이 고려된 새로운 응력분포를 유도하였으며, 또한 초기인장력의 효과를 부가적으로 고려하여 회전속도에 따른 고유진동수의 변화를 계산하였다. 수치해석 과정에서는 Galerkin의 방법으로 회전원판에 대한 해를 구하였으며 comparison 함수는 정지원판에서의 모우드 형상을 이용하였다. 그리고 실제의 반도체 웨이퍼 가공기와 유사한 실험장치를 제작하여 고유진동수 변화를 실험적으로 구하였으며 수치해석 결과와 비교하였다.

2. 이 론

웨이퍼 가공기의 수학적 모형은 Fig. 1과 같이 내반경 a 에서는 자유 경계조건이고 외반경 b 에서는 고정 경계조건이며 회전속도 Ω 로 회전하는 원판이다. 횡방향진동이 아주 작고 감쇠와 회전관성 및 전단변형을 무시할 수 있을 때, 평면력(in-plane force)이 작용하는 단면의 두께가 일정하고 등방성이며 균질인 원판의 무차원 운동방정식은 회전좌표계에서 다음과 같이 나타내어진다. 주어진 평면력은 시간에 따라 변화하지 않는 것으로 가정하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{Eh^2}{12\rho(1-\nu^2)\rho_{00}b^4}\nabla^4 w(r, \theta) \\ - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r\sigma_r \frac{\partial w(r, \theta)}{\partial r} \right] \\ - \frac{\sigma_\theta^0}{r^2} \frac{\partial^2 w(r, \theta)}{\partial \theta^2} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

$$w = \frac{W}{b}, \quad r = \frac{R}{b}, \quad \tau = \rho_{00}t$$

식 (1)에서 W 는 횡방향 변위, h 는 두께, E 는 탄성계수, ρ 는 단위부피당의 밀도, ν 는 프와송비,

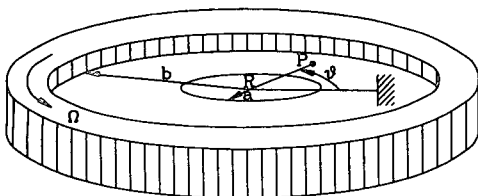


Fig. 1 Outer clamped rotating annular plate

ρ_{00} 는 $(0, 0)$ 모드의 고유진동수 그리고 (r, θ) 는 물리적 회전좌표계 (R, θ) 의 무차원 회전좌표계를 나타낸다.

한편 고정된 외반경 $(r=1)$ 에서의 경계조건은

$$\begin{aligned} w &= 0 \\ \frac{\partial w}{\partial r} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

이고 자유상태인 내반경 $(r=a=a/b)$ 에서의 경계조건은

$$\begin{aligned} -M_r &= \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) = 0 \\ -V_r &= \frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 w)_{,r} + \frac{1-\nu}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

으로 주어진다.

위의 방정식은 평면력에 의하여 발생하는 응력항이 복잡하게 구성되어 있기 때문에 엄밀해를 구하기가 어렵다. 따라서 해를 계산하기 위하여 Galerkin의 방법을 이용하였으며, Galerkin의 방법에 필요한 Comparison 함수는 평면력이 작용하지 않는 정지원판의 모드형상을 이용하였으며 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} u_{mn}(r, \theta) &= [A_{mn}J_m(\beta_{mn}r) + B_{mn}Y_m(\beta_{mn}r) \\ &\quad + C_{mn}I_m(\beta_{mn}r) + D_{mn}K_m(\beta_{mn}r)] \cos_m \theta \end{aligned} \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned} \beta_{mn}^4 &= \frac{12\rho(1-\nu^2)\rho_{00}b^4}{Eh^2} \omega_{mn}^2 \\ \omega_{mn} &= \frac{\rho_{mn}}{\rho_{00}} \end{aligned}$$

그리고 $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, D_{mn}$ 은 상수이며 J_m, Y_m 과 I_m, K_m 은 각각 차수가 m 인 첫번째와 두번째의 베셀함수와 수정된 베셀함수이다. 또한 ρ_{mn} 은 (m, n) 모드의 고유진동수이고 m, n 은 각각 절직경과 절원의 수를 나타낸다.

절직경 m 이 선택되면 Galerkin의 방법으로 부터 다음과 같은 절랑행렬 m_{ij} 와 강성행렬 k_{ij} 가 얻어진다.

$$\begin{aligned} m_{ij} &= \int_0^{2\pi} \int_a^1 u_{mi}(r, \theta) M[u_{mj}(r, \theta)] r dr d\theta \\ k_{ij} &= \int_0^{2\pi} \int_a^1 u_{mi}(r, \theta) L[u_{mj}(r, \theta)] r dr d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

여기서

$$M=1$$

$$L=\left(\frac{Eh^2}{12\rho(1-\nu^2)\rho_0^*b^4}\right)\nabla^4-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\sigma_r^*\frac{\partial}{\partial r}\right]$$

$$-\frac{\sigma_\theta^*}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}$$

식 (5)는 다음과 같은 이산화된 고유치문제가 되고, 이 식을 수치계산하여 원판이 갖는 고유진동수를 구하였다.

$$\omega_{mn}^2[m_{ij}]\{x\}=[k_{ij}]\{x\} \quad (6)$$

식(6)으로 부터 구한 고유진동수는 회전좌표계에 대한 결과이기 때문에 실제적인 의미를 갖도록 정지좌표계에 대한 값으로 변환시켜야 한다. 따라서 다음과 같은 두 좌표계에서 각각 계산된 고유진동수들 사이의 관계식을 이용하였다⁽⁶⁾.

$$\omega_{mn}^f=\omega_{mn}+m\Omega$$

$$\omega_{mn}^b=\omega_{mn}-m\Omega \quad (7)$$

여기서 Ω 는 회전속도이고 ω_{mn}^f 과 ω_{mn}^b 은 각각 정지좌표계에서 전진파와 후진파의 고유진동수를 나타낸다.

식 (5)에서 질량행렬과 강성행렬을 계산하기 위해서는 원판에 분포하는 응력분포를 알아야 하는데 일반적으로 초기인장력과 회전에 의한 원심력이 동시에 작용하게 되며 각각은 다른 형태의 응력분포를 발생시키게 된다. 먼저 원심력이 원판에 발생시키는 응력분포를 다음과 같이 공식화 하였다. 원판이 회전하게 되면, 원심력 때문에 외주고정대와 원판이 늘어나게 된다. 특히, 외주고정대의 변위에 의하여 회전원판에 발생하는 응력분포를 구하는 것이 회전원판의 고유진동수를 예측하는데 중요한 요소가 되므로 다음과 같은 방법을 제안하였다. 회전에 의한 외주고정대의 늘어남을 고려한 원판의 응력분포를 결정하기 위하여 원판과 외주고정대를 Fig. 2에 나타낸 것처럼 분리한다. 분리된 외주와 외주고정대 중에서 고유진동수를 계산하고자 하는 얇은 원판을 원판 1, 외주고정대에서 가상적으로 분리한 원판을 원판2, 원판 1과 2를 제외한 부분을 환형보라 하자. 원판 1과 2는 평면응력상태로 가정할 수 있으므로, Ω 로 회전하는 원판의 변위와 응력 분포는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_r)_b^1=-\frac{(1-\nu_1^2)\rho_1r^3\Omega^2}{8E_1}+Ar+\frac{B}{r}$$

$$\sigma_r)_b^1=-\frac{\rho_1r^2(3+\nu_1)\Omega^2}{8}+\frac{E_1A}{(1-\nu_1)}-\frac{E_1B}{(1+\nu_1)r^2}$$

$$\sigma_\theta)_b^1=-\frac{\rho_1r^2(1+3\nu_1)\Omega^2}{8}+\frac{E_1A}{(1-\nu_1)}$$

$$+\frac{E_1B}{(1+\nu_1)r^2} \quad (8)$$

$$u_r)_b^2=-\frac{(1-\nu_2^2)\rho_2r^3\Omega^2}{8E_2}+Cr+\frac{D}{r}$$

$$\sigma_r)_b^2=-\frac{\rho_2r^2(3+\nu_2)\Omega^2}{8}+\frac{E_2C}{(1-\nu_2)}-\frac{E_2D}{(1+\nu_2)r^2}$$

$$\sigma_\theta)_b^2=-\frac{\rho_2r^2(1+3\nu_2)\Omega^2}{8}+\frac{E_2C}{(1-\nu_2)}$$

$$+\frac{E_2D}{(1+\nu_2)r^2}$$

여기서 u, σ 의 상첨자와 ν, ρ, E 의 하첨자 1은 원판 1을 나타내고, 2는 원판 2를 나타내며 A, B, C, D 는 미정계수를 나타낸다. 그리고 반경이 b 인 환형보가 Ω 로 회전 할 때 보의 변위는 다음과 같다⁽⁷⁾.

$$u_r)_b^b=\frac{\rho_b b A_b \Omega^2 - q_b}{\left[\frac{E_b A_b}{b^2} - \frac{E_b I_b}{b^4}\right]} \quad (9)$$

여기서 ρ_b 는 보의 단위부피당 밀도, A_b 는 보의 단면적 E_b 는 보의 탄성계수, I_b 는 보의 단면에 수직인 중립축에 대한 관성모멘트, q_b 는 보의 내주 ($R=b$)에서 단위길이당 반경방향 인장력을 나타낸다.

위에서 주어진 원판의 변위 및 응력 분포식과 보의 변위식을 이용하여 원판 1에서의 응력 분포를 결정하였다. 원판 1에서의 응력 분포는 미지수 A 와 B 를 결정함으로써 얻어진다. 여기서 적용된 가정은 $R=b$ 에서 원판 1과 원판 2의 반경방향 변위는 같은 것으로 가정한다. 즉, 원판 2에 대해서 환형보가 반경방향으로의 굽힘이 무시할 만큼 적을 경우에 적용된다. 이 가정이 만족할 만큼 환형보의 강성이 큰경우에 대해서 다음과 같은 경계조건과 연속조건을 사용할 수 있다. 원판 1은 자유응력 상태이고, 원판2는 $R=0$ 에서 유한응력 상태이어야 한다는 경계조건과, 외주에서는 원판 1과 2의 반경

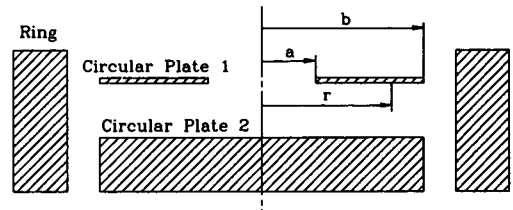


Fig. 2 Free body diagram for stress formulation

방향 변위가 같고 또한 원판 1 또는 2와 환형보의 변위가 같다는 연속조건을 적용하여 미정계수를 다음과 같이 결정하였다.

$$A = \frac{\xi(\Omega)}{\beta^\circ}$$

$$B = \frac{\eta(\Omega)}{\gamma^\circ}$$

$$C = \frac{\xi(\Omega)}{\beta^\circ} + \frac{\eta(\Omega)}{\gamma^\circ b^2} - \frac{b^2 \Omega^2}{8} \left[\frac{(1-\nu_1^2) \rho_1}{E_1} - \frac{(1-\nu_2^2) \rho_2}{E_2} \right]$$

$$D = 0$$

여기서

$$\xi(\Omega) = \frac{\rho_1 a^4 (1+\nu_1) (3+\nu_1) \Omega^2 \gamma}{8E_1} + \xi_1(\Omega) + \xi_2(\Omega)$$

$$\eta(\Omega) = -\frac{\rho_1 a^2 (3+\nu_1) (1-\nu_1) \Omega^2 \beta}{8E_1} + \xi_1(\Omega) + \xi_2(\Omega)$$

$$\xi_1(\Omega) = \frac{(1-\nu_1^2) \rho_1 b^3 a_b \Omega^2}{8E_1} + \frac{b^2 E_2 h_2 \Omega^2}{8(1-\nu_2)} \left[\frac{(1-\nu_1^2) \rho_1}{E_1} - \frac{(1-\nu_2^2) \rho_2}{E_2} \right]$$

$$\xi_2(\Omega) = \frac{b^2 \Omega^2}{8} [h_1 \rho_1 (3+\nu_1) + h_2 \rho_2 (3+\nu_2)] + \rho_b A_b b \Omega^2$$

$$\beta^\circ = \beta + \gamma \frac{(1+\nu_1) a^2}{(1-\nu_1)}$$

$$\gamma^\circ = \gamma + \beta \frac{(1-\nu_1)}{(1+\nu_1) a^2}$$

$$\beta = b a_b + \frac{E_1 h_1}{(1-\nu_1)} + \frac{E_2 h_2}{(1-\nu_2)}$$

$$\gamma = \frac{a_b}{b} - \frac{E_1 h_1}{(1-\nu_1) b^2} + \frac{E_2 h_2}{(1+\nu_2) b^2}$$

$$a_b = \frac{E_b A_b b^2 + E_b I_b}{b^4}$$

또한 원판의 동특성에 미치는 초기인장력의 효과를 살펴보기 위하여 다음과 같은 초기인장력에 의한 응력분포를 이용하였다.

$$\sigma_r)_r = \frac{E \Delta}{2a} \left[-\left(\frac{a}{R}\right)^2 + 1 \right]$$

$$\sigma_\theta)_r = \frac{E \Delta}{2a} \left[\left(\frac{a}{R}\right)^2 + 1 \right]$$

여기서 Δ 는 내주의 늘어난 길이를 나타내며 응력분포를 무차원화 시키기 위하여 식 (10)과 (11)을 식 (1)~(3)에서와 같은 무차원 변수로 무차원화 시켜서 다음과 같은 무차원 응력분포식을 얻었다.

$$\sigma_r^\circ = \sigma_r^\circ)_a + \sigma_r^\circ)_r$$

$$\sigma_\theta^\circ = \sigma_\theta^\circ)_a + \sigma_\theta^\circ)_r \quad (12)$$

여기서

$$\sigma_r^\circ)_a = \frac{1}{\rho_1 b_{00}^2 b^2} \left[-\frac{\rho_1 r^2 (3+\nu_1) \Omega^2}{8} + \frac{E_1 A}{(1-\nu_1)} - \frac{E_1 B}{(1+\nu_1) r^2} \right]$$

$$\sigma_\theta^\circ)_a = \frac{1}{\rho_1 b_{00}^2 b^2} \left[-\frac{\rho_1 r^2 (1+3\nu_1) \Omega^2}{8} + \frac{E_1 A}{(1-\nu_1)} - \frac{E_1 B}{(1+\nu_1) r^2} \right]$$

$$\sigma_r^\circ)_r = \frac{E_1 \delta}{2 \rho_1 b_{00}^2 b^2 a} \left[-\left(\frac{a}{r}\right)^2 + 1 \right]$$

$$\sigma_\theta^\circ)_r = \frac{E_1 \delta}{2 \rho_1 b_{00}^2 b^2 a} \left[\left(\frac{a}{r}\right)^2 + 1 \right]$$

$$\delta = \frac{\Delta}{b}$$

3. 수치 해석 및 실험

정지 및 회전상태에서 고유진동수를 구하기 위한 실험장치를 Fig. 3의 개략도와 같이 구성하였다. 원판을 랜덤신호로 가진시키기 위하여 비접촉식 전자식 가진기를 이용하였으며 충분한 가진력이 원판에 전달되도록 원판의 양쪽에 설치하였다. 그리고 가진기에 의하여 원판에 전달되는 힘의 크기를 측정하기 위하여 공구동력계(tool dynamometer)를 사용하였다. Fig. 4에는 실제 실험장치의 이해를 돕기 위하여 구성도와 사진을 함께 보였다. 원판의 횡방향 진동은 변위추정기(proximity sensor)로 변위를 측정하였다. 원판으로부터 모드 변수를 얻기 위하여 두가지 가진 방법을 이용하였다. 정지 상태의 원판을 실험할 때는 랜덤 신호를 입력으로 하는 랜덤가진을 하였으며, 입력과 출력신호 사이의 상관도가 1에 가깝게 나타났다. 일반적으로 랜덤가진은 짧은 시간에 넓은 주파수 영역에 대해서 실험할 수 있으므로 고유진동수를 구하는데 널리 사용되고 있으나 입력과 출력신호에 잡음이 많이 포함되어

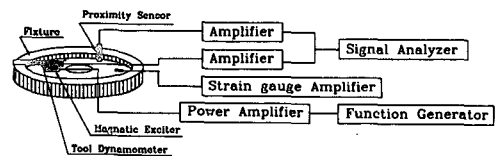


Fig. 3 Schematics of experimental system

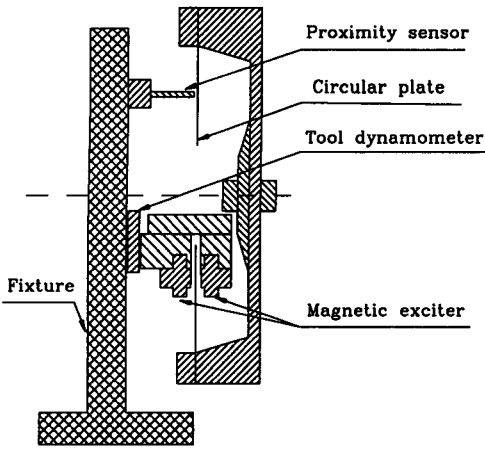


Fig. 4 (a) Overview of experimental system

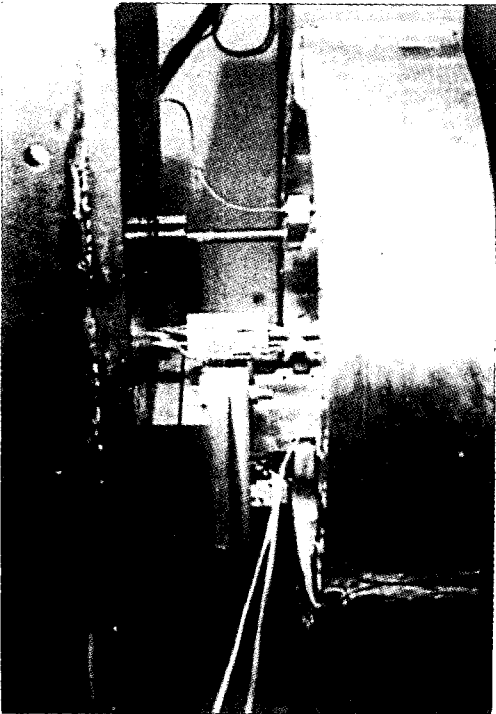


Fig. 4 (b) Overview of experimental system

있는 경우에는 상관도가 나쁘기 때문에 모드 변수를 정확히 구하기가 어렵다. 원판이 회전하게 되면 원판 표면의 굴곡(run out) 현상이나 회전축과 원판 중심축의 어긋남에 의하여 출력 신호의 신호대 잡음비(S/N ratio)가 현격히 떨어지게 되어 입력과 출력 사이의 상관도가 나빠져서 정확한 고유진동수를 얻기가 어려웠다. 본 논문에서는 랜덤가진으로 얻은 고유진동수의 결과를 이용하여 고유진동

수 근방에서 정현파(sine sweep)가진을 다시 실시하여 정확한 회전원판의 고유진동수를 구하였다. 정지좌표계에서 얻어진 회전 원판의 고유진동수를 이론적으로 구하여진 결과와 비교하기 위해서 전진파와 후진파에 관련된 고유진동수로 구분하였으며, 구분을 위하여 식 (7)과 회전속도에 관한 정보를 이용하였다. 실험이 수행된 회전속도들 사이의 간격을 좁게하여 고유진동수들이 서로 교차하므로써 발생하는 고유진동수의 잘못된 구분을 방지 하였다.

초기인장력의 크기를 측정하기 위하여 원판에 분

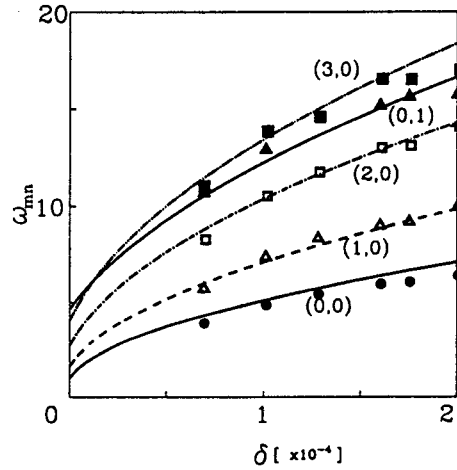


Fig. 5 (a) Natural frequencies w.r.t. inner radius extension (Line : simulation, Mark : experiment)

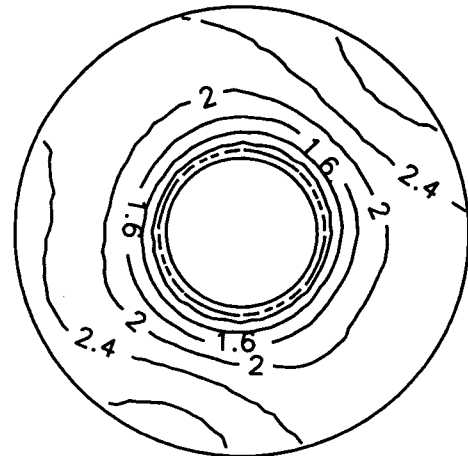


Fig. 5 (b) Nondimensional radial stress distribution subjected to uniform radial tension ; $\delta = 1.6 \times 10^{-4}$

포되는 변형률을 측정하였는데 원주방향을 따라서 30°의 등간격으로, 반경방향으로 무차원반경 $r = 0.863$ 인 위치에 각각 두개의 스트레인 게이지를 붙여서 접선방향과 법선방향의 변형률을 모두 12점에서 측정하였다. 각각의 측정점에서 얻은 변형률로부터 평면응력 상태의 응력을 결정하였다.

수치해석 결과는 Fig. 5~8에 나타내었다. 균일한 평면력이 존재하면서 회전하고 있는 회전원판은 일반적으로 엄밀해를 구할 수 없기 때문에 근사적인 수치계산 방법이 이용되고 있다. 여기서는 Galerkin방법이 이용되었으며 수치계산의 정확성을 검토하기 위하여 Comparison함수의 갯수를 변화시키면서 얻어진 근사해들 간의 상대오차의 수렴성을 조사하였으며 그 결과는 Table 1에 나타내었다. comparison 함수의 갯수가 3에서 9로 증가함에 따른 상대적인 오차는 0.8% 이내로 나타났으며 이 오차 범위내에서 수치결과는 충분히 타당함을 확인하였다. 그리고 그림에 나타낸 수치계산 결과들은 5개의 comparison함수를 이용하여 계산한 결과들이다. 또한 Galerkin방법에서 이용된 적분방법은 Gauss Legendre 적분법을 이용하였으며 적분 구간내에서 대칭인 다섯개의 점을 선택하여 각점에서의 함수값으로 적분값을 계산하는 방법을 이용하였다. 그리고 수치해석 및 실험에 이용된 모형의

제원은 Table 2와 3에 나타내었다.

Fig. 5(a)에는 정지상태에서 거의 균일한 반경방향의 인장력을 가했을 때 고유진동수의 변화에 대한 실험과 수치해석결과를 나타내었다. 초기인장력은 6단계로 증가 시키면서 실험을 하였다. 응력분포의 균일성을 평가하기 위하여 12점에서 측정된 접선 및 법선방향의 변형률을 이용하여 각각의 응력을 구하고 이로부터 각 실험에 대한 응력의 평균과 표준편차를 구하였다. 식 (11)과 식 (12)를 이용하여 얻어진 평균과 표준편차를 무차원 내반경 증가량으로 변환하여 Table 4에 나타내었다. 각 실험에서 응력분포는 표준편차가 평균값의 10% 정도로 나타났다. 한가지 경우에 대한 응력분포의 형태를 Fig. 5(b)에 나타내었다. 그리고 실제실험에서 초기응력상태가 0이 되도록 원판을 고정시키는 것은 매우 어렵기 때문에 수치해석결과와 실험결과를 비교하기 위하여 (0, 0) 모드가 일치하도록 수치해석에 초기인장력을 가했으며, 부가된 초기 무차원 반경 증가량은 0.4667×10^{-4} 이다. 반경방향으로 주어지는 초기인장력의 변화량에 따른 고유진동수

Table 1 Nondimensional natural frequencies, ω_{mn} , calculated by using Galerkin's method ; $\delta = 1.0 \times 10^{-4}$

Mode N	(0, 0)	(1, 0)	(2, 0)	(3, 0)	(0, 1)
3	5.5735	7.7971	11.4106	14.7409	13.3557
5	5.5371	7.7547	11.3529	14.6792	13.2751
7	5.5296	7.7482	11.3409	14.6651	13.2640
9	5.5275	7.7496	11.3700	14.7048	13.2581

N : Number of comparison functions used

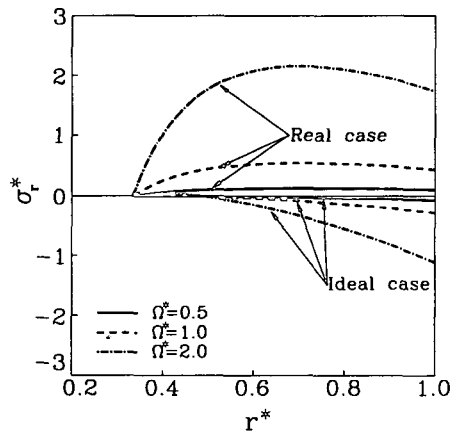


Fig. 6 Radial stress distribution along the radial direction

Table 2 Material properties

	Circular Plate1	Circular Plate2	Ring
Young's Modulus, N/m ²	2.10E+11	7.8308E+10	7.8308E+10
Mass Density, Kg/m ³	7830.0	2800.0	3042.10
Poisson's Ratio	0.3	0.35	—

Table 3 Dimensions of experimental and simulation model

	Dimension	Fig.6. (a)	Fig.6. (b)
Circular Plate 1	Inner Radius	80	65
	Outer Radius	240	195
	Thickness	0.35	0.35
Circular Plate 2	Outer Radius	240	195
	Thickness	10	15
Ring	Inner Radius	240	195
	outer Radius	270	245
	Width	30	60
	Height	55	110

Unit : Milimeter

Table 4 Measured inner radius extension subjected to uniform radial tension

Experiment Number	Nondimensional Inner Radius Extension	
	(Average)	(Standard Deviation)
1	0.69E-4	0.73E-5
2	1.01E-4	1.18E-5
3	1.28E-4	2.36E-5
4	1.60E-4	2.02E-5
5	1.75E-4	3.16E-5
6	2.06E-4	3.46E-5

의 변화 경향이 실험 결과와 수치해석결과 사이에 잘 일치함을 볼 수 있다. Fig. 5(a)에서 인장력이 증가하면서 $\delta=0.2 \times 10^{-4}$ 근처에서 (0, 1)과 (3, 0) 모드에 대한 고유진동수의 크기가 바뀔 수 있는데 이러한 현상은 균일하게 가해진 인장력이 절직경모드의 강성을 크게 증가시키게 되어 인접한 절원모드 보다 고유진동수가 크게 증가하기 때문에 발생한다.

Fig. 6에서는 무차원 회전속도를 변화시키면서 이상적인 경우 [$E_b = E_2 = \infty$]와 실제적인 경우 ($E_b = E_2 = 7.830E + 10 [N/m^2]$)에 대한 반경방향의

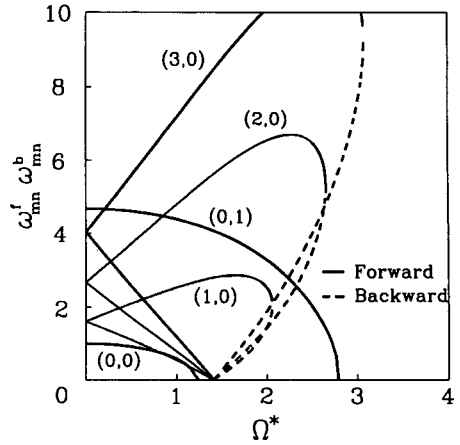


Fig. 7 (a) Natural frequencies *w.r.t.* spin speed with out initial tension for ideal case

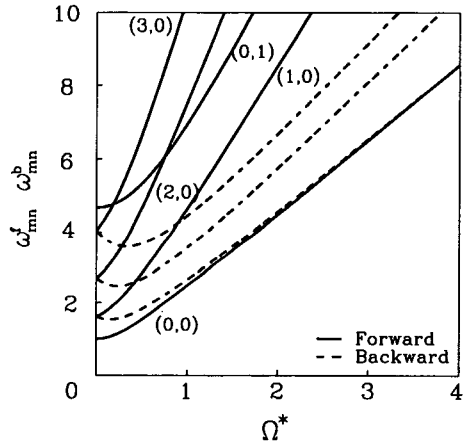


Fig. 7 (b) Natural frequencies *w.r.t.* spin speed with out initial tension for real case

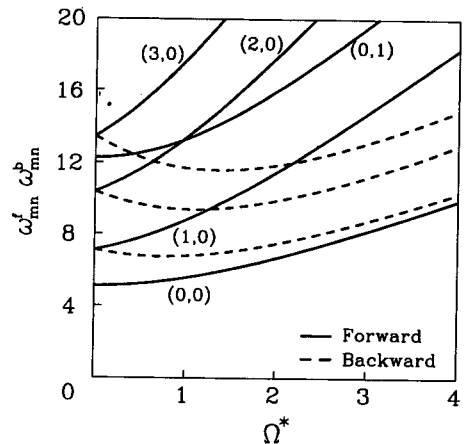


Fig. 7 (c) Natural frequencies *w.r.t.* spin speed with initial tension [$\delta=1.0 \times 10^{-4}$] for real case

응력분포를 나타내었다. 이상적인 경우는 무차원 반경이 0.5 이상이 되는 영역에서는 응력분포가 인장응력에서 압축응력상태로 변화함을 볼 수 있다. 그리고 회전속도가 증가함에 따라 압축응력상태의 크기가 증가함을 볼 수 있으며, 이와 같은 현상이 결국 원판을 좌굴 시키는 원인이 되고있다. 그러나 실제적인 경우는 원판의 응력상태가 오히려 전영역에서 인장상태가 되고 회전속도가 증가함에 따라 응력의 크기가 증가하기 때문에 좌굴과 같은 현상이 발생하지 않음을 확인하였다.

Fig. 7에는 무차원 회전속도가 0에서 4까지 변화할때 고유진동수의 변화를 나타내었다. Fig. 7(a)에는 이상적인 경우를 나타내며 회전속도가 증가함에 따라 고유진동수가 감소하게 되어 좌굴현상이 발생함을 볼 수 있다. 이러한 좌굴현상은 회전속도가 증가함에 따라 원판이 원심력에 의한 압축력을 받게되어 일어나는데 가는 보를 축방향으로 압축했을 때 일어나는 현상과 유사하다. 그러므로 외주 고정원판의 동특성을 파악하기 위해서는 외주 고정대가 원심력 때문에 회전속도에 따라 팽창하는 것을 고려하는 것이 매우 중요함을 알 수 있다. Fig. 7(b)에는 외주 고정대가 두랄루민으로 이루어진 실제적인 경우 즉, 외주 고정대의 늘어남을 고려한 경우의 고유진동수 변화를 보여준다. 모든 모드가 회전속도에 따라 증가하여 회전속도가 증가할수록 더욱 안정된 상태가 유지됨을 볼 수 있다. Fig. 7(c)에는 균일한 초기인장력에 의한 무차원 내반경 증가량이 1.0×10^{-4} 인 경우에 대하여 고유진동수의 변화를 나타내었다.

Fig. 8에는 회전속도를 점진적으로 증가시키면서 고유진동수가 변화하는 경향에 대한 수치해석 및 실험결과를 나타내었다. Table 3의 첫번째 수치값을 이용한 결과는 Fig. 8(a)에 나타내었고, Fig. 8(b)는 Table 3의 두번째 수치값을 이용한 결과를 나타내고 있다. 각각의 경우에 대해서 z축에 관한 관성모멘트(식 (9)에서 I_b)를 계산해보면 Fig. 8(a)가 (b)의 경우 보다 작은값으로 계산된다. 따라서 환형보와 원판 2가 연결되는 부분(Fig. 2를 보면 원형보의 z축 무게중심보다 아래에 위치)에 대하여 환형보와 원판 1이 연결되는 부분의 반경방향 굽힘량이 Table 3의 두번째 보다 첫번째 경우가 작게 발생한다. 수치해석에 이용된 응력분포식은 이러한 현상을 무시했기 때문에 I_b 의 값이 작은 Fig. 8(a)가 보다 잘 일치함을 보여주고 있다.

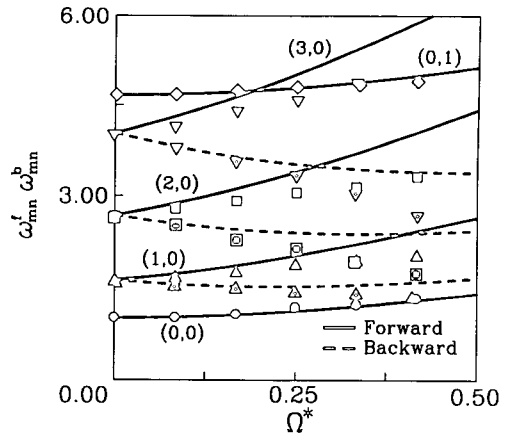
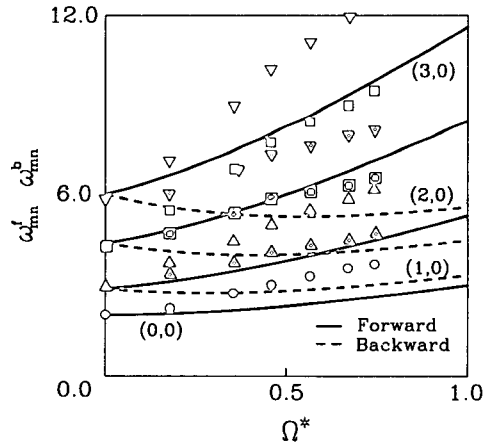


Fig. 8 (a) Natural frequencies *w.r.t.* spin speed without initial tension for real case (Line : simulation, Mark : experiment)



(b) Natural frequencies *w.r.t.* spin speed without initial tension for real case (Line : simulation, Mark : experiment)

4. 결 론

초기인장력 및 회전에 의한 원심력이 작용하는 원판의 고유진동수를 계산하기 위하여 사용된 Galerkin방법은 comparison함수의 수를 증가 시킴에 따라 상대적인 오차가 점진적으로 줄어들어 매우 안정적으로 고유진동수가 계산되었다. 그래서 평면력이 없는 정지상태의 원판에 대한 모드 형상만을 comparison함수로 사용하여도 충분함을 알 수 있었다.

웨이퍼 가공기와 같은 외부고정 원판의 고유진동수를 보다 정확히 계산하기 위해서는 외주 고정대가

원심력에 의하여 늘어나는 현상을 고려하여야 함을 수치해석 및 실험에서 확인하였다. 또한 실험 및 수치해석에 사용된 정도의 두께를 가진 원판은 약간의 초기인장력에 의해서도 고유진동수가 크게 변화하는 막과 같이 거동함을 알았다.

회전으로 인한 외주고정대의 늘어남을 고려한 새로운 응력분포식은 회전속도의 증가에 따라 고유진동수가 증가하는 경향을 잘 나타내었다. 이와같은 결과를 이용하면 원하는 회전속도에서 특정한 고유진동수를 갖도록 외주고정대의 크기를 설계 단계에서 결정할 수 있다.

참고문헌

- (1) Vogel, S.M. and Skinner, D.W., 1965, "Natural Frequencies of Transversely Vibrating Uniform Annular Plates", J. Applied Mechanics, pp. 926~931.
- (2) Kirk, C.L. and Leissa, A.W., 1967, "Vibration Characteristics of Circular Plate with a Concentric Reinforcing Ring", J. of Sound and Vibration, Vol.5, pp. 278~284.
- (3) Loh, H.C. and Carney III, J.F., 1977, "Vibration and Stability of Spinning Annular Plates Reinforced with Edge Beams", J. of Applied Mechanics, pp. 499~501.
- (4) Sinha, S.K., 1988, "On Free Vibrations of a Thin Spinning Disk Stiffened with an Outer Reinforced Ring", J. of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, Vol. 110, pp. 507~514.
- (5) Flatau, A., Flandro, G.A. and Van Moorthem, W.K., July 1988, "Investigation of Fixed-Free Annular Plate Resonant Frequency Predictions", J. of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, Vol. 110, pp. 408~410.
- (6) Mote, Jr, C.D., May 1965, "Free Vibration of Initially Stressed Circular Disks", J. of Engineering for Industry, pp. 258~264.
- (7) Dyka, C.T. and Carney III, J.F., 1979, "Vibration and Stability of Spinning Polar Orthotropic Annular Plates Reinforced with Edge Beams", J. of Sound and Vibration, Vol.64 (2), pp. 223~231.
- (8) Lee, C.W., Park, S.U. and Rim, K.H., 1989, "Free Vibration of a Spinning Annular Disk Subject to Radial Tension", Asia Vibration Conference, Shenzhen, China, pp. 439~444.