

〈論 文〉

주형/주물 접촉면에서의 접촉열저항을 고려한 상변화문제에 관한 연구

여문수* · 손병진** · 이관수**

(1991년 7월 20일 접수)

Numerical Analysis for Stefan Problem in Mold-Casting with Air-Gap Resistance

Moon-Soo Yeo, Byung-Jin Son and Kwan-Soo Lee

Key Words : Stefan Problem(상변화 문제), Solidification Speed(응고속도), Air-Gap Formation(공기층 형성), Mold-Casting Interface(주형/주물 접촉면), Interface Heat Transfer Coefficient (접촉 열전달계수)

Abstract

Casting structures and properties are determined by the solidification speed in the metal mold. The heat transfer characteristics of the interface between the mold and the casting is one of the major factors that control the solidification speed. According to Sully's research, the thermal resistance exists due to the air-gap formation at the mold-casting interface during the freezing process and the interface heat transfer coefficient is used to describe the degree of it. In this study, one-dimensional Stefan problem with air-gap resistance in the cylindrical geometry is considered and heat transfer characteristics is numerically examined. The temperature distribution and solidification speed are obtained by using the modified variable time step method. And the effects of the major parameters such as mold geometry, thermal conductivity, heat transfer coefficient and initial temperature of casting on the thermal characteristics are investigated.

기 호 설 명

c : 비열

h : 열전달계수

k : 열전도계수

L : 잠열

r : 반경방향의 좌표

$R_{i,j}$: 무차원 곡률 [= $\Delta r_i / r_j$]

Δr : 격자간격

T : 온도

T_m : 주물의 용융온도

T_i : 주물의 초기온도

t : 시간

Δt : 가변시간증분

β : 무차원 매개변수 [= $k / r_a h_\infty$]

γ : Stefan No. [= $c(T_m - T_\infty) / L$]

ρ : 밀도

하첨자

b : 주형영역

s : 고상영역

l : 액상영역

∞ : 주위유체

*정회원, 한양대학교 대학원

**정회원, 한양대학교 기계공학과

상첨자

j : time index

1. 서 론

용융 및 응고현상은 열의 흡수 및 방출을 수반하는 상변화 문제로서 Stefan⁽¹⁾이 극지역에서 얼음의 두께에 대한 연구결과를 발표한 이후 “Stefan Problem”이라 명명하게 되었다. 상변화시의 열적 특성을 주소, 축열, 온도조절, 극지개발등 여러분야에서 장비설계에 적용하여 공학 및 기술적 목적을 달성할 수 있다는 점으로 인하여 상변화문제의 연구는 학문적인 면 뿐만 아니라 실용적으로도 매우 큰 가치가 있다.

상변화 문제는 고상과 액상 사이에 있는 상변화면이 열을 흡수하고 방출하면서 미지의 속도로 이동하기 때문에 비선형 경계조건을 갖게 되어 많은 가정을 포함하는 특별한 경우를 제외하고는 엄밀해가 존재하지 않으므로 다양한 근사해법과 수치해법이 시도되었다. 전자의 경우, Aziz⁽²⁾는 열물성치가 온도의 함수로 주어지는 1차원 상변화 문제에 대해서 상사 변환법을 이용하여 근사해를 구하였으며, Garcia와 Prates⁽³⁾는 주형의 두께를 끝단에서의 온도와 주위온도가 일치할 때까지 연장하여 가상의 두께를 갖도록 하여 근사해법으로 해석하였으며 이때 주형과 주물의 접촉열저항은 없는 것으로 가정하였다. Rubinsky와 Shitzer⁽⁴⁾는 응고속도를 가정하여 온도분포를 구하였다. 후자의 경우, Murray와 Landis⁽⁵⁾는 액상과 고상에서의 밀도 변화가 없다고 가정하고, 액상과 고상에서 격자 간격이 일정한 고정격자법(fixed space method)과 각 상에서 서로 다른 격자간격을 갖는 가변격자법(variable space method)으로 1차원 수치해를 구한 바 있다. 연구결과에 의하면, 고정격자법은 온도장을 구할 경우 매우 편리하고 가변격자법은 상변화면의 추적에 유용하다고 보고되었다. Douglas와 Gallie⁽⁶⁾는 가변시간단계법(variable time step method)을 이용하여 일반적인 경계조건을 가진 1차원 상변화 문제를 해석하여 초기에 용융온도상태에 있는 액상의 응고문제에 대한 해를 구하였다. Gupta와 Kumar⁽⁷⁾는 가변시간단계법을 개선한 수정가변시간단계법(modified variable time step method)을 제시하였으며 수치해석 결과, 가변시간단계법과 비교시 수

렴이 매우 빠르게 이루어졌으며 계산결과는 잘 일치하였다.

상변화 문제의 해석시 많은 문헌들은 주형과 주물의 접촉면에서 접촉열저항이 존재하는 것으로 인식은 하였으나 해석의 편의를 위하여 완전접촉으로 가정하였다. 그러나 연구결과 이 접촉면에서의 접촉열저항은 응고과정에서 시간에 따라 상당히 변화되는 것으로 발표되었다. Sully⁽⁸⁾의 연구결과, 접촉열전달계수는 최초 주물이 주형에 밀착함으로써 점차 증가하여 최대치에 달하며, 응고가 진행됨에 따라 고상의 수축으로 인하여 주형과 주물사이의 공기층이 확장됨으로써 점차 감소되어 어느 시간 후 일정한 값으로 유지된다고 보고되었다. Kim과 Özisik⁽⁹⁾는 1차원 유한평판에서 공기층 형성에 따른 열전달계수를 구하고자 가정된 열전달계수를 이용하여 온도분포를 구하였으며, 이를 역해석(inverse analysis)을 이용하여 가장 근사한 열전달계수를 구하였다. 일반적으로 주조물의 구조 및 물성치는 응고시 고상영역의 증가율로 정의되는 주물의 응고 속도에 따라 결정되며, 많은 연구결과 이러한 응고 속도를 증대시킴으로써 주조물의 물성치를 향상시켰다. 그리고 주형/주물 접촉면에서는 접촉열저항이 존재하며 이것은 응고속도를 저하시키는 요인으로 작용한다. 따라서 주형/주물 접촉면에서의 접촉열저항을 고려한 상변화 문제에 대하여 열전달특성을 해석하여 보다 정확한 응고속도를 예측하는 것이 필요하다. 그러나 이를 완전접촉으로 가정하여 해석하였을 때 이론해석을 통하여 예측된 결과와 실제 결과는 많은 오차가 발생하여 원하는 재질을 얻기는 곤란할 것으로 판단된다.

본 연구에서는 Sully⁽⁸⁾가 실험을 통하여 얻은 주형/주물 접촉면에서의 열전달 계수를 이용하여 원통관 내에서의 상변화 문제를 해석한다. 그리고 온도분포와 고상/액상 경계면의 이동속도 및 총 응고에 소요되는 시간에 영향을 미치는 주요 매개변수를 도출하고자 주형 외벽에서의 열전달계수, 주형/주물 접촉면에서의 열전달계수, 주형의 열전도계수 및 주물의 초기온도 변화시의 효과를 고찰한다.

2. 수학적 모형 및 수치해석

2.1 수학적 모형

본 연구에서 해석하고자 하는 물리적 모형은 Fig. 1과 같이 두께가 일정한 원통형 주형내에서 주물이

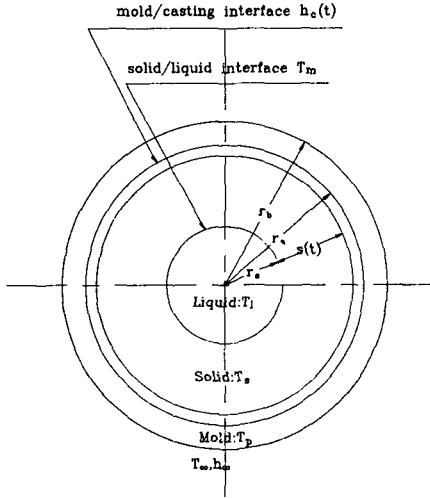


Fig. 1 Physical model

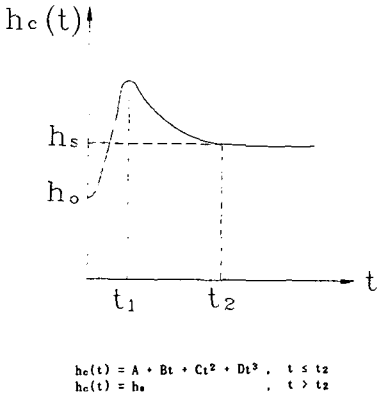


Fig. 2 Variation of heat transfer coefficient $h_c(t)$ with time

최초 용융온도 보다 높은 일정한 온도로 유지되었을 때 주형 외부로의 열 방출에 따른 상변화 문제이다. 이때 주물의 응고시 공기층의 형성으로 인하여 주물과 주형사이의 접촉은 불완전하여 접촉열저항이 존재하는 것으로 고려하였으며 접촉열저항의 정도를 나타내는 열전달계수는 Fig. 2와 같이 Sully⁽⁶⁾의 실험 결과를 활용하여 수식화 하였다. 응고는 $r=r_a$ 인 주형/주물 접촉면에서 시작되며 액상/고상의 경계면 $s(t)$ 는 원통중심으로 이동한다.

본 연구의 해석을 위하여 도입된 가정은 다음과 같다.

(1) 각 상에서의 물성치는 균일하며 온도의 함수이다.

(2) 액상에서의 대류열전달은 무시한다.

(3) 원통은 축방향으로 무한길이를 가져 끝단부에 의한 영향은 무시한다.

(4) 주형표면에서의 열방출은 대류에 의해서 일어난다.

이상과 같은 가정하에서 해석하고자 하는 1차원 상변화문제의 지배방정식 및 경계/초기 조건식은 다음과 같다.

• 주형영역 (mold region)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[k_p(T) r \frac{\partial T_p}{\partial r} \right] = C_p(T) \frac{\partial T_p}{\partial t}, \quad r_a < r < r_b \quad (1)$$

$$r = r_b \text{ 일때 } k_p(T) \frac{\partial T_p}{\partial r} + h_{\infty} T_p = h_{\infty} T_{\infty} \quad (2.a)$$

$$t = 0 \text{ 일때 } T_p(r, t) = T_{\infty} \quad (2.b)$$

• 주물의 고상 (solid region)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[k_s(T) r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right] = C_s(T) \frac{\partial T_s}{\partial t}, \quad r_s < r < r_a \quad (3)$$

• 주형과 주물의 접촉면 (mold/casting interface : $r=r_a$)

$$-k_p(T) \frac{\partial T_p}{\partial r} \Big|_{r=r_a} = -k_s(T) \frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=r_a} = h_c(t) \{ T_s(r_a, t) - T_p(r_a, t) \} \quad (4)$$

• 주물의 액상 (liquid region)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[k_l(T) r \frac{\partial T_l}{\partial r} \right] = C_l(T) \frac{\partial T_l}{\partial t}, \quad 0 < r < r_s \quad (5)$$

$$t = 0 \text{ 일때 } T_l(r, t) = T_i \quad (6)$$

• 고상/액상의 경계면 (solid/liquid interface : $r=r_s$)

$$T_s(r, t) = T_l(r, t) = T_m \quad (7.a)$$

$$-k_l(T) \frac{\partial T_l}{\partial r} + k_s(T) \frac{\partial T_s}{\partial r} = -\rho_s(T) L \frac{ds(t)}{dt} \quad (7.b)$$

여기서 C 는 열용량(= ρc)이다.

2.2 수치 해석

(1) 유한차분화

이 문제를 해석하기 위하여 Fig. 3과 같이 표현된 부호를 활용하여 식(1)~(7)의 지배 방정식 및

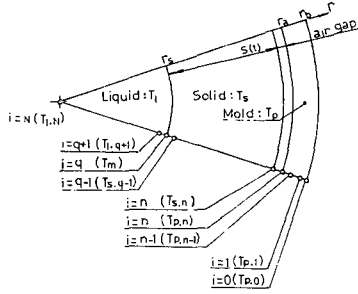


Fig. 3 Notation for discretization

경계/초기조건식에 implicit scheme을 이용하여 유한차분화 하였고 온도의 함수인 열물성치⁽²⁾는 시간 구간을 한 단계 지연시켜 유한차분화하였다.

특히 주형/주물 접촉면에서의 열평형 방정식(4)는 Fig. 2와 같이 시간의 함수로 주어진 열전달계수 $h_c(t)$ 를 적용하여 주형측과 주물측에 대하여 각각 유한차분화 하였으며 그 결과는 다음과 같다.

◦ 주형측

$$\begin{aligned} & (k_{p,n}^j + k_{p,n-1}^j) (2 + R_{1,n}) T_{p,n-1}^j \\ & - [4h_c^{j+1}(\Delta r_1) + 2C_{p,n}^j (1 + \frac{R_{1,n}}{4}) \frac{(\Delta r_1)^2}{\Delta t_j}] T_{p,n}^j \\ & + (k_{p,n}^j + k_{p,n-1}^j) (2 + R_{1,n}) T_{p,n}^{j+1} \\ & + 4h_c^{j+1}(\Delta r_1) T_{s,n+1}^{j+1} \\ & = -2C_{p,n}^j (1 + \frac{R_{1,n}}{4}) \frac{(\Delta r_1)^2}{\Delta t_j} T_{p,n}^j \end{aligned} \quad (8.a)$$

◦ 주물측

$$\begin{aligned} & 4h_c^{j+1}(\Delta r_2) T_{p,n}^{j+1} - [(k_{s,n+1}^j + k_{s,n}^j) \\ & (2 - R_{2,n}) + 4h_c^{j+1}(\Delta r_2) \\ & + 2C_{s,n}^j (1 - \frac{R_{2,n}}{4}) \frac{(\Delta r_2)^2}{\Delta t_j}] T_{s,n}^{j+1} \\ & + (k_{s,n+1}^j + k_{s,n}^j) (2 - R_{2,n}) T_{s,n+1}^{j+1} \\ & = -2C_{s,n}^j (1 - \frac{R_{2,n}}{4}) \frac{(\Delta r_2)^2}{\Delta t_j} T_{s,n}^j \end{aligned} \quad (8.b)$$

본 연구에서 적용한 수치해법은 주형 및 주물의 각 영역에서 일정한 격자간격을 갖도록하는 수정가변시간단계법(modified variable time step method)이며, 이때 고상/액상 경계면이 어느 한 격자점에서 다음 격자점으로 이동하는데 소요되는 시간을 구하기 위하여 식(7)의 열평형방정식을 유한차분화 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & - (\frac{k_{s,q}^{j+1} + k_{s,q-1}^{j+1}}{2}) (1 + \frac{\Delta r_2}{2r_s}) T_{s,q-1}^{j+1} \\ & + [(\frac{k_{s,q}^{j+1} + k_{s,q-1}^{j+1}}{2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (1 + \frac{\Delta r_2}{2r_s}) + (\frac{k_{l,q}^{j+1} + k_{l,q+1}^{j+1}}{2}) \\ & (1 - \frac{\Delta r_2}{2r_s}) T_{s,q}^{j+1} \\ & - (\frac{k_{l,q}^{j+1} + k_{s,q+1}^{j+1}}{2}) (1 - \frac{\Delta r_2}{2r_s}) T_{l,q+1}^{j+1} \\ & = \rho_{s,q}^{j+1} L \frac{(\Delta r_2)^2}{2t_j} \end{aligned} \quad (9.a)$$

여기서

$$T_{s,q}^{j+1} = T_{l,q}^{j+1} = T_m \quad (9.b)$$

이므로 상기식을 식(9.a)에 대입하여 Δt_j 에 관하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & [\Delta t_j]^{(k+1)} \\ & = [4\rho_{s,q}^{j+1} L (\Delta r_2)^2 / [- (k_{s,q}^{j+1} + k_{s,q-1}^{j+1}) (2 + R_{2,q}) T_{s,q-1}^{j+1} \\ & + \{ (k_{s,q}^{j+1} + k_{s,q-1}^{j+1}) (2 + R_{2,q}) \\ & + (k_{l,q}^{j+1} + R_{l,q}^{j+1}) (2 - R_{2,q}) \} T_m \\ & - (k_{l,q}^{j+1} + k_{l,q+1}^{j+1}) (2 - R_{2,q}) T_{l,q+1}^{j+1}]]^{(k)} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 윗 첨자 k 는 반복 횟수이다.

(2) 수치계산 방법

주형 및 주물에서의 온도분포와 응고속도등을 구하기 위하여 이동경계면은 각 격자점에서의 시간증분인 Δt_j 시간후에 다음 격자점에 도달하도록 하는 수정가변시간단계법을 이용하였다.

최초 액상의 온도 T_i 가 용융온도인 T_m 보다 높은 온도로 일정하게 유지되어 있다고 가정하면 주형에 인접한 주물의 온도가 용융온도인 T_m 과 동일하거나 또는 그 이하로 냉각될 때까지는 응고가 일어나지 않는다. 즉 고상/액상의 경계면이 존재하지 않으며 이 경우 주형 및 액상에서의 온도분포는 일반적인 유한차분법을 이용하여 구할 수 있다.

냉각이 계속 진행되어 주물의 온도가 용융온도까지 저하되면 응고가 시작되며 고상/액상의 경계면은 주물 내부로 이동된다. 이때 고상/액상의 경계면이 어느 격자점에서 다음 격자점으로 이동하는데 소요되는 시간을 구하는 절차는 다음과 같다.

◦ 가변시간증분 Δt_j 계산절차

고상/액상의 경계면이 격자점 $r_s = r_a - j \cdot \Delta r_2$ 에서 격자점 $r_s = r_a - (j+1) \cdot \Delta r_2$ 로 이동되는데 소요되는 시간 Δt_j 를 구하기 위하여 최초 추정시간치는 전 단계에서의 시간 증분을 이용한다. 즉,

$$\Delta t_j^{(0)} = \Delta t_{j-1}$$

이를 이용하여 실제 시간증분 Δt_j 를 구하는 절차는

다음과 같다.

(1) Δt_0 를 가정한다.

(2) $\Delta t_0^{(0)} = \Delta t_0$ 을 이용하여 주형 및 주물의 고상, 액상영역에서의 유한차분식을 이용하여 격자점 온도인 $[T^1_{p,i}]^{(0)}$, $[T^1_{s,i}]^{(0)}$ 및 $[T^1_{l,i}]^{(0)}$ 를 구한다.

(3) 상기온도를 식(10)에 대입하여 $\Delta t_0^{(1)}$ 을 구한다.

(4) $\Delta t_0^{(1)}$ 을 이용하여 상기(1), (2)단계를 반복하여 $\Delta t_0^{(2)}$ 를 구한다.

(5) $\left| \frac{\Delta t_0^{(k+1)} - \Delta t_0^{(k)}}{\Delta t_0^{(k)}} \right|$ 가 주어진 수렴조건⁽¹⁰⁾에 만족할 때까지 반복하여 Δt_0 를 구한다.

(6) $\Delta t_1^{(0)} = \Delta t_0$ 를 이용하여 상기절차(2)~(5)에 의거 Δt_1 을 구한다.

(7) 같은 방법으로 주물의 고상/액상 경계면이 원통중심에 도달할 때까지 반복하여 Δt_j ($j=2, 3, \dots, N-n-1$)를 구한다.

3. 계산결과 및 고찰

주형/주물 접촉면에서의 접촉열저항을 고려한 원통좌표계에서 해의 타당성을 입증하기 위하여 접촉열전달계수 $h_c(t)$ 및 주형의 열전도계수 k_p 를 매우 크게, 그리고 주형의 두께인 $(r_o - r_a)$ 를 매우 작게 입력시켜 주형을 무시한 경우를 고려하여 계산하였으며, 이를 기 발표된 문헌⁽¹¹⁻¹³⁾과 비교한 결과 Table 1과 같이 잘 일치하였다.

또한 유한차분화한 식에서 $R_{i,j}$ 는 무차원 곡률로서 이는 직교좌표계의 경우 0이다. 따라서 $R_{i,j}$ 를 0으로 놓고 계산한 결과는 Kim과 Özsisik⁽⁹⁾의 결과와 일치하였으며, 이때 수치계산하기 위한 입력자료는 Table 2와 같이 동으로된 주형에 알루미늄을 주조하는 경우를 고려하였으며, 여기서 접촉열전달계수를 결정하는 매개변수인 h_0, h_s, t_1 및 t_2 는 sully⁽⁸⁾ 및 Kim등⁽⁹⁾의 연구결과를 활용하였다.

이를 이용하여 동일한 경계/초기조건 및 응고 깊이를 가지는 경우, 각 좌표계에서의 응고속도를 계산한 결과는 Fig. 4와 같이 직교 좌표계에서는 어느 정도 응고가 진전된후 거의 일정하게 유지되나 원통좌표계의 경우는 계속 빨라진다. 이는 응고가 진전되어 고상/액상 경계면이 원통중심으로 이동함에 따라 상변화면이 점점 줄어들어 방출되는 잠열이 작아지기 때문이다. 따라서 동일한 응고깊이를 가지는 경우 응고가 완료되기까지 소요되는 시간은

원통좌표계가 직교좌표계에 비해 약 1/2 정도이며, 응고가 완료된 직후의 온도분포는 Fig. 5와 같이 거의 선형적임을 알 수 있다.

또한 응고특성에 영향을 미치는 주요 매개변수의 변화에 따른 영향을 고찰하였다. Fig. 6은 주형의 벽에서의 열전달계수의 변화에 따라 완전응고에 소요되는 시간을 계산한 결과로서 열전달계수 h_∞ 의 증가에 따라 초기에는 급격히 감소하나 서서히 거의 일정한 값으로 유지된다. 이는 외벽에서의 경계조건이 대류에 의한 열방출에서 등온상태인 경우로 수렴되기 때문이다.

Fig. 7은 주형/주물 접촉면에서의 접촉열전달계수인 h_c 의 변화에 따라 완전응고에 소요되는 시간을 계산한 결과로서 열전달계수 h_c 가 증가됨에 따라 초기에는 급속히 감소하나 서서히 일정한 값으로 유지되며 이는 완전접촉조건에 수렴하고 있음을 나타내고 있다.

Fig. 8은 주형의 열전도 계수인 k_p 의 변화에 따

Table 1 Comparison of time required for the complete freezing with the variation of major parameters

β	γ	Baxter ⁽¹¹⁾	Tao ⁽¹²⁾	Gupta ⁽¹³⁾	Calculated Result
1.0	1.0	1.00	1.045	1.044	0.986
	2.0	1.18	1.243	1.240	1.154
0.5	1.0	0.70	0.736	0.737	0.702
	2.0	0.82	0.897	0.897	0.854
0.1	1.0	0.42	0.463	0.467	0.450
	2.0	0.52	0.580	0.583	0.566

Table 2 Physical quantities and parameters characterizing $h_c(t)$

k_p	388W/m \cdot °C	L	4.02 \times 10 ⁵ J/kg
k_l, k_s	213W/m \cdot °C	r_a	0.2m
c_p	403J/kg \cdot °C	r_b	0.206m
c_l, c_s	1210J/kg \cdot °C	T_m	660°C
ρ_p	8940kg/m ³	h_0	50W/m ² \cdot °C
ρ_l, ρ_s	2700kg/m ³	h_s	200W/m ² \cdot °C
h_∞	200W/m ² \cdot °C	t_1	20sec
T_∞	20°C	t_2	55sec

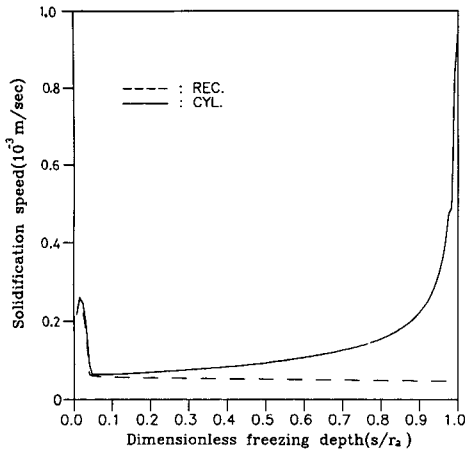


Fig. 4 Solidification speed

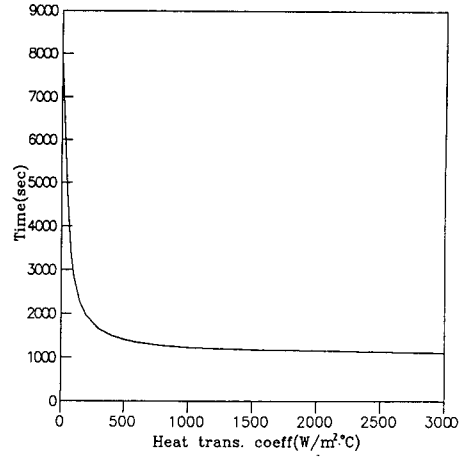


Fig. 7 Time required for total solidification with the variation of h_c

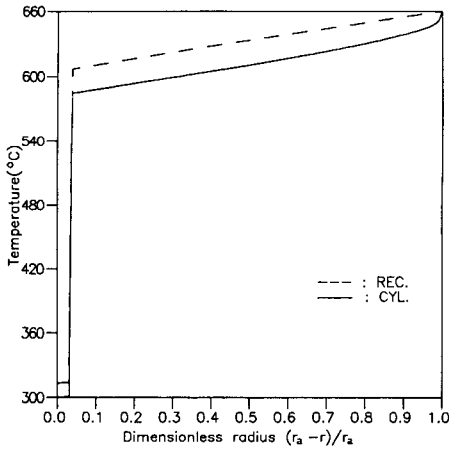


Fig. 5 Temperature distribution after solidification

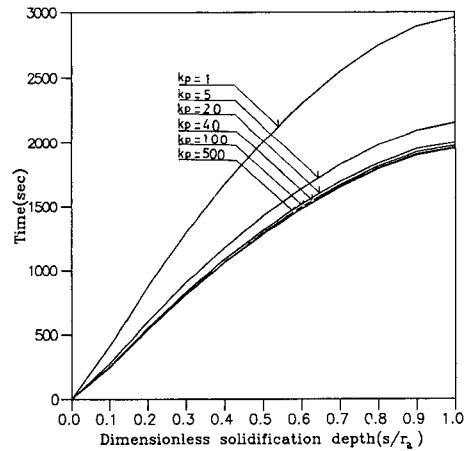


Fig. 8 Time required for total solidification with the variation of k_p

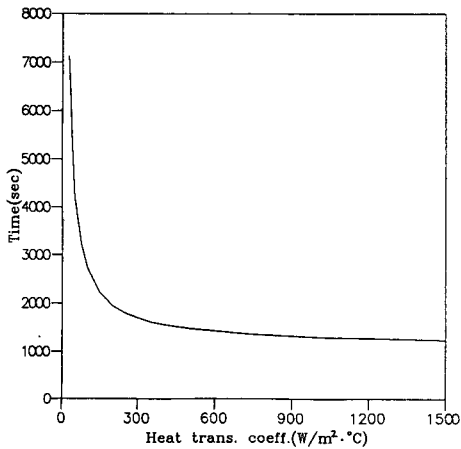


Fig. 6 Time required for total freezing with the variation of h_s

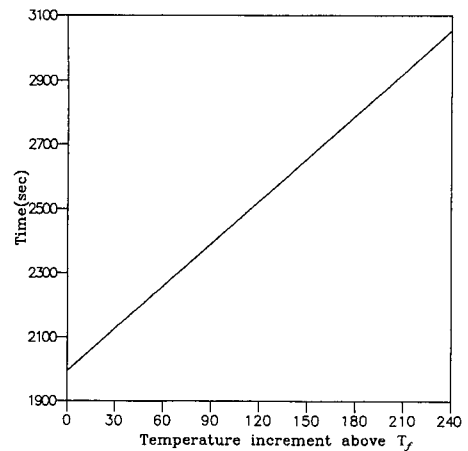


Fig. 9 Time required for total solidification with the variation of initial temperature

라 응고에 소요되는 시간을 계산한 결과이다. 여기서 알 수 있듯이 열전도계수의 증가에 따라 총응고에 소요되는 시간은 감소하며, 열전도계수가 $20 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ 이상이면 거의 유사한 응고 특성을 갖고 이의 차이는 3% 이내이다.

Fig. 9는 주물의 초기온도가 용융온도보다 높을 경우 초기온도의 변화에 따라 총응고에 소요되는 시간을 계산한 결과로서 소요시간은 초기온도가 증대됨에 따라 거의 선형적으로 증대되며 이의 증대율은 약 $4 \sim 5 \text{ sec}/^\circ\text{C}$ 이다.

4. 결론

주형/주물 접촉면에서의 접촉 열저항을 고려한 상변화 문제의 해석결과 및 주요 매개변수에 대하여 고찰한 결과는 다음과 같다.

(1) 원통좌표계에서의 응고속도는 응고가 진행됨에 따라 상변화면이 줄어들어 방출되는 잠열이 작아지기 때문에 응고속도가 점차 증대되나 직교좌표계에서는 거의 일정하게 유지된다. 본 연구에서 적용한 모델의 경우 총응고에 소요되는 시간은 원통좌표계가 직교좌표계에 비해 약 1/2정도이며, 응고가 완료된 직후의 온도분포는 거의 선형적이다.

(2) 주형외벽에서의 열전달계수가 증가됨에 따라 총 응고에 소요되는 시간은 초기에는 급격히 감소하나 서서히 거의 일정한 값으로 접근되어 등온경계조건의 경우로 수렴한다.

(3) 주형/주물 접촉면에서의 열전달계수가 증가됨에 따라 총 응고에 소요되는 시간은 초기에는 급격히 감소하나 서서히 일정한 값으로 접근되어 완전 접촉조건의 경우로 수렴한다.

(4) 주형의 열전도계수가 증가됨에 따라 응고속도는 증대되나 본 연구에서 적용한 모델의 경우 열전도계수가 $20 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ 이상이면 거의 유사한 응고 특성을 가지며 이의 차이는 3% 이내이다.

(5) 주물의 초기온도가 증대됨에 따라 총 응고에 소요되는 시간은 거의 선형적으로 증가하며, 본 연구에서 적용한 모델의 경우는 증가율이 $4 \sim 5 \text{ sec}/^\circ\text{C}$ 이다.

후 기

이 논문은 1991년 문교부 지원 한국학술진흥재단의 자유공모과제 학술연구 조성비에 의하여 이루어

졌으며, 동 재단의 관계 제위께 감사의 뜻을 표한다.

참고문헌

- (1) Carslaw, H.S. and Jager, J.C., 1947, *Conduction of Heat in Solid*, Oxford University Press, London.
- (2) Aziz, A., 1978, "New Asymptotic Solutions for the Variable Property Stefan Problem," *Chemical Engineering Journal*, Vol.16, pp. 65~68.
- (3) Garcia, A. and Prates, M., 1978, "Mathematical Model for the Unidirectional Solidification of Metals : 1.Cooled Molds," *Metallurgical Transactions Vol 9B*, pp. 449~457.
- (4) Rubinsky, B. and Shitzer, A., 1978, "Analytical Solution to Heat Equation Involving a Moving Boundary with Applications to the Change of Phase Problem," *J. of Heat Transfer*, Vol.100, pp. 300~304.
- (5) Murray, W.D. and Landis, F., 1959, "Numerical and Machine Solutions of Transient Heat-Conduction Problems Involving Melting or Freezing. Part I : Method of Analysis and Sample Solutions," *J. of Heat Transfer*, Vol.81, pp. 106~112.
- (6) Douglas, J. and Gallie, T.M., 1955, "On the Numerical Integration of a Parabolic Differential Equation Subject to a Moving Boundary Condition," *Duke Math. J.*, Vol.22, pp. 557~570.
- (7) Gupta, R. S. and Kumar, D., 1981, "Variable Time Step Method for One-Dimensional Stefan Problem with Mixed Boundary Condition," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 251~259.
- (8) Sully, L.S.D., 1973, "The Thermal Interface Between Casting and Chill Molds," *AFS Transaction*, pp. 735~744.
- (9) Kim, W.S. and Özisik, M.N., 1990, "Inverse Problem of Solidification For Determining Air-Gap Resistance to Heat Flow During Metal Casting," 22nd ICHMT International Symposium on Manufacturing and Materials Processing, Dubrovnik, Yugoslavia.
- (10) Maron, M.J., *Numerical Analysis : A Practi-*

- cal Approach, Macmillan Publishing Co., New York, pp. 88~98.
- (11) Baxter, D.C., 1962, "The Fusion Times of Slabs and Cylinders," J. of Heat Transfer, Vol. 84, pp. 317~326.
- (12) Tao, L.C., 1967, "Generalized Numerical Solutions of Freezing a Saturated Liquid in Cylinders and Spheres," A.I.C.H.E. J., Vol.13, pp. 165~169.
- (13) Gupta, R.S. and Kumar, D., 1983, "Treatment of the Solidification Problem Inside and Outside Cylinders by Variable Time Step Method," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 26, pp. 313~315.