

〈論 文〉

전단하중을 받는 복합 적층재 중앙균열의 응력확대계수

오재협* · 김성호** · 오장우*

(1991년 7월 29일 접수)

Stress Intensity Factors for a Center Cracked Laminated Composites under Shear Loading

Jaehyup Oh, Sungho Kim and Jangwoo Ong

Key Words: Stress Intensity Factor (응력확대계수), Composite Materials (복합재료), Center Crack (중앙균열), Dual Integral Equation (복합적분방정식)

Abstract

The objective of the study is to provide a theoretical tools for analyzing the fracture of layered composites with a center crack. It is assumed that the composite is composed of successive accumulation of the fiber layer and resin layer with the fiber layer being perfectly bonded to the resin layer except the region of a center crack. In-plane shear loading (Mode II) and the anti-plane shear loading (Mode III) are considered separately. Boundary value problems are formulated by using a plane theory of elasticity and governing equations are reduced to a Fredholm integral equation of a second kind. The equation is solved numerically and the stress intensity factors are obtained. The normalized Mode II and Mode III stress intensity factors are evaluated for various combinations of material properties and for various geometrical parameters.

기 호 설 명

$2a$: 균열길이
 $2h_1$: 레진층 두께
 h_2-h_1 : 섬유층 두께
 ξ : Fourier 적분 변환 변수
 $\sigma_{xx}(j)(x,y)$: x 방향 응력
 $\sigma_{yy}(j)(x,y)$: y 방향 응력
 $\tau_{xy}(j)(x,y)$: xy 방향 응력
 $\tau_{yz}(j)(x,y)$: xz 방향 응력
 $u(j)(x,y)$: x 방향 변위
 $v(j)(x,y)$: y 방향 변위
 $w(j)(x,y)$: z 방향 변위

$G(j)(\xi, y)$: Airy 응력 함수의 Fourier 적분변환 함수
 σ : 균열면에서의 면내전단응력 또는 반평면전단응력
 J_0 : 제 1 차 Bessel 함수
 L_{II} : 모드 II 하의 Kernel 함수
 L_{III} : 모드 III 하의 Kernel 함수
 F_{II} : 응력확대계수의 형상함수 (모드 II)
 F_{III} : 응력확대계수의 형상함수 (모드 III)
 K_{II} : 모드 II 하의 응력확대계수
 K_{III} : 모드 III 하의 응력확대계수
 $\nu(j)$: 프와송 비
 $E(j)$: 탄성계수
 $\mu(j)$: 전단탄성계수
 (단, 첨자 (j) 는 j 번째 층을 나타냄)

*정회원, 충남대학교 기계설계학과

**정회원, 국방과학연구소

1. 서론

대부분의 고분자 연속섬유강화 복합재료는 두께 방향의 접착강도가 면내 섬유강도에 비해서 매우 작기 때문에 부하시에 층간분리에 의한 파손을 일으키기 쉽다. 이러한 복합재료 내부의 결함은 가공시에 불충분한 성형 및 외부로부터 유입되는 불순물에 의하여 발생하며, 정적인 하중 또는 충격하중⁽¹⁾과 불연속형상^(2~3)등의 층간응력에 의하여 층간분리가 발생하여 구조재의 수명을 감소시킨다.⁽⁴⁾ 따라서, 복합재료구조물의 안전설계를 위하여 층간균열의 파괴역학적 특성을 규명하는 것이 매우 중요하며, 이러한 층간파괴현상은 모드 I 변형에 의해 지배적 영향을 받으며 모드 II 및 모드 III 변형에 의해서 파괴가 유발되기도 한다.

복합재료의 균열에 대한 해석적 연구로서, Hilton과 Sih^(10~11)는 인장하중을 받는 균열이 적층면에 평행한 경우(Fig. 1(a))와 수직인 경우에 대해 각각 연구를 수행하였으며, Chen과 Sih⁽²⁾는 반

평면 전단의 경우에 대하여 연구를 수행한 바 있다. Arin과 Erdogan⁽¹³⁾은 단순인장하의 원형균열을 갖는 경우에 대해, Sih와 chen⁽¹⁴⁾은 비틀림하중을 받는 경우에 대하여 연구를 수행하였다. Sih⁽¹⁵⁾ 및 Chen과 Sih⁽¹⁶⁾는 복합재료의 이방성을 고려하여 연구를 수행하였다.

그러나, 위 연구는 균열을 내재하고 있는 1개의 탄성층(레진층)과 반무한체(복합재료)로 단순화였기 때문에, 탄성층에 인접한 섬유층의 물성에 의한 영향을 해석할 수 없다. 특히, 복합재료는 섬유(fiber) 및 레진(resin)의 선택에 따라 응력확대계수에 크게 영향을 미치게 되므로 섬유층의 영향을 고려하여야 한다. 따라서, 김성호등^(22~23)은 중앙균열이 있는 복합적층재에 대한 모드 I 응력확대계수 해석을 위해 섬유층을 추가로 고려한 새로운 모델을 설정하여 수치해석을 수행한 바 있다.

본 연구에서는 김성호등^(22~23)의 형상모델인 Fig. 1(b)에서 전단하중이 작용하는 경우에 대한, 복합재료의 탄성층 내부(레진층)에 존재하는 중앙균열의 응력확대계수 산출을 위하여 균열부위를 제외하

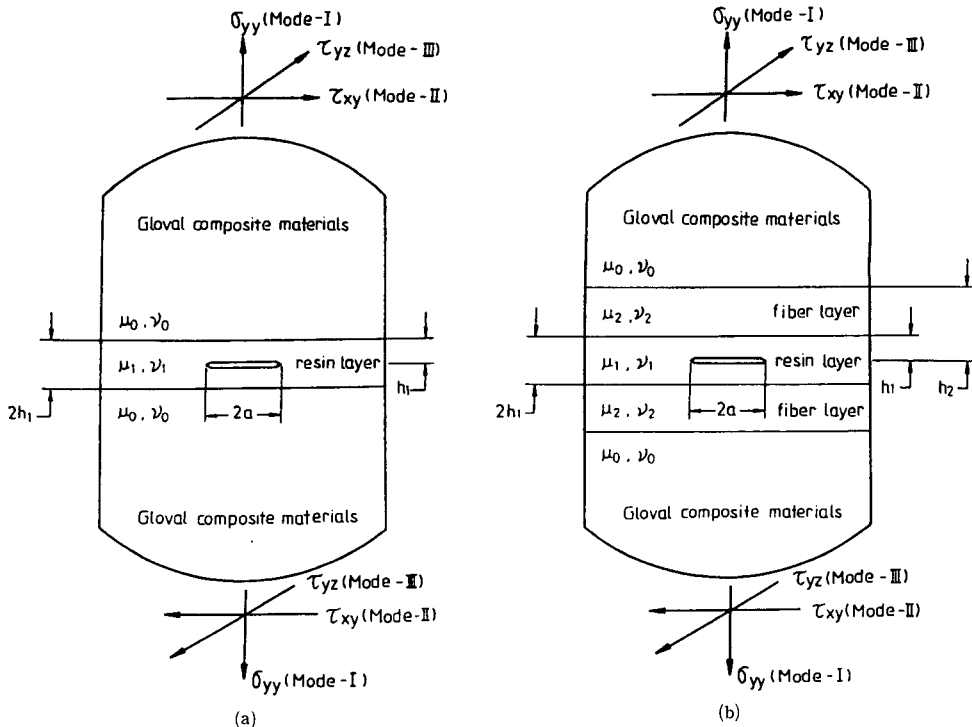


Fig. 1 (a) Hilton and Sih[10]'s model
(b) Extended model

고는 섬유층과 레진층이 완전히 접착되었다고 가정
한 모델을 다음과 같이 설정 하였다. 접착레진을
주요하는 탄성층(resin rich layer)을 중심으로 상
하 각1개의 섬유층(fiber rich layer)과 균질한 특
성을 갖는 복합재료의 층으로 단순화하였으며, 복
합재료는 레진층이나 섬유층에 비하여 무한히 두꺼
우므로 반무한체로 이상화 하였다. 선형탄성 이론
에 의한 혼합경계조건문제(mixed boundary value
problem)로 부터 제2종 Fredholm 적분방정식
(fredholm integral equation of a second kind)을
유도하였으며 수치해석적인 방법에 의하여 응력확
대계수를 구하였다.

또한, 복합재료의 재료물성 및 균열길이, 섬유두
께등의 기하학적 변수에 대하여 응력확대계수를 산
출하였다.

2. 본론

중앙균열을 내재하고 있는 복합재료 적층재의 응
력확대계수를 산출하기 위하여, 탄성층(레진층)이
탄성 반무한체(복합재료)에 완전하게 접착된 두 탄
성 이종재료층(섬유층)의 사이에 있다고 가정한다.
형상 및 좌표는 Fig. 1(b)와 같이 레진층은 중앙에
길이 2a의 균열을 내재하며 두께 2h₁의 레진층은
두께 h₂-h₁의 섬유층과 평행하게 적층되어 있다.
레진층의 균열부위에 면내 전단하중과 반평면 전단
하중이 균일하게 작용하는 경우를 각각 고려하였
다.

2.1 면내전단을 받는 경우

선형탄성 이론에 의하여 경계조건문제는 다음과
같이 Airy 응력함수 U(j)를 Fourier Sine 적분변
환한 함수 G(j)의적분형으로 표시된다.

$$\sigma_{xx}(j) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 G(j)}{\partial y^2} \sin \xi x \, d\xi \quad (1.1)$$

$$\sigma_{yy}(j) = \frac{-1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \xi^2 G(j) \sin \xi x \, d\xi \quad (1.2)$$

$$\tau_{xy}(j) = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \xi \frac{\partial G(j)}{\partial y} \cos \xi x \, d\xi \quad (1.3)$$

$$u(j)(x,y) = \frac{(1+\nu(j))i}{2\pi E(j)} \int_{-\infty}^{\infty} \{(1-\nu(j)) \frac{\partial^2 G(j)}{\partial y^2} + \nu(j) \xi^2 G\} \cos \xi x d\xi / \xi \quad (1.4)$$

$$V(j)(x,y) = \frac{(1+\nu(j))}{2\pi E(j)} \int_{-\infty}^{\infty} \{(1-\nu(j)) \frac{\partial^3 G(j)}{\partial y^3}$$

$$+ (\nu(j) - 2) \xi^2 \frac{\partial G(j)}{\partial y}\} \sin \xi x d\xi / \xi^2 \quad (1.5)$$

$$G(1)(\xi, y) = \{A(1)(\xi) + \xi B(1)(\xi) y\} \text{Cosh}(\xi y) + \{C(1)(\xi) + \xi D(1)(\xi) y\} \text{Sinh}(\xi y) \quad (1.6)$$

$$G(2)(\xi, y) = \{A(2)(\xi) + \xi B(2)(\xi) y\} \text{Cosh}(\xi y) + \{C(2)(\xi) + \xi D(2)(\xi) y\} \text{Sinh}(\xi y) \quad (1.7)$$

$$G(0)(\xi, y) = \{A(0)(\xi) + \xi B(0)(\xi) y\} e^{-\xi y} \quad (1.8)$$

여기서, G(1), G(2), G(0)는 레진층, 섬유층,
반무한 복합재료에 대한 Airy응력함수인 U(1),
U(2), U(0)을 각각 fourier 적분변환한 것으로서
아래와 같다.

$$G(j)(\xi, y) = \int_{-\infty}^{\infty} U(j)(x, y) e^{i\xi x} dx \quad (1.9)$$

해당 경계조건은 기하학적인 대칭으로 인하여 반
평면만을고려하면 아래와 같다.

$$(i) \tau_{xy}(1) = -\sigma, y=0, |x| \leq a \quad (1.10)$$

$$u(1) = 0, y=0, |x| > a \quad (1.11)$$

$$(ii) \tau_{xy}(1) = 0, y=0, -\infty < x < \infty \quad (1.12)$$

$$(iii) \sigma_{yy}(1) = \sigma_{yy}(2), y=h_1, -\infty < x < \infty \quad (1.13)$$

$$(iv) \tau_{xy}(1) = \tau_{xy}(2), y=h_1, -\infty < x < \infty \quad (1.14)$$

$$(v) \sigma_{yy}(2) = \sigma_{yy}(0), y=h_1, -\infty < x < \infty \quad (1.15)$$

$$(vi) \tau_{xy}(2) = \tau_{xy}(0), y=h_2, -\infty < x < \infty \quad (1.16)$$

$$(vii) u(1) = u(2), y=h_1, -\infty < x < \infty \quad (1.17)$$

$$(viii) v(1) = v(2), y=h_1, -\infty < x < \infty \quad (1.18)$$

$$(ix) u(0) = u(2), y=h_2, -\infty < x < \infty \quad (1.19)$$

$$(x) v(0) = v(2), y=h_2, -\infty < x < \infty \quad (1.20)$$

식(1.10)~(1.20)의 경계조건으로부터 아래와 같
은 복합적분방정식(dual integral equations)이 유
도된다.

$$\int_0^{\infty} B(\xi) \cos \xi x d\xi = 0, |x| > a \quad (1.21a)$$

$$\int_0^{\infty} \xi F_{11}(\xi) B(\xi) \cos \xi x d\xi = -\pi \tau_0 / 2, |x| \leq a \quad (1.21b)$$

여기서, F₁₁(ξ)는 레진층, 섬유층, 반무한복합재료
의 재료물성치와 기하학적 형상에 따른 함수로서
부록 1에 명시되어 있다.

Copson(19)의 방법에 의하여,

$$B(\xi) = \int_0^a \phi(t) J_0(\xi t) dt \quad (1.22)$$

로 가정하면 식(1.22)는 식(1.21a)를 자동적으로 만족한다. 또한, 식(1.21b)는 식(1.22)로 부터 아래와 같이 된다.

$$\phi(s) + \int_0^a \phi(t) dt \left[s \int_0^\infty \xi [F_{11}(\xi) - 1] J_0(\xi t) J_0(\xi s) d\xi \right] = \pi \tau_0 s \quad (1.23)$$

다음에 정의된 무차원 변수를 사용하면

$$t = a\eta, \quad s = a\omega, \quad \xi = a/\alpha \\ \phi(s) = \pi a \sqrt{\omega} \sigma \Phi(\xi), \quad (1.24)$$

식(1.23)는 아래와 같은 제 2종 Fredholm 적분방정식(Fredholm integral equation of a second kind)이 된다.

$$\Phi(\omega) + \int_0^1 \Phi(\eta) L_{11}(\omega, \eta) d\eta = \sqrt{\omega} \quad (1.25)$$

여기서,

$$L_{11}(\omega, \eta) = \sqrt{\omega\eta} \int_0^\infty \alpha \left[F_{11}\left(\frac{\alpha}{a}\right) - 1 \right] J_0(a\eta) J_0(a\omega) d\alpha \quad (1.26)$$

식(1.25)로부터 수치해석적인 방법에 의하여 $\Phi(\xi)$ 를 산출할 수 있으며 부록 I의 식(I.1)~(I.3)에 의하여 식(1.6)~(1.8)의 미지수 A(1), B(1), C(1), D(1), A(2), B(2), C(2), D(2), A(0), B(0)를 구할 수 있다. 또한, 레진층, 섬유층, 반무한체 내부의 응력과 변위분포를 식(1.1)~(1.5)로부터 구할 수 있다.

모드 II 응력확대계수는 정의에 의하여

$$K_{II} = \lim_{x \rightarrow a^+} \tau_{xy}(x, 0) \sqrt{2(x-a)} \quad (1.27)$$

이며, 이는 식(1.25)의 해인 $\Phi(1)$ 의 함수로 다음과 같이 귀결된다.

$$K_{II} = \Phi(1) \sigma \sqrt{a} \quad (1.28)$$

레진층과 섬유층이 반무한 복합재료와 동일한 재료로 구성된 경우의 수치해석 결과는 균일한 응력을 받는 등방성 재료의 경우인 $K_{II} = \sigma \sqrt{a}$ 가 된다. 따라서, 함수 $\Phi(1)$ 는 재료물성 $\mu_2, \mu_1, \mu_0, \nu_1, \nu_2, \nu_0$ 및 기하학적 변수 h_1, h_2, a 에 의존하는 무차원 응력확대계수 즉, 모드 II 하의 응력확대계수에 대한 형상계수가 된다.

2.2 반평면 전단을 받는 경우

반평면 전단을 받는 경우, 평행방정식(equilib-

rium)은 아래와 같으며

$$\frac{\partial^2 w(j)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(j)}{\partial y^2} = 0 \quad (j=1,2) \quad (2.1)$$

변위의 성분과 응력은 다음과 같다.

$$u(j) = v(j) = 0, \quad w(j) = w(j)(x, y) \quad (2.2)$$

$$\tau_{xz}(j) = \mu(j) \frac{\partial w(j)}{\partial x} \quad (2.3)$$

$$\tau_{yz}(j) = \mu(j) \frac{\partial w(j)}{\partial y} \quad (2.4)$$

여기서

$$w(j)(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty G(j) \cos \xi x d\xi \quad (2.5)$$

로 가정하면

$$\tau_{xz}(j) = -\frac{2\mu(j)}{\pi} \int_0^\infty \xi G(j) \sin \xi x d\xi \quad (2.6)$$

$$\tau_{yz}(j) = \frac{2\mu(j)}{\pi} \int_0^\infty \frac{G(j)}{\partial y} \cos \xi x d\xi \quad (2.7)$$

$$G(1)(\xi, y) = A(1)(\xi) e^{-\xi y} + B(1)(\xi) y e^{\xi y} \quad (2.8)$$

$$G(2)(\xi, y) = A(2)(\xi) e^{-\xi y} + B(2)(\xi) y e^{\xi y} \quad (2.9)$$

$$G(0)(\xi, y) = A(0)(\xi) e^{-\xi y} \quad (2.10)$$

이 된다.

여기서, $G(1)$, $G(2)$, $G(0)$ 는 레진층, 섬유층; 반무한 복합재료에 대한 Airy 응력함수인 $U(1)$, $U(2)$, $U(0)$ 을 각각 Fourier 적분변환한 것으로서 아래와 같다.

$$G(j)(\xi, y) = \int_{-\infty}^\infty U(j)(x, y) e^{i\xi x} dx \quad (2.11)$$

해당 경계조건은 기하학적인 대칭으로 인하여 반평면만을 고려하면 아래와 같다.

$$(i) \quad \tau_{yz}(1) = -\sigma, \quad y=0, \quad |x| \leq a \quad (2.12)$$

$$w(1) = 0, \quad y=0, \quad |x| > a \quad (2.13)$$

$$(ii) \quad \tau_{yz}(1) = \tau_{yz}(2), \quad y=h_1, \quad -\infty < x < \infty \quad (2.14)$$

$$(iii) \quad \tau_{yz}(2) = \tau_{yz}(0), \quad y=h_2, \quad -\infty < x < \infty \quad (2.15)$$

$$(iv) \quad w(1) = w(2), \quad y=h_1, \quad -\infty < x < \infty \quad (2.16)$$

$$(v) \quad w(2) = w(0), \quad y=h_2, \quad -\infty < x < \infty \quad (2.17)$$

식(2.12)~(2.17)의 경계조건으로부터 아래와 같은 복합적분방정식(dual integral equations)이 유도된다.

$$\int_0^\infty C(\xi) \cos \xi x d\xi = 0, \quad |x| > a \quad (2.18a)$$

$$\int_0^\infty \xi F_{111}(\xi) C(\xi) \cos \xi x d\xi = \pi \tau_0 / 2\mu_1,$$

$$|x| \leq a \quad (2.18b)$$

여기서, $F_{III}(\xi)$ 는 레진층, 섬유층, 반무한복합재료의 재료물성치와 기하학적 형상에 따른 함수로서 부록 II에 명시되어 있다.

Copson⁽¹⁹⁾의 방법에 의하여,

$$C(\xi) = \int_0^a \phi(t) J_0(\xi t) dt \quad (2.19)$$

로 가정하면 식(2.19)는 식(2.18a)를 자동적으로 만족한다. 또한, 식(2.18b)는 식(2.19)로부터 아래와 같이 된다.

$$\phi(s) + \int_0^a \phi(t) dt \left[s \int_0^\infty \xi [F_{III}(\xi) - 1] J_0(\xi t) J_0(\xi s) d\xi \right] = \pi \sigma_0 s \quad (2.20)$$

다음에 식(1.24)에 정의된 변수를 사용하면 식(2.20)는 아래와 같은 제 2종 Fredholm 적분방정식(Fredholm integral equation of a second kind)이 된다.

$$\Phi(\omega) + \int_0^1 \Phi(\eta) L_{III}(\omega, \eta) d\eta = \sqrt{\omega} \quad (2.21)$$

여기서,

$$L_{III}(\omega, \eta) = \sqrt{\omega\eta} \int_0^\infty \alpha [F_{III}(\frac{\alpha}{a}) - 1] J_0(\alpha\eta) J_0(\alpha\omega) d\alpha \quad (2.22)$$

식(2.21)로부터 수치해석적인 방법에 의하여 $\Phi(\xi)$ 를 산출할 수 있으며 부록 II의 식(II.3)에 의하여 식(2.8)~(2.10)의 미지수 $A(1)$, $B(1)$, $A(2)$, $B(2)$, $A(0)$ 를 구할수 있다. 또한, 레진층, 섬유층, 반무한체 내부의 응력과 변위분포를 식(2.5~2.7)로부터 구할수 있다.

모우드 III 응력확대계수는 정의에 의하여,

$$K_{III} = \lim_{x \rightarrow a^+} \tau_{yz(1)}(x, 0) \sqrt{2(x-a)} \quad (2.23)$$

이며 이는 아래와 같이 식(2.21)의 해인 $\Phi(1)$ 의 함수로 다음과 같이 귀결된다.

$$K_{III} = \Phi(1) \sigma \sqrt{a} \quad (2.24)$$

일반적으로, 레진층과 섬유층이 반무한 복합재료와 동일한 재료로 구성된 경우 식(2.24)는 균일한 응력을 받는 등방성 재료의 경우인 $K_{III} = \sigma \sqrt{a}$ 가 된다. 여기서, 함수 $\Phi(1)$ 는 재료물성 μ_2, μ_1, μ_0 및 기하학적 변수 h_1, h_2, a 에 의존하는 무차원 응력확대계수 즉, 모드 III 하의 응력확대계수에 대한 형상계수가 된다.

3. 수치 해석 및 고찰

중앙균열을 내재하고 있는 복합재료를 단순화한 모델을 설정하여 섬유층과 반평면(복합재료)의 여러 조합에 대한 응력확대계수를 수치해석적인 방법에 의하여 산출하였다. 레진층(μ_1), 섬유(μ_2)층,

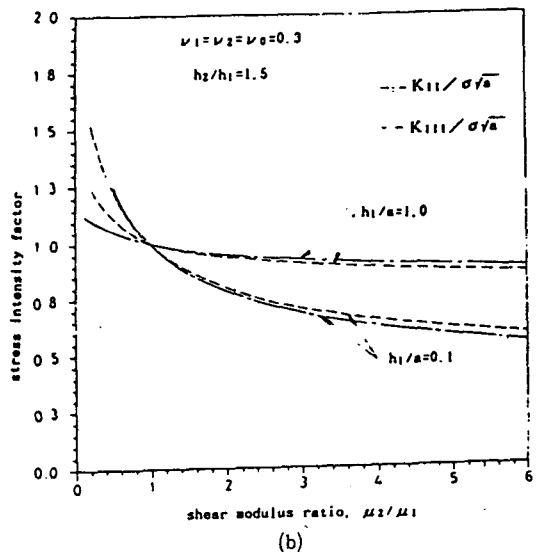
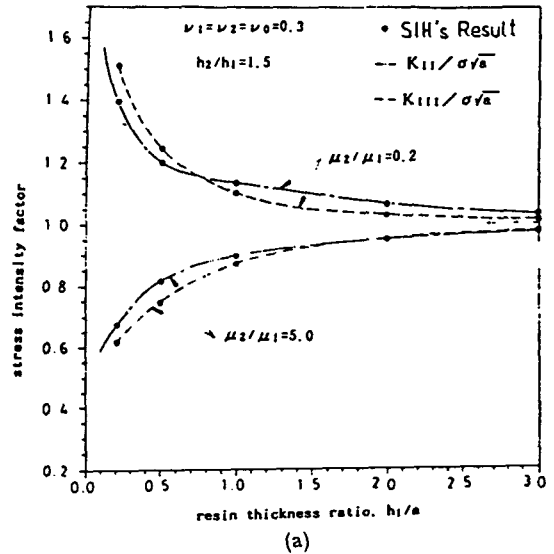


Fig. 2 (a) Nondimensionalized stress intensity factor for various crack length at $\mu_2/\mu_0=1.0$
 (b) Nondimensionalized stress intensity factor for various shear modulus ratio at $\mu_2/\mu_0=1.0$

복합재료(μ_0)의 전단탄성계수, 균열길이비(a/h_1), 섬유두께비(h_2/h_1)가 주된 변수로 사용되었으며, 수치해석의 타당성을 검토하기 위하여 균열이 내재된 복합재료를 레진층과 복합재료층으로 단순화한 Sih⁽²¹⁾의 결과와 비교하였다. 본 해석에서 섬유층과 복합재료의 재료물성치가 동일한 경우($\mu_2/\mu_0 =$

1.0, $\nu_2 = \nu_0 = 0.3$), Fig. 2(a), Fig. 2(b)와 같이 Sih의 결과와 잘 일치하였으며 따라서, 수치해석의 타당성이 입증되었다.

균열길이가 무한히 작은 경우($a/h_1 \rightarrow 0$)나 균열길이가 무한히 큰 경우($a/h_1 \rightarrow \infty$)에 해석적인 해를 각각 구할 수 있다. 레진층 내부의 균열이 레진층

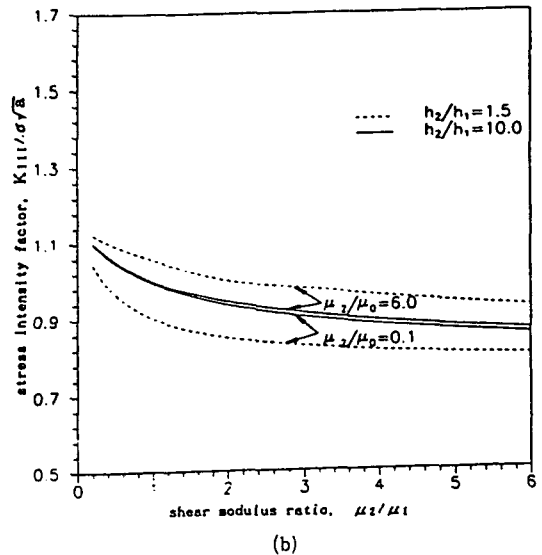
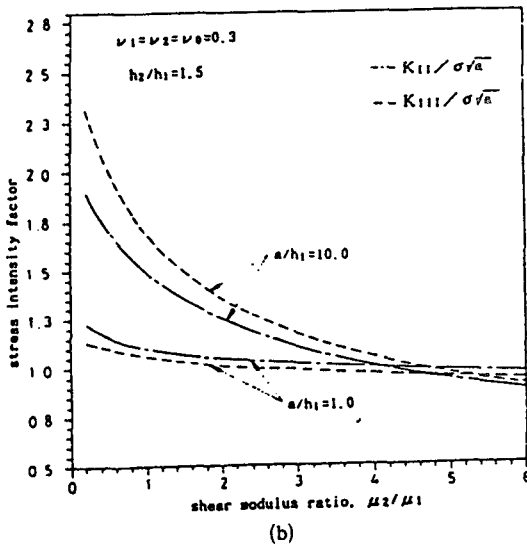
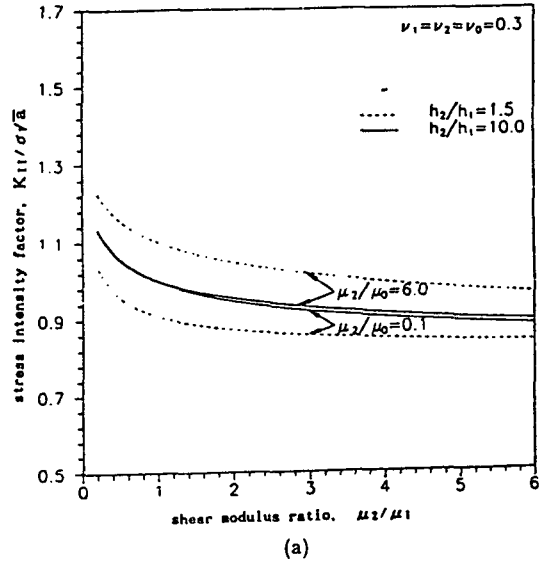
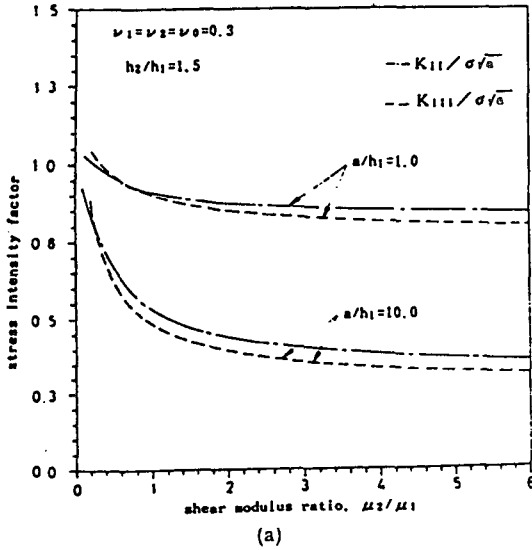


Fig. 3 (a) Nondimensionalized stress intensity factor for various shear modulus ratio at $\mu_2/\mu_0 = 0.1$
 (b) Nondimensionalized stress intensity factor for various shear modulus ratio at $\mu_2/\mu_0 = 6.0$

Fig. 4 (a) Nondimensionalized stress intensity factor for various shear modulus at $a/h_1 = 1.0$
 (b) Nondimensionalized stress intensity factor for various shear modulus at $a/h_1 = 1.0$

두께에 비하여 무한히 작은 경우($a/h_1 \rightarrow 0$), $K_{II}/\sigma\sqrt{a}=1.0$, $K_{III}/\sigma\sqrt{a}=1.0$ 이 되어 등방성재료의 경우로 귀결된다. 이에 비하여 균열길이가 레진층 두께에 비하여 무한히 큰 경우($a/h_1 \rightarrow \infty$), 모드 II 및 모드 III의 응력확대계수에 대한 형상함수 $F_{II}(\xi)$ 와 $F_{III}(\xi)$ 는 다음과 같이 되며

$$\lim_{a/h_1 \rightarrow \infty} F_{II}(\xi) = \frac{(1-\nu_1)\mu_0}{(1-\nu_0)\mu_1}$$

$$\lim_{a/h_1 \rightarrow \infty} F_{III}(\xi) = \frac{\mu_1}{\mu_0}$$

응력확대계수는 아래와 같이 된다.

$$K_{II} = \frac{(1-\nu_0)\mu_1}{(1-\nu_1)\mu_0} \sigma\sqrt{a}, \quad (a/h_1 \gg 1)$$

$$K_{III} = \frac{\mu_0}{\mu_1} \sigma\sqrt{a}, \quad (a/h_1 \gg 1)$$

즉, 레진층 내부의 균열길이가 레진층은 두께에 비하여 무한히 큰 경우($a/h_1 \rightarrow \infty$) 섬유층의 물성은 응력확대계수에 영향을 미치지 않는 것을 알 수 있다.

그러나, 일반적으로 균열길이가 레진층 두께에 비하여 유한한 경우, $F_{II}(\xi)$ 와 $F_{III}(\xi)$ 는 a/h_1 의 함수로서 Fredholm 적분방정식의 해로부터 결정된다.

다음은 균열길이비(a/h_1)가 유한한 경우의 수치 해석 결과를 고찰한 것이다.

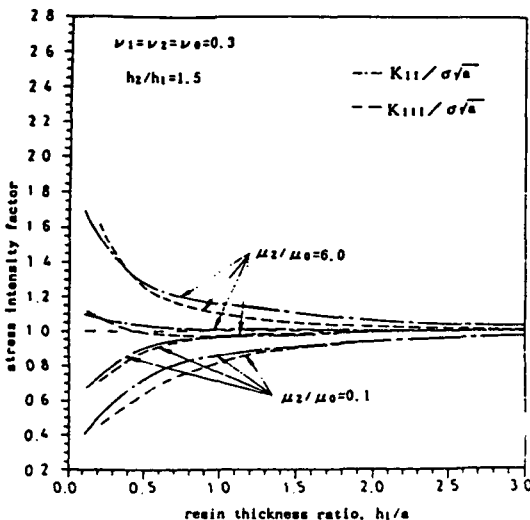


Fig. 5 Nondimensional stress intensity factor for various crack length at $h_2/h_1=1.5$

Fig. 3(a)는 반무한 복합재료의 전단탄성계수가 섬유층의 전단성계수 보다 매우 큰 경우($\mu_2/\mu_0=0.1$)로서, 균열길이(a/h_1)가 증가함에 따라 무차원 응력확대계수는 감소하며 균열길이가 무한히 작은 경우는 등방성의 경우에 근접함을 알 수 있다.

Fig. 3(b)는 반무한 복합재료의 전단탄성계수가

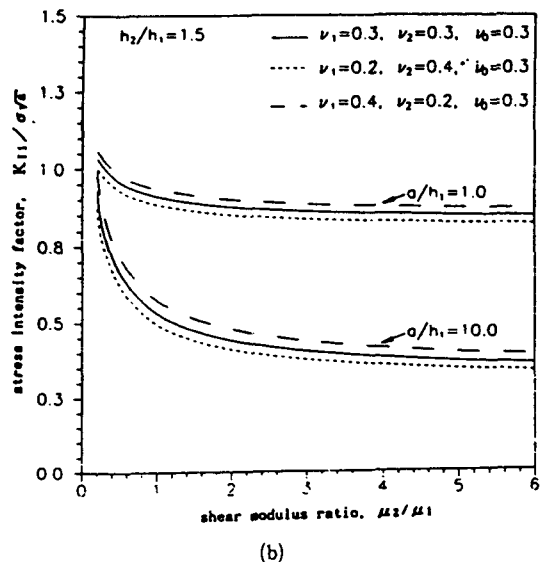
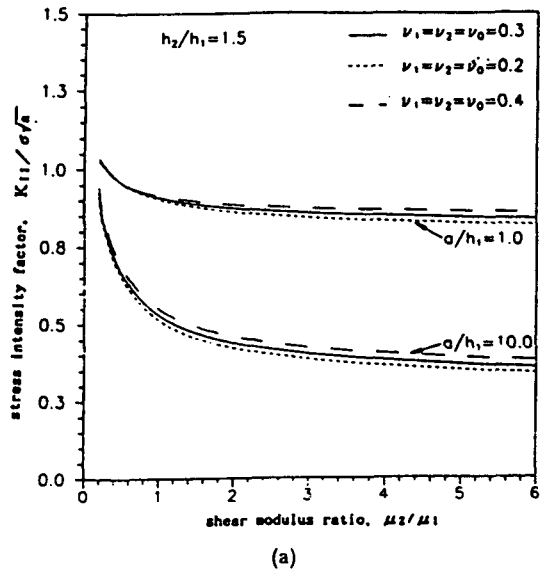


Fig. 6 (a) Nondimensional stress intensity factor for various shear modulus ratio at $a/h_1=1.0$
(b) Nondimensional stress intensity factor for various shear modulus ratio at $a/h_1=1.0$

섬유층의 전단탄성계수 보다 매우 작은 경우 ($\mu_2/\mu_0 = 6.0$)로서, 균열길이 (a/h_1)가 증가함에 따라 무차원 응력확대계수도 증가하며, Fig. 3(a)의 경우와 마찬가지로 균열길이가 무한히 작은 경우는 등방성의 경우에 근접함을 알 수 있다.

Fig. 4(a), (b)는 레진층과 섬유층의 두께비 (h_2/h_1)의 영향을 나타낸 것으로, 섬유층의 두께가 큰 경우 ($h_2/h_1 > 10$), 복합재료의 전단탄성계수비 (μ_2/μ_0)의 영향이 크게 감소한다. 즉, 섬유층의 두께가 큰 경우, 반무한 복합재료의 물성치는 응력확대계수에 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

Fig. 5는 레진층의 두께와 균열길이비 (h_1/a)가 응력확대계수에 미치는 영향을 나타낸 것으로서 레진층의 두께와 균열길이비가 증가함에 따라 ($h_1/a \rightarrow \infty$), 등방성재료의 해에 접근하며 레진층의 두께가 매우 작은 경우 ($h_1/a \rightarrow 0$)는 식(3.3), (3.4)의 극한값에 수렴한다.

Fig. 6(a), (b)는 프와송비의 영향을 나타낸 것으로 레진층, 섬유층, 복합재료층의 프와송비는 무차원 응력확대계수에 큰 영향을 미치지 않는 것을 알 수 있다. 단, 반평면 전단을 받는 경우(모드 III)는 부록 II에서와 같이 프와송비가 응력확대계수에 영향을 미치지 않는다.

4. 결론

중앙균열을 내재하고 있는 적층 복합재료가 면내 전단(모드 II) 및 반평면 전단(모드 III)을 받는 경우의 파괴역학적 고찰을 위하여 복합재료를 단순화한 모델을 설정하여 수치해석적인 방법에 의하여 이에 대한 응력확대계수를 산출하였다. 섬유층과 레진층의 전단탄성계수비, 프와송비 등의 재료물성과 균열길이, 섬유두께 등의 기하학적 변수에 따라 응력확대계수에 대한 수치해석을 수행하였으며 응력확대계수의 형상계수의 영향을 고찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 수치해석 변수인 a/h_1 , μ_2/μ_1 , μ_0/μ_1 , h_2/h_1 , ν_1 , ν_2 , ν_0 중에서 a/h_1 , μ_2/μ_1 , μ_0/μ_1 의 영향이 가장 현저하며 h_2/h_1 와 ν_1 , ν_2 , ν_0 영향은 매우 작다.

(2) 섬유층과 레진층의 전단탄성계수비 (μ_2/μ_1)가 증가함에 따라, 반무한 복합재료와 섬유층의 전단탄성계수의 비 (μ_2/μ_0)가 감소함에 따라, 균열길이 및 레진층 두께비 (a/h_1)가 감소함에 따라 무차원

응력확대계수 값이 각각 감소한다.

(3) 섬유층의 두께가 레진층의 두께에 비하여 매우 큰 경우 ($h_2/h_1 \gg 10$), 반평면 탄성체의 전단탄성을 영향은 감소한다.

이상의 결과로써 복합재료 적층 및 이중재료의 접합시, 파괴역학적 측면에서의 유리한 적층조합을 도출하였으며 이는 복합재료의 층간파괴거동의 고찰에 유용할 것으로 판단된다.

참고문헌

- (1) Rhodes, M.D., Williams, J.G. and Stares, J.H., Jr., 1979, "Low Velocity Impact damage in graphite-Fiber Reinforced Laminates," Presented at the 34th Annual Conference, Reinforced Plastic/Composites Institute, New Orleans, LA.
- (2) Wang, A.S.D. and Crossman, F.W., 1979, "Some New Results on Free Edge Effects in Symmetric Composite Laminates," Journal of Composite Materials, Vol. 11, pp. 92~106.
- (3) Wang, S.S. and Choi, I., 1982, "Boundary Layer Effects in Composite Laminates," Journal of Applied Mechanics, Vol. 49, pp. 541~547.
- (4) Ramkumar, R.L., 1982, "Compression Fatigue Behavior of Composite in the Presence of Delaminations," Damage in Composite Materials, ASTM STP 775, K.L. Reifsnider, Ed., pp. 184~210.
- (5) Mail, S., Ramamurthy, G. and Rezaizadeh, M.A., 1987, "Stress Ratio Effect on Cyclic Debonding in Adhesively Bonded Composite Joints," Composite Structures, No. 8, pp. 31~45.
- (6) Pipes, R.B. and Pagano, N.J., 1970, "Interlaminar Stress in Composite Laminates Under Uniform Axial Extension," Journal of Composite materials, Vol. 4, pp. 538~548.
- (7) Pagano, N.J. and Pipes, R.B., 1971, "The Influence of Stacking Sequence on the Laminate Strength," Journal of Composite Materials, Vol. 5, pp. 50~58.
- (8) Pagan, N.J., 1974, "On the Calculation of Interlaminar Normal Stresses in Composite Materials," Journal of Composite Materials, Vol. 8, pp. 65~81.

- (9) Shivakumar, K.N. and Whitcomb, J.D., 1985, "Buckling of Sublaminates in a Quasi-Isotropic Composite Laminate," *Journal of Composite Materials*, Vol. 19, pp. 2~18.
- (10) Hilton, P.D. and Sih, G.C., 1970, "A sandwiched Layer of Dissimilar Material Weakened by Crack like Imperfections," *Proceedings of the Fifth South-eastern on the Theoretical and Applied Mechanics*, Edited by G.L.Rogers, S.C. Kranc and E.G.Henneke, 5, pp. 123~149.
- (11) Hilton, P.D. and Sih, G.C., 1970, "A Laminated Composite with a Crack Normal the Interface," *International Journal of Solids and Structures*, 7, pp. 913~930.
- (12) Chen, E.P. and Sih, G.C., 1971, "Interfacial Delamination of a Layered Composite Under Anti-plane Shear," *Journal of Composite Materials*, 5, pp. 12~13.
- (13) Arin, K. and Erodogan, F., 1971, "Penny-Shaped Crack in an Elastic Layer Bonded to Dissimilar half Spaces," *International Journal of Engineering Science*, 9, pp. 213~232.
- (14) Sih, G.C. and Chen, E.P., 1972, "Torsion of a Laminar Composite Debonded Over a Penny-Shaped Area," *Journal of the Franklin Institute*, 293, pp. 251~261.
- (15) Sih, G.C., Hilton, P.D., Badalian, R., Shenberger, P.S. and Villarreal, G., 1971, "Fracture Mechanics Studies of Composite Systems", *Institute of Fracture and Solid Mechanics Technical Report IFSM-71-9*.
- (16) Chen, E.P. and Sih, G.C., 1973, "Torsional and Anti-plane Strain Delamination of an Orthotropic Layered Composite, *Proceedings of the 13th Midwestern Mechanics Conference*, 7, pp. 763~776.
- (17) Gupta, G.D. and Erodogan, F., 1971, "Stress Analysis of Multi-layered Composite with a Flow," *International Journal of Solids and Structure*, 7, pp. 39~61.
- (18) Sneddon, I.N., 1951, "Fourier Transforms," McGraw-Hill Book Co., Inc., New York.
- (19) Copson, E.T., 1961, "On Certain Dual Integral Equations," *Proceeding Glasgow Matematical Association*, 5, pp. 19~24.
- (20) Carnahan, B. and Luther, H. and Wilkes, J.O., 1969, "APPLIED NUMERICAL METHODS," John Wiley & Sons Inc, New York.
- (21) Sih, G.C., 1981, "Mechanics of fracture 6 - Crack in composite materials," Martinus Nijhoff Publishers, The Netherlands.
- (22) Kim, S.H, Ong, J.W, Oh, J.H, 1991, "The analysis of a cracked layer in laminated composites. (Part 1. : Plane-Extension (Mode I)), *KSME, 재료 및 파괴부문 학술강연회 초록집*, pp. 16~26.
- (23) 김성호, 오재협, 웅장우, 1991, "단순인장 하중을 받는 복합적층재의 응력확대계수", *대한기계학회*, 제15권 제5호, pp.1611~1619.
- (24) 김성호, 오재협, 웅장우, 1991, "면내 전단하중을 받는 복합적층재의 응력 확대계수", *대한기계학회 91년 춘계학술대회초록집*, pp. 12~17.

부록 I

$$D_f = B(\xi) / \xi, \quad A_1(\xi) = 0 \quad (I.1)$$

$$F_{11}(\xi) = -\frac{B_1 + C_1}{B(\xi) / (\xi)} \quad (I.2)$$

$$\begin{Bmatrix} B(1) \\ C(1) \\ A(2) \\ B(2) \\ C(2) \\ D(2) \\ A(0) \\ B(0) \end{Bmatrix} = \frac{B(\xi)}{\xi} \left[\underline{M} \right]^{-1} \begin{Bmatrix} -zTHz & 0 \\ THz-z & 0 \\ zTHz-2(1-v_1) & 0 \\ (2v_1-1)THz-z & 0 \end{Bmatrix} \quad (I.3)$$

여기서,

$\underline{M} =$

$$\begin{bmatrix} z & THz & -1 & -z & -THz & -zTHz & 0 & 0 \\ zTHz+1 & 1 & -THz & -(zTHz+1) & -1 & -z-THz & 0 & 0 \\ z+2(1-v_1)THz & THz & -P_1 & -P_1\{2(1-v_2)THz+z\} & -P_1THz & -P_1\{zTHz+2(1-2v_2)\} & 0 & 0 \\ (1-2v_1)-zTHz & -1 & P_1THz & \{(2v_2-1)+zTHz\}P_1 & P_1 & -P_1\{-z+(1-2v_2)THz\} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_2 & THz_2 & z_2THz_2 & -R_2 & -z_2R_2 \\ 0 & 0 & THz_2 & z_2THz_2+1 & 1 & Thz_2+z_2 & R_2 & (z_2-1)R_2 \\ 0 & 0 & 1 & z_2+2(1-v_2)THz_2 & THz_2 & 2(1-v_2)+z_2THz_2 & -P_2R_2 & -P_2R_2\{z_2-2(1-v_2)\} \\ 0 & 0 & -THz_2 & (1-2v_2)-z_2THz_2 & -1 & -z_2+(1-2v_2)THz_2 & -P_2R_2 & -P_2R_2\{(1-2v_2)+z_2\} \end{bmatrix}$$

$$z = \xi h_1$$

$$z_2 = \xi h_2$$

$$THz = \tanh(z)$$

$$THz_2 = \tanh(z_2)$$

$$R_2 = \frac{e^{-z_2}}{\text{Cosh}z_2}$$

$$P_1 = \frac{\mu(1)}{\mu(2)}$$

$$P_2 = \frac{\mu(2)}{\mu(0)}$$

부록 II

$$A_1 + B_1 = C(\xi), \quad (II.1)$$

$$F_{III}(\xi) = \frac{A_1 - B_1}{C(\xi)} \quad (II.2)$$

$$\begin{Bmatrix} A(1) \\ B(1) \\ A(2) \\ B(2) \\ A(0) \end{Bmatrix} = C(\xi) \begin{bmatrix} \underline{M} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} 1 \\ -P_1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

$$\begin{aligned} z &= \xi h_1 \\ z_2 &= \xi h_2 \\ R_2 &= e^{-z} \\ R_{2B} &= e^{-z_2} \\ P_1 &= \frac{\mu(1)}{\mu(2)} \\ P_2 &= \frac{\mu(2)}{\mu(0)} \end{aligned}$$

여기서,

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -P_1(1+R_2) & -1 & R_2 & 0 \\ 0 & R_2-1 & -1 & -R_2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -R_{2B} & 1/P_2 \\ 0 & 0 & -1 & -R_{2B} & 1 \end{bmatrix}$$