

〈論 文〉

흡수, 방사 및 선형비등방 산란 매질을 포함하는 밀폐공간내의 자연대류-복사열전달에 대한 수치해석

차상명* · 김종열* · 박희용**

(1991년 12월 18일 접수)

Numerical Analysis of Natural Convection-Radiation Heat Transfer in an Enclosure Containing Absorbing, Emitting and Linear Anisotropic Scattering Medium

Sang Myung Cha, Jong Yeol Kim and Hi Yong Pak

Key Words : Natural Convection-Radiation(자연대류-복사), P-N Approximation(P-N 근사법), Enclosure(밀폐공간), Linear Anisotropic Scattering(선형 비등방 산란), Numerical Analysis(수치해석)

Abstract

The interaction of natural convection and radiation heat transfer in a two dimensional square enclosure containing absorbing, emitting and linear anisotropically scattering gray medium is numerically analyzed. P-1 and P-3 approximation is introduced to calculate radiation heat transfer. The effects of scattering albedo, wall emissivity, scattering anisotropy, and optical thickness on the characteristics of the flow and temperature field and heat transfer are investigated. Temperature and velocity profiles depend a great deal on the scattering albedo, and the importance of this effect increases with decrease in albedo. Planck number is another important parameter in radiation heat transfer. The increase in scattering albedo increases convection heat transfer and decreases radiation heat transfer at hot wall. However, the increase in scattering albedo decreases both convection and radiation heat transfer at cold wall. The increase in optical thickness decreases radiation heat transfer. The scattering anisotropy has important effects on the radiation heat transfer only. The highly forward scattering leads to an increase of radiation heat transfer whereas the highly backward scattering leads to a decrease of radiation heat transfer. The effect of scattering anisotropy decreases when reducing the wall emissivity.

기 호 설 명

A : 미등방 산란인자
 B : 무차원 방사력, $(T/T_0)^4$
 g : 중력 가속도
 Gr : Grashof 수, $g\beta(T_h - T_c)L^3/\nu^2$

\vec{i}, \vec{j} : X, Y방향의 단위벡터
 I : 무차원 복사강도, $I^*/4\sigma T_0^4$
 I_0 : 무차원 입사력, $I_0^*/4\sigma T_0^4$
 I_x, I_y : 무차원 복사강도의 1차 모멘트, $I^*_i/4\sigma T_0^4$
 $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xy}$: 무차원 복사강도의 2차 모멘트, $I^*_{ij}/4\sigma T_0^4$

*정회원, 한양대학교 대학원

**정회원, 한양대학교 기계공학과

- k : 열전도 계수
- L : 밀폐공간의 폭 및 높이
- Nu : Nusselt 수, $qL/k(T_h - T_c)$
- P : 무차원 압력, $P^*/\rho_o(\nu/L)^4$
- Pl : Planck 수, $(k/L)/4\sigma T_o^3$
- Pr : 프란틀 수, ν/a
- q : 유차원 열유속
- Q_r : 무차원 열유속
- Q_t : 무차원 총 열유속, $q_t/4\sigma T_o^4$
- R : 식(17)에서 정의된 변수
- Ra : Rayleigh 수, $Gr \cdot Pr$
- T : 온도
- T_o : 기준 온도, $(T_h + T_c)/2$
- U, V : X, Y 방향의 무차원 속도, $u/(\nu/L), \nu/(\nu/L)$
- X, Y : 무차원 좌표, $x/L, y/L$
- α : 열 확산계수
- β : 열 팽창 계수
- ϵ : 방사율
- μ, ζ : X, Y 방향의 방향코사인
- x : 흡수계수
- ν : 동 점성계수
- π : 원주율
- ρ : 밀도
- ρ_o : 기준밀도
- σ : Stefan-Boltzmann 상수
- σ_o : 산란계수
- τ : 광학두께, $(\sigma_o + x) \cdot L$
- ϕ : 무차원 온도, $(T - T_o)/(T_h - T_c)$
- ϕ_o : 기준 온도비, $T_o/(T_h - T_c)$
- Φ : 산란위상함수
- ω : 산란 알베도, $\sigma_o/(\sigma_o + x)$
- Ω : 입체각
- $\bar{\Omega}$: 방향 단위벡터

상첨자

- * : 유차원 변수

하첨자

- c : 저온벽
- h : 고온벽
- w : 벽면

1. 서 론

부력으로 야기되는 자연대류 열전달은 많은 응용 분야에서 볼 수 있는 현상이며 이 중에서도 복사열 전달이 복합되어 일어나는 경우도 흔히 찾아 볼 수 있다. 예로 건물내의 화재현상, 산업로의 배기구에서 폐열회수 장치로 사용되는 복사형 레큐퍼레이터에서의 열전달현상등을 들 수 있다. 이러한 고온의 열시스템에는 열복사를 흡수, 방사 및 산란하는 참여매질(participating medium)이 존재하여 매질의 복사열전달해석이 매우 중요하게 된다. 이러한 매질내의 복사열전달은 복사강도의 보존방정식인 복사전달 방정식(radiative transfer equation)의 해를 구함으로써 계산할 수 있다. 그러나 복사전달방정식이 비선형 미분-적분 방정식으로 주어지기 때문에 유동장과 동시해를 구하기 위한 수치해석이 용이하지 않다. 최근 복사전달방정식을 미분형 근사식으로 바꾸어 푸는 방법이 많이 연구되고 있고 이들중에는 P-N 근사법, S-N 근사법⁽¹⁾ 그리고 플럭스 법 등⁽²⁾이 포함된다. 이 방법들은 자기 장단점을 가지고 있는데 이중 P-N 근사법은 방정식의 유도가 어렵고 차수에 따라 서로 다른 형태의 방정식으로 나타나 해석의 번거로움이 있으나 다차원 문제에 비교적 정확한 해를 줄뿐만 아니라 방정식의 형태가 유동의 보존방정식과 유사하고 수치해석시 같은 격자계를 구성할 수 있다는 장점때문에 최근 많이 사용되고 있다. P-N 근사법은 구 조화 근사법(spherical harmonic approximation)으로 불리며 복사강도의 각 의존성을 구 조화 함수의 급수로 근사화 시킨 다음 미-적분 방정식의 형태인 복사전달방정식을 복사강도 모멘트에 대한 일련의 미분방정식으로 전환하는 방법으로 급수전개시 취한 항의 수에 따라 P-1, P-3 및 P-5 근사법 등으로 불린다. 이때 P-N 근사법에 사용되는 구 조화 함수의 항의 갯수는 $(N+1)^2$ 가 된다. 급수전개시 취한 항의 갯수가 많아짐에 따라 정확도는 점차로 높아지지만 P-5 근사법 이상이 되면 계산시간이 많이 걸리는 것에 비하여 그 정확도의 향상은 크지 않기 때문에 보통 P-1 및 P-3 근사법 까지만 사용한다.⁽⁴⁾ 2차원 직교좌표계에 대한 P-N 근사법은 Ratzel 등⁽³⁾에 의하여 연구되었고, Menguc⁽⁴⁾는 축대칭 원통좌표계 및 3차원 직교좌표에 대하여 산란을 포함하는 보다 일반적인 식을 제시하였다.

최근 복사와 자연대류의 상호작용이 존재하는 밀폐공간내의 열전달해석에 관한 연구가 많이 수행되고 있다. 그러나 대부분의 연구가 매질의 산란효과를 무시하였거나⁽⁵⁻⁸⁾ 등방산란을 가정하였다.⁽⁹⁾ 매질이 복사에 관여하는 문제에서 많은 경우 참여매질은 고온의 연소가스로 연소시 발생하는 우연(soot)으로 인하여 산란효과와 산란의 비등방성을 고려하여 줄 필요가 있다. 전도와 복사의 상호작용에 대한 비등방 산란효과는 다수 연구된 바 있다.^(13,14)

이 연구에서는 2차원 정사각형 밀폐공간내에 열복사를 흡수, 방사 및 비등방 산란하는 매질이 존재할 때 자연대류와 복사의 상호작용을 선형 비등방 산란을 가정하고 복사열전달의 계산시 P-N 근사법을 이용하여 해석하였다. 수치계산을 통하여 Planck 수, 산란알베도, 광학두께, 벽방사율 및 비등방 산란이 유동 및 온도 특성 그리고 열전달에 미치는 영향을 조사하였다.

2. 이론해석

2.1 계산모델의 설정

이 연구에서 채택한 계산모델의 형태와 좌표는 Fig. 1과 같이 좌우 벽면이 등온으로 유지되고 상하 벽면이 단열되어 있는 정사각형 밀폐공간내에 열복사를 흡수, 방사 및 비등방 산란하는 매질이 존재하여 자연대류와 복사열전달이 복합되어 일어나는 경우이다. 해석을 위하여 다음과 같은 가정을 하였다.

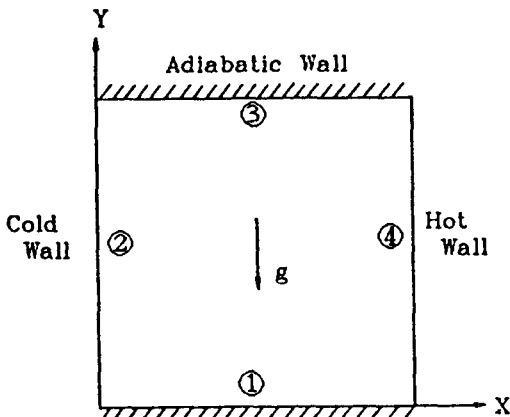


Fig. 1 Geometry and coordinates of the physical system

- (1) 유동은 2차원 정상 상태 층류이다.
- (2) 부력항에 나타나는 밀도를 제외한 모든 물성치는 일정하고 Boussinesq 근사가 만족된다.
- (3) 매질은 회기체이고, 각 벽면은 확산적으로 반사하는 비투과 경계면이다.
- (4) 비등방산란은 선형 비등방산란으로 취급한다.
- (5) 모든 벽면의 방사율은 균일하다.

2.2 지배 방정식

가정을 기초로한 무차원 형태의 연속 방정식, 운동량 방정식 그리고 에너지 방정식은 다음과 같이 주어진다.

연속 방정식

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \tag{1}$$

운동량 방정식

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \tag{2}$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Ra}{Pr} \phi \tag{3}$$

에너지 방정식

$$U \frac{\partial \phi}{\partial X} + V \frac{\partial \phi}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} \right) - \frac{\phi_o}{PlPr} \left(\frac{\partial Q_{r,x}}{\partial X} + \frac{\partial Q_{r,y}}{\partial Y} \right) \tag{4}$$

윗식에서 Pl 은 Planck 수인데 흔히 사용되는 전도-복사 파라메타 N 에서 광학두께 τ 의 영향을 배제한 무차원수로 두 열전달 형태의 상대적인 크기를 나타내는 무차원수로 채택하였다. N 과 Pl 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$N = Pl \cdot \tau \tag{5}$$

2.3 복사 전달 방정식

식(4)에서 나타나는 Q_r 은 복사 열유속이며 이 값을 계산하기 위해서는 복사전달방정식(radiative transfer equation)의 해가 필요하다. 열복사를 흡수, 방사 및 산란하는 참여 매질(participating medium)에 대한 2차원 직교 좌표계에서의 복사전달방정식은 무차원 형태로 다음과 같다.

$$\mu \frac{\partial I(X, Y, \bar{Q})}{\partial X} + \zeta \frac{\partial I(X, Y, \bar{Q})}{\partial Y} + \tau I(X, Y, \bar{Q}) = S \quad (6)$$

여기서

$$S = \frac{\tau}{4\pi} \left((1-\omega)B + \omega \int_{\Omega'} \Phi(\bar{Q}', \bar{\Omega}) I(X, Y, \bar{\Omega})' d\Omega' \right) \quad (7)$$

이다.

윗식에서 I는 무차원 복사강도이고, B는 무차원 방사력으로 다음과 같다.

$$B = \left(\frac{T}{T_0} \right)^4 = \left(1 + \frac{\phi}{\phi_0} \right)^4 \quad (8)$$

또한 ω 는 산란계수에 대한 상각계수의 비로 정의되는 산란알베도이고 $\Phi(\bar{Q}', \bar{\Omega})$ 는 산란위상함수이며 가정에 따라 선형 비등방산란인 경우를 생각하면 산란위상함수는 산란각 Ψ 의 향으로 다음 식으로 쓸 수 있다.⁽¹⁵⁾

$$\Phi(\bar{Q}', \bar{\Omega}) = 1 + A \cos \Psi \quad (9)$$

여기서 A는 산란인자(scattering parameter)로 A가 1과 -1이면 각각 전방 및 후방으로 강하게 산란하는 경우이고 0이면 등방산란에 해당한다. 식(6)의 해로부터 복사강도의 분포가 구하여지면 복사열유속 벡터는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{Q}_r = \int \bar{\Omega} I d\Omega = \int (\mu \bar{i} + \zeta \bar{j}) I d\Omega \quad (10)$$

식(6)을 전체 입체각에 대하여 적분하면 에너지 방정식에 나타나는 복사생성항은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$\frac{\partial Q_{r,x}}{\partial X} + \frac{\partial Q_{r,y}}{\partial Y} = \nabla_o \bar{Q}_r = (1-\omega) \tau (B - I_o) \quad (11)$$

여기서 I_o 는 입사력(irradiance)으로 다음과 같이 정의된다.

$$I_o = \int_{\pi} I d\Omega \quad (12)$$

식(6)에 P-1 및 P-3 근사법을 적용하면 복사강도를 변수로 하는 복사전달방정식은 복사강도 모멘트를 변수로 하는 미분형 근사식으로 전환된다. 이때 P-1 근사식의 경우 입사력 I_o 를 변수로 하는 1개의 2계 편미분 방정식이 되고, P-3 근사식의 경우에는 복사강도의 2차 모멘트인 I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} 및

I_{xy} 를 변수로 하는 4개의 2계 연립 편미분 방정식이 된다. 이에 대한 자세한 식은 문헌(4) 및 (8)을 참고할 수 있다. P-3 근사식에 나타나는 복사강도의 2차 모멘트와 입사력사이에는 다음의 관계가 만족된다.

$$I_o = I_{xx} + I_{yy} + I_{zz} \quad (13)$$

2.4 경계조건

속도 및 온도 경계조건은 다음과 같다.

$$X=0, 1 \text{ 그리고 } Y=0, 1 \text{ 에서 } U=V=0$$

$$Y=0, 1 \text{ 에서 } \bar{Q}_r \cdot \bar{j} = (-\nabla \phi + \frac{\phi_o}{Pl} \bar{Q}_r) \cdot \bar{j} = 0 \quad (14)$$

$$X=0 \text{ 에서 } \phi = -0.5$$

$$X=1 \text{ 에서 } \phi = 0.5$$

윗식에서 복사열유속벡터는 식(10)으로 부터 복사강도의 1차 모멘트로 표시될 수 있다. 즉

$$\bar{Q}_r = I_x \bar{i} + I_y \bar{j} \quad (15)$$

여기서 I_x 및 I_y 는 복사강도의 1차 모멘트로 P-N 근사식의 해로부터 얻어진 복사강도의 2차 모멘트의 향으로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$I_i = - \left(\frac{\partial I_{ij}}{\partial x_j} \right)_i \quad (16)$$

여기서 i 는 X 및 Y이며 $()_j$ 는 j에 대한 함을 나타낸다.

또한 P-N 근사법의 경계조건은 Mark 경계조건과 Marshak 경계조건이 있는데 경계면을 떠나는 복사강도를 표현하는데 유한 방향으로의 복사강도의 함으로 표현하는 Mark 경계조건보다는 적분형태로 표현하는 Marshak 경계조건이 더 실제적이기 때문에 P-1과 P-3 근사와 같은 낮은 차수의 근사에는 Marshak 경계조건이 일반적으로 더 정확한 것으로 알려져 있다. 이 연구에서도 Marshak 경계조건을 사용하였으며 자세한 식은 참고문헌(4)에 제시 되어있다.

2.5 수치 해석

이 연구에서는 방정식을 이산화 시키기위하여 32×32의 격자계를 구성하고 검사 체적법(control volume method)⁽¹⁶⁾을 적용하였다. 운동량 방정식에서 나타나는 압력항은 SIMPLER 알고리즘으로 처리하였으며, 이산화된 방정식의 해는 선순법

(line by line method)으로 반복 계산하여 구하였다. $P-N$ 근사식은 방정식의 형태상 비등방 열전도방정식과 같아서 일반적인 보존 방정식에서 대류항이 없는 경우와 같으며 X 및 Y 방향으로 서로 다른 확산계수만 고려된다면 에너지방정식 등과 같은 방법으로 이산화 시킬 수 있다. $P-N$ 근사식의 경계조건을 처리하기 위하여 전방차분(forward differencing) 및 후방차분(backward differencing)을 적용하였고 해의 수렴을 촉진시키기 위하여 벽면을 복사해 대해서 단열된 것으로 취급하고 경계조건으로부터 얻을 수 있는 복사강도 모멘트의 플럭스를 이용하여 벽면에 인접한 검사체적에 생성항으로 부가하였고 이를 위하여 벽면에 인접한 검사체적을 벽면 전체길이의 1/100이 되도록 얇게 설정하였다. 해의 수렴조건은 전체적인 열평형을 고려하여

$$R = \int_{Y=0}^1 [(\vec{Q}_T \cdot \vec{i})_{x=1} - (\vec{Q}_T \cdot \vec{j})_{x=0}] dY = 0 \quad (17)$$

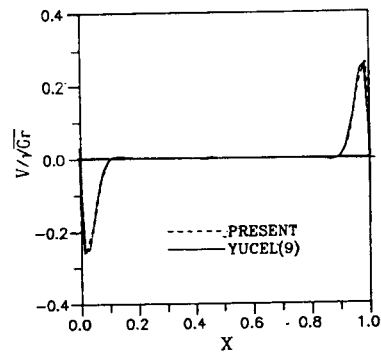
가 만족하도록 설정하였는데 반복계산에서 R 이 10^{-5} 이하가 되면 수렴한 것으로 간주하였다. 계산시 적절한 하향이완(under relaxation)을 시켜 수렴을 촉진 시켰으며, 이때 속도에 대한 하향이완계수는 0.45, 압력에 대한 하향이완 계수는 0.7을 사용하였고, 온도와 복사강도 모멘트에 대해서는 하향이완계수를 모두 0.85를 사용하였다. 수렴된 해를 얻기위한 반복계수는 계산조건에 따라 달라지지만 $P-1$ 근사법으로 계산할 경우 최고 4000회 정도가 필요하였으며, $P-3$ 근사법으로 계산할 때에는 $P-1$ 의 해를 초기치로 사용하였을 경우 반복 회수는 최고 1500이 필요하였고, 계산조건이 유사한 $P-3$ 근사식의 해를 초기조건으로 사용하였을 때에는 반복회수는 1000 정도로 충분하였다. 이것은 IBM AT-386 컴퓨터로 약 2 시간 정도의 계산시간이 소요된다.

3. 결과 및 고찰

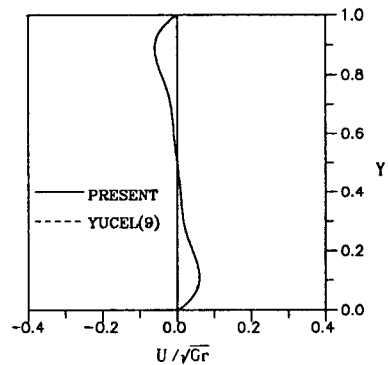
계산은 Rayleigh 수를 5×10^6 , 플란트 수를 0.72 그리고 기준온도비 ϕ_0 를 1.5로 두고 Planck 수를 0.02, 0.2 및 1.0, 광학두께를 1.0과 5.0, 벽방사율을 1.0, 0.5 및 0.1 그리고 산란알베도를 0.0, 0.5 및 1.0로 변화시키면서 계산을 수행하였다. 이때 산란알베도가 0.0 인 경우는 산란효과가 없는

경우이며 산란알베도가 1.0인 경우는 순수 산란매질에 해당한다. 또한 비등방산란은 산란인자 A 를 -1.0, 0.0 그리고 1.0인 경우를 택하였고 각각의 의미는 앞에서 언급하였다. 비등방산란의 효과를 조사한 경우를 제외하고는 모든 계산시 등방산란을 가정하였다. 기준온도비가 1.5일 때 물성치가 일정하고 Boussinesq 근사가 만족된다는 가정은 타당한 것으로 알려져 있다.⁽¹⁴⁾ 복사모델로 사용된 $P-N$ 근사법이 이 연구에서와 같은 문제에 적용될 때 그 정확도는 참고문헌(8)에서 잘 논의되었는데 광학두께가 1.0정도가 되면 $P-1$ 근사법의 결과는 $P-3$ 근사법의 계산시 초기조건으로 이용되었다.

이 연구에서 사용한 수치해법과 복사열전달모델의 타당성을 확인하기 위하여 자연대류와 복사열전달이 복합된 문제를 해석하기에 앞서 자연대류만 있는 경우와 복사열전달만이 있는 경우에 대하여 기존의 연구결과와 비교가 가능한 계산조건에 대하여 예비계산을 실시하였다.



(b) Horizontal velocity



(a) Vertical velocity

Fig. 2 Vertical and horizontal velocity profile for nonradiating media on the midplane

Fig. 2는 이 연구에서와 같은 형태에서 자연대류만 일어나는 경우 $Y=0.5$ 에서의 수직방향 속도와 $X=0.5$ 에서의 수평방향속도분포를 Yucel⁽⁹⁾의 결과와 비교하여 나타낸 것인데 결과는 거의 일치하고 있다.

Fig. 3은 2차원 정사각형 밀폐공간에서 복사열전달만이 일어나는 3가지 서로 다른 문제를 해석함으로써 이 연구에서 복사모델로 채택한 $P-N$ 근사법의 타당성을 검증하였다.

계산을 위하여 선택한 첫번째 문제는 방사력이 모두 0으로 유지되는 흑체벽면을 갖는 밀폐공간내부에 균일한 온도의 흡수 및 방사하는 회체 매질이 있는 경우인데 참고문헌(10)에 정확해가 주어지므로 계산결과를 검증할 수 있다. 계산은 광학두께가 1.0과 10.0인 경우에 대하여 행하였고 계산 결과중 벽면에서의 복사열유속의 크기를 무차원형태로 (a)에 나타내었다. 광학두께가 10.0인 경우 정확해에 비하여 $P-1$ 근사해는 다소 크게 $P-3$ 근사해는 조금 작게 예측되었지만 대체적으로 잘 근사되고 있다. 그러나 광학 두께가 1.0인 경우는 $P-3$ 근사해는 중앙부를 제외하고는 정확해와 잘 일치하고 있지만 $P-1$ 근사해의 결과는 양 벽면에서 특히 오차가 심하게 나타나고 있다. 광학두께가 작은 경우 $P-1$ 근사법의 오차가 커지는 것은 Ratzel 등⁽³⁾의 연구에서도 지적되었다.

복사산란효과를 고려한 계산결과가 옳은가를 확인하기 위하여 한쪽 벽면의 방사력이 1이고 다른 벽면의 방사력이 모두 0으로 유지되는 흑체벽면을 갖는 밀폐공간내에 등방산란하는 회체매질이 존재하는 경우와 흡수, 방사 및 선형 비등방산란하는 회체매질이 있는 경우를 각각 해석하였다. Fgi.3 (b)는 등방산란인 경우 $X=0.5$ 인 위치에서 Y 방향에 따른 무차원 입사력의 크기를 Larsen⁽¹¹⁾의 zone 모델을 사용한 결과와 비교하여 도시한 것이다. 아랫 벽면부근이 약간 낮게 예측되었으나 전반적으로 잘 일치하고 있다. (c)는 $P-3$ 근사법으로 구한 비등방산란 매질의 해의 정확도를 알아보기 위하여 윗면의 방사력이 1로 유지되고 산란알베도가 0.9인 경우 비등방산란인자 A 에 따른 매질내의 무차원 방사력을 Tan 등⁽¹²⁾의 결과와 비교한 것인데 등방산란시 $P-3$ 근사해의 결과가 중앙부로 다소 높게 나타나지만 전반적으로 잘 근사되고 있으며 비등방산란인 경우에도 같은 정확도로 계산되었다.

Fig. 4는 자연대류와 등방산란 매질의 복사열전달이 복합되어 일어나는 문제에 대한 해의 정확도를 알아보기 위하여 산란알베도가 0.5인 경우 유동을

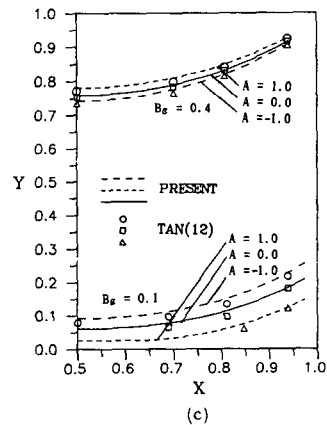
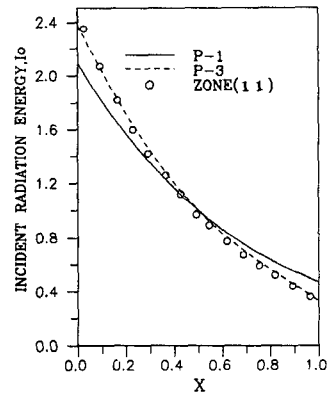
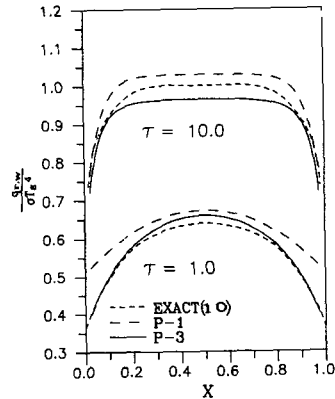


Fig. 3 Comparison of calculated radiation heat transfer with existing results^(10,11,12) (a) $B_{wi}=0.0$ ($i=1, 2, 3, 4$) 0, (b) $B_{w1}=1.0$ $B_{w2}=B_{w3}=B_{w4}=0.0$ (c) $B_{w3}=1.0$, $B_{w1}=B_{w2}=B_{w4}=0.0$

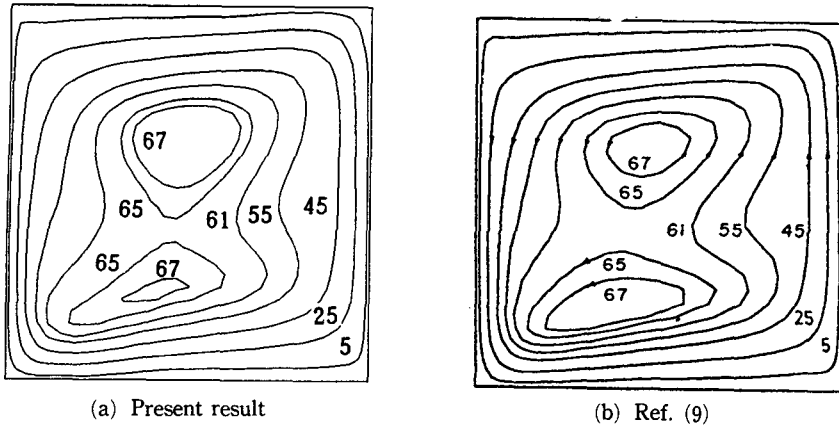
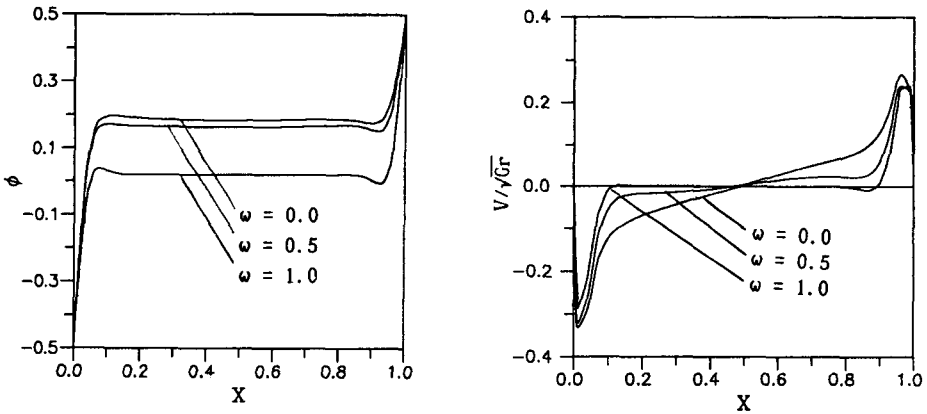
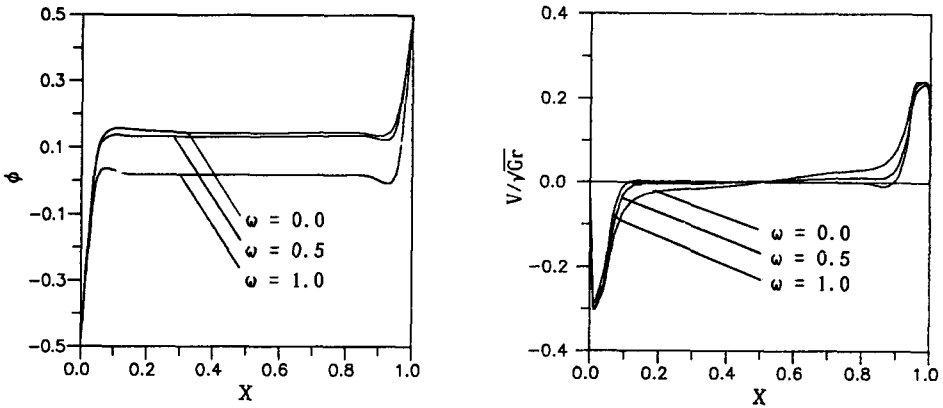


Fig. 4 Streamline for isotropically scattering medium at $\omega=0.5$ $\epsilon_w=1.0$, $\tau=1.0$



(a) $\epsilon_w=1.0$



(b) $\epsilon_w=0.5$

Fig. 5 Effect of scattering albedo on the temperature and velocity profile along the $Y=0.5$ midplane of the enclosure at $\tau=1.0$ and $\epsilon_w=1.0, 0.5$

의 형태를 복사모델로 S-4 법을 사용한 Yucel⁽⁹⁾의 계산결과와 비교하여 나타낸 것이다. 유량함수의 아주 작은 변화에도 유동의 형태가 많이 변하는 중앙부를 제외하고는 잘 일치하고 있으며 격자구성의 차이를 감안한다면 충분히 정확하다고 할 수 있다.

Fig. 5는 광학두께가 1.0이고 벽방사율이 1.0과 0.5 인 등방산란인 경우에 산란알베도에 따른 온도 및 속도분포를 $Y=0.5$ 인 위치에서 나타낸 것이다. 그림(a)는 벽방사율이 1.0인 경우에 대한 것인데 산란알베도가 증가할수록 매질이 복사에너지를 흡수하는 양이 감소하여 온도의 크기는 줄어들었고 고온벽의 온도구배는 증가하는 반면에 저온벽의 온도구배는 감소하고 있다. 산란알베도가 0.0에서 0.5로 변할때의 증가보다는 0.5에서 1.0으로 변할때의 증가치가 아주 커서 산란알베도에 따라 온도구배는 비선형적으로 증가함을 보이고 있다. 한편

속도분포에 대하여 살펴보면 산란알베도가 증가함에 따라 매질의 온도가 낮아지므로 점차로 부력효과가 작아지고 따라서 속도의 크기는 줄어들고 있다. 산란알베도가 1.0으로 순수산란에 가까워질수록 중앙부분의 유동의 크기는 점차로 작아져 경계층은 거의 벽면에 제한되고 있다. 산란알베도의 영향은 고온벽보다 저온벽에서 더 크게 나타나고 있다. 그림(b)에서는 벽방사율이 0.5인 경우를 나타낸 것이다. 벽방사율이 0.5로 작아진 경우는 고온벽을 떠나는 방사력이 반감되면서 전반적으로 방사율이 1.0인 경우보다 온도가 낮게 나타나고 있으며 이로 인하여 고온벽의 온도구배는 증가하는 반면에 저온벽에서의 온도구배는 감소하였다. 벽방사율이 1.0인 경우에 비하여 속도의 크기는 더 작아졌으나 산란알베도에 따른 변화는 경향이 비슷하게 나타났다.

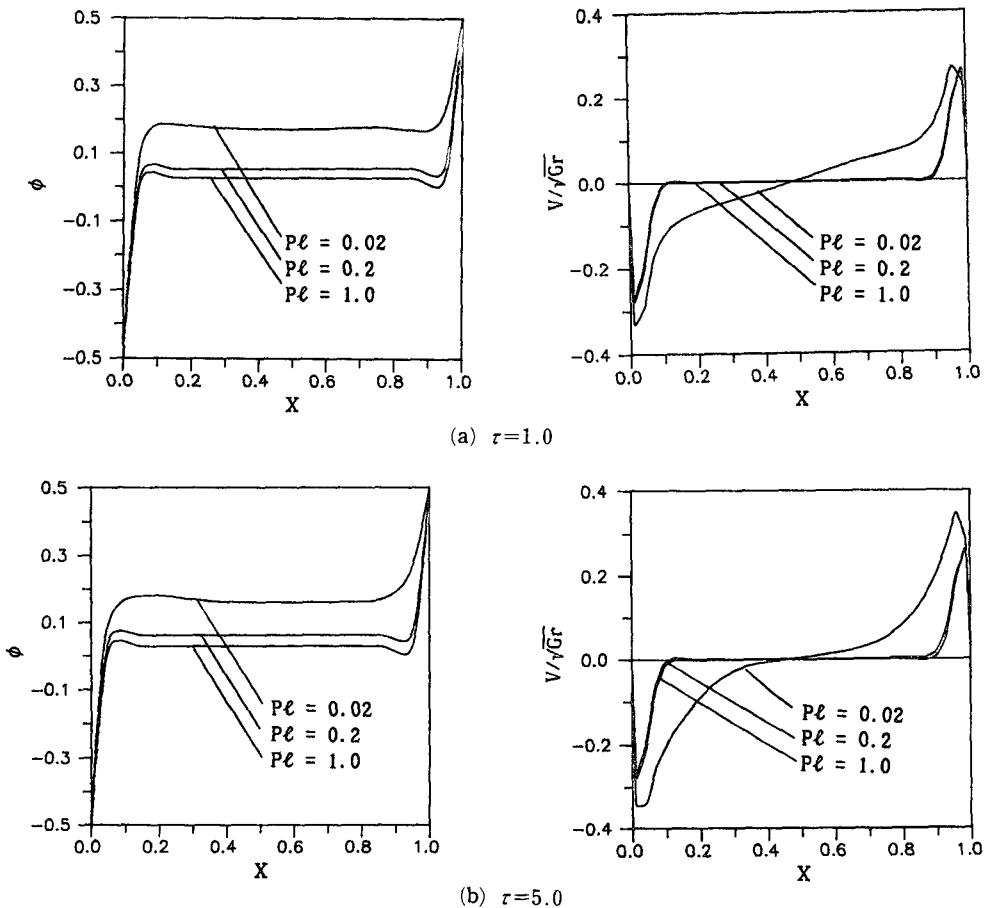


Fig. 6 Effect of Planck number of the temperature and velocity profile along the $Y=0.5$ midplane of the enclosure ($\epsilon_w=1.0, \omega=0.0$)

Fig. 6은 Planck 수와 광학두께가 온도 및 속도 분포에 미치는 영향을 알아보기 위하여 벽방사율이 1.0이고 산란알베도가 0.0 일때 광학두께가 1.0과 5.0 인 두가지 경우에 대하여 Planck 수에 따른 변화를 도시한 것이다. Planck 수가 작아짐에 따라 복사열전달의 크기가 증가하면서 온도는 전체적으로 높아지지만 Planck 수가 0.2 이상인 경우에는 이러한 효과는 작게 나타나고 있다. Planck 수가 0.2 이상인 경우 속도분포에 대한 Planck 수의 영향은 무시할만하며 복사가 없는 Fig. 2(a)와 거의 비슷하다. 한편 광학 두께가 1.0에서 5.0으로 커진 경우 매질이 흡수하는 에너지가 증가하면서 온도 및 속도가 다소 증가하지만 고온벽면 부근을 제외하고는 그 영향이 크지 않다. 이것은 광학두께의 증가에 따라 매질의 에너지 흡수는 증가하지만 벽면거리의 복사열교환이 줄어들고 고온벽면으로부터의 복사열전달이 광학 두께의 증가로 인하여 고온벽면 근처에서 많이 흡수되기 때문이다.

Fig. 7에 비등방산란이 온도 및 속도분포에 미치는 영향을 벽방사율이 1.0이고 산란알베도가 0.5인 경우에 대하여 나타내었다. 그림에서 보듯이 속도 및 온도분포에 대한 비등방 산란 효과는 거의 무시할 수 있었다. 이러한 현상은 산란알베도, 광학두께 및 벽방사율이 변하여도 거의 마찬가지로 나타났기 때문에 그 결과들을 별도로 나타내지는 않았다.

열전달은 대류, 복사 그리고 총열전달로 구분하여 고온벽과 저온벽에서 각각 평균 누셀트수의 크기로 Table 1에서 Table 3까지에 도표화 하였다. 복사와 자연대류가 결합되어 있는 경우 대류 및 복

사를 포함하는 총 누셀트수는 다음과 같이 정의하였다.

$$Nu_t = \frac{q_t}{k(T_h - T_c)} = Nu_c + Nu_r \quad (18)$$

여기서 q_t 는 벽면에서의 총열유속이고 Nu_c 와 Nu_r 는 각각 대류누셀트수와 복사누셀트수로 각각 다음과 같이 계산된다.

$$Nu_c = -\frac{\partial \phi}{\partial X} \quad (19)$$

$$Nu_r = \frac{\phi_o}{Pl} Qr \quad (20)$$

이와 같이 정의된 누셀트수는 식(14)에서 주어지는 무차원 열유속 Q 와 같게 된다.

또한 평균 누셀트수는 아래와 같이 구하였다.

$$\overline{Nu} = \frac{\int_0^L Nu \, dy}{L} \quad (21)$$

Table 1은 Planck 수가 0.02인 경우 산란알베도, 광학두께 그리고 벽방사율이 열전달에 미치는 영향을 나타낸 것이다.

먼저 고온벽에서의 열전달 특성을 살펴보면, 산란알베도가 증가할수록 고온벽에서 부터 가스가 흡수하는 복사에너지가 줄어들면서 매질의 온도는 감소하는데 Fig.5에서도 지적되었듯이 이로 인하여 온도구배는 커진다. 따라서 대류로 인한 열전달은 산란효과가 증가할수록 증가함을 볼 수 있다. 그러나 복사열전달의 경우에는 등방산란을 가정하였으므로 산란효과가 커질수록 고온벽으로부터 나간 복사에너지가 매질의 산란 작용으로 고온벽으로 귀

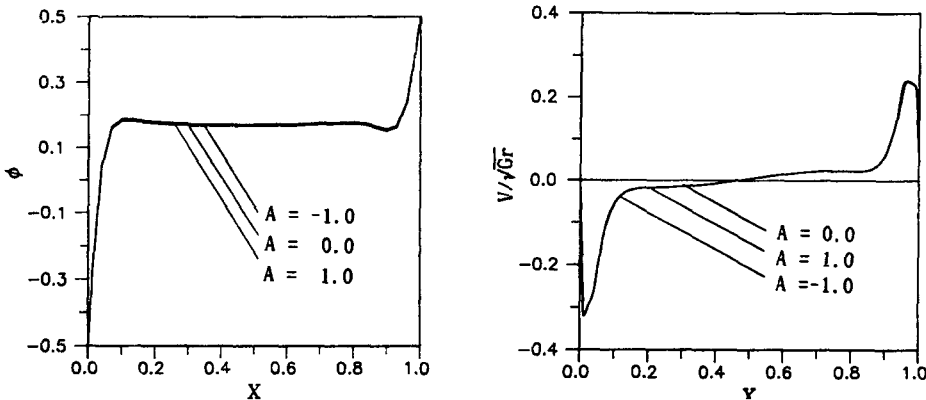


Fig. 7 Effect of scattering anisotropy on the temperature and velocity profile along the $Y=0.5$ midplane of the enclosure at $\epsilon_w=1.0$ and $\omega=0.5$

Table 1 Effects of scattering albedo, optical thickness, and wall emissivity on the heat transfer ($Pl=0.02$)

| τ | ϵ_w | ω_1 | Hot wall | | | Cold wall | | |
|--------|--------------|------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| | | | \overline{Nu}_c | \overline{Nu}_r | \overline{Nu}_t | \overline{Nu}_c | \overline{Nu}_r | \overline{Nu}_t |
| 1.0 | 1.0 | 0.0 | 5.99 | 33.90 | 39.89 | 16.45 | 23.44 | 39.89 |
| | | 0.5 | 6.50 | 32.21 | 38.71 | 16.11 | 22.60 | 38.71 |
| | | 1.0 | 9.72 | 27.77 | 37.49 | 14.32 | 23.17 | 37.49 |
| | | 0.0 | 9.46 | 17.42 | 26.88 | 16.25 | 10.63 | 26.88 |
| | 0.5 | 0.5 | 9.68 | 16.38 | 26.06 | 15.62 | 10.44 | 26.06 |
| | | 1.0 | 12.40 | 13.43 | 25.83 | 14.23 | 11.60 | 25.83 |
| | | 0.0 | 12.15 | 4.57 | 16.72 | 14.88 | 1.84 | 16.72 |
| | | 0.5 | 12.84 | 3.45 | 16.29 | 14.50 | 1.79 | 16.29 |
| | 0.1 | 1.0 | 14.66 | 1.35 | 16.01 | 13.94 | 2.07 | 16.01 |
| | | 0.0 | 5.37 | 26.59 | 31.96 | 18.86 | 13.10 | 31.96 |
| | | 0.5 | 5.82 | 24.96 | 30.78 | 17.74 | 13.04 | 30.78 |
| | | 1.0 | 11.29 | 12.23 | 23.52 | 14.54 | 8.98 | 23.52 |
| 5.0 | 0.5 | 0.0 | 10.32 | 15.11 | 25.43 | 18.63 | 6.80 | 25.43 |
| | | 0.5 | 10.35 | 13.78 | 24.13 | 17.36 | 6.77 | 24.13 |
| | | 1.0 | 12.01 | 9.39 | 21.40 | 15.01 | 6.39 | 21.40 |
| | 0.1 | 0.0 | 14.14 | 3.74 | 17.88 | 16.75 | 1.13 | 17.88 |
| | | 0.5 | 14.28 | 3.57 | 17.85 | 16.74 | 1.11 | 17.85 |
| | | 1.0 | 15.27 | 1.56 | 16.83 | 15.93 | 0.90 | 16.83 |

환되는 에너지가 증가하게 되고 따라서 복사열전달의 크기는 산란알베도의 증가에 따라 감소하였다. 대류열전달의 증가보다는 복사열전달의 감소량이 크기 때문에 총열전달은 약간 감소하였다. 벽방사율이 0.5와 0.1으로 작아질수록 고온벽을 떠나는 방사력이 줄어들면서 복사열전달의 크기는 방사율이 1.0인 경우에 비하여 감소하고 있다. 이때 대류열전달은 조금 증가 하였으나 복사열전달의 감소폭이 더 크기 때문에 총열전달은 감소하였다. 광학두께가 5.0으로 증가한 경우 대류열전달은 별 변화가 없었으나 복사열 전달은 크게 줄어들었다. 이것은 고온벽의 경우 고온벽이 방사하는 에너지는 일정한 반면에 매질이 방출하는 에너지가 커지면서 벽면으로 다시 입사되어 들어오는 에너지가 증가하기 때문에 벽면으로 부터 방출되는 정미 열유속이 감소하기 때문이다. 또한 저온벽의 경우 매질로부터 저온벽으로의 복사열유속은 증가하지만 광학두께의 증가에 따라 고온벽과의 복사열교환이 크게 줄어들기 때문이다. 광학두께의 영향은 방사율이 작아지는 경우에 줄어들었다. 이것은 고온벽에서는 벽면

에서 반사되는 에너지가 입사력에 비례하므로 광학 두께에 따른 벽면에서 방출되는 정미 열유속의 변화가 방사율이 큰 경우보다 작기 때문이고, 저온벽에 대해서는 벽면반사로 인하여 표면사이의 복사열 교환의 효과가 줄어들기 때문이라 생각된다. 산란알베도의 영향은 광학두께가 1.0인 경우보다 매우 크게 나타나고있다. 대류열전달은 산란알베도에 따라 약간 감소하였으나 복사열전달의 감소폭은 매우 크다. 광학두께가 5.0인 경우 벽방사율의 영향은 1.0인 경우와 비슷한 경향을 보인다.

한편 저온벽에서의 열전달 특성은 복사열전달에 있어서는 고온벽과 유사하나 대류열전달의 경우에는 정반대의 경향을 나타내었다. 산란알베도의 증가에 따라 고온벽의 대류열전달은 증가하였지만 저온벽에서는 감소하고 있다. 이것은 산란알베도의 증가에 따라 저온벽 주위의 매질이 고온벽으로 부터의 복사열전달의 흡수를 감소시켜 저온벽 주위의 온도를 낮게하고 온도구배가 감소하기 때문이다. 또한 벽방사율과 광학두께가 대류열전달에 미치는 영향도 고온벽과는 반대의 경향을 나타내고 있다.

Table 2 Effects of scattering albedo, optical thickness, and wall emissivity on the heat transfer ($P_l=0.2$)

| τ | ϵ_w | ω_1 | Hot wall | | | Cold wall | | |
|--------|--------------|------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| | | | \overline{Nu}_c | \overline{Nu}_r | \overline{Nu}_t | \overline{Nu}_c | \overline{Nu}_r | \overline{Nu}_t |
| 1.0 | 1.0 | 0.0 | 13.42 | 4.00 | 17.42 | 15.35 | 2.07 | 17.42 |
| | | 0.5 | 13.61 | 3.78 | 17.39 | 15.24 | 2.15 | 17.39 |
| | | 1.0 | 14.00 | 3.40 | 17.40 | 14.39 | 2.31 | 17.40 |
| | | 0.0 | 14.16 | 1.99 | 16.15 | 15.29 | 0.86 | 16.15 |
| | 0.5 | 0.5 | 14.36 | 1.88 | 16.24 | 15.26 | 0.98 | 16.24 |
| | | 1.0 | 14.89 | 1.51 | 16.40 | 15.07 | 1.13 | 16.40 |
| | | 0.0 | 14.17 | 2.00 | 16.17 | 15.26 | 0.91 | 16.17 |
| | | 0.5 | 14.36 | 1.86 | 16.23 | 15.26 | 0.97 | 16.23 |
| | 1.0 | 1.0 | 14.87 | 1.46 | 16.33 | 15.09 | 1.24 | 16.33 |
| | | 0.0 | 13.56 | 3.52 | 17.08 | 15.96 | 1.12 | 17.08 |
| | | 0.5 | 13.71 | 3.14 | 16.85 | 15.79 | 1.16 | 16.85 |
| | | 1.0 | 14.55 | 1.64 | 16.19 | 14.97 | 1.22 | 16.19 |
| 5.0 | 0.5 | 0.0 | 14.37 | 1.84 | 16.21 | 15.65 | 0.56 | 16.21 |
| | | 0.5 | 14.39 | 1.73 | 16.12 | 15.54 | 0.58 | 16.12 |
| | | 1.0 | 14.96 | 1.02 | 15.98 | 15.24 | 0.74 | 15.98 |
| | 0.1 | 0.0 | 15.07 | 0.37 | 15.44 | 15.33 | 0.11 | 15.44 |
| | | 0.5 | 15.10 | 0.33 | 15.43 | 15.28 | 0.15 | 15.43 |
| | | 1.0 | 15.38 | 0.29 | 15.17 | 14.97 | 0.20 | 15.17 |

Table 3 RudEffects of scattering anisotropy on the heat transfer with $\omega=1.0$ and $\tau=1.0$

| ϵ_w | A | Hot wall | | | Cold wall | | |
|--------------|------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| | | \overline{Nu}_c | \overline{Nu}_r | \overline{Nu}_t | \overline{Nu}_c | \overline{Nu}_r | \overline{Nu}_t |
| 1.0 | -1.0 | 9.71 | 24.82 | 34.53 | 14.37 | 20.16 | 34.53 |
| | 0.0 | 9.72 | 27.77 | 37.49 | 14.32 | 23.17 | 37.49 |
| | 1.0 | 9.75 | 32.12 | 41.87 | 14.30 | 27.57 | 41.87 |
| 0.5 | -1.0 | 12.54 | 13.03 | 25.57 | 14.30 | 11.27 | 25.57 |
| | 0.0 | 12.40 | 13.43 | 25.83 | 14.23 | 11.60 | 25.83 |
| | 1.0 | 11.97 | 15.80 | 26.77 | 14.35 | 12.42 | 26.77 |

저온벽의 대류열전달은 항상 고온벽보다 크게 나타났고 복사열전달은 작게되어 총열전달의 크기는 고온벽과 같게 되는데 이것은 고온벽을 나간 모든 에너지가 저온벽으로 전달되어 에너지 평형조건이 만족됨을 보여주고 있고 식(17)에서의 수렴조건과 일치한다.

Table 2는 Planck 수의 변화에 따른 열전달의 변화를 알아보기 위하여 Planck 수가 0.2인 경우에 산란알베도, 광학두께 그리고 벽방사율에 따른 열전달의 크기를 도표화한 것이다. Planck 수가

0.02에서 0.2로 커진 경우 고온벽의 대류열전달은 조금 증가하는 반면에 저온벽에서의 대류열전달은 감소하였다. 그러나 복사열전달의 크기는 양벽면에서 현저히 줄어들어 총열전달의 크기는 크게 감소하였다. 따라서 Planck 수는 복사열전달에 대한 매우 지배적인 인자임을 알 수 있다. Planck수가 0.2인 경우 산란알베도, 광학두께 그리고 벽방사율에 따른 열전달의 변화는 Planck 수가 0.02인 경우와 그 경향이 같게 나타났으나 복사열전달이 총열전달에서 차지하는 비율이 줄어들면서 이들 인자

가 총열전달에는 크게 영향을 미치지 못하였다.

Table 3은 비등방산란이 열전달에 미치는 영향을 조사하기 위하여 복사 열전달의 산란 효과가 가장 큰 $Pl=0.02$ 이고 $\omega=1.0$ 인 경우에 대하여 비등방 산란인자에 따라 계산한 결과이다. 매질의 온도 분포 및 유동형태에 대한 비등방 산란의 효과를 무시할 수 있는 것과는 달리 전방 및 후방 산란인자 A 는 열전달에 대해서는 상당히 큰 영향을 주는 것으로 나타났다. 이때 온도분포의 변화가 별로 없었으므로 대류열전달의 크기는 거의 변하지 않았으며 주로 복사열전달에 영향을 미쳤다. 전방으로 강하게 산란하는 경우 등방산란에 비하여 복사열전달을 증가시키는 반면 후방산란은 열전달을 감소시켰다. 이것은 전방산란인 경우 등방산란에 비하여 산란으로 인하여 고온벽으로 재입사되는 복사에너지량을 줄어든게 하고 후방산란인 경우에는 오히려 재입사 에너지를 증가시키기 때문으로 생각된다. 벽방사율이 작아지면 복사에너지가 완전히 흡수되기 전에 벽면사이에서 여러번의 반사가 일어나면서 특별한 방향성을 잃게 될것이다. 따라서 산란의 비등방효과는 줄어들 것으로 기대되는데 계산된 결과는 이를 잘 보여주고 있다.

4. 결론

흡수, 방사 및 선형 비등방 산란매질을 포함하는 2차원 밀폐공간내에서 자연대류와 복사열전달의 상호작용을 복사모델로 $P-N$ 근사법을 사용하여 수치적으로 연구한 후 이 연구의 인자범위에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 흡수, 방사 및 산란하는 매질내의 온도분포 및 유동형태는 산란알베도에 따라 많은 영향을 받는다. 산란알베도의 증가에 따라 온도 및 속도의 크기는 감소하였고 벽방사율이 작아질수록 산란알베도의 영향은 줄어들었다.
- (2) 비등방 산란의 효과는 속도 및 온도분포에는 거의 영향을 미치지 못하였다.
- (3) 산란알베도의 증가는 고온벽의 경우 대류열전달은 증가시켰지만 복사열전달을 감소시켜 총열전달은 감소시켰다. 그러나 저온벽에서의 대류열전달은 산란알베도의 증가에 따라 감소하였고 복사열전달 또한 감소하였다. 광학두께의 증가는 대류열전달에는 큰 영향을 주지 못했으나 복사열전달의 크기를 감소시켰다.

(4) 비등방 산란효과는 대류열전달에는 별 영향을 미치지 못하였으나 복사열전달에는 많은 영향을 주었다. 산란인자 A 는 복사열전달의 크기를 변화시키는 주요 변수이고 순수 흡수매질의 경우와 비교하여 볼 때 전방으로 강하게 산란하는 경우는 열전달을 증가시키는 반면 후방산란은 열전달을 감소시켰다. 또한 벽방사율이 작아질수록 비등방 산란효과는 줄어들어 등방산란의 경우에 접근하였다.

참고문헌

- (1) Fiveland, W.A., 1984, "Discrete Ordinate Solutions of the Radiative Transport Equation for Rectangular Enclosures," J. of Heat Transfer, Vol. 106, pp. 699~706.
- (2) Selcuk, N., 1988, "Evaluation of flux models for radiative transfer in Rectangular Furnace," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 31, pp. 1477~1482.
- (3) Ratzel, A.C. and Howell, J.R., 1983, "Two-Dimensional Radiation in Absorbing-Emitting Media Using the P-N Approximation," J. of Heat Transfer, Vol. 105, pp. 333~340.
- (4) Menguc, M.P., 1985, "Modeling of Radiative Heat Transfer in Multi-Dimensional Enclosure Using Spherical Harmonics Approximation," Ph.D. Thesis, Purdue University.
- (5) 김기훈, 이택식, 이준식, 1987, "직사각형 밀폐 공간에서의 복사 및 자연대류 열전달", 대한기계학회논문집, 제11권, 제2호, pp. 331~344
- (6) Lauriat, G., 1982, "Combined Radiation-Convection in Gray Fluids Enclosed in Vertical Cavities," J. of Heat Transfer, Vol. 104, pp. 609~615.
- (7) Fusegi, T. and Farouk, B., 1989, "Laminar and Turbulent Natural Convection-Radiation Interactions in a Square Filled with a Nongray Gases," Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 15, pp. 303~322.
- (8) 차상명, 김창기, 박희용, 1991, "구조화 근사법에 의한 정사각형 밀폐공간내의 자연대류-복사 열전달 해석", 대한기계학회논문집, 제15권 제3호, pp. 1021~1029.
- (9) Yucel, A., Acharya, S. and Willians, M.L.,

- 1989, "Natural convection Radiation in a Square Enclosure," Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 15, pp. 261~278.
- (10) Shah, N., 1979, "New Method of Computation of Radiation Heat Transfer in Combustion Chamber," Ph. D. Dissertation, Dept. of Mechanical Engineering, Univ. of London.
- (11) Larsen, M., 1981, Hottel Zone Code, developed for Ph. D. Reserch at the University of Texas at Austin.
- (12) Tan, Z. 1989, "Radiative Heat Transfer in Multidimensional Emitting, Absorbing and Anisotropically Scattering Media, Mathematical Formulation and Numerical Method," J. Heat Trasfer, Vol. 111, pp. 141~147.
- (13) Yuen, W.W. and Wong, L.W., 1980, "Heat Transfer by Conduction and Radiation in a One-Dimensional Absorbing, Emitting and Anisotropically-Scatterium, J. of Heat Transfer, Vol. 102, pp. 303~307.
- (14) Lin, J. D. and Tsai, J.H., 1989, "Radiation-Conduction Interaction in a Planar, Anisotropically Scattering Medium with Flux Boundary," Anumerical Heat Tranfer, Part A, Vol. 16, pp. 119~128.
- (15) 임승욱, 1989, "복사가 관여하는 매질의 원관 내 유동에서의 열전달에 관한 연구", 박사학위논문, 서울대학교
- (16) Patankar, S.V., 1984, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill Book Company, New York.
- (17) Chang, L.C., Yang, K.T. and Lloyd, J.R. 1983, "Radiation-Natural Convection Interactions in Two-Dimensional Complex Enclosures," J. of Heat Transfer, Vol. 105, pp. 89~95