

〈論 文〉

커스프형 강제함유물 상의 접합경계면 균열에 대한 열응력세기계수

이강용* · 장용훈**

(1992년 1월 8일 접수)

Thermal Stress Intensity Factors for the Interfacial Crack on a Cusp-Type Inclusion

Kang Yong Lee and Yong Hoon Jang

Key Words : Thermal Stress Intensity Factor (열응력세기계수), Interfacial Crack (접합경계면 균열), Rigid Inclusion (강제함유물), Airfoil Cusp Crack (익형 커스프균열), Lip Cusp Crack (입술형 커스프균열), Hilbert Problem (힐버트문제), Complex Variable (복소변수)

Abstract

Under uniform heat flow, the thermal stress intensity factors for the interfacial crack on a rigid cusp-type inclusion are determined by Hilbert problem expressed with complex variable. The thermal stress intensity factors are expressed in terms of the periodic function of heat flow angle. When the tip of the interfacial crack meets that of the cusp crack, the thermal stress intensity factors have singularities. The thermal stress intensity factors at the interfacial crack tip located in the distance from the cusp crack tip vary with the location of the interfacial crack tip. From the results of the analysis, the complex potential functions and the thermal stress intensity factors for the cusp-type inclusion without the interfacial crack are derived under the cusp surface boundary conditions insulated or fixed to zero relative temperature.

1. 서 론

커스프 균열에 대한 연구로서 최근 Lee^(1,2) 등은 균일 열유동하에 있는 커스프 균열의 표면에 트랙션이 없거나 또는 변위가 고정된 기계적 하중조건과 단열 또는 온도가 영으로 고정된 열경계조건을 가했을 때 열응력세기계수 (thermal stress intensity factor : TSIF) 를 구하였다. 또한 Lee⁽³⁾ 등은 경계요소법을 이용하여 유한체내의 커스프 균열 표면이

단열되거나 온도가 영으로 고정되는 열경계조건과 트랙션이 없는 기계적 하중하에서 TSIF에 대한 수치해를 얻었다.

함유물상의 접합경계면 균열에 대한 연구로는 England⁽⁴⁾가 접합경계면 균열을 가지고 있는 원형의 탄성 함유물이 내재되어 있는 탄성체에 기계적 하중을 가했을 경우에 대해 Hilbert 문제를 풀므로서 균열선단 응력장을 구하였다. Toya^(5,6)는 원형의 탄성함유물과 타원형 강제함유물 상에 접합경계면 균열이 있는 탄성체에 기계적 하중이 작용할 경우에 대해 균열의 성장조건을 구하였다. Tamate⁽⁷⁾ 등은 원형 탄성 함유물에 접합경계면 균열이 모드

*정회원, 연세대학교 기계공학과

**정회원, 연세대학교 기계공학과 대학원

Ⅲ 형태의 기계적하중을 받는 경우에 대해 Hilbert 문제를 적용하여 모드 Ⅲ 응력세기계수를 구하였다. Viola⁽⁶⁾등은 기계적 하중하에 있는 타원형 강체함유물의 접합경계면 상에 두개의 균열이 있는 경우에 대해 응력세기계수와 파괴 기준식을 제시하였다. Berezhnitskii⁽⁹⁾등은 무한경계에서 모드 Ⅲ의 기계적 하중이 작용하는 경우 하이포사이크로이드 커스프 강체함유물 상의 접합경계면 균열에 대한 응력세기계수를 구하였다. Sendekyj^(10~12)는 타원형 강체함유물과 하이포트로코이드(hypotrochoid) 강체 함유물에 접합경계면 균열이 있는 경우 기계적 하중조건에 대해 응력세기계수를 구하였다. 여기에서 그는 커스프 선단과 접합경계면 균열이 일치하는 경우 응력세기계수가 특이성을 갖는다는 것을 보였다. 그러나 함유물상에 접합경계면 균열이 있는 경우 열응력 해석에 대한 연구는 찾아보기 어렵다.

본 연구에서는 단일 및 온도가 영으로 고정된 경계조건을 갖는 대칭 입술형과 대칭 익형 강체함유물상의 접합경계면 균열에 대한 Hilbert 문제로부터 복소 포텐셜 함수와 커스프 균열선단 그리고 접합경계면 균열선단에서 TSIF를 구하고자 한다.

2. 이론

2.1 복소 포텐셜함수 결정

Fig. 1에서 보는 바와 같이, 커스프가 두개있는 함유물인 경우 z 평면의 영역 S^+ 이 ζ 평면에서 단위 원 $|\zeta|=1$ 의 외부영역 S^+ 로 변화되는 등각사상함수 $W(\zeta)$ 는 다음 꼴을 갖는다⁽¹³⁾.

$$z = W(\zeta) = R\left(\zeta + \sum_{m=1}^{n=3} C_m \zeta^{-m}\right) \quad (1)$$

여기서 R 과 $C_m(m=1, 2, 3)$ 은 복소상수이다. z 평면에서 접합경계면 균열이 위치한 지점을 $t_1=r_1 \exp(i\theta_1)$, $t_2=r_2 \exp(i\theta_2)$, 두 지점간의 균열경계면을 Γ_s' , 접합경계면을 Γ_D' 라 한다. 또한 ζ 평면

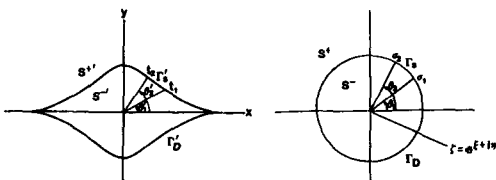


Fig. 1 Conformal mapping

에서 대응하는 지점을 각각 $\sigma_1 = \exp(i\theta_1)$, $\sigma_2 = \exp(i\theta_2)$ 라하고, 접합균열경계면을 Γ_s , 접합경계면을 Γ_D 라 한다.

타원 좌표계 (ξ, η) 에 대한 응력성분 $\sigma_{\xi\xi}, \sigma_{\eta\eta}$ 와 (x, y) 좌표계에 대한 변위성분 u, v 을 복소포텐셜 $\Phi(\zeta)$, $\Psi(\zeta)$ 로 나타내면 다음과 같다.⁽¹⁴⁾

$$\sigma_{\xi\xi} + i\sigma_{\eta\eta} = \Phi(\zeta) + \overline{\Phi(\zeta)} - \frac{\zeta W'(\zeta)}{\xi W'(\xi)} \overline{\Phi'(\zeta)} - \frac{\zeta \overline{W'(\zeta)}}{\xi \overline{W'(\xi)}} \overline{\Psi(\zeta)} \quad (2)$$

$$2\mu \frac{\partial(u+iv)}{\partial\eta} = i\zeta W'(\zeta) [\kappa\Phi(\zeta) + \overline{\Phi(\zeta)}] + i\zeta [W(\zeta) \overline{\Phi'(\zeta)} + \overline{W'(\zeta)} \Psi(\zeta)] + 2i\mu\zeta G(\zeta) W'(\zeta) \quad (3)$$

여기서

$$G(\zeta) = \beta\chi(\zeta) \quad \beta = \begin{cases} (1+\nu)a & \chi = \begin{cases} 3-4\nu & (\text{평면변형률 상태}) \\ 3-\nu & (\text{평면응력 상태}) \end{cases} \\ a & \end{cases} \quad (4)$$

$\Phi(\zeta)$, $\Psi(\zeta)$ 는 S^+ 에서 정칙이고, $G(\zeta)$ 는 S^+ 에서 정의되며, α 는 열팽창계수, ν 는 프와송 비, μ 는 전단계수, $\chi(\zeta)$ 는 ζ 평면에서의 복소온도 포텐셜이다.

응력의 해석영역확장방법(stress continuation method)⁽¹⁴⁾에 의해 $\Phi(\zeta)$ 의 정의를 S^- 내부안으로 확장시키면 다음과 같다.

$$W'(\zeta) \Phi(\zeta) = -W'(\zeta) \overline{\Phi(1/\zeta)} + \frac{W(\zeta) \overline{\Phi'(1/\zeta)}}{\zeta^2} + \frac{\overline{W'(1/\zeta)} \overline{\Psi(1/\zeta)}}{\zeta^2} \quad (\zeta \in S^-) \quad (5)$$

식(5)로부터 다음식이 표현된다.

$$W'(\zeta) \Phi(\zeta) = \frac{\overline{W'(1/\zeta)} \Phi(\zeta)}{\zeta^2} - \overline{W'(1/\zeta)} \Phi'(\zeta) + \frac{\overline{W'(1/\zeta)} \overline{\Phi(1/\zeta)}}{\zeta^2} \quad (\zeta \in S^+) \quad (6)$$

식(6)을 식(2)와 식(3)에 대입하고, ζ 가 S^+ 에서 Γ 상의 $\sigma = \exp(i\theta)$ 로 향한다면, ζ 평면에서 정의되는 $\Phi_1(\zeta)$ 에 관한 다음의 응력과 변위식을 얻을 수 있다.

$$\sigma W'(\sigma) [\sigma_{\xi\xi} + i\sigma_{\eta\eta}] = \sigma [\Phi_1^+(\sigma) - \Phi_1^-(\sigma)] \quad 2\mu \frac{\partial(u+iv)}{\partial\sigma} = \kappa\Phi_1^+(\sigma) + \Phi_1^-(\sigma)$$

$$+2\mu G(\sigma) W'(\sigma) \quad (7)$$

여기서

$$\Phi_1(\sigma) = W'(\sigma) \Phi(\sigma) \quad (8)$$

$$G(\sigma) W'(\sigma) = [G(\sigma) W'(\sigma)]^+ \quad (9)$$

경계가 단열이거나 상대온도가 영으로 고정된 커프스 균열형 강체함유물을 내포한 무한체에 일정한 도구배 τ 를 갖는 균일 열유동이 x 축에 대한 각도 φ 로 무한대에서 오는 경우 ζ 평면에서 복소온도 포텐셜 $\chi(\zeta)$ 는 image method⁽¹⁵⁾에 의해서 다음식으로 쓸 수 있다.

$$\chi(\zeta) = Q \left\{ \lim_{|\xi| \rightarrow \infty} W'(\xi) \right\} \zeta + \gamma \bar{Q} \left\{ \lim_{|\xi| \rightarrow \infty} \overline{W'(\xi)} \right\} \frac{1}{\zeta} \quad (10)$$

여기서 $Q = \tau \exp(-i\varphi)$ 이고 γ 는 열경계조건을 결정하는 변수로서 강체함유물 경계가 단열된 경우에는 $\gamma=1$ 이고 상대온도가 영인 경우에는 $\gamma=-1$ 이다.

강체함유물의 경계에서 단일해를 가져야 하므로 복소 포텐셜 $\Phi_1(\zeta)$, $\Psi_1(\zeta)$, $\Phi(\zeta)$, $\Psi(\zeta)$ 는 $\zeta \rightarrow \infty$ 에서 다음식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \Phi_1(\zeta) &= \frac{A}{\zeta} + O\left(\frac{1}{\zeta^2}\right) & \Psi_1(\zeta) &= \frac{B}{\zeta} + O\left(\frac{1}{\zeta^2}\right) \\ \Phi(\zeta) &= \frac{A}{R\zeta} + O\left(\frac{1}{\zeta^2}\right) & \Psi(\zeta) &= \frac{B}{R\zeta} + O\left(\frac{1}{\zeta^2}\right) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서

$$\Psi_1(\zeta) = W'(\zeta) \Psi(\zeta) \quad (12)$$

Lee 등⁽¹²⁾은 열전위를 이용하여 식(11)의 상수 A 와 B 의 관계를 다음과 같이 규명하였다.

$$A = \bar{B} = -\frac{2\mu\beta R^2(\gamma\bar{Q} - C_1Q)}{x+1} \quad (13)$$

접합경계면 균열 Γ_a 에서는 응력이 작용하지 않으면 접합경계면 Γ_b 에서는 변위가 일어나지 않는 조건과 식 (7)로부터 다음과 같은 비제차(nonhomogenous) Hilbert 문제를 얻는다.

$$\Phi_1^+(\sigma) - \Phi_1^-(\sigma) = 0 \quad (\sigma \in \Gamma_a) \quad (14)$$

$$x\Phi_1^+(\sigma) + \Phi_1^-(\sigma) = -2\mu G(\sigma) W'(\sigma) \quad (\sigma \in \Gamma_b) \quad (15)$$

위의 Hilbert 문제에 대한 해는 다음과 같다.⁽¹⁴⁾

$$\begin{aligned} \Phi_1(\zeta) &= \\ &= \frac{\mu X(\zeta)}{\pi xi} \int_{\Gamma_b} \frac{G(\sigma) W'(\sigma)}{X^+(\sigma)} \frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} + P(\zeta) X(\zeta) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서

$$\begin{aligned} X(\zeta) &= [(\zeta - \sigma_1)(\zeta - \sigma_2)]^{-\frac{1}{2}} [(\zeta - \sigma_2)/(\zeta - \sigma_1)]^{i\alpha} \\ \lambda &= \ln x / 2\pi \end{aligned} \quad (17)$$

$$P(\zeta) = F_1\zeta + F_2 + \frac{F_3}{\zeta} + \frac{F_4}{\zeta^2} + \frac{F_5}{\zeta^3} + \frac{F_6}{\zeta^4}$$

경로적분의 방향은 시계방향이다. $X(\zeta)$ 는 Plemelj 함수로서 $X^+(\sigma) = -X^-(\sigma)/x$ 를 만족하는 호 Γ_b 를 제외한 전 ζ 평면에서 정칙이며, $X(\zeta)$ 의 분지(branch)에서 $\lim_{\zeta \rightarrow \infty} [\zeta X(\zeta)] = 1$ 인 조건을 만족한다.

$F_i (i=1, \dots, 6)$ 는 결정하여야 할 복소상수이다. $\Phi_1(\zeta)$ 가 정칙이기 위해 $\zeta \rightarrow \infty$ 일때 $X(\zeta)$ 가 $O(1/\zeta)$ 이므로 $P(\zeta)$ 는 $O(\zeta)$ 의 차수를 가져야 하고 $\zeta \rightarrow 0$ 일때는 $W'(\zeta)$ 가 $O(1/\zeta^4)$ 이므로 $P(\zeta)$ 는 $O(1/\zeta^4)$ 의 차수를 가져야 한다.⁽¹⁵⁾

식(16)의 적분을 수행한 결과는 다음과 같다.

$$\Phi_1(\zeta) = [H(\zeta) + P(\zeta)] X(\zeta) \quad (18)$$

여기서

$$H(\zeta) = -\frac{2\mu}{x+1} \left[\frac{G(\zeta) W'(\zeta)}{X(\zeta)} - G_1(\zeta) - G_2(\zeta) \right]$$

$$\begin{aligned} G(\zeta) W'(\zeta) &= \beta R^2 \left[Q \left(\zeta - \sum_{m=1}^3 m C_m \zeta^{-m} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\gamma\bar{Q}}{\zeta} \left(1 - \sum_{m=1}^3 m C_m \zeta^{-m-1} \right) \right] \end{aligned}$$

$$G_1(\zeta) = \beta R^2 [Q(\zeta^2 - A_1\zeta + A_2 - C_1) + \gamma\bar{Q}]$$

$$\begin{aligned} G_2(\zeta) &= \frac{\beta R^2}{X(0)} \left[\gamma\bar{Q} (1 - A_4 C_1 - 2A_5 C_2 - 3A_6 C_3) \right. \\ &\quad \left. - Q(C_1 - 2A_3 C_2 + 3A_4 C_3) \right] \frac{1}{\zeta} \\ &\quad + [\gamma\bar{Q}(A_3 C_1 - 2A_4 C_2 - 3A_5 C_3) + Q(3A_3 C_3 \\ &\quad - 2C_2)] \frac{1}{\zeta^2} \end{aligned}$$

$$+ [\gamma\bar{Q}(-C_1 + 2A_3 C_2 - 3A_4 C_3) - 3C_3 Q] \frac{1}{\zeta^3}$$

$$+ \gamma\bar{Q}(-2C_2 + 3A_3 C_3) \frac{1}{\zeta^4} - 3\gamma C_3 \bar{Q} \frac{1}{\zeta^5} \Big]$$

$$A_1 = (\cos \frac{\omega}{2} + 2\lambda \sin \frac{\omega}{2}) e^{i\theta_0}$$

$$A_2 = (\frac{1}{4} + \lambda^2) (1 - \cos \omega) e^{2i\theta_0}$$

$$A_3 = (\cos \frac{\omega}{2} - 2\lambda \sin \frac{\omega}{2}) e^{-i\theta_0}$$

$$A_4 = (\frac{1}{4} + \lambda^2) (1 - \cos \omega) e^{-2i\theta_0}$$

$$A_5 = (\frac{1}{4} + \lambda^2) \left(-\frac{1}{2} \cos \frac{3\omega}{2} - \frac{\lambda}{3} \sin \frac{3\omega}{2} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \cos \frac{\omega}{2} + \lambda \sin \frac{\omega}{2} \right) e^{-3i\theta_0}$$

$$\begin{aligned}
A_6 &= \left[\frac{1}{12} \left(-\frac{15}{16} - \frac{7\lambda^2}{2} + 4 \right) \cos 2\omega \right. \\
&\quad \left. - \frac{\lambda}{12} (1 + 4\lambda^2) \sin 2\omega \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{3} \left(\frac{3}{16} + \frac{\lambda^2}{2} - \lambda^4 \right) \cos \omega + \frac{\lambda}{3} \left(\frac{1}{2} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2\lambda^2 \right) \sin \omega + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{16} + \frac{\lambda^2}{2} + \lambda^4 \right) \right] e^{-4i\theta_0} \\
X(0) &= xe^{-i\theta_0 + \lambda\omega} = e^{i(2\pi - \omega)\lambda - i\theta_0} \\
\omega &\equiv \theta_2 - \theta_1, \quad \theta_0 \equiv (\theta_1 + \theta_2)/2 \quad (19)
\end{aligned}$$

$G_1(\zeta)$, $G_2(\zeta)$ 는 각각 $\zeta \rightarrow \infty$ 와 $\zeta \rightarrow 0$ 에서 $G(\zeta)$ $W'(\zeta)/X(\zeta)$ 의 주치부분이다. $X(\zeta)$ 을 $\zeta \rightarrow \infty$ 에서 전개하면 다음과 같다.

$$X(\zeta) = \frac{1}{\zeta} \left[1 + \frac{A_1}{\zeta} + \frac{B_1}{\zeta^2} + \frac{B^2}{\zeta^3} + O\left(\frac{1}{\zeta^4}\right) \right] \quad (20)$$

여기서

$$B_1 = \left[\left(\frac{3}{4} - \lambda^2 \right) \cos \omega + 2\lambda \sin \omega + \left(\frac{1}{4} + \lambda^2 \right) \right] e^{2i\theta_0}$$

$$\begin{aligned}
B_2 &= \left[\frac{1}{2} \left(\frac{5}{4} - 3\lambda^2 \right) \cos \frac{3\omega}{2} + \frac{\lambda}{3} \left(\frac{23}{4} - \lambda^2 \right) \sin \frac{3\omega}{2} \right. \\
&\quad \left. + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{4} + \lambda^2 \right) \cos \frac{\omega}{2} + \lambda \left(\frac{1}{4} + \lambda^2 \right) \sin \frac{\omega}{2} \right] e^{3i\theta_0}
\end{aligned}$$

식(20)을 식(18)에 대입하고 식(8)을 이용하면 $\zeta \rightarrow \infty$ 에서의 $\Phi(\zeta)$ 에 관한 다음식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
\Phi(\zeta) &= \frac{1}{R} \left\{ F_1 + \left[\frac{2\mu\beta R^2 Q}{x+1} (B_1 - A_1^2 + A_2) + A_1 F_1 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + F_2 \right] \frac{1}{\zeta} + \left[\frac{2\mu\beta R^2}{x+1} (B_2 Q - A_1 B_1 Q + 2C_2 Q \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + (\gamma\bar{Q} - C_1 Q + A_2 Q) A_1 + \frac{1}{X(0)} (\gamma\bar{Q} (1 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - A_4 C_1 - 2A_5 C_2 - 3A_6 C_3) - Q (C_1 - 2A_3 C_2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 3A_4 C_3) \right] + B_1 F_1 + A_1 F_2 + F_3 \right. \\
&\quad \left. + C_1 F_1 \right] \frac{1}{\zeta^2} + O\left(\frac{1}{\zeta^3}\right) \quad (22)
\end{aligned}$$

$X(\zeta)$ 가 $\zeta \rightarrow 0$ 에서 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
X(\zeta) &= X(0) (1 + J_1 \zeta + J_2 \zeta^2 + J_3 \zeta^3 + J_4 \zeta^4 \\
&\quad + J_5 \zeta^5 + O(\zeta^6)) \quad (23)
\end{aligned}$$

여기서

$$J_1 = A_3$$

$$J_2 = \left[\left(\frac{3}{4} - \lambda^2 \right) \cos \omega - 2\lambda \sin \omega + \left(\frac{1}{4} + \lambda^2 \right) \right] e^{-2i\theta_0}$$

$$J_3 = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{5}{4} - 3\lambda^2 \right) \cos \frac{3\omega}{2} - \frac{1}{3} \left(\frac{23}{4} - \lambda^2 \right) \sin \frac{3\omega}{2} \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{4} + \lambda^2 \right) \left(\frac{3}{2} \cos \frac{\omega}{2} - \lambda \sin \frac{\omega}{2} \right) \right] e^{-3i\theta_0}$$

$$J_4 = \left[\frac{1}{12} \left(\frac{105}{16} - \frac{43}{2} \lambda^2 + \lambda^4 \right) \cos 2\omega - \frac{\lambda}{6} (11 - 4\lambda^2) \right.$$

$$\left. \sin 2\omega + \frac{1}{3} \left(\frac{15}{16} + \frac{7\lambda^2}{2} - \lambda^4 \right) \cos \omega - \frac{\lambda}{3} (1 + 4\lambda^2) \right.$$

$$\left. \sin \omega + \frac{1}{4} \left(\frac{9}{16} + \frac{5\lambda^2}{2} + \lambda^4 \right) \right] e^{-4i\theta_0}$$

$$J_5 = \left[\frac{1}{24} \left(\frac{189}{16} - \frac{95\lambda^2}{2} + 5\lambda^4 \right) \cos \frac{5\omega}{2} \right.$$

$$\left. + \frac{\lambda}{60} \left(\frac{93}{2} - \frac{115\lambda^2}{2} + \lambda^4 \right) \sin \frac{5\omega}{2} \right.$$

$$\left. + \frac{5}{8} \left(\frac{7}{16} + \frac{3\lambda^2}{2} - \lambda^4 \right) \cos \frac{3\omega}{2} \right.$$

$$\left. - \frac{\lambda}{12} \left(\frac{71}{16} + \frac{35\lambda^2}{2} - \lambda^4 \right) \sin \frac{3\omega}{2} \right.$$

$$\left. + \frac{5}{12} \left(\frac{9}{16} + \frac{5\lambda^2}{2} + \lambda^4 \right) \cos \frac{\omega}{2} \right.$$

$$\left. - \frac{\lambda}{6} \left(\frac{9}{16} + \frac{5\lambda^2}{2} + \lambda^4 \right) \sin \frac{\omega}{2} \right] e^{-5i\theta_0} \quad (24)$$

식(23)를 식(18)에 대입하면, $\zeta \rightarrow 0$ 에서 다음식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\Phi_1(\zeta) &= \frac{2\mu\beta R^2}{x+1} (L_1 J_1 + L_2 J_2 + L_3 J_3 + L_4 J_4 + L_5 J_5 \\
&\quad + X(0) (A_2 Q + \gamma\bar{Q} - C_1 Q)) + X(0) (F_2 \\
&\quad + F_3 J_1 + F_4 J_2 + F_5 J_3 + F_6 J_4) + \left[\frac{2\mu\beta R^2}{x+1} \right. \\
&\quad \left. (C_1 Q - \gamma\bar{Q} + L_1 + L_2 J_1 + L_3 J_2 + L_4 J_3 \right. \\
&\quad \left. + L_5 J_4) + X(0) (F_3 + F_4 J_1 + F_5 J_2 + F_6 J_3) \right] \frac{1}{\zeta} \\
&\quad + \left[\frac{2\mu\beta R^2}{x+1} (2C_2 Q + L_2 + L_3 J_1 + L_4 J_2 \right. \\
&\quad \left. + L_5 J_3) + X(0) (F_4 + F_5 J_1 + F_6 J_2) \right] \frac{1}{\zeta^2} \\
&\quad + \left[\frac{2\mu\beta R^2}{x+1} (3C_3 Q + C_1 \gamma\bar{Q} + L_3 + L_4 J_1 \right. \\
&\quad \left. + L_5 J_2) + X(0) (F_5 + F_6 J_1) \right] \frac{1}{\zeta^3} + \left[\frac{2\mu\beta R^2}{x+1} \right. \\
&\quad \left. (2C_2 \gamma\bar{Q} + L_4 + L_5 J_1) + X(0) F_6 \right] \frac{1}{\zeta^4} + O(\zeta) \quad (25)
\end{aligned}$$

여기서

$$L_1 = \gamma\bar{Q} (1 - A_4 C_1 - 2A_5 C_2 - 3A_6 C_3)$$

$$- Q (C_1 - 2A_3 C_2 + 3A_4 C_3)$$

$$L_2 = \gamma\bar{Q} (A_3 C_1 - 2A_4 C_2 - 3A_5 C_3)$$

$$- Q (2C_2 - 3A_3 C_3)$$

$$L_3 = \gamma\bar{Q} (-C_1 + 2A_3 C_2 - 3A_4 C_3) - 3C_3 Q \quad (26)$$

$$L_4 = \gamma \bar{Q} (-2C_2 + 3A_3C_3)]$$

$$L_5 = -3\gamma C_3 \bar{Q}$$

식 (6), 식 (22), 식 (25)을 이용하여 $\zeta \rightarrow \infty$ 에서 정의되는 $\Psi_1(\zeta)$ 를 구하여 식 (11)의 $\Psi_1(\zeta)$ 과 계수비교하고, 식 (11)의 $\Phi(\zeta)$ 와 식 (22)의 계수를 비교하면 다음의 $F_i (i=1, \dots, 6)$ 을 얻을 수 있다.

$$F_1 = 0$$

$$F_2 = -\frac{2\mu\beta R^2}{x+1} (\gamma \bar{Q} + Q (-A_1^2 + A_2 + B_1 - C_1))$$

$$F_3 = \frac{M_1 \cos \theta_0 + N_1 \sin \theta_0}{e^{(2\pi-\omega)\lambda} + C_3 P_1} + i \frac{M_1 \sin \theta_0 - N_1 \cos \theta_0}{e^{(2\pi-\omega)\lambda} - C_3 P_1}$$

$$= Q_1 + iR_1 \quad (27)$$

$$F_4 = \frac{M_2 \cos 2\theta_0 + N_2 \sin 2\theta_0}{P_1 e^{(2\pi-\omega)\lambda}} + i \frac{M_2 \sin 2\theta_0 - N_2 \cos 2\theta_0}{P_1 e^{(2\pi-\omega)\lambda}}$$

$$= Q_2 + iR_2$$

$$F_5 = -\frac{2\mu\beta R^2 C_3}{(x+1)X(0)} (3\gamma \bar{Q} P_2 e^{-2i\theta_0} + 2(\gamma Q - C_1 \bar{Q}))$$

$$F_6 = 0$$

여기서

$$M_1 = -\frac{2\mu\beta R^2}{x+1} \left\{ (\gamma - C_1) - C_3 P_3 (\gamma C_1 + 3C_3) e^{2\pi-\omega\lambda} \right\} Re(Q)$$

$$- C_2 P_1 \left[(\gamma - C_1) Re(Q) \cos \theta_0 + (\gamma + C_1) Im(Q) \sin \theta_0 \right]$$

$$+ 2C_2 C_3 (Re(Q) \cos \theta_0 - Im(Q) \sin \theta_0) \left[P_1 + (P_1^2 - \gamma P_4) e^{(2\pi-\omega)\lambda} \right] + 2C_3 P_5 \left[(\gamma - C_1) Re(Q) \cos 2\theta_0 + (\gamma + C_1) Im(Q) \sin 2\theta_0 \right] - C_3 (Re(Q) \cos 2\theta_0 + Im(Q) \sin 2\theta_0) \left[3P_2 - \gamma P_1 e^{-(2\pi-\omega)\lambda} \right] - (Re(Q) \cos 2\theta_0 - Im(Q) \sin 2\theta_0) \left[\gamma C_1 P_2 + C_3 C C_1 P_1 + 3\gamma C_3 P_6 \right] - 2\gamma C_2 (Re(Q) \cos 3\theta_0 - Im(Q) \sin 3\theta_0) (P_7 - P_1 P_2) + C_3 (Re(Q) \cos 4\theta_0 - Im(Q) \sin 4\theta_0) (3\gamma P_2 P_5 + 3\gamma P_1 P_7 - 3\gamma P_8 + P_9 - 2P_{10} + P_{11}) \left. \right\}$$

$$M_2 = \frac{2\mu\beta R^2}{x+1} \left\{ (C_1 - \gamma) Re(Q) + 2C_3 P_{13} ((\gamma - C_1) Re(Q) \cos 2\theta_0 + (\gamma + C_1) Im(Q) \sin 2\theta_0) + 3C_3 P_2 (Re(Q) \cos 2\theta_0 + Im(Q) \sin 2\theta_0) + \gamma C_1 P_2 (Re(Q) \cos 2\theta_0 - Im(Q) \sin 2\theta_0) + 2\gamma C_2 P_7 (Re(Q) \cos 3\theta_0 - Im(Q) \sin 3\theta_0) + 3\gamma C_3 (P_5 + P_{12}) (Re(Q) \cos 4\theta_0 - Im(Q) \sin 4\theta_0) \right\} + (Q_1 \cos \theta_0 + R_1 \sin \theta_0) e^{(2\pi-\omega)\lambda}$$

$$N_1 = -\frac{2\mu\beta R^2}{x+1} \left\{ (\gamma + C_1) + C_3 P_3 (\gamma C_1 - 3C_3) e^{(2\pi-\omega)\lambda} \right\}$$

$$Im(Q)$$

$$- C_2 P_1 \left[(\gamma - C_1) Re(Q) \sin \theta_0 - (\gamma + C_1) Im(Q) \cos \theta_0 \right]$$

$$+ 2C_2 C_3 (Re(Q) \sin \theta_0 + Im(Q) \cos \theta_0)$$

$$\left[P_1 + (P_1^2 + \gamma P_4) e^{-(2\pi-\omega)\lambda} \right] + 2C_3 P_5 \left[(\gamma - C_1) Re(Q) \sin 2\theta_0 - (\gamma + C_1) Im(Q) \cos 2\theta_0 \right] - C_3 (Re(Q) \sin 2\theta_0 - Im(Q) \cos 2\theta_0) \left[3P_2 - \gamma P_1 e^{(2\pi-\omega)\lambda} \right] - (Re(Q) \sin 2\theta_0 + Im(Q) \cos 2\theta_0) \left[\gamma C_1 P_2 + C_3 (C_1 P_1 + 3\gamma C_3 P_6) e^{(2\pi-\omega)\lambda} \right] - 2\gamma C_2 (Re(Q) \sin 3\theta_0 + Im(Q) \cos 3\theta_0) (P_7 - P_1 P_2) + C_3 (Re(Q) \sin 4\theta_0 + Im(Q) \cos 4\theta_0) (3\gamma P_2 P_5 + 3\gamma P_1 P_7 - 3\gamma P_8 + P_9 - 2P_{10} + P_{11}) \left. \right\}$$

$$N_2 = \frac{2\mu\beta R^2}{x+1} \left\{ -(C_1 + \gamma) Im(Q) + 2C_3 P_{13} ((\gamma - C_1) Re(Q) \sin 2\theta_0 - (\gamma + C_1) Im(Q) \cos 2\theta_0) + 3C_3 P_2 (Re(Q) \sin 2\theta_0 - Im(Q) \cos 2\theta_0) + \gamma C_1 P_2 (Re(Q) \sin 2\theta_0 + Im(Q) \cos 2\theta_0) + 2\gamma C_2 P_7 (Re(Q) \sin 3\theta_0 + Im(Q) \cos 3\theta_0) + 3\gamma C_3 (P_5 + P_{12}) (Re(Q) \sin 4\theta_0 + Im(Q) \cos 4\theta_0) \right\} + (Q_1 \sin \theta_0 - R_1 \cos \theta_0) e^{(2\pi-\omega)\lambda}$$

$$P_1 = \cos \frac{\omega}{2} - 2\lambda \sin \frac{\omega}{2}$$

$$P_2 = \frac{1}{2} + 2\lambda + \left(\frac{1}{2} - 2\lambda^2 \right) \cos \omega - 2\lambda \sin \omega - P_1^2$$

$$P_3 = \left(\frac{1}{4} + \lambda^2 \right) (1 - \cos \omega) \left(\cos \frac{\omega}{2} - 2\lambda \sin \frac{\omega}{2} \right)$$

$$P_4 = \left(\frac{1}{4} + \lambda^2 \right) \left(-\frac{1}{2} \cos \frac{3\omega}{2} - \frac{\lambda}{3} \sin \frac{3\omega}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{\omega}{2} + \lambda \sin \frac{\omega}{2} \right) P_1$$

$$P_5 = P_1^2 - \left[\left(\frac{3}{4} - \lambda^2 \right) \cos \omega - 2\lambda \sin \omega + \left(\frac{1}{4} + \lambda^2 \right) \right]$$

$$P_6 = P_1 \left[\frac{1}{12} \left(-\frac{15}{16} - \frac{7\lambda^2}{2} + \lambda^4 \right) \cos 2\omega - \frac{\lambda}{12} (1 + 4\lambda^2) \sin 2\omega + \frac{1}{3} \left(\frac{3}{16} + \frac{\lambda^2}{2} - \lambda^4 \right) \cos \omega + \frac{\lambda}{3} \left(\frac{1}{2} + 2\lambda^2 \right) \sin \omega + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{16} + \frac{\lambda^2}{2} + \lambda^4 \right) \right]$$

$$P_7 = \left(\frac{1}{2} - 2\lambda^2 \right) \cos \frac{3\omega}{2} - \frac{1}{3} \left(\frac{23}{4} + \frac{\lambda}{4} - \lambda^2 + \lambda^3 \right) \sin \frac{3\omega}{2} + \left(\frac{1}{2} + 2\lambda^2 \right) \cos \frac{\omega}{2} - P_1 (\cos \omega - 2\lambda \sin \omega)$$

$$P_8 = \frac{1}{2} \left(\frac{15}{16} - \frac{25\lambda^2}{6} + \frac{\lambda^4}{3} \right) \cos 2\omega - \frac{\lambda}{3} \left(\frac{23}{4} - \lambda^2 \right) \sin 2\omega$$

$$\begin{aligned}
 &+ P_1 \left[\left(-\frac{3}{4} + \lambda^2 \right) \cos \frac{3\omega}{2} + \frac{1}{3} \left(\frac{23}{4} - \lambda^4 \right) \right. \\
 &\quad \left. - \lambda^2 - \lambda^3 \right] \sin \frac{3\omega}{2} \\
 &\quad - \left(\frac{1}{4} + \lambda^2 \right) \cos \omega \lambda \left(\frac{1}{2} + 2\lambda^2 \right) \sin \omega \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{4\lambda^2}{3} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{8\lambda^4}{3} \right] \cos \omega - \left(\frac{3}{16} + \frac{\lambda^2}{2} - \lambda^4 \right) \cos^2 \omega + \lambda \left(\frac{1}{2} + 2\lambda^2 \right) \\
 &\quad \sin \omega \sin \omega + \frac{7}{32} + \frac{5\lambda^2}{4} + \frac{3\lambda^4}{2} \\
 P_9 &= P_1 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{5}{4} - 3\lambda^2 \right) \cos \frac{3\omega}{2} + \frac{\lambda}{3} \left(\frac{23}{4} - \lambda^2 \right) \sin \frac{3\omega}{2} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{4} + \lambda \right) \cos \frac{\omega}{2} + \lambda \left(\frac{1}{4} + \lambda^2 \right) \sin \frac{\omega}{2} \right] \\
 P_{10} &= P_1 \left[\left(\frac{3}{4} - \lambda^2 \right) \cos \omega + 2\lambda \sin \omega + \left(\frac{1}{4} + \lambda^2 \right) \right. \\
 &\quad \left. \left(\cos \frac{\omega}{2} + 2\lambda \sin \frac{\omega}{2} \right) \right] \\
 P_{11} &= P_1 \left(\cos \frac{\omega}{2} + 2\lambda \sin \frac{\omega}{2} \right)^3 \\
 P_{12} &= P_1 \left[\left(\frac{3}{4} - \lambda^2 \right) \cos \omega - 2\lambda \sin \omega + \left(\frac{1}{4} + \lambda^2 \right) \right] \\
 P_{14} &= P_{12} / P_1 \tag{28}
 \end{aligned}$$

2.2 TSIF 결정

커스프 균열선단에서의 TSIF 결정식은 다음과 같다.

$$K = K_I - iK_{II} = 2\sqrt{\frac{\pi}{W''(1)}} \Phi_1(1) \tag{29}$$

식(18)을 식(29)에 대입하면

$$\begin{aligned}
 K &= K_I - iK_{II} \\
 &= 2\sqrt{\frac{\pi}{2R(C_1 + 3C_2 + 6C_3)}} \left\{ \frac{-2\mu\beta\tau R^2}{x+1} \left[(Q + \gamma\bar{Q}) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. (1 - C_1 - 2C_2 - 3C_3) - (Q(1 - A_1 + A_2 - C_1) + \gamma\bar{Q} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{X(0)} [\gamma\bar{Q}(1 - C_1(1 - A_3 + A_4) - 2C_2(1 - A_3 \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + A_4 + A_5) - 3C_3(1 - A_3 + A_4 + A_5 + A_6)) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + Q(-C_1 - 2C_2(1 - A_3) - 3C_3(1 - A_3 + A_4)) \right] \right\} \\
 &\quad \left. + F_0 + F_1 + F_2 + F_3 \right\} \\
 &\quad (1 - e^{i(\theta_0 + 0.5\omega)})^{-0.5 + i\lambda} \cdot (1 - e^{i(\theta_0 - 0.5\omega)})^{-0.5 - i\lambda} \tag{30}
 \end{aligned}$$

여기서 K_I 와 K_{II} 는 양의 x 축상에 놓여있는 커스프 선단에서의 열림형과 전단형 TSIF이다.

또한 식(30)에서 θ_0 와 ω 는 영이 아니다. θ_0 와 ω 가 영일때 TSIF를 결정하기 위해서는 식(18)에 θ_0 와 ω 값을 영으로 대입하여 복소 포텐셜함수를 구

하고 식(29)에 대입하여야 한다.

접합재료에 직선균열이 접합경계면 상에 놓일때 응력세기계수 식은 다음과 같이 정의된다.⁽¹⁶⁾

$$K_I - iK_{II} = 2\sqrt{2\pi} e^{\pi i} \lim_{z \rightarrow a} (z - a)^{0.5 + i\lambda} \phi'(z) \tag{31}$$

여기서 $\phi(z)$ 는 z 평면에서 정의되는 포텐셜이며, a 는 직선균열 중앙에서 균열선단까지의 길이를 나타낸다.

식(31)를 곡선경계면 균열에 적용하기 위하여 좌표축을 변환하고 등각사상 함수를 이용하면 오른쪽 접합경계면 균열의 TSIF를 구하는 식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 K_I - iK_{II} &= 2\sqrt{2\pi} e^{\pi i + i(\frac{\pi}{2} - \theta^*)} (\frac{1}{2} + i\lambda) [W'(\zeta)]^{\frac{1}{2} + i\lambda} \\
 &\quad \lim_{\zeta \rightarrow \sigma_1} (\zeta - \sigma_1)^{\frac{1}{2} + i\lambda} \Phi(\zeta) \tag{32}
 \end{aligned}$$

여기서

$$\theta^* = \arg[\sigma_1 W'(\sigma_1)] \tag{33}$$

식(8)과 식(18)에서 $\Phi(\zeta)$ 를 구하여 식(32)에 대입하면 다음의 TSIF식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 K &= K_I - iK_{II} \\
 &= 2\sqrt{2\pi} e^{\pi i + i(0.5\pi - \theta^*)} (0.5 + i\lambda) \left[R(\sigma_1 - \sigma_2) \left(1 - \frac{C_1}{\sigma_1^2} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{2C_2}{\sigma_1^3} - \frac{3C_3}{\sigma_1^4} \right) \right]^{-0.5 + i\lambda} \cdot \left[\frac{2\mu\beta R^2}{x+1} \left[Q(\sigma_1^2 - A_1\sigma_1 \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + A_2 - C_1) + \gamma\bar{Q} + \frac{1}{X(0)} \{ (\gamma\bar{Q}(1 - A_4C_1 \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - 2A_5C_2 - 3A_6C_3) + Q(-C_1 + 2A_3C_2 - 3A_4C_3) \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (\gamma\bar{Q}(A_3C_1 - 2A_4C_2 - 3A_5C_3) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + Q(-2C_2 + 3A_3C_3) \right) \frac{1}{\sigma_1^2} + (\gamma\bar{Q}(-C_1 + 2A_3C_2 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - 3A_4C_3) - 3C_3Q) \right) \frac{1}{\sigma_1^3} \right. \\
 &\quad \left. \left. + \gamma\bar{Q}(-2C_2 + 3A_3C_3) \frac{1}{\sigma_1^4} - \frac{3\gamma C_3 \bar{Q}}{\sigma_1^5} \right] \right] \\
 &\quad \left. + F_0 + \frac{F_1}{\sigma_1} + \frac{F_2}{\sigma_1^2} + \frac{F_3}{\sigma_1^3} \right\} \tag{34}
 \end{aligned}$$

3. 검토

Fig. 2와 3과 같은 형상의 대칭입술형 및 대칭익형 강체함유물에 대한 등각사상함수⁽¹³⁾는 식(1)에서 복소상수 R 과 C_m 이 다음과 같은 경우이다.

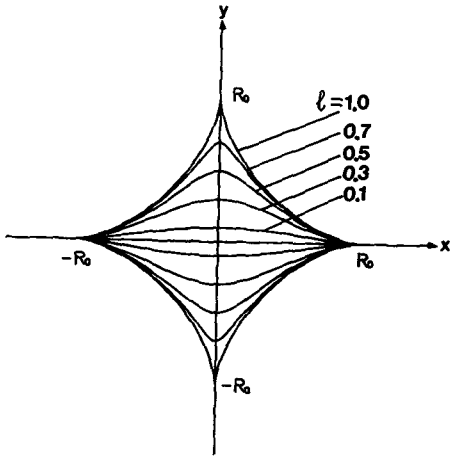


Fig. 2 Configuration of symmetric lip cusp crack for configuration parameter l

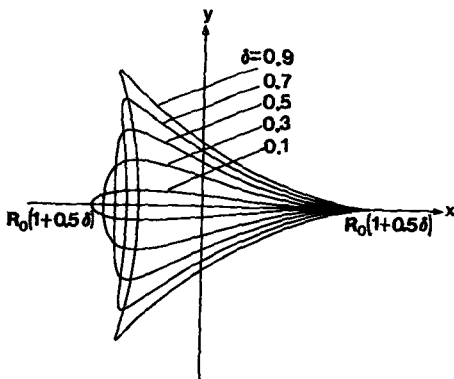


Fig. 3 Configuration of symmetric airfoil cusp crack for configuration parameter δ

$$R = \frac{R_0(l+2)}{4}, C_1 = \frac{2(1-l)}{l+2}, C_2 = 0, C_3 = \frac{l}{l+2},$$

$$C_m = 0 \quad \begin{matrix} m \geq 4 \\ (0 \leq l \leq 1) \end{matrix} \quad \text{(대칭 입술형)} \quad (35)$$

$$R = \frac{R_0(1+\delta)}{2}, C_1 = \frac{1-\delta}{1+\delta}, C_2 = \frac{\delta}{1+\delta},$$

$$C_m = 0 \quad \begin{matrix} m \geq 3 \\ (0 \leq \delta < 1) \end{matrix} \quad \text{(대칭 익형)} \quad (36)$$

여기서 $2R_0$ 는 상당 균열길이이며 l 과 δ 는 형상 계수이다.

접합경계면 균열이 없는 경우에 식(35)와 식(36)을 식(18)에 대입하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\Phi_1(\xi) = \frac{2\mu\beta R^2}{\xi} \left[-\frac{\gamma\bar{Q} - C_1Q}{x+1} + \left[\frac{2(\gamma\bar{Q} - C_1\bar{Q})C_3}{x+1} \right. \right.$$

$$\left. \left. + 3C_3Q + \gamma C_1\bar{Q} \right] \frac{1}{x\xi^2} + \frac{3\gamma C_3\bar{Q}}{x\xi^4} \right]$$

(대칭 입술형) (37)

$$\Phi_1(\xi) = \frac{2\mu\beta R^2}{\xi} \left[\frac{\gamma\bar{Q} - C_1Q}{x+1} + \left[\frac{\gamma\bar{Q} - C_1\bar{Q}}{x+1} + 2Q \right] \right.$$

$$\left. + \frac{C_2}{x\xi} + \left[C_1 - \frac{8C_2}{3\xi} \right] \frac{\gamma\bar{Q}}{x\xi^3} \right]$$

(대칭 익형) (38)

접합경계면 균열이 없는 경우에 대칭 입술형과 대칭 익형 강제함유물에 대한 TSIF식은 식(30)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$K = 4\mu\beta R^2 \sqrt{\frac{\pi}{2R(C_1+6C_3)}} \left[\frac{1}{x+1} (-\gamma\bar{Q} + C_1Q \right.$$

$$\left. + \frac{2C_3(\gamma\bar{Q} - C_1\bar{Q})}{x} \right] + \frac{1}{x} (3C_3Q + \gamma\bar{Q}(C_1+3C_3)) \Big]$$

(대칭 입술형) (39)

$$K = 4\mu\beta R^2 \sqrt{\frac{\pi}{2R(C_1+3C_2)}} \left[\frac{-\gamma\bar{Q} + C_1Q}{\kappa+1} \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\gamma\bar{Q} - C_1\bar{Q}}{\kappa+1} + 2Q \right) \frac{C_2}{\kappa} + \left(C_1 - \frac{8C_2}{3} \right) \frac{\gamma\bar{Q}}{\kappa} \right]$$

(대칭 익형) (40)

식(37~40)은 Lee 등⁽²⁾의 결과와 일치한다. 커스프 균열과 커스프 상의 접합경계면 균열에 대한 TSIF식(30)과 (34)를 무차원하기 위하여 다음식을 각각 정의한다.

$$K^* \equiv K / \frac{2\sqrt{\pi}\mu\beta\tau R_0^{1.5}}{x+1} \quad (41)$$

$$K^* \equiv K / \frac{2\sqrt{2\pi}\mu\beta\tau R_0^{1.5+\lambda}}{x+1} \quad (42)$$

3.1 접합경계면 균열을 갖는 커스프균열의 열응력세기계수

(1) 대칭 입술형 강제함유물

형상계수 l 은 0.5, x 는 2.5로 정한다. 식(30)에서 TSIF는 φ 에 대해 K_I^* , K_{II}^* 값이 둘 다 존재하며, 주기함수로 나타남을 알 수 있다. 이러한 현상은 Lee 등^(1,2)의 결과와 동일하다.

접합경계면 균열의 크기에 대한 변수 ω 를 변화시켜서, K_I^* , K_{II}^* 와 θ_0 에 대해 그린 그림이 Fig. 4와 5이다. 여기서 φ 는 45° 이다. $\gamma=1$ 인 경우 Fig. 4(a),(b)에서 알 수 있는 것은 (ω, θ_0) 가 각각 $(20^\circ, 10^\circ)$, $(50^\circ, 25^\circ)$, $(80^\circ, 40^\circ)$, $(140^\circ, 70^\circ)$, $(170^\circ, 85^\circ)$ 에서 K^* 가 특이성을 갖는다는 것이다. 이 경우는 접합경계면 균열의 한쪽 선단이 커스프 균열선단과 일치하고 있는 경우이며, 이러한 현상은 Sendeck-

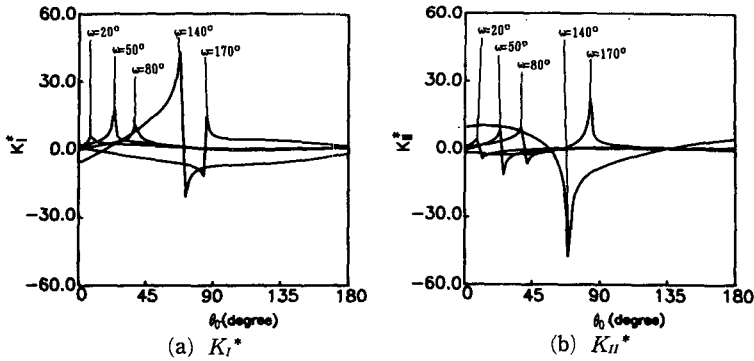


Fig. 4 Variation of dimensionless TSIF's for an insulated symmetric lip-type rigid inclusion with the various interface crack locations.

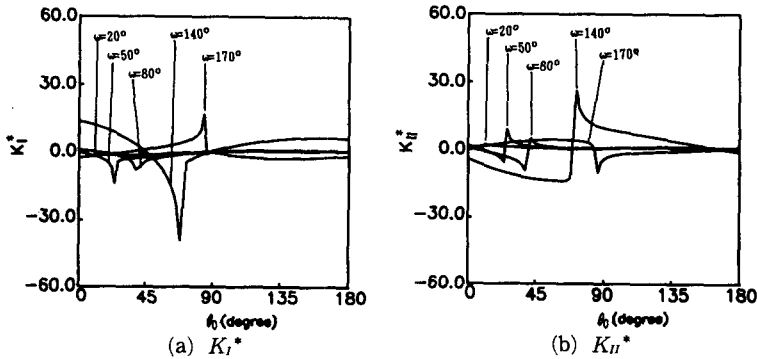


Fig. 5 Variation of dimensionless TSIF's for a symmetric lip-type rigid inclusion under zero temperature boundary condition with the various interface crack locations

$y_j^{(1)}$ 의 결과에서도 나타나고 있다. 또한 ω 가 20°, 50°, 80°인 경우 특이성을 보이는 θ_0 값을 벗어나면 K_I^* , K_{II}^* 값은 θ_0 의 변화에 대해 변화가 거의 없다. $\gamma = -1$ 인 경우의 그림은 Fig. 5 (a), (b)이며, $\gamma = 1$ 의 경우와 비교하면 K^* 값의 부호가 반대인 것을 제외하고는 유사한 경향을 보이고 있다.

(2) 대칭 익형 강체함유물

형상계수 δ 는 0.5, α 는 2.5로 정한다. $\gamma = \pm 1$ 일 때 Fig. 4와 Fig. 5에 대응하는 그림이 Fig. 6, Fig. 7이다. 이 경우는 대칭 입술형 강체함유물의 경향과 유사하다.

3.2 커스프 상에 존재하는 접합경계면 균열의 열응력세기계수

(1) 대칭 입술형 강체함유물

형상계수 l 은 0.5, α 는 2.5로 정한다. 커스프

균열에서와 같이 식 (33)의 TSIF는 φ 에 대해 K_I^* , K_{II}^* 값이 둘 다 존재하며, 주기함수를 갖는다.

접합경계면 균열 크기의 변화에 따라 K_I^* , K_{II}^* 와 θ_0 에 대해 그린 그림이 Fig. 8와 Fig. 9이다. 여기서 φ 는 45°이다. $\gamma = 1$ 인 경우 Fig. 8(a), (b)에서 알 수 있는 것은 커스프 균열의 경우와 같이 K^* 의 특이성 현상이 커스프 균열선단에 접합경계면 균열 선단이 있을 때 발생하고 있다. 그리고 커스프 균열과는 다르게 접합경계면 균열크기 ω 가 K^* 의 특이성이 일어나는 θ_0 를 벗어난 위치에 있게 될 때 θ_0 의 위치에 따라 K^* 의 값에 기복이 있다는 것을 알 수 있다.

$\gamma = -1$ 인 Fig. 9(a), (b)에서도 $\gamma = 1$ 의 경우와 특이성 현상은 유사한 경향을 보이나 K^* 값의 부호가 $\gamma = 1$ 의 경우와 반대임을 알 수 있다.

(2) 대칭 익형 강체함유물

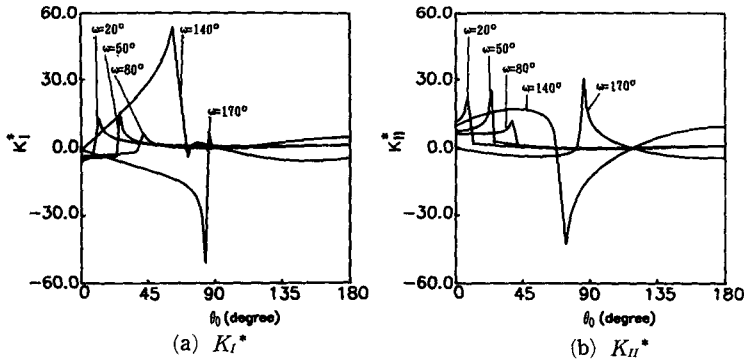


Fig. 6 Variation of dimensionless TSIF's for an insulated symmetric airfoil-type rigid inclusion with the various interface crack locations

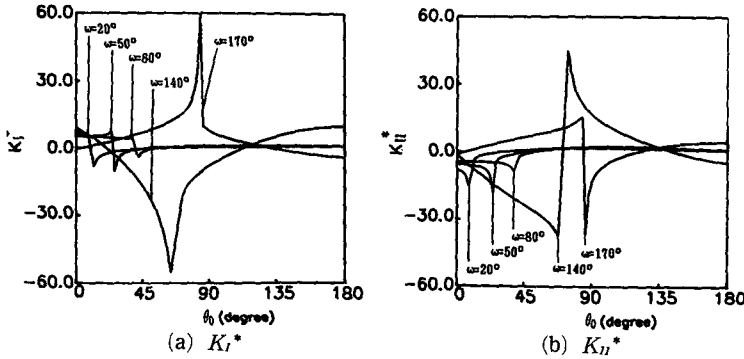


Fig. 7 Variation of dimensionless TSIF's for a symmetric airfoil-type rigid inclusion under zero temperature boundary condition with the various interface crack locations

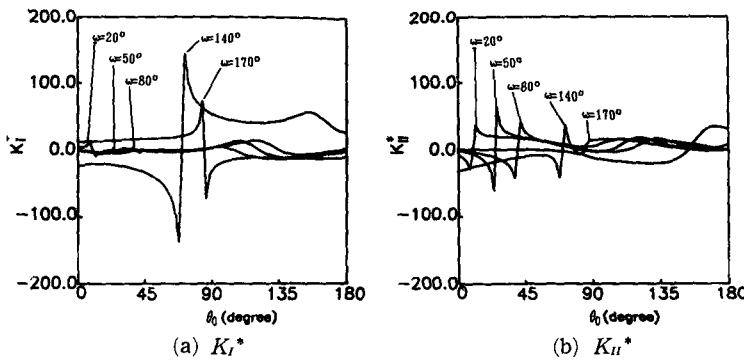


Fig. 8 Variation of dimensionless TSIF's for the interface crack on an insulated symmetric lip-type rigid inclusion with the various interface crack locations

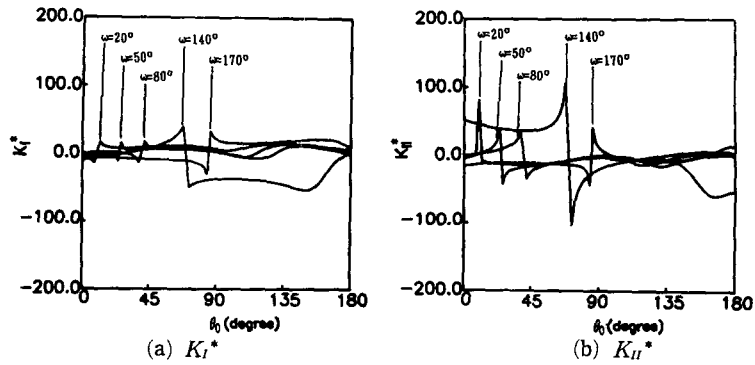


Fig. 9 Variation of dimensionless TSIF's for the interface crack on a symmetric lip-type rigid inclusion under zero temperature boundary condition with the various interface crack locations

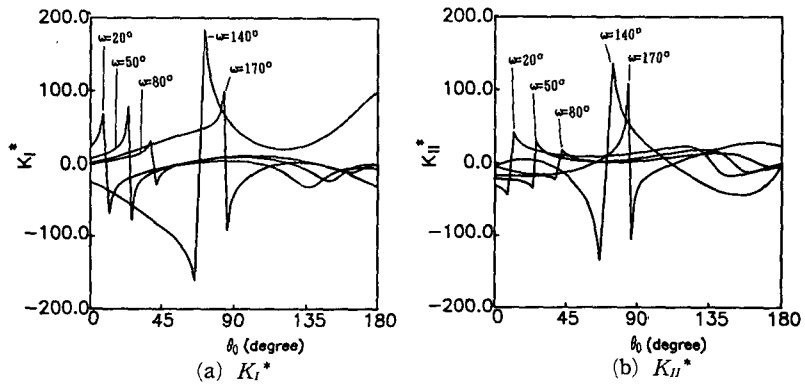


Fig. 10 Variation of dimensionless TSIF's for the interface crack on an insulated symmetric airfoil-type rigid inclusion with the various interface crack locations

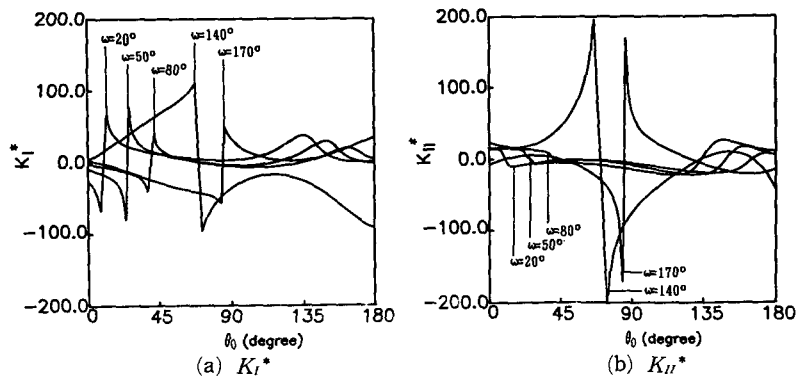


Fig. 11 Variation of dimensionless TSIF's for the interface crack on a symmetric airfoil-type rigid inclusion under zero temperature boundary condition with the various interface crack locations

형상계수 δ 와 x 는 각각 0.5와 2.5로 정한다. $\gamma = \pm 1$ 인 경우, φ 가 45°일때 ω 종류에 따라 K_I^* , K_{II}^* 를 그린 그림이 Fig. 10과 Fig. 11이다. 여기서 알 수 있는 것은 대칭 입술형 강체함유물에 접합경계면 균열이 있는 경우와 비교할때, $|K^*|$ 값의 변화가 큰 것 이외에는 경향이 같다.

4. 결 론

균열 열유동하에 있는 2차원 탄성체 내에 커스프형 강체함유물 경계가 단열된 경우 및 상대온도가 영으로 고정된 경우에 커스프 상의 접합경계면 균열에 대한 TSIF식을 구하기 위한 이론 연구에서 다음과 같은 결과를 얻었다.

(1) 커스프 균열과 커스프 균열 상에 있는 접합경계면 균열에 대한 TSIF식을 구하였다.

(2) TSIF식은 균열 열유동각도의 주기함수로 표시된다.

(3) 접합경계면 균열선단과 커스프 균열선단이 일치하면 그 균열선단의 TSIF는 특이성을 갖는다.

(4) 접합경계면 균열선단이 커스프 균열선단으로부터 멀어지면 접합경계면 균열선단의 TSIF는 기복을 갖는다

(5) 해석결과로부터 단열이거나 상대온도가 영으로 고정된 경우에 접합경계면 균열이 없는 커스프함유물에 대한 기존의 복소 포텐셜과 TSIF가 유도된다.

참고문헌

(1) Lee, K. Y. and Choi, H.S., 1988, "Determination of Thermal Stress Intensity Factors for Traction Free Cusp Cracks under Uniform Heat Flow," Engng Fracture Mech., Vol.31, No. 4, pp. 661~672.
 (2) Lee, K. Y. and Choi, H.S., 1989, "Determination of Thermal Stress Intensity Factors for Rigid Cusp Cracks under Uniform Heat Flow," Engng Fracture Mech., Vol.32, No.2, pp. 183~193.
 (3) Lee, K.Y. and Cho, Y.H., 1990, "Determination of Thermal Stress Intensity Factors for Cusp Cracks by Boundary Element Method," Vol.37, pp. 787~798.
 (4) England, A.H., 1962, "An Arc Crack around a

Circular Elastic Inclusion," J. App. Mech., Vol. 33, pp. 637~640.

(5) Toya, M., 1974, "A Crack Along the Interface of a Circular Inclusion Embedded in an Infinite Solid," J. Mech. Phys. Solids, Vol.22, pp. 325~348.
 (6) Toya, M., 1975, "Debonding along the Interface of an Elliptic Rigid Inclusion", Int. J. Fracture, Vol.11, No.6, pp. 989~1002.
 (7) Tamate, O. and Yamada, T., 1969, "Stresses in an Infinite Body with a Partially Bonded Circular Cylindrical Inclusion under Longitudinal Shear," Technology Reports, Vol.34, No.1, pp. 161~171.
 (8) Viola, E. and Piva, A., 1981, "Fracture Behaviour by Two Cracks around an Elliptic Rigid Inclusion," Engng Fracture Mech., vol. 15, pp. 303~325.
 (9) Berezhnitskii, L.T. and Sakhnenko, A.M., 1983, "Longitudinal Displacement of a Body with a Hard Sharp-Angled Inclusion and a Crack on the Interface," Sov. Mat. Sci., Vol. 19, No. 4, pp. 327~331.
 (10) Sendeckyj, G.P., 1974, "Debonding of Rigid Inclusions in Plane Elastostatics," ASTM STP 546, pp. 152~165.
 (11) Sendeckyj, G.P., 1974, "A Class of Interface Crack Problems," ASTM STP 560, pp. 92~104.
 (12) Sendeckyj, G.P., 1974, "Debonding of Rigid Curvilinear Inclusions in Longitudinal Shear Deformation," Engng Fracture Mech., Vol.6, pp. 33~45.
 (13) Wu, C.H., 1982, "Unconventional Internal Cracks Part 2 : Method of Generating Simple Cracks," J. App. Mech., Vol.49, pp. 383~388.
 (14) Muskhelishvili, N. I., 1953, Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, 3rd ed., P. Noordhoff Ltd., Groningen, Holland.
 (15) England, A.H., 1971, Complex Variable Methods in Elasticity, Wiley-Interscience, New York.
 (16) Rice, J.R. and Sih, G.C., 1965, "Plane Problem of Cracks in Dissimilar Media," J. App. Mech. Vol.32, pp. 418~423.